بیان سیوم در مقادیر کیل یعنی پیمانه

قفیز	پیمانهٔ ایست که بست و پنج من باشد و گویند بست و چهار کیلچه است در منتخب ا مذکور است که قفیز پیمانهٔ ایست دوازده صاع و از زمین مقدار یک صد و چهل و چهار گز شر
قنطار	یک هزار و دو بست اوقیه است و گویند آن مقدار از طلا که یک پوست گاو از ان پر شود
کیلچه	یک من و هفت ثمن من است
کیل	سي و شش من است
کیله	شش صد درهم و کسری باشد
مشربه	شش استار و ربع استار است
ملوک	سه کیلچه است
	پیمانهٔ ایست بوزن دو رطل و ربع که دو بست و دو مثقال و نیم باشد
	در شرع هشت رطل و این صاع عراقي است و صاع حجازي پنج رطل و ثلث رطل و در لغت پیـ چهار مُد است و هر مُدی دو مشت آدمي مستوی الخلقة چون دست کشیده دارد و به رطـ رطل و در رسالهٔ اوزان مذکور است که صاع پیغمبر صلعم چهار مُد و مُد بقول ~~ستهاء~~ دو رطل و عراقي پس صاع نه رطل عراقي باشد و بدرهم یک هزار و یک صد و هفتاد و بحساب مـ هشت صد و نوزده مثقال و بحساب جو چهل و شش هزار و یک صد و شصت جو خواهد بود
وسق	بار شتر
قُلّتین	بضم قاف و تشدید لام پنج قربه و در شرع پنجاه من است و نیز دو بست و پنجاه من است
قربه	مقدار صد رطل عراقي است و رطل صد و بست درهم است

دربیان جدول مقادیر مساحت وآلات آن وغیره

ذراع شرعي	درکرباس هفت قبضه وچهار اصبع
ذراع شرعي	درمساحت شصت قبضه ویک اصبع قائم وقبضه چهار اصبع *
ذراع عند الحساب	بست وچهار اصبع *
اصبع	شش شعیر مضموم بعض ببعض
ذراع هند	درهند سه قسم است کلان وخُرد ومیانه وهریک بست وچهار طسو *
ذراع شاهجهاني	درپارچه ١٦ گره في گره ١٦ بحر في بحر ١٦ بحرین في بحرین ١٦ شعیر في شعیر ١٦ ذرعه درسنگ ٢٠ بسوه بسوه ٢٠ بسوانسي بسوانسي ٢٠ خام خام ٢٠ خامین ذرعه ٢٤ طسو طسو ٢٤ طسوانسي طسوانسي ٢٤ خام خام ٢٤ خامین
طسوج گزکلان	هشت جو معتدل
طسوج گزخرد	شش جو معتدل
طسوج گزمیانه	شش جو خرد
ذراع قدیم	دوشبر ودوگره ابهام مجموع ١٦ گره وهرگرهی چهار بحر
ذراع قدیم	ابن قدیم درخرید وفروخت ٢٤ انگشت ودو ثلث انگشت
ذراع قبضه	ذراع عامه نیز گویند از ایجاد ابن لیلی است بست وچهار انگشت
ذراع یوسفي	بست وپنج انگشت
ذراع هاشمي	بست وهشت ویک ثلث انگشت ایجاد بلال تورانی نبیرهٔ موسی اشعري است
هاشمیهٔ کبری	بست ونه انگشت ودو ثلث انگشت ایجاد منصور عباسي

ذراع عمريه	سي و يک انگشت ايجاد عمر خطاب رضي الله عنه
ذراع مامونيه	هفتاد و ثلث انگشت ايجاد مامون عباسي
ذراع اسکندري	سي و دو انگشت
ذراع اکبري	چهل و شش انگشت
ذراع الهي	چهل و يک انگشت
جريب	شصت ذراع شرعي
ميل شرعي	يک ثلث فرسخ و نزد بعض سه هزار و پنج صد ذراع يا چهار صد ذراع
ميل عند حساب المحدثين	چهار هزار ذراع و ذراع (۲۴) اصبع
ميل عند حساب القدماء	هزار ذراع و ذراع سي و دو اصبع
فرسخ شرعي	دوازده هزار خطوه و خطوه يک و نيم ذراع بذراع عامه اعني بست و چهار اصبع.
فرسخ عند الحساب	يک هزار و نه صد ذراع بذراع محدثين
بانس شاهجهاني	شش دست کم و بيش
رسي	و دوري نيز گويند ۲۰ ذراع شاهجهاني

مقادير مساحت بطريق انگريزي

ميل انگريزي	يک هزار و هشصد فوت خواه صد پارت	پارت	هجده فوت
ذراع انگريزي	دو فوت	انچي	ده لين
فوت	دوازده انچي	بانس انگريزي	۱۲ فوت و بست و چهار بانس را يک

مقادير زمان بطريق انگريزي

ڈگري	بمعني درجه
منٹ	بمعني دقيقه
سکنڈ	بمعني ثانيه
هور	بمعني ساعت
کلاک	دونيم ساعت
نون	نصف روز و مڈ ڈي نيز گويند
افٹرنون	سه پاس روز
ايوننگ	بمعني شام
مارننگ	بمعني صبح
پريڈ	بمعني دوره
ير	بمعني سال
يرسولر	سال شمسي
يرلونر	سال قمري
ڈي	بمعني روز
نايٹ	بمعني شب

مقادير مساحت بطور اهل هند

انگشت	۸ جو پوست کنده اگر بر عرض نهند
ڈنڈ	ڈهک نيز گويند ۴ دست و دست ۲۴ انگشت
کوس	۲۰۰۰ ڈنڈ و نيز از دوري دو هزار دري باشد
جوجن	۴ کوس
بانس	۱۰ دست
پورين	دو بانس

مقادير زمان بطور اهل هند

پران	زمانيکه لفظ دو حرفي ده بار تلفظ توان کرد
پل	شش پران
گهڑي	شصت پل
مقدار شب و روز	شصت گهڑي خواه ۲۴ ساعت
ساعت	آنرا بهندي دهن گويند دونيم گهڑي

مقادير زمان اهل هند بطريق ديگر

چهن	زمانيکه بسوزن يک برگ گل را سوراخ کنند

لو	هشت چهن	دورت	دوآن
کاشتها	هشت لو	لکهه	دودورت
نمکه	هشت کاشتها	پولت	سه لک
کلا	هشت نمکه	پال	ده پولت
تورت	هشت کلا	گهڑي	شصت پال
آن	دو تورت		

صحت اسماء اوزان

وهميه بفتح واو وسكون ها وكسر ميم وفتح ياي تحتاني وهاي مختفي بمعني منسوب بوهم Suspicion, اعني مقدار آن بظاهر هيچ محسوس نميشود الّا در وهم وخيال مساوي $\frac{1}{۳۹۸۱۳۱۲۰}$ (گرين) Grain, *

هبا بكسر هاء وفتح باء موحده بمعني ذره كه در شعاع آفتاب هرگاه از يک سوراخ نيفتد در هوا بنظر مي آيند وآن ده وهميه است مساوي $\frac{1}{۳۹۸۱۳۱۲}$ (گرين) *

ذرّه بفتح ذال منقوطه وتشديد راي مهمله وهاء عبارت از هشت هبا است مساوي $\frac{1}{۴۹۷۶۶۴}$ (گرين) *

قطمير بكسر قاف وسكون طاء مهمله وكسر ميم وسكون ياي تحتاني وراء مهمله در لغت نقطهٔ سفيد را كه بر پشت خرما ميباشد ميگويند ونيز ريشه كه در شگاف خرما ميباشد وآن عبارت از دوازده ذره است مساوي $\frac{1}{۴۱۴۷۲}$ (گرين) *

نقير بفتح نون وكسر قاف وسكون ياي تحتاني وراء در لغت بمعني شگاف خرما است وآن هشت ق است مساوي $\frac{1}{۵۱۸۴}$ (گرين) *

فتيله بفتح فاء وكسر تاء فوقاني وسكون ياء تحتاني وفتح لام وهاي مختفي در لغت بمعني رسن باريک وب ريشهٔ خرما است آن شش نقير است مساوي (گرين) *

قلس بفتح قاف وسكون لام در لغت بمعني رسن ک كه از ليف خرما خواه برگ آن بسازند وآن شش است مساوي $\frac{1}{۱۴۴}$ (گرين) *

خردل بفتح خاء منقوطه وسكون راء مهمله وفتح دال مهمله وسكون لام قسمي از غله است كه آنرا به رائي گويند وآن دوازده قلس است مساوي (گرين) *

شعیره وشعیر بفتح شین منقوطه وکسر عین مهمله وسکون یای تحتانی وراء مهمله قسمی از غله است که آنرا بهندی جو گویند وآن شش خردل است مساوی نصف (گرین) *

طوخ بفتح طاء مهمله وسکون واو وخاء منقوطه مقدار چهار شعیر *

مثقال صیرفی بکسر میم وسکون ثاء مثلثه وقاف والف وکسر لام وفتح صاد مهمله وسکون یای تحتانی وراء مهمله وکسر فاء ویای تحتانی صیرفی منسوب بصراف است اعنی مثقال نزد صرافان عبارت از درم تام جدید است ودر شهر بغداد صرافان درم تام جدید را مثقال میگفتند *

مثقال شرعی اعنی مثقال نزد اهل شرع *

نواة بفتح نون وواو والف وتای فوقانی بمعنی تخم خرما است *

ترمسه بضم تاء فوقانی وسکون راء مهمله وفتح میم وسین مهمله وهای مختفی این لفظ سوای کتاب طب در لغت یافته نشد *

عرامی بضم عین مهمله ورای مهمله والف وکسر میم ویای تحتانی *

کرمهٔ شامیه بضم کاف ورای مهمله وفتح میم وهای مختفی شامیه منسوب بشام است *

جوزه مطلق بفتح جیم وواو مجهول وزاء منقوطه وهای مختفی ومطلق بمعنی فقط *

بندقه بکسر باء موحدهٔ وسکون نون وضم دال مهمله وفتح قاف وهای مختفی *

ملعقه بضم میم وسکون لام وفتح عین مهمله وفتح قاف وهای مختفی *

ساما نوا بسین مهمله والف وفتح میم والف وفتح نون وواو والف *

اویقوس بضم همزه وکسر واو وسکون یای تحتانی وضم قاف وواو وسکون سین مهمله *

قباسا بفتح قاف وفتح بای موحده والف وفتح سین مهمله والف *

فلیحون بفتح فاء وکسر لام وسکون یای تحتانی وضم حاء حطی وواو معروف وسکون نون *

بروار بفتح بای موحده وراء مهمله وفتح واو والف ورای مهمله *

بروار صغیر صغیر بمعنی خُرد است ایضا *

جرجیر بفتح جیم وراء مهمله وبکسر جیم وسکون یای تحتانی وراء مهمله *

حامای بفتح حای حطی والف وفتح میم والف وسکون یای تحتانی *

حمصه بکسر حای حطی وتشدید میم وفتح صاد وهای مختفی *

حزمه بضم حای حطی وسکون زاء معجمه وفتح میم وهای مختفی *

خرما بضم خای معجمه وسکون راء مهمله وفتح میم والف *

کف بفتح کاف وسکون فاء *

عنبیا بفتح عین مهمله وسکون نون وسکون بای موحده وفتح یای تحتانی والف *

سبعون بفتح سین مهمله وسکون بای موحده وضم عین وواو مهمله ونون *

نبطی بفتح نون وسکون بای موحده وفتح طاء وسکون لام *

صدقه بفتح صاد وضم دال مهمله وفتح وتشدید قاف وهای مختفي وزن سکرچه بفتح سین مهمله وفتح کاف وسکون راء مهمله وفتح جیم فارسي وهای مختفي *

طویل بفتح طاء وکسر واو وسکون یای تحتانی وسکون لام *

لسنطون بفتح لام و سین مهمله وسکون نون وضم طاء وواو وسکون نون *

قوانویس بفتح قاف وفتح واو والف وضم نون وکسر واو وسکون یای تحتاني وسکون سین مهمله *

قاتولي بفتح قاف والف وضم تاء فوقاني وسکون واو وکسر لام ویای تحتاني *

حومه بفتح حاء حطي وسکون واو وفتح میم وهای مختفي *

طوطول بضم طاء وسکون واو وبضم طاء وواو وسکون لام *

دقوطیل بفتح دال مهمله وضم قاف وواو وکسر طاء وسکون یای تحتاني ولام *

ناطل بفتح نون والف وبفتح طاء وسکون لام *

قوي مو بفتح قاف وکسر واو وسکون یای تحتاني وضم میم وواو *

هاقین بفتح هاء والف وکسر قاف ویای تحتاني وسکون نون *

قوطوني بضم قاف وواو وضم طاء وواو وکسر نون ویای تحتاني *

قسط الطالیقي بضم قاف وسکون سین مهمله وسکون ط والف وسکون لام وفتح طاء والف وکسر لام وسکون یای تحتاني وکسر قاف ویای تحتاني *

جوهین بفتح جیم و واو وکسر هاء و سکون یای تحتاني وسکون نون *

ذورق بفتح ذال معجمه وواو وفتح راء مهمله وسکون قاف

اناب بفتح همزه ونون والف وسکون باء موحده *

ابریق بفتح همزه وسکون بای موحده وکسر راء مهمله وسکون یای تحتاني وسکون قاف *

طالیقون بفتح طاء والف وکسر لام وسکون یای تحتاني وضم قاف وواو وسکون نون *

جیره بکسر جیم وسکون یای تحتاني وفتح راء مهمله وهای مختفي *

جوذق وجوشقا بفتح جیم وواو وفتح ذال معجمه وسکون قاف وجوشقا بضم جیم وواو وفتح شین منقوطه و قاف والف *

مد بضم میم وتشدید دال مهمله *

ملوک بفتح میم وضم لام وواو وسکون کاف *

قلئین بضم قاف وتشدید لام وفتح تاء فوقاني وسکون یای تحتاني وسکون نون *

قریه بکسر قاف وسکون راء مهمله وفتح یای تحتاني وهای مختفي *

وسق بفتح واو وسین مهمله سکون قاف *

سرخ بضم سین مهمله وسکون راء مهمله وسکون خاء معجمه *

پل بفتح بای مثلثه تحتانی یعنی بای فارسی وسکون لام * पल

دهرن بفتح دال مهمله وهای مختفی وفتح راء مهمله وسکون نون * धरण

گدیانک بفتح کاف فارسی وسکون دال مهمله وفتح باء موحده والف وسکون نون وکاف تازی * गद्याणकः

ڈهک بفتح دال هندی وسکون هاء وکاف * घटकः

ماشه بفتح میم والف وفتح شین منقوطه وهاء مختفی * माषः

کهرکهه بفتح کاف وفتح هاء وراء مهمله وفتح کاف وسکون هاء وهای مختفی * कर्षः

گهونگچی بضم کاف فارسی وهاء وواو وسکون نون وکاف فارسی وکسر جیم فارسی ویای تحتانی * घुंघुची * गुञ्जा

کوڈی بفتح کاف وواو وکسر دال هندی ویای تحتانی * कौडि * वराटिका (فیه شك)

دسنک بفتح دال مهمله وسکون سین مهمله وسکون نون وسکون کاف فارسی * दशकं

کاکنی بفتح کاف والف وسکون کاف وکسر نون ویای تحتانی * काकिणी

پن بفتح باء فارسی وسکون نون وبهلول نام بادشاه بوده است * पणः

چهن بکسر جیم فارسی وهاء وسکون نون * क्षणः

لو بفتح لام وواو * लवः

کاشتها بفتح کاف والف وسکون شین منقوطه وفتح تای فوقانی وهاء والف * काष्ठा

نمکهه بکسر نون وسکون میم وسکون کاف وهاء مختفی * निमिषः

کلا بفتح کاف وسکون لام والف * कला

تورت بفتح تاء فوقانی وواو وفتح راء مهمله وسکون تاء فوقانی * त्रुटिः

ان بفتح الف ممدوده وسکون نون * अयनं * आन (فیه شك)

دورت بضم دال مهمله وواو وفتح راء مهمله وسکون تاء فوقانی * दुरत (لم یوجد)

لگهه بفتح لام وسکون کاف فارسی هاء وهای مختفی * लघु (لم یوجد)

پولت بضم بای فارسی وواو وکسر لام وسکون تاء فوقانی * सुत * पुलत (فیه شك)

* رَبِّ يَسِّرْ * بسم الله الرحمن الرحيم * وَتَمِّمْ بِالْخَيْرِ *

قطعه

* حمدي چو مراتب عدد بيحد و عد   ان واحد را كه نيست واحد به عدد *

* فردي و نه زوج و فرد الله صمد   خلّاق جهان و لَمْ يَلِدْ لَمْ يُولَدْ *

جلّ جلاله وعم نواله وصلى الله على خير خلقه محمد وآله واصحابه اجمعين * اما بعد بر ضمير منير
ارباب علم و دانش مخفي و محتجب نيست كه علم حساب كثير المنافع و محتاج اليه جميع امور است
چه تعدد لازم ممكنات است و عدد موضوع علم حساب و ايضا يوم الحساب حق دليلي واضح
بر شرافت اوست و در هر جزو زمان حكماء دقيقه شناس و فضلاي خرد اساس پيرايهٔ افتخار
و سرمايهٔ مباهات خود دانسته بوسيلهٔ اين فن عالي زيب بخش وسادهٔ عزت و جلال و مسند آراي
حشمت و اقبال بوده اند * و هر بي كمالي را ياراي اين نيست كه بمجرد دانستن قواعدي چند
قدم در عرصهٔ حساب داني نهد * و رقم تصدي اين امر خطير را بر ناصيهٔ حال خود نگارد * چون
درين عصر كه از علم و حكمت نامي و از فضل و هنر نشاني بر جا نمانده و جمعي كه از مجهول
و معلوم و موجود و معدوم فرق نمي كنند و ناس را از نسناس و بلور را از الماس باز نميدانند
بمحض دانستن بعضي اعمال حسابي كه دست فكرت انها از دامن ميزانش كوتاه است
علم دعوي بر مي افرازند و كلاه نخوت بر آسمان مي اندازند علم حساب به شومي
اين تهي مغزان از سواد ارقام به صفر يكسان است و به بيداد اين انصاف دشمنان از خطوط
جداول چاك در گريبان * بيت * ز انسان امروز هرچه پيداست * فصلش رفته است
و جنس برجاست * علي الخصوص درين ديار هر كسي جز لهوي و هر شخصي جز لعبي
با علوم كاري ندارد اين كمترين خلائق اگر چه ابتدا تا سن پانزده سالگي تحصيل كتب رسميهٔ
صرف و نحو و منطق و حكمت چنانكه متداول است نموده و از مختصرات فراغت حاصل

ساخته وقوانین حساب سیاق مختصري که لازم پیشهٔ متصدي گري است آموخته اراده داشت که درس کتب فنون ریاضي خصوص کتب علم حساب نماید لکن به سبب تحصیل معاش که سرگشتگان نشأ تعلق را از ان گزیر نیست از حصول این سعادت محروم مانده وسالهاي دراز به سبب علائق روزگار که از سن شانزده سالگي اتفاق افتاد فرصت مطالعهٔ کتب این فن نیافته تا آنکه روزي سوالات چند که متعلق جبر و مقابله بود بتقریب دوستي به سمع رسید چون خود را از استخراج ان عاجز دید غیرت دامن گیر دل شد وخلاصة الحساب را در یک روز من اوله الی آخره بر سبیل اجمال مطالعه نموده سوالات مذکور را بقواعد جبریه منحل ساخت ورغبتي که ازین علم شریف از پیشتر بود تضعیف پذیرفت ودر اندک زمان با وجودیکه علائق روزگار و کثرت کار بود تمامي خلاصة الحساب را بخوبي مطالعه کرده وحل مسائل ساخته نسخهٔ مختصری بزبان فارسي رقم نموده رینولا که به سبب تعطل اتفاق انزوا بزاویهٔ خمول افتاد غیر از کتب فنون ریاضي همدمی و بجز مسائل این علوم انیسی ندارد خصوص کتب علم حساب مثل عیون الحساب و مفتاح الحساب و دستور الحساب وتلخیص الحساب ولیلاوتي و بیج گنت واکثر شروح خلاصة الحساب و غیر آن بمطالعه در آمد با وجودیکه اکثری ازین کتب درزبان عربي و بعبارت دقیق بود که فهم هرکسی بادراکش نمیرسد بعنایت ایزدي و بتوفیق سرمدي بر غوامض مسائل آن آگهي یافته بیشتر قواعد وفوائد از خود استنباط وایجاد کرد اگرچه اکثر بخاطر می گذشت که اگر فرصت دست دهد و زمانه مساعدت نماید مجموع قوانین که در حساب از ان گزیر نباشد در یک کتاب مع دلائل و براهین اکثری قواعد بعبارت فارسي سلیس مندرج سازد تا طالبان فضل و هنر را واسطهٔ ترقي وتکمیل ومدعیان بي سرمایه را موجب تنبیه وآگاهي گردد لکن چون اخوان زمان را ازین علوم بعد کلي است قدر داني که باین مطالب شریفه وارسیده زبان به تحسین کشاید بنظر نمي آمد لهذا این اراده از حیز قوه بفعل نمی گرائید ناگاه برهبري بخت همایون ویاوري طالع سعادت مقرون جبههٔ ارادت بغبار عتبهٔ عرش رتبه در دولت زبدهٔ اعاظم امراء عالیشان وقدوهٔ اماجد شرفاء انگلستان نیر اعظم سپهر بذل وعنایت ستارهٔ سیارهٔ اوج نصفت وعدالت مصداق دعوی انا الکریم ملاذ محتاجان هفت اقلیم فلاطون یونان حکمت وفطانت غازه پیرای رخسارهٔ

شوکت و متانت شریف النفس مهذب الاخلاق زین المحافل کالنور فی الاحداق آستین دل
پاک کن از غبار کبر و منی صورت طراز هیولای حکمت مدنی خداوند جوهرشناس خردمند
بخرد نواز جوهریان علم و دانش گوهر هنری ببازار اظهار نیاوردند که آن عالی جناب
بقیمت دلخواه نخرید و صاحب کمالی از جفای گردون آه سردی نکشید که آن خجسته
فر همایون فال بدادوی نرسید ذاتش متحلی بفضائل و نفس مقدسش متخلی عن الرذائل
المؤید من الله نواب کیوان بارگاه ناظم الملک صمصام الدوله مِسْتَرْ فِرَانْسِسْ هَاکِنْس بهادر
هیبت جنگ اظهر الله آثار مجده و عظمته ضعفا و جعل الناس بدعاء دولته و حشمته موظفا
نورآگین ساختم و آن عالی جاه من نالائق را بعنایات بیغایات خداوندانه سرفراز فرموده
دامن آرزوی خاطرم را رشک کان گوهر نمود درین وقت ملهم غیبی بشارت لاریبی
داد که حالا وقتیست که کتابی در فن حساب چنانکه اراده داشتی تالیف نموده هدیهٔ
ملازمان آن عالی جناب سازی تا بوک غنچهٔ مراد به نسیم عنایت آن والانژاد شگفد و حل
اشکال بالطاف ان برگزیدهٔ انفس و آفاق باحسن الوجوه رو نماید و فیضان این علم بذریعهٔ
نام نامی آن فیاض بر خاص و عام جاری شود و یادگاری بطفیل اسم گرامی ان قدرشناس
تا یوم الحساب بماند باستماع این مژدهٔ روح افزا صبح دولت دمید و دیدهٔ امید روشن گشت
و دامن مقصود بدست افتاد و چهرهٔ مطلوب در نظر آمد حالیا شروع تالیف دران نمودم
رب یسر و تمم بالخیر وانت الموفق والمعین * امید از ناظران و طالبان این فن شریف آنست که وجود
متصدی این بیان را در میان نه بینند و اگر سهوی و خطائی ملاحظه نمایند خورده نگیرند بلکه بقلم
اصلاح تصحیح سازند که این کمترین را نصیبی جز منصب ترجمانی نیست و بهرهٔ جز سخن رانی نه
و این کتاب مسمی بخزانة العلم که منطوی بر مادهٔ تاریخ تالیف است مشتمل است بر مقدمه
و چند باب و خاتمه *

* مقدمه *

باید دانست که چون علم حساب (۱) قسمی از اقسام علم ریاضی است و علم ریاضی
قسمی از اقسام حکمت پس اول تعریف حکمت و بیان اقسام ان از واجبات بدانکه حکمت
عِلْم است و عَمَل علم حکمت (۲) دانستن احوال موجودات است کَمَا هِیَ فِی نَفْسِ الْاَمْرِ

بقدر طاقت بشري و آن تصور حقائق موجودات است و تصديق باحكام و لواحق
آن و عمل قيام نمودن بكارهاست چنانكه بايد بقدر طاقت بشري و آن مزاولت حركات
و صناعات است براي اخراج آنچه در حيز قوه باشد بحد فعل به شرطيكه آن مزاولت
مؤدي بود از نقصان بكمال و علم حكمت بحسب تقسيم موجودات منقسم ميشود بدو قسم
عملي و علمي اما حكمت عملي دانستن احوال افعال و اعمال است كه وجود انها باختيار
وقدرت بشر است به شرطيكه مؤدي بصلاح معاش ومعاد انساني باشد پس اگر آن علم مؤدي
بمصالح معاش و معاد شخص معين بانفراده بود تا كه آن شخص متحلي بفضائل و متخلي
عن الرذائل گردد آنرا تَهْذِيبِ اَخْلَاق گويند واگر آن علم بمصالح جماعه متشاركه في المنزل بود
مثل والد ومولود ومالك ومملوك وغير آن آنرا تَدْبِيرِ مَنْزِل نامند واگر آن علم بمصالح جماعة
متشاركه في المدينه بود انرا سِيَاسَتِ مَدَنِيَّه خوانند وبعضي گويند كه حكمت مدنيه
دوقسم است يكي انكه متعلق بملك و سلطنت باشد آنرا سياست مدنيه گويند دوم آنكه
متعلق به نبوت وشريعت بود آنرا عِلْمِ نَوَامِيسِ اِلٰهِي خوانند وحق انست كه عِلْمِ شَرِيْعَتْ
مشتمل برهر سه قسم عملي تهذيب اخلاق و تدبير منزل و سياست مدنيه است كما اشار اليه
ملاصدراي شيرازي رحمة الله عليه في موضعة واما حكمت علمي دانستن احوال
موجوداتي است كه وجود آنها باختيار وقدرت بشر نيست وآنرا حِكْمَتِ نَظَرِيْ نيز خوانند
پس اگر آن موجودات در وجود خود محتاج ماده نباشد آنرا عِلْمِ اَعْلَىٰ وَمَابَعْدَ الطَّبِيعَه گويند
واصول اين علم دو قسم است يكي معرفت الله سبحانه ومقربان كه مبادي اسباب موجودات
اند چون عقول ونفوس اين را اِلٰهِيَّات گويند دويم دانستن امور كلي احوال موجودات
من حيث الوجود ووحدت وكثرت ووجوب وامكان وحدوث وقدم وغير ان آنرا فَلْسَفَهٔ
اُوْلَىٰ وعِلْمِ كُلِّي خوانند وفروع اين علم چند نوع است چون معرفت نبوت و امامت واحوال
معاد وغير ان ومَنْطِق را (۳) كه ارسطاطاليس مُدَوَّن كرده است شيخ رئيس درفروعات علم
اعلى داخل ساخته ومحقق طوسي آنرا علم تعلّم و وسيلهٔ تحصيل ديگر علوم انگاشته واگر
آن موجودات در وجود خود محتاج ماده باشند اعم ازاينكه خارجي باشند يا ذهني آنرا علم
طَبِيْعِي نامند واصول علم طبيعي هشت است كما صرّح به المحقق الطوسي اول مايعم الاجسام

که آنرا سَمَاعِ طَبِیْعِیّ نیزگویند و آن علم مبادي متغیرات است چون زمان و مکان و حرکت و سکون و نهایت ولانهایت وغیرآن دویم معرفت اجسام بسیطه و مرکبه و احکام بسائط علوي و سفلي و آنرا عِلْمِ سَمَاءِ عَالَمْ گویند سیوم معرفت ارکان عناصر و تبدل صور بر مادۂ مشترک و آنرا عِلْمِ کَوْنِ وفَسَادْ خوانند چهارم معرفت علل حوادث هوائي و ارضي مانند رعد و برق و صاعقه و باران و برف و ژاله و زلزله وغیرآن آنرا عِلْمِ آثَارِ عِلْوِيْ گویند پنجم معرفت مرکبات اجسام و کیفیات ترکیب آن آنرا عِلْمِ مَعَادِنْ خوانند ششم معرفت اجسام نامیه و نفوس و قواي آن آنرا عِلْمِ نَبَاتَات خوانند هفتم معرفت احوال اجسام متحرکه بحرکت ارادي و مبادي حرکات و احکام نفوس و قواي آن و آنرا عِلْمِ حَیَوان نامند هشتم معرفت نفس ناطقۂ انساني و چگونگي تصرف و تدبیر آن در بدن و آنرا عِلْمِ نَفْس خوانند و فروع طبیعي بسیار است چون علم طب و علم احکام نجوم و علم فلاحت مثل بذرگري و کشاورزي وغیر آن و اگر آن موجودات صرف در وجود خارجي محتاج ماده بود و در وجود ذهني محتاج ماده نباشد آنرا عِلْمِ رِیَاضِيْ (۴) خوانند * و اصول آن چهار است اول معرفت مقادیر که کم متصل ساکن است و احکام و لواحق آن آنرا عِلْمِ هَنْدَسَه (۵) گویند دویم معرفت اختلاف اوضاع اجرام علوي با یکدیگر و با اجرام سفلي و مقادیر حرکات اجرام و ابعاد ایشان که کم متصل متحرک است آنرا عِلْمِ هَیْئَتْ (٦) خوانند سیوم معرفت کم منفصل مؤلف که آنرا نسبت بصوت و نغمه بود آنرا عِلْمِ مُوْسِیْقِيْ (۱) سرایند چهارم معرفت کم منفصل که آنرا نسبت بصوت و نغمه نباشد آنرا علم حساب نامند و شیخ الٰهي صاحب اشراق گفته است که چون موضوع علم حساب عدد از اقسام اولیۂ وجود است زیرا که موجوداتیکه بوجود خود محتاج ماده نیستند مثل مفارقات نیز عدد اند و اقسام اولیه موضوع فلسفۂ اولی است پس علم حساب از قسم علم ریاضي نتواند بود فقط لکن جمهور حکماء حساب را از ریاضي شمرده اند و لهذا املاء صدرا تقسیم حکمت نظري بوجهي نموده که حساب داخل علم ریاضي باشد کَمَا صَرَّحَ فِيْ کِتَابِهِ و بعضي گفته اند که موضوع علم حساب عدد یست که در وجود خارجي محتاج ماده است چراکه انچه در وجود خارجي محتاج ماده نباشد از ان محاسبین را هیچ غرض نیست مثل اعداد مفارقات * و فروع ریاضي بسیار است مثل عِلْمِ مَنَاظِر و مَرَایَا (۸) و جَبْر و مُقَابَله و جَرِّ اَثْقَال و دیگر صناعات و بدانکه علم حساب

نيزدو قسم است علمي كه آنرا نظري نيز گويند و عملي * علمي معرفت عدد و خواص اوست و آنرا ارثماطيقي خوانند و اين لفظ يوناني است و مقالات سابعه و ثامنه و تاسعهٔ اقليدس مشتمل برانست * و عملي دانستن قوانين استخراج مجهولات عددي است از معلومات مخصوصه * و عملي نيز دو گونه است يكي آنكه دران حاجت بعمل جوارح نيفتد مثل استخراج مجهولات سهل و اعداد قليل و آنرا هوائي گويند و وجه تسميهٔ آن ظاهر است دويم آنكه دران حاجت بعمل جوارح شود اعني احتياج بنوشتن افتد آنرا عِلْم تخت و تُراب نامند زيرا كه اكثري اهل حساب بر تختهٔ چوب از گل سفيد مي نويسند كه هر گاه آنرا بخواهند محو كنند و موضوع علم حساب عدد است و آن عند التحقيق كَمِيّة است متالف از آحاد و نزد بعضي متالف از وحدات كما في اُقْلِيْدِسْ و نيز اختلاف است كه عدد مشتمل برجزء صوري هست يا نه و بر تقدير عدم اشتمال برجزء صوري آيا حقيقة عدد وحدات محض است بي اعتبار هيئة اجتماعيه عروضا و دخولا يا هيئة اجتماعيه نيز معتبر است عروضا و اَلْاَخِيْرُ حَقٌّ اعني بر تقدير تالف عدد از وحدات وعدم اشتمال برجزء صوري حقيقة عدد وحدات باعتبار هيئة اجتماعيه عروضا نه محض وحدات * و احاد جمع واحد است و واحد مشتق از وحدة و وحدات جمع وحدة و وحدة آنست كه به سبب او شئ را واحد ميگويند و واحد آنست كه قسمت نه پذيرد از جهتيكه اورا واحد ميگويند و آن دو قسم است واحد حقيقي و واحد غير حقيقي واحد حقيقي آنست كه اصلا قسمت نه پذيرد مثل واجب الوجود وعقول و نقطه وغير آن و واحد غير حقيقي آنست كه از جهتي قبول قسمت كند و بعضي گويند كه عدد نصف مجموع حاشيتين است پس برين هر سه تفسير واحد داخل عدد نيست مگر بر تفسير اخير اگر كسر را حاشيه اعتبار كرده شود و برين تقدير كسور نيز داخل عدد مي شود كَمَا ذَهَبَ اِلَيْهِ بَعْضُهُمْ و بعضي گويند كه عدد كمية است كه اطلاق كرده مي شود بر واحد و انچه متالف از واحد باشد و بعضي گويند كه هر چه در مراتب عدد واقع شود عدد است كما ذَكَرَهُ الْمُحَقِّقُ الطُّوْسِيّ فِي التَّحْرِيْرِ و برين دو تفسير اگرچه واحد هم داخل ميشود لكن لازم مي آيد كه عدد بجميع اقسامه از مقولهٔ كم نباشد چه بر واحد تعريف كم صادق نمي آيد وَسَيَجِيئُ تَعْرِيْفُهُ * و تحقيق آنست كه واحد عدد نيست بلكه عاد جميع اعداد است خواجه ميرد رد قدس سره فرمايد * مخمس *

پابند هیچ مرتبهٔ نیک وبدنیم * مختص بهٔ نسبتی که مقید کند نیم * باکثرة اشنایم وخود جزاحد نیم * چون واحد ارچه من بشمار عدد نیم * طی مراتب همه اعداد میکنم * بهرکیف چون اعداد ازو متالف اند ودر حساب محاسبین را ازو گزیر نیست لهذا در اکثر قوانین حساب از لفظ عدد واحد وما تیالف منه مراد می شود بلکه کسور را نیز از عدد می شمارند * وبدانکه چون عدد یکی از اقسام کم است وکم یکی از مقولات تسعهٔ عرض لهذا درین جا بیان جَوْهَر وعَرَض واقسام آن ضرور افتاد * پس باید دانست که مُوْجُوْد دو قسم است یکی آنکه وجود او بلحاظ ذات او ضرور است آنرا وَاجِبْ گویند چنانکه ذات باریٔ تعالی شانه دوم آنکه وجود او بلحاظ ذات او ضرور نیست آنرا مُمْکِنْ نامند چنانکه جمیع موجودات ماسواه سبحانه وممکن نیز برد و قسم است یکی جوهر دوم عرض جوهر (۹) ماهیتی است که هرگاه موصوف بوجود خارجی شود در موضوع نباشد و موضوع محل غیر محتاج الی الحال است و محل محتاج الی الحال را هَیُوْلَی نامند پس محل عام است و موضوع خاص * وجوهر پنج قسم است به تقسیم عقلی چراکه اگر ان جوهر محل محتاج الی الحال است هیولی است واگر حال در محل محتاج الی الحال است صُوْرَة جِسْمِیَّه است یا صُوْرَة نَوْعِیَّه واگر حال هم نباشد و محل هم نباشد بلکه مرکب از هر دو بود جِسْم طَبْعِیْ است واگر مرکب هم نباشد پس اگر او را تعلق تدبیر وتصرف در بدن بود نفس است خواه نفس انسانی بود خواه نفس فلکی واگر چنین تعلق هم نبود عقل است * وعرض (۱۰) حقیقتی است که هرگاه موصوف بوجود خارجی شود در موضوع باشد وآن نه قسم است بالاستقراء کَیْف وَاَیْن ومَتَی واِضافة ومِلْک ووَضْع وفِعْل واِنْفِعَال وکَم کَیف (۱۱) عرضیست که قبول قسمت ونسبت نمی کند بالذات وآن چند قسم است یکیٔ کیفیات محسوسه به یکی از حواس ظاهره واین نیز دوگونه است راسخه وغیر راسخه راسخه که آنرا اِنْفِعَالِیَاتْ نیز گویند چون حلاوة عسل ونمکینی نمک وغیر راسخه که آنرا انفعالات نامند چون حمرة الخجل وصفرة الوجل * دویم کیفیات نفسانیه است که مختص بنفس حیوان است دون نبات وجماد واین نیز دو قسم است غیر راسخه چنانکه قدرت کتابت در ابتدای خلقت که بالقوه است و ملکهٔ راسخه چنانکه قدرت کتابت بعد استکمال وهم چنین علم وغیره من الصنائع سیوم کیفیات استعدادیه چون سختی ونرمی * چهارم کیفیات مختصه بالکمیات المتصله والمنفصله چون

مثلثیة و مربعیة برای سطح و زوجیة و فردیة برای عدد و این (۱۲) حالتی است که حاصل میشود
شیء را از جهت مکان و متی (۱۳) حالتی است که حاصل میشود شیء را به سبب زمان و اضافة (۱۴)
حالت نسبیة متکرره است چون ابوة و بنوة و نسبیه انچه به سبب نسبة حاصل شود و متکرره
لحاظ نسبت اول بطرف دویم و نسبت دویم بطرف اول بحیثیتی که تعقل احدهما بدون آخر ممکن
نباشد کما لا یخفی فی الامثلة و ملک حالتی است که حاصل می شود شیء را به سبب چیزیکه
محیط به کل یا جزء شیء باشد و انتقال کند بانتقال شیء چون پوست بدن و قمیص و غیره
و وضع (۱۵) هیئتی است که حاصل میشود شیء را به سبب نسبة اجزاء الشیء بعضها ببعض و به سبب
نسبة امور خارجیه چون قیام و قعود و فوق و تحت و فعل (۱۶) حالتیست که حاصل میشود شیء را
به سبب تاثیر آن در شیء آخر کالقطع مادام یقطع و انفعال (۱۷) حالتیست که حاصل میشود شیء را
به سبب قبول تاثیر از غیر چون تسخن مادام یتسخن و کم (۱۸) عرضیست که قبول قسمت کند
بالذات و آن دو قسم است مُتَّصِلْ و مُنْفَصِلْ متصل آنست که هرگاه آنرا منقسم کنند درمیان هر دو قسم
او یک حد مشترک باشد مانند جسم و سطح و خط و زمان چه هرگاه جسم را منقسم کنند حد مشترک
در هر دو قسم او یک سطح واقع می شود و اگر سطح را قسمت کنند حد مشترک یک خط می افتد
و اگر خط را منقسم سازند یک نقطه حدّ مشترک می باشد و همچنین حد مشترک در زمان
آن است و حد مشترک آنست که نسبت او بهر قسم متساوی باشد اعنی اگر آن حد مشترک را
ابتدای یکی فرض کنند ابتدای دیگری هم می تواند شد و اگر انتهای یکی فرض کرده شود
انتهای دیگری هم می تواند بود * و کم متصل بر دو گونه است یکی متصل قار الذات چنانچه
جسم تعلیمی و سطح و خط دویم متصل غیر قار الذات چنانکه زمان * و منفصل آنست که هرگاه
آنرا قسمت کنند درمیان هر دو قسم او حد مشترک نباشد چنانکه عدد و منفصل نیز دو قسم است
قار الذات و آن عدد است و غیر قار الذات و آن قول و موضوع موسیقی و قال بعض المحققین
ان النقطة والوحدة والحرکة بمعنی التوسط والآن هی مقولات علی حدة غیر المقولات التسع *
و باید دانست که مساحت هرچند تعلق بکم متصل دارد لکن از انجا که باعتبار انقسام چونکه هر اجزاء
آنرا بمقدار واحد فرض کرده شود آن هم بمنزلة عدد و منفصل میگردد لهذا مساحت را نیز قسم
از حساب عملی شمرده اند و بدانکه عدد عند المحاسبین دو قسم است صحیح و کسر اما صحیح

عدد مُطْلَق را گویند مثل دو وسه وچهار وکسر عدد مُضَاف را گویند که اضافه کرده شود بسوی جمله
که آنرا واحد فرض کنند وآنجمله را که مضاف الیه است مَخْرَج کسر نامند مثل چهار جزء از یازده
جزء پس چهار مضاف است بسوی یازده که یک جمله است وآنرا واحد فرض کرده اند اعني
مجموع یازده جزء را واحد فرض میکنند وگویا واحد را یازده جزء قرار داده اند درینصورت
چهار کسر است ویازده مخرج کسر واز اینجا معلوم شد که برای واحد حقیقی هیچ کسر نیست
مگر برای واحد مفروضی ونیز عدد باعتبار مراتب عدد بر دو قسم است مفرد و مُرَكَّبْ
مفرد آنست که در یک مرتبه از مراتب واقع شود خواه مرتبه آحاد خواه عشرات خواه مئات
چون دو وسه وبست وصد وهزار ومرکب آنست که از دو مرتبه یا زیاده از ان ترکیب یابد مثال دوازده
وسیزده ویک صد ودو ویک صد ویازده وعلی هذا القیاس وبیان مراتب اعداد در مطلب اول
باب اول گفته شود ان شاء الله تعالی ونیز عدد باعتبار تنصیف بر دو قسم است فَرْدٌ (۱۹) وزَوْجٌ (۲۰)
اما فرد آنست که نصف آن عدد صحیح نباشد چون سه وپنج پس اگر بر هیچ عددی غیر الواحد قسمت
نه پذیرد آنرا اوّلی خوانند والا فرد الفرد گویند وزوج آنست که نصف آن صحیح باشد پس اگر از روی
تنصیف بیک مرتبه یا بمراتب تا واحد رسد انرا زوج الزوج نامند چون دو وچهار وهشت واگر
نصف آن بمرتبه اول عدد فرد غیر واحد واقع شود چون شش وچهارده آنرا زوج الفرد گویند
واگر از روی تنصیف بدو مرتبه یا زیاده از ان بفرد غیر واحد رسد آنرا زوج الزوج والفرد نامند
چون دوازده وبست وچهار وبعضی اثنین را زوج بسیط گویند وباقی را زوج مرکب واین
هر سه اقسام اعني زوج الزوج وزوج الفرد وزوج الزوج والفرد را از اقسام زوج مرکب
می شمارند ونیز عدد باعتبار اجزاء صحیحهٔ خود سه قسم است تَامّ وزَائِدْ ونَاقِصْ * تام آنست
که مجموع اجزاء صحیحهٔ او اعني مجموع کسوریکه در او صحیح واقع شوند مُسَاوِی این عدد باشد
مثل شش وبست وهشت چه اجزاء صحیحهٔ عدد شش نصف وثلث وسدس است ومجموع
آنها هم شش میشود واجزاء صحیحهٔ بست وهشت نصف وربع وسبع وچهاردهم وبست وهشتم است
ومجموع آنها بست وهشت میگردد وزائد آنست که مجموع اجزاء آن عدد زائد از ان عدد باشد
چنانکه دوازده چه اجزاء صحیحهٔ او نصف وربع وثلث وسدس ودوازدهم است ومجموع
آنها شانزده میشود وناقص آنست که مجموع اجزاء آن عدد ناقص از ان عدد باشد چنانکه

هشت چه اجزاء صحیحهٔ او نصف وربع وثمن است ومجموع آنها هفت میشود ونیز هردو عدد
که مجموع اجزاء هریکي مساوي عدد دیگر باشد انها را مُتَحَابّینْ گویند چنانکه دوصد وبست
ودوصد وهشتاد وچهارچه اگر اجزاء دوصد وبست را جمع سازند دوصد وهشتاد وچهار میشود
واگر اجزاء دوصد وهشتاد وچهار را جمع کنند دوصد وبست میگردد واگر مجموع اجزاء
هردو عدد متساوي باشند آنها را مُعَادِلَیْنْ خوانند چنانکه سي ونه وپنجاه وپنج که مجموع اجزاء
هردو هفده است ونیز عدد باعتبار جَذْرْ وضِلْعْ بردو قسم است مُنْطَقْ واَصَمْ منطق آنست
که جذر وضلع اول او صحیح باشد چنانکه نه که جذر او سه است واصم آنست که ضلع اول وجذر او
تحقیقي نباشد چنانکه یازده که جذر او تحقیقي نیست الا تقریبي وتفصیل وتعریف جذر وضلع اول
قریب مذکور شود اِنْ شَاءَ اللهُ تَعَالَی وباید دانست که اکثر علماء بران اند که جذر اصم اصلا وجود
ندارد اما تحقیق آنست که چون عدد خود موجود بالذات نیست در خارج الا وجودش
باعتبار معروض ومحل اوست ومعروض او اکثر جسم وسطح وغیره از کم متصل است خصوص
ضرب وقسمت وجذر ومجذور اعمال عدد عارض ماديات است پس جذر اصم باعتبار تعبیر
عددي البته موجود نیست اصلا مگر بلحاظ معروض در حقیقة موجود است وتعبیر عددی
از ومحال وباید دانست که بعضی علماء عدد را باعتبار کسر نیز منقسم بمنطق واصم می کنند
اعني عدد یکه دران احدي از کسور تسعه صحیحه باشد منطق است والا اصم کما في خلاصة الحساب
وکسور تسعه نِصْفْ وثُلْثْ ورُبْعْ وخُمْسْ وسُدْسْ وسُبْعْ وثُمْنْ وتُسْعْ وعُشْر است واین تقسیم مخصوص
محاسبین عرب است زیراکه عرب براي کسور تسعه اسمي خاص معین کرده اند چنانکه مذکور شد
وبراي باقي کسور بلفظ جزء تعبیر می کنند مثل جُزْءٌ مِنْ اَحَدَ عَشَرَ وجُزْءٌ مِنْ اِثْنَي وَعِشْرِیْن
وهکذا وبدان سبب کسور تسعه را منطق گویند وباقي را اصم وچون عجم خصوصیت بکسور تسعه
ندارند لهذا بدین لحاظ تفریق نمي کنند

* باب اول در حساب اعداد صحیح ودران سیزده مطلب است *

* مطلب اول دربیان صُوَرِ اعداد ومَرَاتِبِ آن *

بدآنکه حکماء هند براي تسهیل عمل حساب صُوَرِ ارقام تسعه از واحد تا نه ایجاد کرده اند
وآنرا آحاد گویند وصور باقي اعداد را بترکیب مراتب قرار داده اند وهرچند در هر دیار فارس

جدول اول

نام عدد	صور ارقام اہل اسلام	صور ارقام اہل سنسکرت	صور ارقام اہل فرنگ
واحد	۱	१	1
اثنین	۲	२	2
ثلثہ	۳	३	3
اربعہ	۴	४	4
خمسہ	۵	५	5
ستہ	۶	६	6
سبعہ	۷	७	7
ثمانیہ	۸	८	8
تسعہ	۹	९	9

جدول دوم

[illegible]		[illegible]	[illegible]	اعداد
دشن	दश	دہن	دہن	عشرات
شتن	शतम्	سین	سپن	مئات
سہسرن	सहस्रम्	ہزارن	سہسرن	آحاد الوف
آیت	अयुतम्	دہ ہزارن	ایت	عشرات الوف
لکہش	लक्षम्	لکہن	لکہش	مئات الوف
پرآیت	प्रयुतम्	دہ لکہن	پرآیت	آحاد الوف الوف
کوٹ	कोटि	کرورن	کوٹ	عشرات الوف الوف
آربد	अर्बुदं	دہ کرورن	اربد	مئات الوف الوف
ابج	अब्जम्	اربن	ابج	آحاد الوف الوف الوف
کہرب	खर्वम्	دہ اربن	کہرب	عشرات الوف الوف الوف
نکہرب	निखर्वम्	کہربن	نکہرب	مئات الوف الوف الوف
پدم	पद्मम्	دہ کہربن	پدم	آحاد الوف الوف الوف الوف
مہاپدم	महापद्मम्	نیلن	مہاپدم	عشرات الوف الوف الوف الوف
سنکہ	शंकु	دہ نیلن	سنکہ	مئات الوف الوف الوف الوف
جلدہ	जलधिः	پدمن	جلدہ	آحاد الوف الوف الوف الوف الوف
انت	अन्त्यम्	دہ پدمن	انت	عشرات الوف الوف الوف الوف الوف
مدہ	मध्यम्	سنکہن	مدہ	مئات الوف الوف الوف الوف الوف
پرارده	परार्द्धम्	مہاسنکہن	پرارده	آحاد الوف الوف الوف الوف الوف الوف

		ارقام انگریزی بحروف	نام عدد بخط انگریزی	نام عدد درفارسی	نام عدد درانگریزی	رقوم انگریزی	ارقام اہل ہند	ارقام فارسی	نام عدد درعربی
		I.	One.	یک	وان	1.	१	١	واحد
		II.	Two.	دو	ٹو	2.	२	٢	اثنین
		III.	Three.	سہ	تھری	3.	३	٣	ثلثہ
		* IV.	Four.	چہار	فور	4.	४	٤	اربعہ
		V.	Five	پنج	فیو	5	५	٥	خمسہ
		VI.	Six.	شش	سیکس	6	६	٦	ستہ
		VII.	Seven.	ہفت	سیون	7	७	٧	سبعہ
		VIII.	Eight.	ہشت	ایٹ	8	८	٨	ثمانیہ
		IX.	Nine.	نہ	نائن	9	९	٩	تسعہ
		X.	Ten.	دہ	ٹین	10	१०	١٠	عشرہ
		XI.	Eleven.	یازدہ	ئلیون	11	११	١١	احدعشر
		XII.	Twelve.	دوازدہ	ٹو الو	12	१२	١٢	اثنی عشر
		XIII.	Thirteen.	سیزدہ	تھرٹین	13.	१३	١٣	ثلثہ عشر
		XIV.	Fourteen.	چہاردہ	فورٹین	14	१४	١٤	اربعہ عشر
		XV.	Fifteen.	پانزدہ	فیفٹین	15	१५	١٥	خمسہ عشر
		XVI	Sixteen.	شانزدہ	سیکسٹین	16	१६	١٦	ستہ عشر
		XVII	Seventeen	ہفدہ	سیونٹین	17	१७	١٧	سبعہ عشر
		XVIII	Eighteen.	ہجدہ	ایٹین	18	१८	١٨	ثمانیہ عشر
		XIX	Nineteen	نوزدہ	نائنٹین	19	१९	١٩	تسعہ عشر
.	٢٠٠	XX	Twenty.	بست	ٹوانٹی	20.	२०	٢٠	عشرین
	٥٠٠	XXI	Twenty-one.	بست و یک	ٹوانٹی وان	21.	२१	٢١	احد وعشرین
	٦٠٠	XXX	Thirty.	سی	تھرٹی	30	३०	٣٠	ثلثین
	٧٠٠	*XXXX	Forty	چہل	فورٹی	40	४०	٤٠	اربعین
C.	٨٠٠	L.	Fifty.	پنجاہ	ففٹی	50	५०	٥٠	خمسین
C	٩٠٠	LX.	Sixty.	شصت	سیکسٹی	60	६०	٦٠	ستین
		LXX	Seventy.	ہفتاد	سیونٹی	70.	७०	٧٠	سبعین
		LXXX.	Eighty.	ہشتاد	ایٹی	80.	८०	٨٠	ثمانین
		XC.	Ninety.	نود	نائنٹی	90	९०	٩٠	تسعین

نام عدد بخط انگریزی	نام عدد درفارسی	نام عدد درانگریزی	رقوم انگریزی	ارقام اہل ہند	ارقام فارسی	نام عدد درعربی
A Hundred.	صد	آ ہنڈرڈ	100	१००	١٠٠	مائۃ
Two Hundred.	دو صد	ٹو ہنڈرڈ	200.	२००	٢٠٠	مائتین
Three Hundred.	سہ صد	تھری ہنڈرڈ	300.	३००	٣٠٠	ثلث مائۃ
A Thousand.	ہزار	آ تھوزنڈ	1000	१०००	١٠٠٠	الف
Ten Thousand.	دہ ہزار	ٹین تھوزنڈ	10,000	१००००	١٠٠٠٠	عشرۃ الاف
A Hundred Thousand.	صد ہزار	آ ہنڈرڈ تھوزنڈ	100,000	१०००००	١٠٠٠٠٠	مائۃ الف

وعرب وفرنگ وغیره در صور ارقام تسعه فی الجمله تحریف وتبدیل راه یافته لیکن اکثر صور ارقام هر دیار مطابق رقوم هندي است وازین دلیل ظاهر است که اصل این علم از هند است ولهذا این رقوم را رُقُوْمِ هندیه وعَمَلِ حِسَابْ باین رقوم را حِسَابِ هِنْدِیّه وطَرِیْقِ اَهْلِ هند گویند وصور ارقام تسعه که الحال مستعمل اهل اسلام وهند وفرنگ است ازین جدول ظاهر می شود * (جدول ۱ و ۲)

وچون اعداد غیرمتناهي اند بمعنی لَا تَقِفُ عِنْدَ حَدٍّ زیراکه عدد از امور اعتباریهٔ انتزاعیه است علی التحقیق لهذا برای آن سه مَرَاتِب اصول مقرر کرده اند وآنرا منازل نیز گویند اول مَرْتَبَۀ آحاد است از واحد تا نه که برای ان صور ارقام مقرر ساخته اند دویم مَرْتَبَۀ عَشَرَات است که ده وبست وسي وچهل وپنجاه وشصت وهفتاد وهشتاد ونود باشد برای ان صفر را بریمین صور ارقام آحاد مي افزایند بدین صورت * ۰ * والحال متصدیان هند صرف نقطه را بجای صفر مي نهند تا از رقم بهیچ التباس نشود سیوم مَرْتَبَۀ مئات که یک صد ودو صد وسه صد وچهارصد وپانصد وشش صد وهفتصد وهشتصد ونهصد باشد برای آن دو صفر بریمین صور ارقام تسعه میگذارند ومافوق آنرا اهل عرب مرتبه الوف گویند ولفظ آحاد وعشرات ومئات بآن ضم می سازند چنانکه گویند آحاد الوف وعشرات الوف ومئات الوف وبعد ازان لفظ الوف را مکرر سازند واهل هند تا نوزده مرتبه را نام خاص مقرر کرده اند وعلی التحقیق اصول مراتب دواند آحاد وعشرات چه هر عدد بلحاظ مابعد خود بمرتبهٔ آحاد است وبلحاظ مرتبهٔ ماقبل بمرتبهٔ عشرات وبرای عشرات که صفر را وضع نموده اند ودر هر مرتبه صفر می افزایند که گویا بلحاظ ماقبل بمنزلهٔ عشرات است وصفر علامت خالي بودن مرتبه از عدد است پس اگر در مرتبهٔ صفر هم عدد باشد صفر نمی نویسند * (جدول ۳)

وباید دانست که ابتدای لحاظ این مراتب از یمین است پس ده را بدین صورت * ۱۰ * نویسند ودوازده بدین صورت * ۱۲ * چراکه واحد در مرتبهٔ عشرات ودو در مرتبهٔ آحاد واقع شده پس این صورت دلالت میکند برده ودو وآن دوازده است همچنین بست وپنج بدین صورت * ۲۵ * وهمچنین درین رقوم * ۴۳۲۱۰۹۱۲۸۷۶۵۴۳ * چون مراتب اعداد چهارده است ودر مرتبهٔ چهاردهم که مرتبهٔ اخیر یسار ومرتبهٔ نیلن است

عدد چها رواقع شده پس چهار نیلن وسي ودو کهربن وده اربن ونود ویک کرورن وبست
وهشت لکهن وهفتاد وشش هزارن وپانصد وچهل وسه گردید وقِسْ عَلَی هٰذَا وعِدّة مَراتِب
عدد را آس نامند چنانکه گویند آس آحاد واحد است وآس عشرات دو وآس مئات سه اعني
مرتبهٔ اول ومرتبهٔ دویم ومرتبهٔ سیوم وعلی هذا بعد ذلک واهل عرب چون ما فوق مئات را بالوف
تعبیر می کنند ولفظ الوف رابعد هر آحاد وعشرات ومئات مکرر میسازند چنانکه بالاتر دریافت اینها
برای دریافت آس هر مرتبه که دران لفظ الوف مکرر شده باشد قاعده مقرر کرده اند وآن
این است که عدد تکرار را در سه ضرب نموده بر حاصل ضرب آس نوع مذکور آنرا بیفزایند
که مجموع آس آن عدد است مثلا اگر بخواهند که آس عشرات الوف الوف بدانند چون
لفظ الوف دو مرتبه تکرار یافته آنرا در سه ضرب کردند شش شد وآس عشرات که نوع مذکور
باشد دو است پس مجموع هشت شد وآن آس عشرات الوف الوف است اعنی مرتبهٔ
هشتم است بدین صورت * ۱۰۰۰۰۰۰۰ * وهم چنین اگر آس معلوم باشد وبخواهند که عدد
تکرار الوف ومرتبه نوع آن را بدانند آس را بر سه قسمت کنند که خارج قسمت عدد تکرار
الوف است وانچه باقي ماند آس نوع مثلا در مثال مذکور هشت را بر سه قسمت نمودم دو خارج
شد ودو باقي ماند پس برای دو خارج لفظ الوف را دو مرتبه آوردم وبرای دو باقي لفظ عشرات
معین نمودم عشرات الوف الوف شد واگر از روی قسمت هیچ باقي نماند پس از خارج
قسمت واحد کم کرده برای باقي لفظ الوف را مکرر سازند ولفظ مئات را نوع قرار دهند چنانکه
مثلا آس نه باشد پس خارج قسمت سه خواهد بود واحد را از ان کم کردم دو باقي ماند لفظ
الوف را دو مرتبه آوردم ولفظ مئات را نوع قرار دادم مئات الوف الوف گردید فافهم

* مطلب دویم در تضعیف *

بدانکه تضعیف دوچندان کردن عدد است وآن در حقیقة جمع المثلین است یا ضرب آن عدد
در دو وطریقش یکی آنست که بنویسم عددی را که تضعیف او مطلوب است واز یمین ابتدا
کرده تضعیف سازیم صورت عدد را بحفظ مرتبه پس حاصل تضعیف اگر کم از ده باشد زیر آن
مرتبه برنگاریم واگر زیاده از ده حاصل شود زیادتی که از ده است در زیر او نگاریم وبرای
ده یکی را در ذهن محفوظ داریم واین محفوظ را بر تضعیف مرتبهٔ ثانی برافزائیم [illegible]

ثاني صفر باشد همان محفوظ را زیر صفر بنویسیم که تضعیف صفر همان صفر می باشد و اگر ده حاصل شود صفر را در زیر عددی که تضعیف او کرده ایم نهیم و برای ده یکی را مرفوع سازیم همچنین تا آخر برسیم * مثالش خواستیم که تضعیف سازیم هفتاد و پنج هزار و شصت و سه را نوشتیم بدین صورت

۷۵۰۶۳
۱۵۰۱۲۶

و آمدیم بر عمل پس صورت رقم اول را که سه است تضعیف نمودیم شش شد چون شش از ده کم بود همان شش را بعد کشیدن خط عرضي در تحتش نوشتیم و باز صورت رقم شش را که در یسار اوست بي تعیین مرتبه مضاعف ساختیم دوازده شد دو را در زیر شش نهادیم و از برای ده یکی را در ذهن گرفتیم چون بجانب چپ او صفر بود همان یکی را در تحت صفر بعینه نگارش کردیم باز تضعیف پنج را که ده است چون از ده زیادتي نداشت صفر را در زیر پنج نهادیم و برای ده یکی را یاد داشتیم و باز هفت را تضعیف نمودیم و بر تضعیف هفت که چهارده است یکی را که در ذهن بود افزودیم پانزده شد چون بجانب چپ او عددی دیگر نبود همان پانزده را در تحتش نگاشتیم حاصل شد یک لکهه و پنجاه هزار و یک صد و بست و شش که مطلوب است

* طریق دویم از یسار بلکه از هر جا که خواهند بدون لحاظ مراتب و ابتدای یمین و یسار و طریقش چنانست که ضعف هر رقم تحت آن بنویسند اگر ضعف رقم کمتر از ده باشد و عدد یمین آن رقم زائد از اربع نبود و اگر عدد یمین زائد از اربع بود بر ضعف او واحد بیفزایند پس اگر ضعف رقم فقط خواه حاصل جمع مع الواحد زائد از عشر باشد زائد را تحت رقم بنویسند و عشر را ساقط کنند الا در حالیکه یسار آن کدام رقم دیگر نباشد و یا صفر بود واحد را در ان مرتبه بنویسند * مثلا درین مثال

۵۳۸۷۵۰۶
۱۰۷۷۵۰۱۲

چون سه را تضعیف کردیم شش شد و عدد یمین آن که هشت است زائد از اربع بود لهذا واحد بر ان افزوده هفت را تحت سه نوشتیم و پنج را که در مرتبهٔ اخیر است تضعیف نمودیم ده شد چون عدد یمین آن کمتر از اربع است و تضعیف مساوي ده شد لهذا صفر تحت پنج نوشتیم و واحد یسار آن و همچنین هشت را تضعیف نمودیم شانزده گردید و چون یمین آن زیاده از اربع است واحد بر ان افزودیم و از هفده هفت را که زائد بر عشر بود تحت هشت نوشتیم و عشر را ساقط کردیم و همچنین تحت هفت پنج نوشتیم و تحت پنج صفر نوشتیم و تحت شش دو و تحت صفر واحد و عمل تمام کردیم

* مطلب سیوم در تنصیف *

و آن دو نیمه کردن عدد است که عبارت از تجزیهٔ عدد بمتساویین یا تقسیم عدد بر دو باشد وطریقش یکی آن ست که از جانب یسار نمایند پس بنویسند عددی را که تنصیف او مطلوب است و صورت عدد اخیر را بی حفظ مرتبه تنصیف نمایند پس اگر زوج باشد حاصل تنصیف را در تحت او نویسند و اگر فرد بود چون حاصل تنصیف آن صحیح مع الکسر خواهد شد پس صحیح را تحت آن عدد نگارند و برای کسر عدد پنج را بر حاصل تنصیف عدد یمین او بیفزایند و اگر یمین او صفر یا واحد باشد عدد پنج را تحت آن صفر یا واحد بنویسند و اگر در یمین آن هیچ عدد نباشد پس نصف را بدین صورت نویسند ½ چنانکه درین مثال

۸۳۰۱۴۰۸
۴۱۵۰۷۰۴
½

صورت رقم اخیر را که هشت است تنصیف نمودیم چهار شد بعد خط فاصل در تحت هشت نوشتیم باز سه را تنصیف کردم یک و نیم کردید یک را در تحتش نگاشتم و برای نصف پنج را مرفوع نمودم و چون بجانب یمین او صفر بود همان پنج را تحت صفر نوشتم و باز نصف یکی صحیح نبود لهذا تحت آن صفر نهادم و برای نصف پنج را محفوظ داشته بر تنصیف چهار که دو است افزودم و هفت را تحت چهار نگاشتم و تحت صفر صفر نوشتم چراکه نصف صفر هم صفر میشود به سبب خالی بودن مرتبه و پنج را که یمین صفر بود تنصیف کردم دو تحت پنج نوشتم و نصف را در زیر آن نگاشتم چراکه مراتب تمام شده * وطریق دیگر آن ست که از یمین شروع کنند بلکه از هر جا که خواهند بلا لحاظ یمین و یسار شروع سازند باید که هر عدد را که تنصیف کنند ملاحظه نمایند اگر عدد زوج است و در یسار آن عدد فرد پس بر تنصیف آن پنج افزوده تحتش بنویسند والا نصف آن را تحت او نگارند و اگر عدد فرد باشد از نصف آن صرف صحیح را تحت او نویسند و برای کسر عدد پنج را بر نصف عدد یمین او بیفزایند و اگر واحد باشد چون نصف آن صحیح نیست لهذا صفر تحت او نویسند و اگر صفر باشد نیز صفر نویسند بالجمله ملاحظهٔ یسار هر عدد برای لحاظ فردیت و زوجیت ضرور است که اگر در یسار آن فرد باشد عدد پنج بر نصفش بیفزایند * مثلاً درین مثال

۲۷۶۵۰۳
۱۳۸۲۵۱
½

تحت سه واحد و نصف نوشتم و تحت صفر پنج چراکه در یسار او عدد فرد واقع شده بود و تحت پنج دو و تحت شش هشت و تحت هفت سه و تحت دو واحد نگاشتم و عمل تمام کردم

* مطلب چهارم در جَمْعْ *

وآن عبارت است از زیاده نمودن عددی بر عددی دیگر وطریق عملش چنانست که هردو عدد را مُتَحَاذِیْ اَلْمَرَاتِبْ بنویسند وابتدای عمل از یمین کنند وعددین متحاذیین را جمع نمایند وحاصل جمع را اگرکمتر از عشر باشد تحت آن نویسند واگر زائد از عشر بود قدر زائد را واگر مساوي عشر باشد صفر را تحت آن نگارند وبرای عشر واحد را در ذهن محفوظ داشته وبر عدد یسار افزوده با محاذي او جمع کنند وبهمان طور تحت آن بنویسند ودر هر مرتبه که محاذي عدد عدد دیگر نباشد پس آن عدد را بعینه نقل کنند چنانکه درین مثـــــــــال چون دو وشش محاذي یک دیگراند ومجموع آنها هشت می شود هشت را تحت آن بعد خط عرضي نوشتم وباز هفت را با پنج جمع نمودم دوازده شد دو را که زائد علی العشره بود تحت آن نکاشتم وبرای عشر واحد را محفوظ داشته بریسار او افزودم چون دران مرتبه سه وشش محاذي بود پس مجموع مع واحد محفوظ ده گردید زیر آن صفر نوشتم وباز برای ده واحد را محفوظ نموده بریسار او افزودم چون صفر محاذي هفت بود پس هفت را مع واحد محفوظ جمع نموده هشت را تحت آن نکاشتم وچون محاذي عدد سه که در اخیر است عدد دیگر نبود بجنس آن را تحت او نوشتم وعمل تمام کردم وبایدد انست که اگر سطور اعداد مَطْلُوْبَةُ الْجَمْعْ کثیر باشد پس جمیع سطور را مُحَاذِیْ اَلْمَرَاتِبْ نوشته بطوریکه مذکور شد جمع نمایند ودر جمع اگر حاصل جمع زائد از عشرات باشد عدد زائد را تحت آن نویسند وبرای عشرات صورت ارقام آن را محفوظ داشته بریسار بیفزایند اعنی چنانکه برای عشر واحد را می افزودند برای عشرین دو را وبرای ثلثین سه را وهمچنین برای یک صد وده یازده را وعلی هذا سوای آن صُوْرَتُهُ هٰکَذَا

۳۰۳۷۲
۷۶۵۶
۳۸۰۲۸

* مطلب پنجم در تَفْرِیْق *

وآن نقصان عددی است از عددی دیگر وطریق عمل آن چنانست که عدد منقوص را تحت عدد منقوص منه مُتَحَاذِیَةُ الْمَرَاتِبْ نویسند وابتدا کنند از جانب یمین ونقصان کنند هر صورت عدد را از عددیکه محاذي وفوق اوست اگر ممکن باشد یعني عدد منقوص کمتر از منقوص منه بود واگر عدد منقوص زائد باشد از منقوص منه پس بر منقوص منه ده افزوده عدد منقوص را اساقط کنند وباقي را تحت آن بنویسند واگر هیچ باقي نماند صفر بنویسند

۴۳۲۱
۸۷۵
۳۸۷
۱۹۲۳
۷۵۰۶

از براي عشر که افزوده شده است واحد محفوظ داشته بر عدد یسار منقوص بیفزایند و باز آنرا از منقوص منه که محاذي اوست بطور مذکور ساقط کنند تا آخر و اگر از منقوص منه چیزی باقي ماند آن را بعینه نقل کنند * مثاله خواستم که این اعداد ۸۴۹۷۱ منقوص را ازین اعداد ۲۳۰۰۳۷۰۸۲ منقوص منه ساقط کنم صورته ـــــــ

۲۳۰۰۳۷۰۸۲
۸۴۹۷۱
۲۲۹۹۸۲۰۸۱

واحد را که در مرتبهٔ آحاد منقوص است از دو که در آحاد منقوص منه محاذي او واقع شده ساقط کردم واحد را که باقي ماند تحت او نوشتم و باز هفت که در یسار اوست نقصان آن از پنج که محاذي اوست متعذر بود لهذا ده افزوده هفت را از پانزده ساقط کردم وهشت باقي را تحت آن نوشتم وبراي ده که افزوده شده است واحد محفوظ داشته برنه که در یسار منقوص است افزودم ده شد چون محاذي صفر افتاد لهذا بجاي صفر ده خیال کرده و ده را از ده ساقط کردم چون هیچ نماند صفر تحت او نوشتم وباز براي ده واحد محفوظ داشته بر چهار افزودم و آنرا از هفت که محاذي او بود ساقط کردم دو باقي ماند تحت آن نوشتم باز چون نقصان پنج از سه متعذر بود لهذا ده بر سه افزوده پنج را از سیزده ساقط کردم وهشت که باقي ماند تحت آن نوشتم و واحد محفوظ که براي ده است چون عدد دیگر از منقوص نبود که بر او افزوده شود پس همان واحد را از محاذي او که صفر بود ده خیال کرده ساقط کردم ونه باقي را تحت آن نوشتم و همچنین باز براي ده واحد محفوظ داشته آنرا نیز از محاذي او که باز صفر است صفر را ده خیال کرده ساقط کردم ونه باقي تحت آن نوشتم وبراي ده واحد را محفوظ داشته آنرا از سه که محاذي اوست ساقط کردم ودو را تحت آن نوشتم چون الحال از محفوظ هم هیچ نماند واز منقوص منه دو باقي است بعینه نقل کردم

* مطلب ششم در ضَرْبْ *

وآن عبارت از مسطح نمودن عددي است در عددي دیگر وحاصل کردن عدد ثالث که نسبت احد المضروبین اعني مضروب یا مضروب فیه بسوي آن عدد مثل نسبت واحد بطرف آخر باشد وبعضي گویند که ضرب تضعیف احد المضروبین بعدهٔ آخر است وبعضي گویند که ضرب جمع امثال احد المضروبین است بعدهٔ آخر بهر تقدیر حاصل الضرب اعني عدد ثالث را مُسَطَّحُ المَضْرُوبَین گویند ومضروبین را ضِلْعَین نیز خوانند وحاصل ضرب عدد في نفسه را مربع آن عدد

گویند و ضرب بر سه قسم است ضرب مفرد در مفرد و ضرب مفرد در مرکب و ضرب مرکب
در مرکب اما ضرب مفرد در مفرد نیز سه قسم است یکی ضرب آحاد در آحاد دویم ضرب آحاد
در مفرد غیر آحاد سیوم ضرب مفرد غیر آحاد در مفرد غیر آحاد و ما هر یک اقسام را در بیانی علیحده وا نمایم

* بیان ۱ اول در ضرب آحاد فی الآحاد *

باید دانست که اگر احد المضروبین واحد است پس حاصل الضرب بعینه آن دیگر خواهد شد
و اگر احد المضروبین اثنین است پس حاصل الضرب تضعیف آن دیگر است و اگر احد المضروبین
سه باشد پس حاصل الضرب مجموع تضعیف آن دیگر با آن دیگر خواهد بود و اگر احد المضروبین
چهار بود پس حاصل الضرب ضِعفُ الضِّعْفِ دیگر است و اگر احد المضروبین پنج بود باید که
بر یمین دیگری صفر نهاده تنصیف سازند مثلا خواستم که نه را در واحد ضرب کنم حاصل الضرب
همان نه شد و اگر نه را در دو ضرب کنم حاصل الضرب تضعیف نه که هیجده است گردید
و اگر نه را در سه ضرب نمایم بر هیجده که تضعیف نه است نه افزودم و جمع کردم پس
حاصل الضرب بست و هفت شد و اگر نه را در چهار ضرب سازم هیجده را که تضعیف نه است
تضعیف نمودم سی و شش حاصل الضرب شد و اگر نه را در پنج ضرب کنم بر نه صفر نهادم
نود شد و آنرا تنصیف نمودم چهل و پنج حاصل الضرب گردید و همچنین اگر احد المضروبین
شش باشد پس ضِعفُ الضِّعفِ آن عدد را با ضعف آن عدد جمع سازند علی هذا القیاس تا نه که
اخیر آحاد است و بطریق دیگر اگر مضروبین زیاده از پنج باشند پس مضروبین را جمع نمایند
و انچه زائد بر ده باشد آنرا عشرات شمار کرده و فضل عشر بر هر یکی از مضروبین را باهم ضرب
کرده بر ان بیفزایند مثلا خواستم که هشت را در شش ضرب کنم هر دو را جمع نمودم چهارده شد
و چهار را که زائد علی العشر است عشرات شمار کردم چهل شد و چون فضل عشر بر شش چهار است
و فضل عشر بر هشت دو پس چهار را در دو ضرب نمودم هشت شد آن را بر چهل افزودم
حاصل الضرب چهل و هشت گردید و بطریق دیگر بر یمین احد المضروبین صفر نهند که آحاد عشرات
گردد و آنرا محفوظ دارند و فضل عشر بر دیگر را در اول ضرب نموده حاصل آن را از عدد
محفوظ نقصان نمایند مثلا در مثال مذکور بر یمین هشت صفر نهادم هشتاد شد باز فضل عشر را
بر شش که چهار است در هشت ضرب نمودم سی و دو گردید آن را از هشتاد ساقط کردم باقی

چهل و هشت ماند که مطلوب است و همچنین اگر احد المضروبین نه باشد و دیگری هفت پس
بر نه صفر نهاده نود شمار کردم سه را که تفاضل عشر بر هفت است در نه ضرب کرده از نود ساقط
کردم باقی شصت و سه ماند که مطلوب است و اگر بر هفت صفر نهاده هفتاد شمار کنم و واحد
را که تفاضل عشر بر نه است در هفت ضرب کرده ساقط نمایم نیز همان شصت و سه حاصل میشود
* فائده * اگر احد المضروبین نه باشد پس از مضروب آخر واحد کم کرده بران صفر نهند
که عشرات گردد و فضل عشر را که بران آخر است بیفزایند مثلا اگر خواهم نه را در هشت
ضرب کنم پس از هشت واحد کم کرده بر هفت صفر نهادم هفتاد شد و بران فضل عشر
بر هشت را که دو است افزودم هفتاد و دو شد و آن مطلوب است
* فائده * اگر احد المضروبین هشت باشد ضعف مضروب آخر را از ده امثال او ساقط
کنند مثلا اگر هشت را در شش ضرب کنم پس از ده امثال شش اعنی شصت دوازده را
ساقط کردم باقی چهل و هشت ماند که مطلوب است
* فائده * اگر احد المضروبین شش باشد بر مضروب آخر صفر نهاده تنصیف کنند و بران
مضروب آخر را بیفزایند چنانکه در مثال مذکور اگر بر هشت صفر نهاده هشتاد را تنصیف کنم چهل
می شود و بران هشت افزایم چهل و هشت خواهد شد که مطلوب است و این فوائد در ضرب
مفرد فی المرکب نیز کافی می شود چنانکه عنقریب مذکور شود انشاء الله تعالی بدانکه برای
ضرب آحاد فی الآحاد این شکل منبری کفایت میکند و بهتر آن ست که ضرب آحاد فی الآحاد
را یاد گیرند که با مثال چنین قوانین احتیاج نیفتد و باقی جمیع اقسام ضرب بروی آسان شود
و بدانکه چون حاصل ضرب واحد در هر عدد همان عدد می شود لهذا نوشتن واحد در مضروب
و مضروب فیه ضرور نبود و درین جدول حاصل الضرب هریک از مضروب و مضروب فیه را
در خانهٔ که مقابل یک دیگر است نوشته شد فافهم وهذا جدوله * (جدول ۳)

* بیان دویم در ضرب آحاد در مفرد غیر آحاد
وضرب مفرد غیر آحاد در مفرد غیر آحاد *

باید دانست که درین هر دو قسم اول صورت مضروب و مضروب فیه را بلا لحاظ مرتبه
و صفر با یک دیگر ضرب کنند چنانکه در ضرب آحاد فی الآحاد گفته شد بعد از ان صفر را که در

احد المضروبین است بر یمین آن بیفزایند و اگر در مضروبین صفر باشد مجموع اصفار هر دو را
بر یمین آن بیفزایند و نیز اگر بعد ضرب از مجموع مراتب مضروبین واحد کم کرده باقی را
مراتب آحاد حاصل الضرب قرار دهند می تواند شد مثلاً اگر خواهم که بست را در سه ضرب کنم
صورت بست را بلا لحاظ مرتبه و صفر که دو واست در سه ضرب کردم شش شد و چون در احد المضروبین
یک صفر بود آن را بر یمین او افزودم شصت شد و نیز اگر از مجموع مراتب مضروبین
که سه است اعنی بست که عشرات است دو مرتبه و سه که آحاد است یک مرتبه دارد و مجموع آن
سه می شود از ان واحد کم کردم دو باقی ماند و چون حاصل الضرب که شش است در مرتبهٔ
آحاد واقع شده پس آن را در مرتبهٔ دویم که مرتبهٔ عشرات است قرار دادم نیز شصت شد و اگر
نود را در سه ضرب کنم نه را در سه ضرب کردم بست و هفت شد و بر یمین آن یک صفر که در
احد المضروبین بود نهادم دو صد و هفتاد شد و نیز اگر آحاد حاصل الضرب را که هفت است در مرتبهٔ دویم
قرار دهم دو صد و هفتاد می شود و اگر بست را در سی ضرب کنم پس دو را در سه ضرب کرده
بر یمین حاصل الضرب که شش است دو صفر نهادم چرا که در هر دو مضروبین یک یک صفر بود و نیز
اگر از مجموع مراتب مضروبین واحد کم کنم مرتبهٔ سیوم باقی می ماند و آن مرتبهٔ مئات است
پس بهر دو صورت ششصد می شود و آن مطلوب است و همچنین اگر بست را در چهار صد
ضرب کنم دو را در چهار ضرب نمودم هشت شد و بر یمین آن مجموع اصفار مضروبین را
که سه صفر است افزودم هشت هزار گردید ۸۰۰۰

* بیان سیوم در ضرب مفرد فی المرکب *

و آن دو قسم است یکی ضرب آحاد فی المرکب دویم ضرب مفرد غیر الآحاد فی المرکب
و صاحب عیونِ الحِسَاب این را ضرب بسیط نام نهاده و طریقش آن ست که ابتدای ضرب
از جانب یمین نمایند و صورت مفرد را که احد المضروبین است در هر یک صورت مضروب آخر
که مرکب است ضرب نموده حاصل الضرب را اگر آحاد باشد بعینه تحت آن بعد خط عرضی
نویسند و اگر عشرات بود صفر نهند و اگر زائد علی العشرات بود قدر زائد را ثبت نمایند و برای
عشرات صورت آنرا محفوظ دارند و بر حاصل الضرب عدد مرتبهٔ ثانی بیفزایند چنانکه در جمع
گفته شده است و اگر حفظ صورت العشرات مُتَعَذِّر باشد یسار آن نویسند و آحاد حاصل الضرب

مرتبهٔ ثاني را تحت عشرات حاصل الضرب اول ثبت نمایند وجمع سازند و در هر مرتبهٔ مرکب که صفر واقع شود عشرات حاصل الضرب یمین اورا تحت آن نگارند والا صفر نهند و همچنین تا عمل تمام شود پس اگر مفرد غیر الآحاد است اصفار آن را بر یمین حاصل الضرب بیفزایند

۹
۴۳۷۰۶
۳۹۳۳۵۴

مثلا خواستم که نه را درین عــــــــــــدد ضرب کنم پس ابتدا از جانب یمین نمودم اول نه را در شش ضرب ساختم پنجاه وچهار شد چهار را که زائد علی العشرات بود تحت شش بعد خط عرضي نوشتم وچون در یسار شش صفر بود پنج را که صورت عشرات بود تحت صفر نگاشتم باز نه را در هفت ضرب نمودم شصت و سه گردید سه را که زائد علی العشرات بود تحت هفت نوشتم و برای شصت شش را که صورت اوست محفوظ داشتم وباز نه را در سه ضرب کردم بست وهفت شد شش بران افزودم سي وسه گردید سه را که زائد علي العشرات بود تحت سه نوشتم وسه را که صورت عشرات بود محفوظ داشتم وباز نه را در چهار ضرب نمودم سي وشش شد سه بران افزودم سي ونه گردید نه را در تحت چهار نگاشتم و چون مراتب عمل اخیر شده سه را که صورت عشرات بود در یساران نوشتم و همچنین اگر خواهم که نود را در همان اعداد ضرب نمایم پس بر حاصل الضرب مذکور یک صفر نهادم بدینصورت ۳۹۳۳۵۴۰ شد واگر نهصد ضرب کنم دو صفر نهم و علی هذا

* فائده * اگر احد المضروبین نه باشد پس بر مضروب آخر صفر نهاده مضروب آخر را ساقط کنند که باقي حاصل الضرب مطلوب خواهد شد چنانچه در ضرب آحاد فی الآحاد مذکور گردیده مثلا

۴۳۷۰۶۰
۴۳۷۰۶
۳۹۳۳۵۴

در مثال مذکور بر مضروب آخر که ۴۳۷۰۶ بود صفر نهادم بدینصورت شــــد پس مضروب آخر را ساقط نمودم باقي همان ماند که مطلــوب بود

* فائده * اگر احد المضروبین هشت باشد بر مضروب آخر صفر نهاده ضعف مضروب آخر را از و ساقط کنند که باقي حاصل الضرب مطلوب بود مثلا خواستم که این اعداد ۹۷۵۴ را در هشت

۹۷۵۴۰
۱۹۵۰۸
۷۸۰۳۲

ضرب نمایم بر مضروب آخر صفر نهادم بدینصورت شــــــــــــد وضعف انرا که ۱۹۵۰۸ بود ساقط کردم باقي که تحت خط عرضي است مطلوب برآمد

* فائده * صاحب عیونُ الحِسابْ برای ضرب نه در عدد مرکب قاعدهٔ خاص بیان کرده اگرچه خالي از تکلّف واشکال نیست لکن بلحاظ غرابت ان بیان کرده میشود که اول عدد مرکب را بنویسند

وابتدای عمل از جانب راست نمایند وآحاد مرکب را از ده ساقط کرده باقی را تحت او بعد خط عرضی نویسند وبعد ازان واحد برعدد یسار او که بمرتبهٔ عشرات است افزوده مجموع را از عدد یمین که در مرتبهٔ آحاد بود نقصان سازند اگر ممکن باشد و باقی در یسار آن اول نویسند و اگر ممکن نباشد ده بران عدد یمین افزوده نقصان کنند و باز برای همان ده که افزوده‌اند واحد را بر عدد یسار که بمرتبهٔ مئات واقع شده باشد افزایند و از عدد یمین او که بمرتبهٔ عشرات است بکاهند اگر ممکن باشد و باقی در یسار بنویسند و اگر ممکن نباشد ده بران افزوده بکاهند و در مرتبهٔ اخیر ملحوظ دارند که اگر واحد براو افزوده شود پس واحد را از عدد اخیر ساقط کرده باقی در یسار آن نویسند و اگر واحد افزوده نشده همان عدد اخیر را بعینه نگارند مثلاً خواستم که ۹۷۵۶ را در نه ضرب کنم اول شش را از ده ساقط کرده چهار را که باقی ماند ه تحت آن نوشتم باز بر پنج که در مرتبهٔ عشرات بود واحد افزوده از شش ساقط نمودم هیچ باقی نماند پس صفر را تحت پنج نوشتم باز چون هفت که در مرتبهٔ مئات است از پنج که در یمین اوست ساقط نمیتوانست شد لهذا بر پنج ده افزوده هفت را از پانزده ساقط کردم و هشت را که باقی ماند در یسار آن نگاشتم وبرای ده واحد بر نه که مرتبهٔ اخیر بود افزودم ده شد چون ده از هفت که در یمین او بود ساقط نمی‌توانست گردید لهذا ده بر او افزوده ده را از هفتده ساقط کردم و هفت را که باقی ماند در یسار آن نگاشتم و چون بر عدد اخیر واحد افزوده شده بود لهذا واحد را از نه کم کردم و هشت را که باقی ماند در یسار آن نوشتم و عمل تمام کردم و همچنین اگر خواهم که ۳۴۵۹۷۸ را در نه ضرب کنم پس هشت را از ده ساقط کرده دو را که باقی ماند تحت آن نوشتم و واحد بر هفت افزوده از هشت ساقط کردم صفر در یسار آن نگاشتم و شش را از هفت ساقط نمودم واحد باقی ماند در یسار آن نوشتم و پنج را از شش و چهار را از پنج و سه را از چهار ساقط کرده در هر مرتبه که واحد باقی ماند در یسار یک دیگر نوشتم و چون بر مرتبهٔ اخیر واحد افزوده نشده پس سه را که در مرتبهٔ اخیر بود بعینه در یسار نوشتم مطلوب برآمد

۹۷۵۶
۸۷۸۰۴

۳۴۵۹۷۸
۳۱۱۱۰۰۲

* فائده * اگر احد المضروبین پنج باشد پس بر یمین مضروب آخر که مرکب است صفر نهاده تنصیف سازند که مطلوب حاصل شود چنانکه در ضرب آحاد فی الآحاد هم مذکور گردیده مثلاً خواستم که ۲۵۴ ...

را در پنج ضرب کنم بر یمین او صفر نهادم و تنصیف نمودم بدین صورت گردید فافهم

٢٥٣٨٠
١٢٦٩٠

* بیان چهارم در ضرب مرکب فی المرکب که مراتب آن قلیل باشد *

بدانکه مراتب مرکب اگر قلیل باشد پس آنرا تحلیل بمفردات نمایند و هریک مفرد را از مضروب در هریک مفرد از مضروب فیه ضرب ساخته حاصلات آنرا جمع کنند مثلا خواستم که بست و پنج را در سه صد و چهل ضرب کنم پس آنرا تحلیل بمفردات کردم و اول پنج را در چهل ضرب کردم دو صد شد و باز پنج را در سه صد ضرب نمودم پانزده صد شد و باز بست را در چهل ضرب کردم و باز در سه صد ضرب نمودم و جمع ساختم مطلوب حاصل شد بدینصورت و این قاعده برای ضرب مفرد فی المرکب و ضرب مرکب فی المرکب کثیر نیز جاری است و صاحب خلاصة الحساب قواعد چند برای ضرب مرکب فی المرکب و مفرد فی المرکب که قلیل باشد بیان نموده چون خالی از فوائد نیست لهذا نقل کرده میشود

٢٠٠
١٥٠٠
٨٠٠
٦٠٠٠
٨٥٠٠

* قاعده در ضرب آحاد فیما بین العشرة و العشرین * باید که مضروبین را جمع کرده از مجموع ده ساقط کنند و بر باقی صفر نهاده عشرات سازند و باز فضل عشر علی الآحاد را در آحاد مرکب ضرب نموده حاصل را نقصان نمایند که باقی مطلوب باشد مثلا خواستم که هشت را در چهارده ضرب کنم مضروبین را جمع نمودم بست و دو شد ده از و ساقط کردم و بر دوازده که باقیماند صفر نهادم یکصد و بست گردید و چون فضل عشر بر هشت دو است دو را در چهار که آحاد مرکب است ضرب نموده هشت را که حاصل الضرب بود از یکصد و بست ساقط نمودم یکصد و دوازده باقیماند که مطلوب است

* قاعده در ضرب فیما بین العشرة و العشرین بعضه فی بعض * باید که آحاد احد المضروبین را بر مضروب آخر بیفزایند و بر یمین حاصل الجمع صفر نهاده عشرات سازند و باز آحاد مضروبین را با یکدیگر ضرب کرده بر او بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که دوازده را در سیزده ضرب کنم سه را که آحاد احد المضروبین است بر مضروب آخر که دوازده است افزودم پانزده شد و بر آن صفر نهادم یکصد و پنجاه گردید و باز دو را در سه ضرب کردم که آحاد مضروبین بود شش را که حاصل الضرب است بر یکصد و پنجاه افزودم یکصد و پنجاه و شش گردید و آن مطلوب است

* قاعده در ضرب فیما بین العشرة و العشرین فیما بین العشرة و المائة من المرکبات *

باید که آحاد اقل المضروبین را در صورت عشرات اکثر المضروبین ضرب نموده حاصل ضرب را بر اکثر المضروبین بیفزایند و جمع نموده بریمین آن صفر نهند تا آحاد عشرات گردد و باز آحاد مضروبین را باهم ضرب کرده بران بیفزایند مثلا خواستم که دوازده را در بست و شش ضرب کنم دو را که آحاد اقل المضروبین است در دو که صورت عشرات اکثر المضروبین بود ضرب نموده وچهار را که حاصل ضرب گردید بر بست و شش که اکثر المضروبین است افزودم سی شد وبریمین آن صفر نهادم سه صد گردید و باز دو را در شش ضرب نمودم که آحاد مضروبین بود ودوازده را که حاصل ضرب است برسه صد افزودم سه صد ودوازده شد و آن مطلوب است

* قاعده در ضرب اعداد در پانزده یا در یکصد و پنجاه یا در یک هزار و پانصد * باید که نصف آنعدد برا و بیفزایند پس اگر نصف آنعدد صحیح است بریمین مجموع یک صفر نهند اگر در پانزده ضرب کنند و دو صفر نهند اگر در یک صد و پنجاه ضرب نمایند و سه صفر نهند اگر در یک هزار و پانصد ضرب سازند و اگر نصف انعدد صحیح مع الکسر بود پس صحیح را براو افزوده برای کسر پنج یا پنجاه یا پانصد بریمین ان بیفزایند مثلا خواستم که بست و چهار را در پانزده ضرب کنم دوازده را که نصف بست وچهار است براو افزوده برسی و شش که مجموع شد صفر نهادم سه صد وشصت گردید و آن مطلوب است و اگر بست وچهار را در یک صد و پنجاه ضرب نمایم بر مجموع دو صفر نهم و اگر در یک هزار و پانصد ضرب کنم برمجموع سه صفر نهم و همچنین اگر بست و سه را در پانزده ضرب کنم پس نصف آن که یازده ونصف است براو افزودم سی وچهار شد و برای نصف که کسر بود پنج بر یمین آن افزودم سه صد وچهل و پنج گردید و همچنین اگر بست وسه را در یکصد و پنجاه ضرب نمایم بریمین سی وچهار پنجاه بیفزایم که سه هزار و چهار صد و پنجاه شود که مطلوب است و اگر در یک هزار و پانصد ضرب کنم بریمین سی وچهار پانصد بیفزایم سی وچهار هزار و پانصد گردد

* قاعده در ضرب اعدادیکه ما بین العشرین والمائة است از بست و یک تا نود و نه بعضها فی بعض سوای مفردات که عبارت از عقود باشد اعنی سی وچهل و پنجاه وغیر آن بشرطیکه عشرات مضروبین متساوی باشند مثلا بست وچهار را در بست وهفت ضرب کنند یا سی وهفت را در سی وشش و علی هذا القیاس پس طریقش آن ست که آحاد احد المضروبین را بر مضروب آخر بیفزایند و مجموع را در صورت عشرات موجوده ضرب نموده بریمین آن صفر گذارند

وباز آحاد مضروبین را با هم ضرب کرده براو بیفزایند که مجموع مطلوب خواهد بود مثلا خواستم که بست وسه را در بست وپنج ضرب کنم پس سه را که آحاد احد المضروبین بود بر بست وپنج افزودم وبست وهشت راکه مجموع شده در دو که صورت عشرات موجوده است ضرب ساختم پنجاه وشش گردید وبریمین آن صفر نهادم وباز سه را در پنج ضرب نمودم وپانزده راکه حاصل ضرب بود براو افزودم پانصد وهفتاد وپنج گردید

* قاعده در ضرب اعداد اکه ما بین العشرین والمائة است سیوای مفردات بشرطیکه عشرات مضروبین با هم مختلف باشند وطریقش این است که صورت عشرات عدد اقل را در عدد اکثر ضرب نمایند وآحاد اقل را در صورت عشرات اکثر ضرب سازند وجمع نموده بریمین آن صفر گذارند وآحاد مضروبین را با هم ضرب کرده بران بیفزایند که مطلوب برآید مثلا خواستم که بست وسه را در سي وچهار ضرب کنم اول صورت عشرات عدد اقل راکه دو است در سي وچهار که اکثر است ضرب نمودم شصت وهشت شد باز سه را که آحاد اقل است در سه که صورت عشرات اکثر است ضرب ساختم ونه را بر حاصل ضرب اول افزودم هفتاد وهفت شد بریمین آن صفر نهادم وباز آحاد مضروبین را با هم ضرب کردم وحاصل ضرب راکه دوازده است بر هفتصد وهفتاد افزودم هفتصد وهشتاد ودو گردید که مطلوب است

* قاعده در ضرب عددین مختلفین که نصف مجموع آنها مفرد باشد ومفرد عام است که آحاد باشد یا عشرات یا غیر آن وطریقش آنست که نصف مجموع مضروبین را في نفسه ضرب کنند واز حاصل الضرب مربع نصف تفاضل مضروبین را ساقط نمایند مثلا خواهم که بست وچهار را در سي وشش ضرب کنم چون مجموع مضروبین شصت ونصف آن سي است پس آن را في نفسه ضرب کردم واز حاصل ضرب که نه صد است مربع نصف تفاضل مضروبین را ساقط کردم اعني تفاضل مضروبین دوازده است ونصف آن شش ومربع شش سي وشش است پس سي وشش را از نه صد ساقط نمودم هشتصد وشصت وچهار باقیماند وآن مطلوب است وهمچنین اگر هشت را در شش ضرب کنم چون مجموع مضروبین چهارده میشود ونصف آن هفت است پس از چهل ونه که مربع هفت است واحد راکه مربع نصف تفاضل مضروبین است ساقط نمودم باقي چهل وهشت ماند که مطلوب است

قاعده گاهي اسان میشود ضرب هرعددي درعددي دیگرکه بخواهند بدینوجه که نسبت کنند احدالمضروبین را بسوي عدد مرتبهٔ که فوق اوست اعني اگراحدالمضروبین در مرتبهٔ آحاداست آنرا بسوي عشرات نسبت کنند واگر در مرتبهٔ عشرات است آنرا بسوي مئات نسبت نمایند واگر در مرتبهٔ مئات است آنرا بسوی الوف نسبت سازند وبهمان نسبت عددی بمرتبهٔ تحت از مضروب آخر بگیرند اعني نسبت آن عدد بطرف مضروب آخر مثل نسبت مضروب اول بطرف منسوب الیه بود وآنرا بسط کنند بقدر مرتبهٔ منسوب الیه اول اعنی اگر منسوب الیه اول عشرات است آنرا هم عشرات سازند واگر مئات یا الوف است آنرا همچنان نمایند که مطلوب حاصل شود وباید دانست که این عمل جائی سهل می شود که نسبت اول به سهولت حاصل شود وبدانکه از نسبت مراد نسبت هندسي است اعني تنصیف وتثلیث وتربیع وغیرآن ونیز باید دانست که اگر در عدد ماخوذ از مضروب آخر کسر افتد کسر را نیز بهمان نسبت بسط مي سازند چنانکه از مثال فهم شود انشاء الله تعالی مثلاً خواستم که بست وپنج را در دوازده ضرب کنم چون بست وپنج در مرتبهٔ عشرات واقع است ونسبت آن بطرف صد نسبت ربع است پس ربع دوازده را که سه است بسط کرده مئات ساختم اعنی سه صد نمودم وآن مطلوب است وهمچنین اگر بست وپنج را در سیزده ضرب کنم چون ربع سیزده سه صحیح ویک ربع است وهرگاه بسط کرده مئات ساختم سه صد وبست وپنج شد اعني چون سه را بسط نمودم سه صد شد وچون ربع را بسط نمودم بست وپنج گردید چرا که ربع یک صد بست وپنج است

* قاعده که تسهیل ضرب در بعض مواد می شود وطریقش این است که احد المضروبین را تضعیف سازند مرة یا مرات تا مرکب مفرد شود ومضروب آخر را بهمان عدد یک مرتبه یا مرات تنصیف کنند اعني اگر یک مرتبه تضعیف کرده اند یک مرتبه تنصیف سازند واگر دو مرتبه تضعیف کرده باشند دو مرتبه تنصیف نمایند وبعد از ان حاصل تضعیف را در حاصل تنصیف ضرب نمایند که مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که بست وپنج را در شانزده ضرب کنم بست وپنج را دو مرتبه تضعیف نمودم یک صد شد وشانزده را دو مرتبه تنصیف نمودم چهار شد پس چهار را در صد ضرب ساختم چهار صد گردید آن مطلوب است وصاحب عیون الحساب گوید که در ضرب مرکب في المرکب اگر اعداد احد المضروبین ارقام متماثله باشند اعنی آحاد وعشرات ومئات

وغیر آن بیک صورت بوند چنانکه هفتاد و هفت خواه هفتصد و هفتاد و هفت خواه هفت هزار
و هفتصد و هفتاد و هفت باید که اول صورة ارقام متماثله را بطریق ضرب بسیط که ضرب مفرد در
مرکب است ضرب نمایند بعد ان آحاد حاصل را تحت خط عرضی نویسند و باز آحاد را مع
عشرات جمع نموده تحت عشرات نگارند و باز آحاد و عشرات و مئات را تحت مئات نگارند همچنین
تا عدة مراتب ارقام متماثله عمل نمایند و بعد از ان اگر عدة مراتب حاصل الضرب زیاده از مراتب
ارقام متماثله باشند پس برای هر مرتبه یک مرتبه را از یمین حاصل الضرب کم کرده جمع سازند
مثلا اگر عدة مراتب ارقام متماثله چهار است و عدة مراتب حاصل الضرب شش پس تا چهار
مرتبه در هر مرتبه صور ارقام را از آحاد جمع نموده تحت هر مرتبه نویسند و بعد از ان در مرتبهٔ
پنجم آحاد را گذاشته صور ارقام را از عشرات جمع سازند و در مرتبهٔ ششم آحاد و عشرات را گذاشته
از مئات جمع نمایند و همچنین عمل تمام کنند و هر جا که حاصل الجمع زائد علی العشرات بود
زائد را تحت آن نویسند و برای عشرات صورت آنرا محفوظ داشته بر حاصل الجمع مرتبهٔ ثانی
که یسار اوست بیفزایند چنانکه در جمع گفته شده و اگر حاصل ضرب کمتر از ارقام متماثله یا برابر
بود پس هر گاه از روی جمع تا مراتب اخیر حاصل ضرب برسند رقم اخیر جمع را بقدر باقی
مراتب ارقام متماثله مکرر ساخته بعد از ان آحاد را گذاشته و بعد از ان مئات را گذاشته تا مرتبهٔ اخیر
حاصل ضرب عمل سازند چنانکه مذکور شد مثلا خواستم که ٦٦٦٦ را در ٨٩٣٠٨٧ ضرب کنم
چون اعداد احد المضروبین ارقام متماثله است لهذا شش را که صور ارقام متماثله بود در مضروب
آخر بطریق ضرب بسیط ضرب ساختم حاصل الضرب ۵۳۵۸۵۲۲ گردید بعد از ان دو را تحت خط
عرضی تحت دو نوشتم که آحاد حاصل الضرب بود باز ارقام آحاد و عشرات را جمع نموده
چهار را تحت مرتبهٔ عشرات نگاشتم و باز ارقام آحاد و عشرات و مئات را جمع ساخته تحت
مرتبهٔ مئات نوشتم و ارقام آحاد و عشرات و مئات و الوف جمع کرده تحت مرتبهٔ الوف نگاشتم
و چون مراتب ارقام متماثله چهار بود لهذا بعد از ان آحاد حاصل الضرب را گذاشته ارقام
عشرات و مئات و الوف و عشرات الوف را جمع نموده تحت مرتبهٔ عشرات الوف نوشتم و باز آحاد
و عشرات حاصل ضرب را نیز گذاشته ارقام مئات و الوف و عشرات الوف و مئات الوف را
جمع ساخته تحت مرتبهٔ مئات الوف نوشتم و باز آحاد و عشرات و مئات را گذاشته جمع نموده و باز

آحاد و عشرات و مئات و الوف را گذاشته جمع نمودم و باز آحاد و عشرات و مئات و الوف و عشرات الوف را گذاشته جمع ساختم و باز آحاد و عشرات و مئات و الوف و عشرات الوف و مئات الوف را گذاشته جمع کردم و عمل تمام شد بدینصورت

۵۳۵۸۵۲۲	حاصل الضرب ضرب بسیط
۵۹۵۳۳۱۷۹۴۲	حاصل الضرب مطلوب فافهم

* فائده * صاحب عیون الحساب گوید که دانستن یک مقدمه برای قواعد ضرب ضروریست که اکثر قواعد رجوع بان دارند و آن مقدمه این است که هرگاه دو عدد را جمع کنند و عدد ثالث فرض نمایند هر عدد را که خواهند و فضل المجتمع علی العدد الثالث را بهمان عدد ثالث ضرب کنند پس اگر آن عدد ثالث اقل از ان هر دو عدد است فضل احد المجتمعین علی الثالث را در فضل ثانی المجتمعین علی الثالث ضرب نموده بر حاصل الضرب اول بیفزایند یا بالعکس اعنی اگر عدد ثالث از ان هر دو اکثر باشد پس فضل عدد ثالث را بر هر دو گرفته و باهم ضرب نموده بیفزایند که مجموع حاصل الضرب عددین مجتمعین خواهد بود بایک دیگر و اگر ثالث اقل از احد المجتمعین است پس فضل احد المجتمعین علی الثالث را در فضل الثالث علی ثانی المجتمعین ضرب نموده از حاصل الضرب اول نقصان نمایند که باقی مساوی حاصل ضرب عددین مجتمعین خواهد بود بایک دیگر مثلا دوازده را با هفت جمع نمودم نوزده شد و عدد ثالث پنج فرض کردم پس فضل نوزده که مجتمع است بر پنج که عدد ثالث است چهارده بر آمد آنرا در همان پنج ضرب نمودم هفتاد شد و باز فضل دوازده را بر پنج گرفتم هفت برآمد آنرا در فضل هفت بر پنج که دو است ضرب نمودم چهارده شد بر هفتاد افزودم هشتاد و چهار گردید و آن بعینه حاصل الضرب دوازده در هفت است و همچنین اگر عدد ثالث را پانزده فرض نمایم و فضل المجموع را که چهار است در پانزده ضرب کرده و بر حاصل الضرب که شصت شد مسطح سه در هشت که فضل پانزده بر هر یکی من المجتمعین است بیفزایم نیز مطلوب برآید و همچنین اگر نه را عدد ثالث فرض کنم و فضل المجموع را که ده است در نه ضرب نمایم و حاصل الضرب سه درد و که قدر تفاضل میان هر یکی از مجتمعین و عدد ثالث است از نود نقصان کنم نیز مطلوب حاصل شود پس بدانکه این مقدمه قاعدهٔ از قواعد ضرب است و عدد ثالث باید که از مجموع اقل باشد و نیز اگر عدد ثالث عقدی را از عقود فرض کنند عمل سهل میشود اعنی از عشرات خواه مئات را عدد ثالث فرض کنند مثل ده و یک صد و یک هزار و علی هذا

وقواعدیکه ازین مقدمه متفرع میشوند اکثری قبل ازین نقلاً از خلاصة الحساب بتحریر درآمده وبعضی الحال نقلاً از عیون الحساب بتحریر درمی آید

* قاعدهٔ اول در ضرب فیما بین العشرة والمائة بعضها فی بعض بشرطیکه آحاد هردو مضروبین عدد پنج باشد مثل ضرب بست وپنج درسی وپنج وعلی هذا طریقش این ست اول صورت عشرات مضروبین را باهم ضرب سازند ونصف مجموع صورت عشرات مضروبین بران افزوده بریمین حاصل جمع بست وپنج بیفزایند مثلا خواستم که هفتاد وپنج را درسی وپنج ضرب کنم نصف مجموع صورت عشرات مضروبین راکه پنج است بربست ویک که حاصل الضرب صورت عشرات بود افزودم بست وشش شد وبریمین ان بست وپنج نوشتم دوهزار وششصد وبست وپنج گردید بدینصورت ۲۶۲۵ وهمین است مطلوب واگر نصف مجموع صورت عشرات مضروبین صحیح نبود پس صحیح برحاصل الضرب صورت عشرات افزوده هفتاد وپنج بریمین مجموع بیفزایند مثلا خواستم که شصت وپنج را درهفتاد وپنج ضرب کنم پس برچهل ودو که حاصل الضرب صورت عشرات مضروبین است شش افزودم چراکه نصف المجموع شش صحیح ویک نصف بود بریمین ان هفتاد وپنج نوشتم چهار هزار وهشتصد وهفتاد وپنج شد بدینصورت ۴۸۷۵ وهو المطلوب

* قاعدهٔ دوم در تربیع اعداد ما بین العشرة والمائة بشرطیکه در مرتبهٔ آحاد او پنج باشد باید که عشرات ان عدد را در مجموع ان عدد معه پنج زائد ضرب کرده بست وپنج برحاصل الضرب بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که مربع چهل وپنج بدانم عشرات آنرا که چهل است در پنجاه که مجموع چهل وپنج معه پنج زائد است ضرب کردم دو هزار شد بست وپنج بران اضافه کردم دوهزار وبست وپنج مطلوب است

* قاعدهٔ سیوم برای تسهیل تربیع وآن گاهی بزیادت وگاهی بنقصان حاصل میگردد وطریقش آنست که از عددیکه تربیع او منظور است عدد دیگر قریب او که تربیع ان سهل باشد فرض کنند مثلا اگر خواهم که مربع بست وهفت یا مربع سی وسه وغیران بدانم عدد سی را فرض کردم که تربیع او سهل است چراکه سی را درسی ضرب کردن بقاعدهٔ ضرب مفرد فی المفرد بغایت اسان است واگر خواهم که مربع نود وشش بدانم پس عدد صد را فرض کردم که تربیع او بنهایت اسان است وتفاضل مابین عددین یعنی عدد مفروض وعدد مطلوب التربیع را در مجموع

همان عددین ضرب کرده حاصل الضرب را از مربع عدد مفروض نقصان کنند بشرطیکه عدد مفروض
زائد از عدد مطلوب التربیع باشد و بر مربع عدد مفروض بیفزایند اگر عدد مفروض ناقص باشد
که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که مربع بست و سه بدانم چون قریب آن عدد بست است
که تربیع او سهل می شود آنرا مربع نمودم چهارصد شد وتفاضل بین العددین را که سه است
در مجموع عددین که چهل و سه می شود ضرب کردم و حاصل الضرب را که یک صد و بست
و نه بود بر چهارصد افزودم پانصد و بست و نه شد و آن مطلوب است و همچنین اگر خواهم که مربع
بست و هفت بدانم چون قریب آن عدد سی است آنرا مربع نمودم نهصد شد وتفاضل بین العددین
را که سه است در پنجاه و هفت که مجموع عددین است ضرب نمودم یک صد و هفتاد و یک شد
آنرا از نهصد ساقط نمودم باقی هفتصد و بست و نه ماند وهو المطلوب و باید دانست که قاعدهٔ دویم
و قاعدهٔ سیوم هر دو در حقیقت یک است صرف فرق بیان است

* قاعدهٔ چهارم برای تسهیل ضرب که گاهی بزیادت و گاهی بنقصان حاصل می شود
و آن چنان است که عددی ثالث فرض کنند که ضرب او در احد المضروبین سهل باشد و ضرب نمایند
وتفاضل ما بین عدد مفروض و مضروب آخر را در مضروب اول ضرب نموده از حاصل الضرب
اول نقصان نمایند اگر عدد ثالث زائد باشد و بیفزایند اگر عدد ثالث ناقص بود که مطلوب بر آید
مثلا خواستم که بست و هشت را در چهل و چهار ضرب نمایم عدد ثالث سی را فرض کردم
که ضرب او در چهل و چهار سهل است و ضرب نمودم یکهزار و سه صد و بست گردید وتفاضل
ما بین سی و بست و هشت که دو است آنرا در چهل و چهار ضرب نمودم و حاصل الضرب ثانی
را از حاصل الضرب اول نقصان نمودم چرا که عدد مفروض زائد بود
یک هزار و دو صد و سی و دو باقی ماند و آن مطلوب است و اگر عدد ثالث چهل را
فرض کرده در همان مثال در بست و هشت ضرب نمایم وتفاضل ما بین عدد ثالث و مضروب
آخر را که چهار است نیز در بست و هشت ضرب نمایم و حاصل ضرب ثانی را بر حاصل ضرب
اول بیفزایم چرا که عدد ثالث ناقص است نیز مطلوب حاصل شود بدینصورت

۱۳۲۰
۸۸
۱۲۳۲

۱۱۲۰
۱۱۲
۱۲۳۲

* قاعدهٔ پنجم گاهی تسهیل ضرب به تحلیل احد المضروبین الی المفردات حاصل
می شود یعنی مثلا در سی و دو دو را جدا ملحوظ کنم و سی را جدا و هر دو جزء را در مضروب فیه

ضرب نموده جمع نمایم مثلاً خواستم که سي ودو را در بست وهفت ضرب کنم اول دو را در بست وهفت ضرب کردم وبعد ازان سي را در بست وهفت ضرب نمودم وهرده وحاصل ضرب را جمع ساختم هشتصد وشصت وچهار شد بدین صورت

۵۴	حاصل ضرب اول
۸۱۰	حاصل ضرب ثاني
۸۶۴	مجموع

واین قاعده کثیر النفع است در ضرب مرکب في المرکب که مراتب کثیره باشد

* قاعدهٔ ششم هر عددی را که در بست وپنج ضرب کند در یمین آن دو صفر نهاده نصف النصف سازند مثلاً خواستم که ۴۳۷۹ را در بست وپنج ضرب نمایم بر یمین آن دو صفر نهاده نصف النصف نمودم بدین صــــــــــورت تنصیف دویم مطلوب بود واین قاعده بعینه قاعدهٔ تضعیف احد المضروبین وتنصیف الآخر است چنانکه بالا مذکور شد

۴۳۷۹۰۰	
۲۱٬۹۵۰	تنصیف اول
۱۰۹۴۷۵	تنصیف دوم

* بیان پنجم در ضرب مرکب في المرکب که مراتب آن کثیره باشد وران محتاج بعمل کثیر میشوند واهل حساب قواعد آن بانواع وضع کرده اند وما هریک را بیان میکنیم واول قواعدیکه اسهل است آنرا بیان میسازم *

وباید دانست که هر چند مضروبین در ضرب برابراند اعني هریکی را از مضروبین که بخواهند مضروب قرار دهند ودیگری را مضروبٌ فیه لکن عادت اهل حساب چنان است که عدد اکثر را مضروب واقل را مضروبٌ فیه می نامند پس الحال هر جاکه لفظ مضروب اطلاق شود ازان اکثر المضروبین مراد است واز مضروب فیه اقل المضروبین

قاعدهٔ اول در ضرب بالتضعیف

واین را ضرب التکریر نیز گویند باید که مضروب را اول تضعیف نموده باز تضعیف را تضعیف نمایند وباز تضعیف التضعیف را تضعیف سازند اگر اعظم رقم مضروب فیه هشت یا نه باشد والا صرف تضعیف التضعیف کافي است وان همه تضعیفات را جائی ثبت نمایند پس شروع در ضرب کنند وملاحظه سازند آحاد مضروب فیه را که اگر واحد است بعینه مضروب حاصل الضرب خواهد بود واگر دو است تضعیف اول حاصل الضرب است واگر سه است مجموع تضعیف اول مع آن عدد حاصل الضرب باشد واگر چهار است تضعیف التضعیف حاصل ضرب بود واگر پنج است مجموع تضعیف التضعیف معه آن عدد حاصل ضرب شود اگر شش است مجموع تضعیف التضعیف معه تضعیف حاصل ضرب گردد

واگر هفت است مجموع تضعیف التضعیف معه تضعیف وآن عدد حاصل ضرب باشد واگر هشت است تضعیف تضعیف التضعیف مطلوب بود واگر نه است معه آن عدد مطلوب گردد درین صورت اگر خواهند اعداد حاصلات مابین تضعیفات را که بجمع حاصل می شود نیز ما بین تضعیفات ثبت نمایند بهتر است اگرچه طول عمل می شود اعني مابین تضعیف وتضعیف التضعیف تضعیف را با آن عدد جمع ساخته بنویسند تا برای ضرب در عدد سه کافي باشد وهمچنین مابین تضعیف التضعیف وتضعیف تضعیف التضعیف برای ضرب پنج وشش وهفت ثبت نمایند چنانچه مرقوم شد پس تحت مضروب فیه خط عرضي کشیده حاصل الضرب مضروب في الآحاد مضروب فیه را که از همان تضعیفات حاصل شده باشد تحت خط عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد مقابل آحاد مضروب فیه وعشرات مقابل عشرات واقع شود وآن حاصل الضرب را خواه بجمع تضعیفات حاصل کنند خواه منفرد ا منفرد ا ثبت نمایند اختیار دارند اعني اگر آحاد مضروب فیه سه است پس اگر خواهند تضعیف اول را معه آن عدد جمع نموده بنویسند خواه هر دو را جدا جدا تحت یکدیگر برنگارند بحیثیتیکه آحاد مقابل آحاد واقع شود وبعد از ان همچنان رقم عشرات مضروب فیه را مثل آحاد تصور نموده حاصل الضرب از تضعیفات مضروب بهم رسانیده تحت آن نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب مقابل عشرات مضروب فیه واقع شود واگر برای حفظ مرتبهٔ عشرات تحت آحاد اول صفر نهند وحاصل الضرب مرتبهٔ عشرات را بر یسار آن نویسند خوب است وهمچنین در مراتب مئات والوف وعمل تمام نمایند وجمع سازند که حاصل جمع مطلوب است مثلا خواستم که ۵۱۴۲۳۳۴۵ را در ۹۰۷۵۶ ضرب کنم مضروب را تضعیف نمودم چنانکه مذکور شد

۵۱۴۲۳۳۴۵ مضروب
۱۰۲۸۴۶۶۹۰ تضعیف اول
۲۰۵۶۹۳۳۸۰ تضعیف التضعیف
۴۱۱۳۸۶۷۶۰ تضعیف تضعیف التضعیف

۹۰۷۵۶ مضروب فیه

۱۰۲۸۴۶۶۹۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰
} مجموع این هر دو حاصل ضرب شش است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰۰
} مجموع این ضرب در پنج است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰۰
۱۰۲۸۴۶۶۹۰۰۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰۰۰
} مجموع این ضرب در هفت است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰۰۰۰
۴۱۱۳۸۶۷۶۰۰۰۰۰
} مجموع این ضرب در نه است

۴۶۶۶۹۷۷۰۹۸۸۲۰

تنبیه باید دانست که اگر در آحاد مضروب صفر باشد صفر را گذاشته تضعیفات نمایند
و بر حاصل الضرب که بعد جمع می شود صفر مضروب را بیفزایند

*قاعدهٔ دویم در ضرب شبکه که احسن طرق ضرب است

باید که شکلی ذو اربعه اضلاع ثبت کنند که درمیان آن مربعات صغار بعدهٔ مراتب مضروب و مضروب فیه طولا و عرضا توانند درست کرد اعنی اگر مراتب مضروب مثلاً پنج و مراتب مضروب فیه سه باشد مربعات صغار در طول پنج خانه و در عرض سه خانه باشد که همگی مربعات پانزده خواهد بود و هر مربعات صغار را بخطی مؤرب اعنی کج بین زاویهٔ فوقانی یمنی و زاویهٔ تحتانی یسری وصل کنند تا هر مربع منقسم بدو مثلث فوقانی و تحتانی شود بعد ازان مضروب را فوق خانه های طولانی و مضروب فیه را یمین خانه های عرضی نویسند بحیثیتیکه هر رقم محاذی یک خانه افتد و آحاد مضروب محاذی خانهٔ اخیر مراتب مضروب فیه واقع شود بعد ازان صورت ارقام مضروب را در صورت ارقام مضروب فیه مثل ضرب مفرد فی المفرد ضرب ساخته حاصل الضرب را در هر خانه که محاذی مضروبین باشد بنویسند بطوریکه آحاد در مثلث تحتانی و عشرات در مثلث فوقانی واقع شود و عمل تمام کنند و در هر مرتبه که عدد نباشد صفر در ان مثلث نهند و بعد ازان جمع کنند از جانب یمین هر اعداد را که درمیان خط مؤرب واقع شده باشد و هر یک خط مؤرب را مراتب آحاد و عشرات و مئات متصور سازند و حاصل جمع را زیر شبکه بنویسند مثلاً خواستیم که در مثال مذکور بطور شبکه ضرب نمایم بدینصورت شد (شکل ۹)

تنبیه میتواند شد که شکل ذو اربعه اضلاع را کج رسم کنند خواه خطوط مؤرب منصف را بین زاویهٔ تحتانی یمنی و فوقانی یسری کشند لکن این همه خالی از تکلف نیست لهذا صرف بهمین یک شکل اختصار افتاد

قاعدهٔ سیوم در ضرب تام که آنرا ضرب بالآس نیز خوانند

و طریقش که اسهل باشد این است که مضروبین را تحت یک دیگر نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذی آحاد و عشرات محاذی عشرات واقع شود و علی هذا پس آحاد مضروب را در جمیع اعداد مضروب فیه بطور ضرب بسیط ضرب نمایند و حاصل ضرب را تحت خط عرضی نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذی آحاد و عشرات محاذی عشرات مضروبین واقع شود بعد ازان عشرات

مضروب را در جمیع اعداد مضروب فیه بهمان طریق ضرب سازند و حاصل الضرب را تحت سطر حاصل الضرب اول بعد صفر مرتبهٔ آحاد نویسند تا آحاد حاصل الضرب ثانی محاذی عشرات حاصل الضرب اول واقع شود و همچنین مئات مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده حاصل را تحت سطر حاصل الضرب ثانی بعد دو صفر مرتبهٔ آحاد و عشرات نویسند و هکذا تا عمل تمام شود بعد ازان جمع نمایند اعداد جمیع سطور حاصل الضرب را که مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که ۹۲۰۸۳ را در ۴۷۵ ضرب نمایم مضروب فیه را تحت مضروب نوشتم هکذا

۹۲۰۸۳	مضروب
۴۷۵	مضروب فیه
۱۴۲۵	
۳۸۰۰۰	
۹۵۰۰۰۰	
۴۲۷۵۰۰۰۰	
۴۳۷۳۹۴۲۵	سطر حاصل الجمع که حاصل الضرب مطلوب است

و اول سه را که آحاد مضروب است در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودم اعنی اول در پنج ضرب کردم پانزده شد و پنج را که زائد علی العشرات بود تحت خط عرضی محاذی آحاد نوشتم و برای عشر واحد را در ذهن داشتم و باز همان سه را در هفت که بمرتبهٔ عشرات مضروب فیه است ضرب ساخته واحد محفوظ افزودم بست و دو گردید دو را در یسار پنج نوشتم و برای بست دو در ذهن داشتم و باز سه را در چهار ضرب کرده دو محفوظ برو افزودم چهارده شد آنرا در یسار رقم سابق نوشتم و باز هشت را که در مرتبهٔ عشرات مضروب است در پنج ضرب نمودم حاصل چهل شد برای چهل چهار را در ذهن داشتم و صفر را بعد صفر مرتبهٔ آحاد تحت حاصل الضرب اول نگاشتم و باز هشت را در هفت ضرب کرده چهار را برو افزودم شصت گردید باز صفر دیگر نهادم و برای شصت شش را در ذهن گرفتم و هشت را در چهار ضرب ساخته شش افزودم سی و هشت شد آنرا یسار اصفار نگاشتم و چون در مرتبهٔ مئات مضروب صفر بود و حاصل الضرب صفر در هر عدد صفر است لهذا آنرا گذاشتم و دو را که در مرتبهٔ الوف مضروب است در پنج ضرب نمودم حاصل ده شد پس صفر را در یسار سه صفر تحت حاصل الضرب ثانی نگاشتم و برای ده واحد را در ذهن داشتم و باز دو را در هفت ضرب نمودم و واحد افزودم پانزده شد پنج را در یسار آن چهار صفر نوشتم و واحد را در ذهن گرفتم و باز دو را در چهار ضرب نموده واحد افزودم نه شد آنرا در یسار پنج ثبت نمودم

ط

وهمچنین نه را که مرتبهٔ عشرات الوف مضروب است در جمیع اعداد مضروب فیه ضرب نموده حاصل را بعد چهار صفر تحت حاصل الضرب ثالث نگاشتم و جمع نمودم حاصل جمع مطلوب است. و بعضی مضروب فیه را هر مرتبه برای ضرب نقل مینمایند اعنی هرگاه آحاد مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودند باز مضروب فیه را یک مرتبه بطرف یسار نقل می کنند تا آحاد مضروب فیه محاذی عشرات مضروب واقع شود و همچنین تا آخر می رسند صورته هکذا

```
۹۲۰۸۳ مضروب
  ۴۷۵ مضروب فیه
 ---------
      ۴۷۵
     ۴۷۵
    ۴۷۵
   ۴۷۵
 ---------
     ۱۴۲۵
    ۳۸۰۰
    ۹۵۰
  ۴۲۷۵
 ۴۳۷۳۹۴۲۵
```

و بعضی شروع ضرب از اخیر مرتبهٔ مضروب مینمایند و مضروب فیه را بطوری می نویسند که آحاد مضروب فیه محاذی عدد اخیره مضروب واقع شود و بعد از آن مضروب فیه را یک مرتبه بطرف یمین نقل کنند و تا آحاد مضروب برسند صورته هکذا

```
۹۲۰۸۳ مضروب
  ۴۷۵ مضروب فیه
 ---------
 ۴۷۵
 ---------
  ۴۷۵
 ---------
   ۴۷۵
 ---------
 ۴۲۷۵
   ۹۵۰
   ۳۸۰۰
   ۱۴۲۵
 ---------
 ۴۳۷۳۹۴۲۵ حاصل الضرب
```

و بعضی در هر سه صور مذکوره هر مرتبه که ضرب نمودند جمع نمایند و محو و اثبات سازند اعنی هرگاه آحاد مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودند و عشرات مضروب را نیز در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب ساخته تحت او نوشتند هر دو حاصل الضرب را جمع می کنند و بر رقوم سابق خط محو می نهند و همچنین حاصل الضرب مئات را با حاصل الجمع اول جمع نموده بر حاصل الجمع اول خط محو می کشند بعضی در ضرب بسیط هم هر مرتبه محو و اثبات میکنند اعنی عشرات را در ذهن محفوظ دارند

* قاعدهٔ چهارم در ضرب تشعیب بدانکه ضرب تشعیب همان ضرب تام است که در آن هر مرتبه مضروب را مفرد نموده در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب می نمایند و از همه حاصل الضرب را تحت یک دیگر نوشته جمع می کنند چنانکه در مثال مذکور اول سه را که آحاد مضروب است ضرب نمودند بدین صورت

```
   ۳
 ۴۷۵
 ----
۱۴۲۵
```

باز هشتاد را ضرب نمودند بدین صورت

۸۰
۴۷۵
۳۸۰۰۰

وباز دو هزار را ضرب کردند بدینصورت

۲۰۰۰
۴۷۵
۹۵۰۰۰۰

باز نود هزار را ضرب ساختند بدین صورت

۹۰۰۰۰
۴۷۵
۴۲۷۵۰۰۰۰

باز همه را جمع نمودند بدین صورت

۱۴۲۵
۳۸۰۰۰
۹۵۰۰۰۰
۴۲۷۵۰۰۰۰
۴۳۷۳۹۴۲۵

* قاعدهٔ پنجم ضرب محاذات است و آنهم در حقیقت ضرب نائم است وطریقش این ست که مضروب فیه را فوق مضروب نویسند وکثیر المراتب رامضروب فیه مقرر می کنند وقلیل المراتب را مضروب فرض می نمایند وبعد ازان عدد اخیر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده حاصل را فوق مضروب فیه بعد خط عرضی مینویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد وعشرات محاذي عشرات واقع شود وبعد ازان حاصل الضرب رایک مرتبه بجانب یسار نقل می کنند وبجای آحاد صفرمی گذارند تا آحاد مرتبهٔ عشرات یابد وباز عدد یمین مرتبهٔ آخر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده وحاصل آنرا بطور اول نوشته باحاصل الضرب اول جمع می کنند وآنراهم یک مرتبه بطرف یسار نقل میکنند وهکذا تا بآحاد مضروب میرسند چنانکه در مثال مذکور بدینصورت میشود

۴۳۷۳۹۴۲۵	حاصل الضرب مطلوب
۴۶۰۴۱۵	
۴۳۲۷۹۰۱۰	
۶۴۴۵۸۱	
۳۶۸۳۳۲۰	
۳۶۸۳۳۲	
۹۲۰۸۳	مضروب فیه
۴۷۵	مضروب

وبدانکه بعضی شروع ضرب از آحاد مضروب می کنند وحاصل الضرب رافوق مضروب فیه چنانکه مذکورشد نوشته یک مرتبه بطرف یمین نقل میکنند تا آحاد حاصل در مرتبهٔ آحاد باشد وبعضی درین ضرب محاذات نیز محو واثبات می کنند اعني ضرب هر مرتبه از مضروب بطور ضرب بسیط نمیکنند بلکه بطور ضرب مفردات میسازند چنانکه بالاء ذکور شد

* قاعدهٔ ششم در ضرب مستقیم بدانکه ضرب مستقیم درحقیقت همان ضرب نائم است که دران مضروب فیه را بطرف یمین نقل می کنند وحاصلات ضرب رافوق مضروب بعد خط عرضي می نگارند وبعضي آحاد مضروب فیه را محاذي عدد اخیر مضروب می نویسند وبعضي

اخیر مضروب فیه را محاذی اخیر مضروب می نگارند چنانچه در مثال مذکور بدینصورت میشود

صورت اول

۴۳۷۳۹۴۲۵ حاصل ضرب
۱۴۲۵
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۲۷۵
۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷۵ مضروب فیه
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵

صورت دوم

۴۳۷۳۹۴۲۵ حاصل ضرب
۱۴۲۵
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۲۷۵
۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷۵ مضروب فیه
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵

* قاعدهٔ هفتم در ضرب اصفار بدانکه ضرب اصفار هم بعینه ضرب نائم است مگر اینکه اول عدد مراتب مضروب ومضروب فیه را جمع نموده وواحد از ان کم کرده بعدهٔ باقی اصفار تحت خط عرضی می نهند وبعد از ان ضرب بطور ضرب نائم نموده حاصل را تحت اصفار می نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب اول اعنی آحاد حاصل ضرب آحاد مضروب در جمیع مراتب مضروب فیه را تحت صفر اول می نویسند وآحاد حاصل الضرب عشرات مضروب در جمیع مراتب مضروب فیه را تحت صفر ثانی وهکذا تا عمل تمام شود ودرین ضرب عدد مراتب حاصل الضرب اولاً معلوم میشود که بعدهٔ اصفار خواهد بود یا بعدهٔ مجموع مراتب مضروبین وهذه صورته فی المثال المذکور وبدانست فقیر از مجموع مراتب واحد هم کم کردن ضرور نیست

۹۲۰۸۳
۴۷۵
۰۰۰۰۰۰۰
۱۴۲۵ حاصل ضرب آحاد مضروب
۳۸۰۰ حاصل ضرب عشرات
۹۵۰ حاصل ضرب الوف مضروب
۴۲۷۵ حاصل ضرب عشرات الوف مضروب
۴۳۷۳۹۴۲۵

* قاعدهٔ هشتم در ضرب سطر بدانکه اینهم ضرب نائم است مگر اینکه حاصلات ضرب را تحت ما فوق مضروب ومضروب فیه نمی نویسند بلکه جدا در جای دیگری نویسند وبعضی بطور ضرب بسیط ضرب نموده جمع می سازند چنانکه در ضرب نائم است وبعضی بطور مفردات ضرب میکنند

وجمع میسازند و صورت هردو در مثال مذکور این است ۹۲۰۸۳
۴۷۵

صورت اول	صورت ثانی
۱۴۲۵	۱۵
۳۸۰۰	۲۱
۰۰۰	۱۲
۹۵۰	۴۰
۴۲۷۵	۵۶
۴۳۷۳۹۴۲۵	۳۲
	۱۰
	۱۴
	۸
	۴۵
	۶۳
	۳۶
	۴۳۷۳۹۴۲۵

* قاعدهٔ نهم در ضرب جدول بدانکه ضرب جدول هم از قسم ضرب شبکه است الا اینکه در مربعات صغار خط مؤرب نمی کشند و در ضرب هم عشرات حاصل ضرب را محفوظ داشته بطور ضرب بسیط باحاصل الضرب ما بعدش جمع می کنند و یک خانه زائد از مراتب مضروب بطرف یسار رسم مینمایند وجمع می کنند اعداد خانه های را که باهم بیک گوشه اتصال دارند مثل اعداد شبکه مثلا در مثال مذکور شکل ذو اربعة اضلاع کشیدم ودرمیان آن مربعات صغار رسم نمودم چنانکه در ضرب شبکه میکردم و یک خانه زائد از مراتب مضروب کشیدم بطرف یسار و بعد از ان اعداد مضروب را بالای جدول نوشتم بحیثیتیکه آحاد مضروب بالای اول خانهٔ جدول واقع شود و مضروب فیه در یمین جدول چنانکه در ضرب شبکه می نوشتم پس ضرب کردم اول سه را که آحاد مضروب است در چهار دوازده حاصل شد دو را در خانهٔ محاذي مضروبین نوشتم و برای عشر واحد را محفوظ داشتم باز هشت را که در عشرات مضروب است در چهار ضرب کردم سي ودو شد و واحد محفوظ بران افزودم و سه را در خانهٔ محاذي مضروبین نهادم و برای سي سه را در ذهن گرفتم چون در مرتبهٔ مئات مضروب صفر بود لهذا همان سه را در خانه محاذي او رسم نمودم و باز دو را که در مرتبهٔ آحاد الوف مضروب است در چهار ضرب کرده هشت را در خانهٔ محاذي او نوشتم و باز نه را که در مرتبهٔ عشرات الوف مضروب است در چهار ضرب کرده حاصل را که سي وشش باشد در هردو خانه محاذي ویسار او ثبت نمودم و همچنین باز جمیع اعداد مضروب را در هفت ضرب نموده نگاشتم و در پنج ضرب نموده ثبت کردم وجمع نمودم بطور شبکه چنانکه مذکور شد وهذه صورته (جدول ۶)

واگر خواهند آحاد اعداد مضروب فیه محاذي مربع فوقاني وعشرات تحت آحاد و مئات تحت عشرات تا آخر رقم نمایند درین صورت بعد تمام عمل ضرب آحاد حاصل در مربع فوقاني ایمن خواهد بود آنرا خواه صفر خواه عدد باشد بعینه در سطر جمع اول ثبت نمایند بعده عدد خانهٔ ما بعد یا عدد تحتش که متقاطر واقع است جمع سازند بعده اعداد خانه های باقي

ی

که همبرین وضع متقاطر مرقوم اند جمع کنند الی آخره صورته هکذا　(جدول ۷)

* قاعدهٔ دهم در ضرب توشیح و طریقش این است که مضروب را دریسار مضروب فیه نویسند بحیثیتیکه آحاد تحت عشرات و عشرات تحت مئات باشد و آحاد مضروب فیه محاذي مرتبهٔ اخیر مضروب واقع شود و بعد ازان ضرب کنند عدد اخیر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه بطور ضرب بسیط و حاصل را بهمان طریق بعد خط فاصل طولانی نویسند آحاد تحت عشرات و عشرات تحت مئات بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب محاذي آحاد مضروب فیه واقع شود و بعد ازان بر عدد اخیر مضروب که مفروغ الضرب شد خط محو کشند و مضروب فیه رایکمرتبه پائین نقل کنند تا آحاد مضروب فیه محاذي عدد تحتانی مفروغ الضرب واقع شود و باز آن عدد تحتانی را در جمیع مراتب مضروب فیه بطریق اول ضرب نموده حاصل هر مرتبه را باعدد محاذي او که در ضرب اول نوشته بودند جمع کرده بهمان طریق نویسند و بران عدد محاذي خط محو کشند و بعد از فراغ ضرب بر آن عدد ثانی مضروب نیز که مفروغ الضرب شد خط محو کشیده باز مضروب فیه رایک مرتبه پایین نقل کنند و عدد ثالث مضروب را بطریقي که گفته شد ضرب سازند و عمل تمام کنند که اعداد اخیر انچه خط محو بران نشده است حاصل ضرب مطلوب است مثلا در مثال مذکور مضروب را دریسار مضروب فیه نوشتم (صورة ۸) و ۶ را که عدد اخیر مراتب مضروب است در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب کرده حاصل آنرا چنانکه مذکور شد نوشتم بعد ازان برنه خط محو کشیدم و مضروب فیه رایک مرتبه بطرف پائین نقل کردم و دو را که عدد ثانی مضروب بود در پنج ضرب کرده برای حاصل که ده شد صفر محاذي عدد مضروبین اعني پنج و دو نوشتم و برای عشر واحد را در ذهن داشته باز دو را در هفت ضرب نمودم چهارده شد واحد محفوظ بران افزودم پانزده شد و عدد پنج که از حاصل ضرب اول محاذي او بود نیز بران افزودم و بران پنج خط محو کشیدم بست گردید پس صفر در آنجا گذاشتم و دو در ذهن گرفتم باز دو را که مضروب است در چهار ضرب کرده دو محفوظ بران افزودم ده شد و هفت که از ضرب اول محاذي او بود نیز بران افزوده و بر هفت خط محو کشیدم و برای هفتده هفت را در انجا گذاشتم و واحد را بر دو که از ضرب اول بود افزوده و بر دو خط محو کشیده سه را محاذي او نوشتم و چون دو که عدد ثاني مضروب بود نیز مفروغ الضرب شد بران نیز

خط محو کشیدم و چون بعد از ان در مضروب صفر بود لهذا مضروب فیه را در مرتبه پائین نقل کردم و بر صفر هم خط محو کشیدم که مفروغ الضرب است و هشت را که در مضروب بود در پنج ضرب کردم چهل شد پس صفر محاذی مضروبین نهادم و چهار را محفوظ داشته هشت را در هفت ضرب نمودم و چهار محفوظ برا وافزودم شصت شد باز صفر دیگر نهادم و شش را در ذهن گرفتم و هشت را در چهار ضرب کرده شش برسی ودو افزودم سی و هشت گردید چون محاذی آن صفر بود بر صفر خط محو کشیدم و سی و هشت را بهمان طریق نگاشتم و بر هشت که مفروغ الضرب شد خط محو کشیدم و مضروب فیه را باز نقل کردم پس سه را در پنج ضرب کردم پانزده شد پنج را محاذی مضروبین نوشتم و برای عشر واحد را در ذهن گرفتم باز سه را در هفت ضرب کرده واحد محفوظ افزودم بست ودو شد دو را در انجا نوشتم چراکه محاذی او از حاصل اول صفر بود بر صفر خط محو کشیدم و دو را در ذهن گرفتم باز سه را در چهار ضرب کرده دو محفوظ بران افزودم چهارده شد چهار را در انجا نوشتم که محاذی انهم صفر بود و بر صفر خط محو کشیدم و برای عشر واحد را در ذهن گرفته بر هشت که حاصل اول محاذی او بود افزودم و نه را در انجا نگاشتم و بر هشت نیز خط محو کشیدم و بر سه که مضروب بود و مفروغ الضرب شد نیز خط محو کشیدم و عمل تمام شد پس اعداد یکه در حاصل الضرب بلا خط محو باقی مانده اند مطلوب است بدانکه بعضی درمیان مضروب و مضروب فیه فرجه میگذارند و حاصلات ضرب درمیان آن مینویسند و بعضی اخیر مضروب فیه را محاذی اخیر مضروب مینگارند و این همه از اختلافات وقوع است

* قاعدۀ یازدهم در ضرب قائم بدانکه ضرب قائم همان ضرب توشیح است الا اینکه در ان آحاد مضروب فیه را محاذی آحاد مضروب می نویسند و آحاد مضروب را ضرب میکنند بطریقی که مذکور شد بعد از ان مضروب فیه را یک مرتبه باعلی نقل میکنند تا آحاد مضروب فیه محاذی عشرات مضروب واقع شود و همچنین تا آخر میرسند چنانچه در مثال مذکور بدین صورت میشود (صورة ۹)

* قاعدۀ دوازدهم در ضرب تقابل وان مخصوص تربیع عدد است و طریقش اینکه آنعدد را نوشته عدد اخیر را فی نفسه ضرب کنند و آحاد حاصل فوق او بعد خط عرضی نویسند و عشرات را در یسار و عدد مضروب فی نفسه را ضعف کرده یک مرتبه بجانب یمین تحتانی نقل کنند و عدد

یمین او راکه ثاني اخیر است به یمین منقول بنویسند و عددین منقولین را مضروب فیه قرار داده ثاني اخیر مطلوب التربیع را دران ضرب نموده فوقش نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب محاذي آحاد مضروب فیه مفروض واقع شود وباز آن ثاني اخیر را نیز ضعف نموده وبامنقول اول جمع کرده یک مرتبه در تحت بجانب یمین نقل کنند و عدد ثالث اخیر را دریمین او نوشته باز بهمان طریق ضرب نموده حاصلات را فوقش نگارند وهمچنین تا عمل تمام شود وجمع سازند که حاصل جمع مطلوب است مثلاً خواستم که ۴۷۵ را مربع کنم اعني في نفسه ضرب سازم پس نوشتم آنرا وچهار راکه عدد اخیر بود في نفسه ضرب نموده شانزده را بالایش بعد خط عرضي نوشتم باز چهار را ضعف کرده هشت را یکمرتبه بطرف یمین تحتاني نقل کردم که هشت محاذي هفت افتاد وهفت را دریمین هشت منقول نوشتم وهفت را دران ضرب کردم که في الحقیقه ضرب هفت در هفت که في نفسه بود ودر ضعف چهار گردید وحاصل را فوق اونگاشتم بحیثیتیکه آحاد حاصل محاذي هفت منقول افتاد باز هفت را ضعف کرده مع ضعف اخیر یک مرتبه نقل نمودم وپنج را بر یمین اونگاشتم وباز پنج را دران ضرب نموده حاصلات را فوق آن نگاشتم وجمع نمودم حاصل جمع مربع گردید بدین صورت

۲۲۵۶۲۵ حاصل الجمع
۴۷۲۵
۶۰۹
۱۶
۴۷۵ مطلوب التربیع
۸۷
۹۴۵

وبدآنست بنده اگر حاصل الضرب اول را یک مرتبه بطرف یسار نقل کرده نویسند بهتر است وضعف هر عدد را تحت آن نگارند وبعد ازان حاصل الضرب ثاني را با اول جمع نموده باز یکمرتبه بطرف یسار نقل سازند بدین صورت

۲۲۵۶۲۵ المطلوب الحاصل من الجمع
۴۷
۲۲۰۹۲۵
۶
۱۶۰۹
۱۶
۴۷۵ مطلوب التربیع
۸۷
۹۴۵

ونیز اگر شروع از آحاد کنند وضعف آحاد را یکمرتبه بطرف یسار نقل سازند وعدد عشرات را بر عشرات منقول افزوده عدد عشرات را دران ضرب ساخته حاصل فوق ان نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل محاذي عشرات مضروب واقع شود وباز عدد عشرات را بر عشرات منقول افزوده یکمرتبه

بطرف یسار نقل کنند و عدد مئات مطلوب التربیع را بر مئات منقول افزوده عدد مئات را ضرب سازند و حاصل را بهمان طریق فوق آن نویسند و جمع کنند نیز مطلوب حاصل شود و در مثال مذکور هذه صورته

۲۲۵۶۲۵ حاصل الجمع
۲۲۰۰
۵۶۰
۲۵
۴۷۵ مطلوب التربیع
۸۰
۵۵۰

مثال دیگر ۵۳۸۷۵۶ حاصل الجمع
۵۳۷۶
۱۱۴
۱۶
۷۳۴ عدد مطلوب التربیع
۳۸
۷۶۸

و طریق اسهل درین ضرب بدانست فقیر آنست که بلا نقل باشد و اول آحاد را تحت آحاد نوشته و مضروب فیه قرار داده و آحاد را دران ضرب ساخته حاصل را فوق آن بعد خط عرضی نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل فوق آحاد واقع شود و باز آحاد را با مضروب فیه جمع نموده و رقم عشرات بران افزوده عشرات را دران ضرب کرده حاصل را فوق حاصل اول نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل محاذی عشرات واقع شود بعد ازان عشرات را هم ضعف ساخته و معه ضعف آحاد جمع نموده در تحت نویسند و عدد مئات را تحت مئات نگارند و عدد مئات را دران همه ضرب سازند و حاصل را فوق نویسند که آحاد حاصل محاذی مئات واقع شود و همچنین الی آخره تا عمل تمام شود و جمع سازند بدین صورت

۲۲۵۶۲۵ جمع
۲۲۰۰
۵۶۰
۲۵
۴۷۵ مطلوب التربیع
۵
۱۰
۷
۸۰
۵۵۰

و نیز اگر زیاده تسهیل خواهند اول آحاد مطلوب التربیع را فوق آحاد نوشته در آحاد ضرب سازند و حاصل را که زائد بر عشرات باشد تحت آحاد مطلوب التربیع بعد خط عرضی نویسند و برای عشرات صورت را در ذهن داشته باز آحاد را در ضعف عشرات ضرب کنند خواه در عشرات ضرب کرده حاصل را ضعف سازند و محفوظ را براو بیفزایند و از مجموع آنچه زائد علی العشرات باشد آنرا در یسار اول نویسند و برای عشرات صورت را در ذهن دارند و آحاد را در ضعف مئات ضرب کرده محفوظ را براو افزوده حاصل را در یسار آن نویسند و همچنین الی آخره

یا

وباز عدد عشرات را فوق عشرات نوشته وفي نفسه ضرب کرده حاصل راکه زائد علی العشرات باشد تحت حاصل اول بعد دو صفر نویسند وبرای عشرات صورت رادر ذهن داشته عدد عشرات رادر ضعف عدد مئات ضرب نموده حاصل برا و بیفزایند ودر یسار آن نهند وباز عدد مئات را فوق مئات نوشته وهمچنین ضرب نموده حاصل رابعد چهار صفر نویسند بدینصورت

وبیزاگر ضعف هرعدد راکه دران ضرب مطلوب است فوق بنویسند نیز خوب است بدینصورت وبدانکه بعضی در نقل صرف آحاد وعشرات ومئات را نقل بجانب یسار خواه بجانب یمین مینمایند و ضرب در ضعف آن می کنند وآنرا ضرب النقل نام می نهند واین خالي از تکلف نیست

```
۴۷۵  مطلوب التربیع
۴۷۵
------
۴۷۲۵
۶۰۹۰۰
۱۶۰۰۰۰
------
۲۲۵۶۲۵  ماحصل
```

```
۴۰۰
۸۷۰
------
۹۴۵
۴۷۵  عدد مطلوب التربیع
------
۴۷۲۵
۶۰۹۰۰
۱۶۰۰۰۰
------
۲۲۵۶۲۵  حاصل الجمع
```

* قاعدهٔ سیزدهم در ضرب شبکهٔ منبری که مخصوص تربیع است ونیز برای ضرب اعدادیکه مراتب مضروبین متساوي باشند میتواند شد وطریقش این ست که شکلی منبري بکشند که عدد درجات او مساوي عدد مراتب احد المضروبین باشد متصاعداً من الیمین الی الیسار وهر درجه را بخطوط مستقیمهٔ طولي وعرضي منقسم سازند چنانکه در شبکه میکردند تا مربعات صغار پیدا شوند وهر مربع بخط مؤرب منقسم بدو مثلث سازند مثل شبکه بعد ازان مضروب فیه را فوق هر درجهٔ منبر نویسند ومضروب را یسار شکل آحاد تحت عشرات وعشرات تحت مئات وآحاد مضروب رادر آحاد مضروب فیه ضرب کرده آحاد حاصل رادر مثلث تحتاني ایمن مربع اول درجهٔ تحتاني که تحت عدد آحاد مضروب فیه است نویسند وعشرات محفوظ داشته آحاد مضروب رادر عشرات مضروب فیه ضرب کنند وبر محفوظ بیفزایند وانچه زائد علی العشرات بود در مثلث پائین مربع ثاني درجهٔ تحتاني نویسند وبرای عشرات صورت رادر ذهن دارند چنانکه در ضرب بسیط میکردند وهمچنین حاصلات آحاد مضروب رادر مثلثات تحتاني نوشته در مرتبهٔ اخیر اگر عشرات واقع شود آنرا در مثلث فوقاني که فوق مثلث اخیر تحتاني است نگارند وباز عشرات مضروب راهمچنین در جمیع مراتب مضروب فیه

شکل ۵
صفحہ ۳۲
مضروب
مضروب فیہ
جدول ۷
جدول ۶

ضرب کرده حاصلات را انچه زائد بر عشرات باشد در مثلثات که فوق مثلثات اول است نویسند وهرگاه در مربعات درجهٔ اول هیچ مثلث باقي نماند در مثلثی که در یسار آن فوق خط مؤرب اوست ثبت نمایند وهکذا عشرات ومئات مضروب را ضرب نموده عمل نمایند و بطریقیکه در ضرب شبکه جمع میکردند جمع سازند که حاصل جمع مطلوب است مثلا خواستم که ۴۳۸۷ را مربع کنم شکل منبری چهار درجه کشیدم ومضروبین را بصفت مذکور نوشتم وضرب کردم وحاصلات را چنانکه ذکر یافت در مثلثات نگاشتم وجمع نمودم حاصل شد ۱۹۲۴۵۷۶۹ وهذه صورته (جدول ۱۰)

* قاعدهٔ چهاردهم در ضرب بالآس ودران شرط است که مراتب مضروبین متساوي باشند ونیز اعداد هر سطر از مضروب و مضروب فیه متساوي بود مثلا خواهند که ۴۴۴ را در ۳۳۳ ضرب سازند پس مضروب ومضروب فیه را تحت یک دیگر نویسند بحیثیتیکه آحاد یکی تحت مرتبهٔ اخیر دیگری افتد بعد ازان عدد آس تحت هر مرتبه نویسند مثلا برای مرتبهٔ آحاد واحد وبرای عشرات دو وبرای مئات سه همچنین تا آخر مرتبهٔ فوقاني برسند ودرانجا عدد آس محاذي اخیر فوقاني وآحاد تحتاني خواهد افتاد بعد ازان عدد آس را نزولا تحت هر مرتبهٔ تحتاني که باقیمانده است نویسند اعني اگر آس مرتبهٔ اخیر فوقاني سه بود بعد ازان دو وبعد ازان واحد نویسند وهمچنین تا اخیر تحتاني برسند پس واحد تحت اخیر تحتاني خواهد افتاد لا محاله چراکه مراتب مضروبین متساوي است بعد ازان آحاد مضروب را در آحاد مضروب فیه ضرب کرده در عدد آس اول ضرب سازند وحاصل را که زائد علی العشرات باشد تحت آن نویسند وصورت عشرات را در ذهن گیرند وباز همان حاصل الضرب آحاد مضروبین را در عدد آس ثاني ضرب کرده ومحفوظ بران افزوده زائد علی العشرات را تحت آس ثاني نگارند وصورت عشرات را محفوظ دارند وباز همان حاصل الضرب آحاد مضروبین را در عدد آس ثالث ضرب نموده ومحفوظ افزوده تحت آن نویسند وهکذا تا آخر برسند مثلا خواستم که ۴۴۴۴ را در ۳۳۳۳ ضرب نمایم مضروبین را بدین صورت نوشتم

۴۴۴۴	مضروب
۳۳۳۳	مضروب فیه
۱۲۳۴۳۲۱	اعداد آس
۱۴۸۱۱۸۵۲	

وتحت آن اعداد آس رسم نمودم وچهار را در سه ضرب نموده حاصل را در آس اول که واحد بود ضرب ساختم حاصل همان دوازده شد دو را تحت آس اول نوشتم وواحد را در ذهن گرفتم باز آن دوازده را در آس دویم

که دو است ضرب کرده محفوظ را افزودم بست و پنج شد پنج را تحت آن نوشتم و دو محفوظ داشتم باز دوازده را در آس سیوم ضرب کردم و همچنین الی آخره عمل نمودم مطلوب حاصل شد

* قاعدهٔ پانزدهم در ضرب تسعین و آن مخصوص است باینکه جمیع اعداد احد المضروبین تسعه باشد مثلاً خواهند که ۴۵۸۷ را در ۹۹۹۹۹ ضرب کنند پس باید که بر یمین مضروب اصفار بعدهٔ مراتب مضروب فیه افزوده مضروب را ساقط کنند که باقی مطلوب است چنانکه در مثال مذکور هکذا

۴۵۸۷۰۰۰۰۰
۴۵۸۷
۴۵۸۶۹۵۴۱۳

* قاعدهٔ شانزدهم در ضرب منقح بدانکه اگر اعداد مضروب اعظم باشد اعنی مثل نه و هشت وغیره چنانکه این عدد ۹۹۹۸۸۹ را درین عدد ۲۶۸ ضرب نمایند پس باید که فضل عشر بر آحاد مضروب و فضل تسعه بر دیگر صور مراتب مضروب بگیرند و آنرا در مضروب فیه ضرب ساخته حاصل را از مضروب فیه که بر یمین او اصفار بقدر مراتب مضروب افزوده باشند ساقط کنند که باقی مطلوب است چنانکه در مثال مذکور چون در آحاد نه است پس فضل عشر واحد گرفتم و در عشرات و مئات هشت هست بود فضل تسعه بران گرفتم نیز واحد برآمد بدینصورت ۱۱۱ آنرا در مضروب فیه ضرب ساختم حاصل ۲۹۷۴۸ گردید آنرا از مضروب فیه که بدینصورت بود ۲۶۸۰۰۰۰۰۰ ساقط کردم باقی مطلوب برآمد

۲۶۸۰۰۰۰۰۰
۲۹۷۴۸
۲۶۷۹۷۰۲۵۲

* قاعدهٔ هفتدهم در ضرب حسنی که موقوف بر مهارت تامه است در ضرب آحاد فی الآحاد و محفوظ داشتن حاصلات در ذهن و جمع کردن آنها و طریقش اینست که مضروب فیه را تحت مضروب نویسند و آحاد مضروب را در آحاد مضروب فیه ضرب نموده حاصل را که زائد علی العشرات باشد تحت خط عرضی نویسند و صورت عشرات را در ذهن دارند و باز عشرات مضروب را در آحاد مضروب فیه و آحاد مضروب را در عشرات مضروب فیه ضرب ساخته و حاصلات را جمع نموده و بر محفوظ افزوده از جمع انچه زائد علی العشرات باشد آنرا در یسار حاصل اول نویسند و صورت عشرات را در ذهن گیرند و باز مئات مضروب را در آحاد مضروب فیه و عشرات مضروب را در عشرات مضروب فیه و آحاد مضروب را در مئات مضروب فیه ضرب نموده و حاصلات را جمع ساخته و بر محفوظ افزوده از جمع انچه زائد علی العشرات باشد در یسار سابق نگارند و صورت عشرات در ذهن دارند و همچنین الی آخره

مضروب را در آحاد مضروب فیه و مئات مضروب را در عشرات مضروب فیه و عشرات مضروب را در مئات مضروب فیه ضرب ساخته و اگر در مضروب فیه هم مرتبهٔ الوف باشد پس آحاد مضروب را در الوف مضروب فیه ضرب ساخته حاصلات را جمع کنند بر محفوظ بیفزایند و اگر آحاد مضروب مفروغ الضرب شده باشد بر ان خط محو کشند و از مجموع انچه زائد علی العشرات باشد در یسار سابق نویسند و همچنین هر مرتبه از مضروب که مفروغ الضرب شود بران خط محو کشند و حاصلات باقي را جمع کنند و همچنین اگر آحاد مضروب فیه مفروغ الضرب شود اعني عدد اخیر مضروب هرگاه دران ضرب یابد برانهم خط محو کشند و همچنین عمل تمام کنند که حاصل الضرب در یک سطر بر آید مثلاً خواستم که ۶۵۴۷ را در ۲۴۳ ضرب سازم مضروب فیه را تحت مضروب نوشتم بدینصـــــــــــورت و اول هفت را در سه ضرب کردم بست و یک شد واحد را تحت خط

۶۵۴۷	مضروب
۲۴۳	مضروب فیه
۱۵۹۰۹۲۱	

عرضي نوشتم و دو را در ذهن گرفتم و باز چهار را که عشرات مضروب بود در سه ضرب نموده و هفت را در چهار که عشرات مضروب فیه است ضرب کرده دو محفوظ بران افزودم مجموع چهل و دو گردید دو را در یسار اول نوشتم و چهار در ذهن گرفتم و باز پنج را که در مئات مضروب است در سه ضرب کرده و چهار را در چهار ضرب ساخته و هفت را در دو ضرب ساخته و جمع نموده بر محفوظ افزودم چهـل و نه شد نه در یسار سابق نگاشتم و چهار را در ذهن گرفتم چون آحاد مضروب مفروغ الضرب شد بر ان خط محو کشیدم و باز شش را در سه ضرب کرده و پنج را در چهار و چهار را در دو ضرب نموده و جمع ساخته بر محفوظ افزودم حاصل پنجاه شد صفر در یسار سابق نگاشتم و پنج را در ذهن گرفتم و چون آحاد مضروب فیه و عشرات مضروب مفروغ الضرب شد بران هر دو خط محو کشیدم و باز شش را در چهار و پنج را در دو ضرب نمودم و حاصلات را جمع نموده بر محفوظ افزودم سي و نه شد نه در یسار سابق نگاشتم و سه را در ذهن گرفتم و مئات مضروب و عشرات مضروب فیه مفروغ الضرب شدند بران هر دو هم خط محو کشیدم و باز شش را در دو ضرب کرده و حاصل را بر محفوظ افزودم و پانزده را در یسار سابق نگاشتم چون جمیع مراتب مضروبین مفروغ الضرب شدند عمل تمام شد و مطلوب بر آمد

* تنبیه * باید دانست که درین عمل گاهی مجموع حاصلات جمع تا صد یا زیاده
از صد میرسد مثلاً یک صد و چهل یا یکصد و چهارده و غیر آن پس آحاد حاصل جمع را
تحت خط عرضی می نگارند و اعداد مراتب عشرات و مئات بصورتش در ذهن میگیرند اگر
یکصد است صفر مینویسند و ده در ذهن میگیرند و اگر یکصد و چهارده است چهار مینویسند و یازده
در ذهن گیرند و اگر یکصد و بست و پنج است پنج نویسند و دوازده در ذهن میگیرند و علی هذا القیاس

* قاعدهٔ هجدهم در تربیع حسنی و آن مخصوص تربیع است طریقش اینکه اعداد مطلوب التربیع را
نوشته تحت آن خط عرضی کشند و اول آحاد را فی نفسه ضرب کرده آحاد حاصل را تحت
آحاد نویسند و برای عشرات اگر باشد صورت را محفوظ دارند و باز آحاد مطلوب التربیع را
در ضعف عشرات آن ضرب کرده و حاصل را با محفوظ جمع نموده آحاد مجموع را در یسار اول
نویسند و عشرات را در ذهن گیرند باز آحاد مطلوب التربیع را در ضعف مئات آن ضرب ساخته
مع مربع عشرات جمع کرده و بر محفوظ افزوده آحاد مجموع را در یسار سابق نگارند و عشرات
را محفوظ دارند باز آحاد را در ضعف الوف و عشرات را در ضعف مئات ضرب نموده و جمع ساخته
و بر محفوظ افزوده همچنان آحاد مجموع در یسار سابق نویسند و عشرات را محفوظ دارند و هکذا الی آخر
المراتب آحاد را در ضعف هر مرتبه ضرب نمایند و عشرات را در ضعف عدد یمین مضروب فیه
آحاد و مئات را در ضعف عدد یمین مضروب فیه عشرات و هکذا ضرب نمایند پس اگر در وسط
عددی باقی ماند مربع آن بگیرند و جمیع حاصلات را جمع نموده عمل نمایند و هر گاه آحاد
در عدد اخیر ضرب شده مفروغ الضرب شد بران خط محو کشند و عشرات را در ضعف آخر
ضرب سازند و چنانکه مذکور شد عمل نمایند بعد ازان بر عشرات هم خط محو کشند و از مئات
شروع سازند تا آنکه آخر عدد مرتبهٔ اخیر را فی نفسه ضرب سازند و عمل تمام کنند مثلاً خواستم که
٦٥۴٣٢١ را تربیع کنم آنرا نوشتم و تحت او خط عرضی کشیدم بدینصورت

٦٥۴٣٢١
۴٢٨١٣٥٩٧١٠۴١

بعد ازان واحد را که در مرتبهٔ آحاد بود فی نفسه ضرب کردم واحد شد
آنرا تحت آحاد نوشتم باز واحد را در ضعف اثنین که بمرتبهٔ عشرات بود ضرب ساختم چهار
برآمد آنرا در یسار اول نگاشتم باز واحد را در ضعف سه که بمرتبهٔ مئات بود ضرب کردم و عشرات
که در وسط بود مربع آن گرفته افزودم مجموع ده شد صفر در یسار سابق نهادم و واحد در ذهن

گرفتم باز واحد را در ضعف آحاد الوف که چهار است ضرب کردم و عشرات را در ضعف
مئات و بر محفوظ افزودم بست و یک شد واحد در یسار سابق نوشتم و دو در ذهن داشتم
باز واحد را در ضعف پنج که بمرتبهٔ عشرات الوف بود ضرب کردم و عشرات را در ضعف
آحاد الوف ضرب نمودم و مربع مئات گرفتم و مجموع را بر محفوظ افزودم سی و هفت شد
هفت را در یسار سابق نگاشتم و سه را در ذهن گرفتم باز واحد را در ضعف شش که اخیر است
ضرب کردم و دو را در ضعف پنج و سه را در ضعف چهار ضرب نمودم و مجموع را بر محفوظ افزودم پنجاه
و نه گردید نه را در یسار سابق نگاشتم و پنج را محفوظ داشتم و چون واحد که در مرتبهٔ آحاد بود
مفروغ الضرب شد بران خط محو کشیدم و دو را که در مرتبهٔ عشرات بود در ضعف شش
ضرب ساختم و سه را در ضعف پنج و چهار را فی نفسه ضرب نمودم و مجموع را بر محفوظ افزودم
هفتاد و پنج شد پنج را در یسار سابق نگاشتم و هفت را در ذهن گرفتم و بر دو که بمرتبهٔ عشرات بود
چون مفروغ الضرب شد خط محو کشیدم باز سه را که در مرتبهٔ مئات بود در ضعف شش ضرب
ساختم و چهار را در ضعف پنج ضرب نموده بر مجموع محفوظ افزودم هشتاد و سه گردید
سه را در یسار سابق نوشتم و هشت را در ذهن گرفتم و بر سه هم که مفروغ الضرب شد خط محو
کشیدم باز چهار را در ضعف شش ضرب ساختم و پنج را فی نفسه ضرب نمودم و محفوظ را بر مجموع
افزودم هشتاد و یک شد واحد را در یسار سابق نوشتم و هشت را محفوظ نمودم و بر چهار هم خط
محو کشیدم و باز پنج را در ضعف شش ضرب نمودم و محفوظ بر او افزودم شصت و هشت شد
هشت را نوشتم و شش را محفوظ داشتم و بر پنج هم خط محو کشیدم و چون ضرب شش در مرتبهٔ
اخیر باقی ماند آنرا فی نفسه ضرب کردم و محفوظ بر او افزودم چهل و دو شد و عمل تمام گردید
آنرا در یسار سابق نگاشتم مطلوب بر آمد

* فائده چون درین هر دو ضرب حسنی و تربیع حسنی احتیاج بجمع حاصلات و حفظ آن میشود
و اکثر احتمال سهو می باشد لهذا اگر بطریق عقد انامل حفظ اعداد باصابع نمایند بهتر است
ضابطهٔ عقد انامل اینست که از اصابع خمسهٔ یمنی خنصر و بنصر و وسطی جهة عقود تسعهٔ آحاد
تعین رفته و سبابه و ابهام از برای عقود نه گانهٔ عشرات مقرر شده و از اصابع خمسهٔ یسری سبابه
و ابهام بضبط عقود تسعهٔ مئات مخصوص گشته و خنصر و بنصر و وسطی بعقد نه گانهٔ آحاد الوف

اختصاص یافته پس صور عقود یکی تا نه و عقود آحاد الوف از یک هزار تا نه هزار یکسان بود
و تفرقه و تمییز یمین و یسار کرده شود پس بدانکه از برای واحد خنصر دست راست فرو باید گرفت
و جهة اثنان بنصر را با خنصر ضم کردن و جهة ثلثه وسطی را نیز چنانکه در عدد اشیاء بین الناس معهود
و متعارف است ولیکن درین سه عقد باید که رؤس اصابع نیک نزدیک اصول باشد و جهة اربعه
خنصر را رفع باید کرد و بنصر و وسطی را معقود باید گذاشتن و برای خمسه بنصر را نیز رفع کردن
و جهة سته وسطی را رفع کرده بنصر را فقط فرو باید گرفت چنانکه سر انمله اش بر وسط کف باشد
و از برای سبعه آنرا هم برداشته خنصر تنها را عقد باید کرد چنانکه سر انگشت نیک مائل باشد
بجانب بند دست و جهة ثمانیه با بنصر هم همان باید کرد و برای تسعه با وسطی نیز و در عقود
ثلثه اخیر باید که رؤس انامل بر طرف کف باشد تا بعقود ثلثه اول مشتبه نگردد و از برای
عشره سر ناخن سبابهٔ یمنی را بر مفصل اول ابهام باید نهاد چنانکه فرجه میان دو انگشت بحلقهٔ
مدور مشابه باشد و از برای عشرین طرف عقد زیرین سبابه که نزدیکی وسطی است
بر پشت ناخن ابهام باید نهاد چنانکه پنداری انملهٔ ابهام را در میان اصول سبابه و وسطی گرفته
اما وسطی را بر دلالت بعشرین مدخلی نباشد چه اوضاع او از برای عقود آحاد متغیر و متبدل
گردد و اتصال ناخن ابهام بطرف عقد زیرین سبابه بخلال خود دلالت بر عشرین کند و از برای
ثلثین ابهام را قائم داشته سر انملهٔ سبابه بر طرف ناخن او باید نهاد چنانچه وضع سبابه با ابهام
شبیه باشد بهیئت قوس و وتر و اگر جهت سهولت عقد ابهام را خمی باشد دلالت بر ثلثین کند
و التباسی واقع نگردد و از برای اربعین باطن انملهٔ ابهام را بر ظهر عقد زیرین سبابه باید نهاد
چنانکه میان ابهام و طرف کف هیچ فرجه باقی نماند و جهة خمسین سبابه را قائم داشته ابهام را
تمام خم باید داد و بر کف محاذی سبابه باید نهاد و از برای ستین ابهام را خم داده باطن عقد
دویم سبابه را بر پشت ناخن او باید نهاد و از برای سبعین ابهام را قائم داشته باطن عقد اول یا دویم
سبابه را بر طرف ناخن او باید نهاد چنانکه پشت ناخن ابهام تمام مکشوف باشد و از برای ثمانین
ابهام را منتصب گذاشته طرف انملهٔ سبابه را بر پشت مفصل او باید نهاد و از برای تسعین سر ناخن
سبابه را بر مفصل عقد دویم ابهام باید نهاد چنانچه در عقد عشر بر مفصل انملهٔ اولی می نهند و چون
این صور و انواع هیژده گانه که نه از عقد خنصر و بنصر و وسطی ذکر کرده شد و نه از عقد سبابه

وابهام شرح آمد استحضار کرده شود واز مقدمات سابق روشن گشت که انچه در دست راست دلالت بر عقدی از عقود آحاد کند از یکی تانه در دست چپ دلالت بر آحاد الوف کند از یکهزار تانه هزار وانچه در دست راست دلالت بر عقدی از عقود نه گانهٔ عشرات کند از ده تا نود در دست چپ دلالت بر همان عقدی از عقود مئات کند از یک صد تا نهصد وباصابع هردو دست از یکی تا نه هزار ونهصد ونود ونه بدان صور هیژده گانه ضبط توان کرد واما جهة عقد ده هزار طرف انمله ابهام را متصل باید ساخت بطرف تمام انملهٔ سبابه وبعضی از عقد دویم اوچنانکه سرناخن سبابه باسرناخن ابهام برابر باشد وطرفش بطرف او

* مطلب هفتم در قسمت * (۲۶)

بدانکه قسمت در لغت بخش کردن وحصه نمودن است ودر اصطلاح این فن تجزیهٔ مقسوم است باجزاء متساوي به لحاظ مقسوم علیه وبعضی گویند که قسمت تحصیل عددی است که اگر آنرا در مقسوم علیه ضرب کنند حاصل مساوي مقسوم بود وآن بحسب غایة دو نوع بود یکی آنکه مقسوم را قسمت کنند باجزاء متساوي بحیثیتیکه عدد اجزاء او بعدة آحاد مقسوم علیه باشد کما قال صاحب خلاصة الحساب وتَجْزِيَتُه بِمُتَسَاوِيَاتٍ بِعِدَّةِ آحَادِ آخَرَ قِسْمَةٌ مثلاً بست را بر چهار قسمت کنند اعني چهار حصه نمایند پس مقدار هر حصه پنج خواهد برآمد ودرینجا مقصود استخراج مقدار کل واحد من الحصص است لهذا بعضی رسم قسمت بدینگونه کرده اند که اَلْقِسْمَةُ تَحْصِيلُ نَصِيبِ الْوَاحِدِ وَالْجُمْهُورُ عَلَى الْإِطْلَاقِ يُرِيدُونَ بِالْقِسْمَةِ مَعْرِفَةَ مَا يَجِبُ لِلْوَاحِدِ الصَّحِيحِ مِنْ آحَادِ الْمَقْسُومِ عَلَيْهِ مِنْ جُمْلَةِ الْمَقْسُومِ پس خارج قسمة از جنس مقسوم خواهد بود اعني بست روپیه را بر چهار کس اگر قسمت کنند حصهٔ هریک پنج روپیه خواهد برآمد دویم مقسوم را قسمت کنند باجزاء متساوي بحیثیتیکه مقدار هر حصه بقدر مقسوم علیه باشد مثلاً بست را بر چهار قسمت کنند اعني مقدار هر حصه چهار باشد پس عدد حصص پنج خواهد برآمد ودرینجا مقصود استخراج عدد حصص است پس مقسوم علیه از جنس مقسوم خواهد بود اعني در بست روپیه اگر چهار چهار روپیه بهر یک بدهند بچند کس میتوانند داد وهم برین متفرع است تعریف قسمت که صاحب خلاصة الحساب نموده حَيْثُ قَالَ هِيَ طَلَبُ عَدَدٍ نِسْبَتُهُ إِلَى الْوَاحِدِ كَنِسْبَةِ الْمَقْسُومِ إِلَى الْمَقْسُومِ عَلَيْهِ زیراکه نسبت در دو شيء که از یک جنس باشند متحقق می شود واگر از دو جنس باشند نسبت در انجا متحقق

نمی شود الا بتاویل پس ازین تعریف معلوم شد که مقصود نوع دویم است اعنی مقسوم علیه
از جنس مقسوم باشد و درینصورت تعریف نوع اول چنین خواهد بود که آن تحصیل عددی است
که نسبت او بطرف مقسوم مثل نسبة واحد بطرف مقسوم علیه بود زیرا که درانجا خارج قسمت
از جنس مقسوم است و چون قوم درین هردو نوع خلاف کرده اند بعضی درهردو نوع فرق
نمی کنند چنانکه عامهٔ محاسبین و بعضی فرق کرده اول را مخصوص کم منفصل عید اند و ثانی
را مخصوص متصل و هردو خطا است چه فرق هردو نوع ظاهر است و تخصیص باطل و غالبکه
صاحب خلاصة الحساب برای همین درصدر باب اول تعریف قسمت که مخصوص بنوع اول
بود نموده و در فصل قسمت تعریف که مخصوص بنوع ثانی بود بیان فرموده تا هردو نوع را
لفظ قسمت شامل شود و هیچ کسی از شارحین خلاصة الحساب و غیرآن متعرض تحقیقات این نشده
فَافهم فَانَّهُ دَقِیقٌ وَلَطِیفٌ و بدانکه عددی را که قسمت او منظور است مقسوم گویند و بر عددی که
قسمت نماید مقسوم علیه و عدد حاصل را خارج قسمت نامند و قسمت عکس ضرب است
و نیز باید دانست که قسمت بر دو نوع است یکی قسمت قلیل بر کثیر اعنی مقسوم اقل از مقسوم علیه
بود و آنرا نسبة نیز گویند مثلا سه را بر پنج قسمت کنند و طریقش انست که مقسوم را بر مقسوم علیه
منسوب سازند که همان خارج قسمت است مثلا در مثال مذکور سه را بر پنج منسوب سازند
بدینصورت نویسند $\frac{3}{5}$ و آن سه خمس است که خارج قسمت باشد و دویم قسمت کثیر بر قلیل و آن
نیز بر دو گونه است یکی آنکه اعداد مقسوم قلیل باشد مثلا هشت را برد و قسمت کنند یا بست را
بر چهار و غیرآن و طریقش اینست که طلب کنند عددی را که اگر آنرا در مقسوم علیه ضرب کرده
حاصل را از مقسوم ساقط کنند مقسوم بالکل فنا شود یا اقل از مقسوم علیه باقیماند پس اگر مقسوم
بالکل فنا شود خارج قسمت همان عدد مطلوب است و اگر چیزی باقیماند پس آنرا بر مقسوم علیه
منسوب سازند که خارج قسمت عدد مطلوب معه حاصل نسبة است مثلا اگر بست را بر چهار
قسمت کنند پنج خارج قسمت است و اگر بست و دو را بر چهار قسمت کنند پس دو را که باقی میماند
بر چهار منسوب سازند درینصورت پنج صحیح و دو ربع خارج قسمت است بدینصورت $5\frac{2}{4}$
دویم آنکه اعداد مقسوم کثیر باشند و طریق اول معمول فقیر اینست که مقسوم را جائی نویسند
و مقسوم علیه را جائی دیگر و اول مقسوم علیه را تضعیف سازند و تحت مقسوم علیه نویسند و محاذی

در جمیع قول عنه لفظ تسمیة واقع است ظاهر اینکه نسبة است

مقسوم علیه در یسار یا در یمین بعد خط طولانی فاصل رقم واحد ثبت نمایند و محاذی تضعیفش بهمان جانب رقم اثنین و باز تضعیف را با مقسوم علیه جمع کرده تحت آن نویسند و محاذی او رقم سه گذارند و باز تضعیف را تضعیف کنند و تحت سابق نگارند و محاذی آن رقم چهار نهند و باز مقسوم علیه را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن نویسند و محاذی او رقم پنج گذارند و باز تضعیف را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن ثبت نمایند محاذی او رقم شش نویسند باز مقسوم علیه و تضعیف را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن رقم نمایند و محاذی او رقم هفت نهند و تضعیف تضعیف را ضعف سازند و تحت سابق نویسند و محاذی او رقم هشت مرقوم کنند و باز مقسوم علیه را با آن جمع کنند و محاذی او رقم نه نویسند و چون در حقیقت این همه تضعیفات حاصل الضرب مقسوم علیه در اعداد محاذی از یک تا نه است پس اگر بخواهند که در هر مرتبه مقسوم علیه را جمع کرده نویسند که همان حاصلات خواهد بود چنانکه از مثال واضح شود بعد از ان مراتب مقسوم علیه را به بینند که چند است و همان قدر از مراتب مقسوم من جانب الیسار بگیرند و ملاحظه کنند که مقسوم علیه خواه از تضعیفاتش کدام عدد از مقسوم ساقط میتواند شد لکن به شرطیکه آن عدد اکثر باشد اعنی اگر عدد ثانی که تضعیف مقسوم علیه است ساقط تواند شد پس مقسوم علیه را ساقط نکنند و اگر عدد ثالث که حاصل الجمع مقسوم علیه با تضعیف اوست ساقط تواند شد عدد ثانی را ساقط نسازند و همچنین تا وقتیکه عدد تاسع ساقط شود عدد ثامن را نگیرند پس هرگاه چنین عدد یافته شود آنرا از مقسوم ساقط کنند و رقم محاذی آنعدد را فوق مقسوم محاذی آحاد منقوص رسم سازند و اگر هیچ یک عدد از تضعیفات مقسوم علیه خواه خود مقسوم علیه ساقط نتواند شد یک مرتبه دیگر از مقسوم من جانب یمین بیفزایند و بعد از ان ساقط کنند و باقی را تحت خط عرضی نویسند و عدد یمین او از مقسوم یمین باقی نقل کنند و باز به بینند که کدام عدد از تضعیفات مقسوم علیه بطریق مذکور از ان ساقط میتواند شد پس آنرا ساقط کنند و باقی را تحت خط عرضی دیگر نویسند و عدد محاذی منقوص را در یمین فوقانی نویسند و اگر هیچ عدد ساقط نتواند شد صفر گذارند و باز عدد یمین او را از مقسوم یمین باقی نقل کنند و همچنان عمل نمایند و تا آحاد مقسوم برسند پس اگر در مرتبهٔ اخیر هیچ باقی نماند خارج قسمت عدد فوقانی است و اگر چیزی باقیماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند که خارج قسمت عدد فوقانی معه عدد

حاصل النسبة است مثلاً خواستم که ٥٣٩٨٧٤ را بر ٢٣ قسمت سازم نوشتم مقسوم را جائی و مقسوم علیه را
جائی دیگر و محاذی او رقم واحد نوشتم و اولاً مقسوم علیه را تضعیف نمودم و محاذی او رقم دو نگاشتم
باز مقسوم علیه را با تضعیف جمع نمودم و محاذی او رقم سه نوشتم و باز تضعیف را تضعیف کردم خواه همان
عدد ثالث را با مقسوم علیه جمع ساختم و رقم چهار محاذی او نگاشتم و همچنین تا نه بعمل آوردم
بدین صورت

	مقسوم علیه
١	٢٣
٢	٤٦
٣	٦٩
٤	٩٢
٥	١١٥
٦	١٣٨
٧	١٦١
٨	١٨٤
٩	٢٠٧

خارج قسمت ٢٣٤٧٢
مقسوم ٥٣٩٨٧٤
٤٦
٧٩
٦٩
١٠٨
٩٢
١٦٧
١٦١
٦٤
٤٦
١٨

بعد ازان چون مراتب مقسوم علیه دو است
پس از مقسوم دو مرتبه از یسار گرفتم
بصورت پنجاه و سه گردید پس از تضعیفات
مقسوم علیه صرف تضعیف که ازان ساقط
میتواند شد آنرا ساقط نمودم و باقی را که هفت
ماند تحت خط عرضی نگاشتم و نه را که در یمین او بود تحت خط
عرضی نقل کردم و دو را که محاذی تضعیف مقسوم علیه بود
فوق مقسوم محاذی آحاد منقوص نگاشتم باز دیدم که باقی معه عدد یمین بصورت هفتاد و نه است
پس از اضعاف مقسوم علیه عدد ثالث را یافتم که ازان ساقط میتواند شد آنرا ساقط کردم و باقی را
که ده ماند باز تحت خط عرضی دیگر نوشتم و عدد محاذی منقوص را که سه بود در یمین اول
فوق مقسوم نگاشتم و عدد یمین باقی را از مقسوم تحت خط عرضی نقل نمودم بصورت یکصد
و هشت گردید پس از اضعاف مقسوم علیه عدد رابع را که نود و دو است قابل اسقاط یافتم و ازان ساقط
نمودم و باقی را که شانزده ماند تحت خط عرضی نوشتم و چهار را که محاذی منقوص بود فوق مقسوم
در یمین سابق نگاشتم و عدد یمین باقی را از مقسوم تحت خط عرضی نقل نمودم بصورت یکصد
و شصت و هفت گردید از تضعیفات مقسوم علیه عدد سابع را قابل اسقاط یافتم و ساقط نمودم و باقی را
که شش ماند تحت خط عرضی نگاشتم و هفت را فوق مقسوم در یمین سابق نهادم و عدد یمین باقی
از مقسوم تحت خط عرضی نقل نمودم بصورت شصت و چهار شد پس عدد ثانی را که تضعیف
مقسوم علیه بود قابل اسقاط یافتم ساقط نمودم و باقی را که هجده ماند تحت خط عرضی نهادم
و عدد دو فوق مقسوم یمین سابق نوشتم و چون مقسوم تمام شد و باقی هجده ماند که اقل از مقسوم

علیه است آنرا بر مقسوم علیه منسوب ساختم خارج قسمت عدد فوقانی معه حاصل النسبة بر آمد بدینصورت

۲۳۴۷۲
۱۸
۲۳

طریق دویم که صاحب عیون الحساب بیان ساخته باید که شکلی ذو اربعة اضلاع بکشند و آنرا بمربعات صغار منقسم سازند بحیثیتیکه عدد مربعات عرضی مساوی عدد مراتب مقسوم علیه بود بشرطیکه آخر مقسوم علیه و یمین او زائد از اخیر مقسوم و یمین او نباشد والا یک مربع زائد بکشند و مربعات طولی بحیثیتی باشند که ارقام مقسوم را در مربعات فوقانی عرضی و در مربعات طولانی یمینی توانند نوشت و آحاد مقسوم در مربع تحتانی یمینی واقع شود و اخیر مقسوم در مربع اخیر فوقانی عرضی افتد و مقسوم علیه را بالای مربعات فوقانی عرضی نویسند بحیثیتیکه آحاد مقسوم علیه محاذی مربع یمینی فوقانی باشد بعد از ان طلب کنند اکثر عدد از آحاد که آنرا در جمیع مراتب مقسوم علیه ضرب کرده حاصل از مقسوم که محاذی اوست ساقط توانند کرد و هرگاه چنین عدد یافته شود آنرا در یمین مربعات فوقانی خارج جدول نویسند و آنرا بطور ضرب بسیط در مقسوم علیه ضرب نموده حاصل را در همان مربعات تحت ارقام مقسوم نگارند و ساقط کنند و باقی در مربعات سطر دویم یکمرتبه جانب یسار نقل کرده بنویسند و اگر باقی رقم آخر به سبب نقل خارج از جدول بیکمرتبه افتد مضایقه ندارد و باز طلب عددی دیگر کنند که آنرا در مقسوم علیه ضرب کرده حاصل را از اعداد سطر دویم ساقط توانند کرد و هرگاه بیابند تحت عدد اول نویسند و بهمان طریق ضرب کرده حاصل را در مربعات سطر دویم تحت ارقام آن نویسند و ساقط کنند و باقی را در سطر سیوم یکمرتبه جانب یسار نقل سازند و همچنین تا آخر برسند و در آخر اگر چیزی باقیماند انرا تحت جدول نویسند و بر مقسوم علیه منسوب سازند و اکثر الاعداد اگر بطوریکه در طریق اول گفته شد حاصل سازند خوب است مثلاً خواستم که ۱۹۶۰۳۴۵۹۲ را بر ۷۵۶ قسمت کنم جدول چنانکه گفته شد رسم نمودم و عمل کردم خارج قسمت ۲۵۹۳۰۵ بر آمد و هذه صورته (جدول ۱۱)

۲۵۹۳۰۵
۱۲
۷۵۶

طریق سیوم که معروف است و در خلاصة الحساب مذکور که بالای عدد مقسوم خط عرضی کشند و خلال هر مرتبه از مراتب مقسوم خطوط طولانی رسم نمایند بدان مقدار که برای عمل کفایت کند و مقسوم علیه را پائین جدول نویسند بحیثیتیکه اخیر مقسوم علیه محاذی اخیر مقسوم باشد اگر مقسوم علیه اقل از اعداد محاذی باشد والا یک مرتبه بجانب یمین نقل کرده نویسند و طلب کنند

اکثر عددی را از آحاد چنانکه مذکور شد و آنرا فوق جدول نگارند بحیثیکه محاذی آحاد مقسوم علیه واقع شود و بعد ازان آنرا در جمیع مراتب مقسوم علیه بطور ضرب بسیط ضرب ساخته حاصل را از مقسوم که محاذی مقسوم علیه است ساقط کنند و باقی را تحت خط عرضی نویسند و عدد یمین ثانی را از مقسوم نیز تحت خط عرضی نقل کنند و مقسوم علیه را یکمرتبه بجانب یمین نقل نماید و باز طلب عدد دیگر کنند چنانکه مذکور شده است و همچنین عمل تمام کنند و هرچه از مقسوم بعد قسمت باقی ماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۶۱۳۶۷ را بر ۳۶ قسمت کنم عمل نمودم چنانکه مذکور شد خارج قسمت | ۱۷۰۴ بر آمد و هذه صورته　　(جدول ۱۲)

$\frac{۲۳}{۳۶}$

و باید دانست که بعضی درین طریق ضرب بسیط نمیکنند بلکه عدد خارج را اول در مرتبهٔ اخیر مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل را اسقاط نموده باقی تحت خط عرضی مینویسند و باز در عدد یمین آن ضرب نموده حاصل را از محاذی او ساقط می سازند و همچنین تا آحاد مقسوم علیه میرسند و درین طریق عمل طول میشود و تطویل لاطائل است و نیز بعضی ثانی را معه عدد یمین او یک مرتبه بجانب یسار نقل می کنند و مقسوم علیه را نقل نمیسازند و مآل هردو واحد است طریق چهارم که بعضی شارحین خلاصة الحساب نوشته اند باید که مقسوم را نوشته تحت آن دو خط عرضی بفاصلهٔ که درمیان آن رقوم خارج قسمت توانند نوشت بکشند و تحت آن خطوط مقسوم علیه را چنانکه آخر مقسوم علیه محاذی آخر مقسوم باشد اگر مقسوم علیه زائد از اعداد محاذی نبود الا یک مرتبه جانب یمین نقل کرده بنویسند و طلب کنند اکثر عددی را از آحاد که آنرا در جمیع مراتب مقسوم علیه ضرب نموده حاصل را از مقسوم که محاذی اوست ساقط توانند کرد و چون یابند ان عدد را درمیان خطین عرضیین محاذی آحاد مقسوم علیه نویسند و اول در آحاد مقسوم علیه ضرب ساخته حاصل را که زائد علی العشرات بود از عدد مقسوم که محاذی مقسوم علیه است در ذهن ساقط کنند و بران عدد خط محو کشیده باقی را فوق آن نگارند و صورت عشرات حاصل را در ذهن گیرند و اگر نقصان نتواند شد ده بران افزوده نقصان کنند و برای آن ده هم واحد را گرفته با صورت عشرات حاصل الضرب جمع نموده در ذهن دارند و باز ان عدد خارج القسمة را در عشرات مقسوم علیه ضرب نموده و حاصل را با محفوظ جمع ساخته زائد علی العشرات را از عدد مقسوم که محاذی عشرات مقسوم علیه است در ذهن ساقط کنند اگر ممکن باشد و الا ده

بران افزوده ساقط کنند وهمچنان براي ده واحد را باصورت عشرات حاصل جمع ساخته در ذهن دارند تا اینکه تا آخر مراتب مقسوم علیه ضرب واقع شود بعد ازان مقسوم علیه رایک مرتبه بجانب یمین نقل کنند وچون فوق هرمراتب سابق ازمقسوم علیه بالای خط محو هرعدد که باشد باقي بعد اسقاط است پس باز طلب عدد دیگر بهمان صفت نمایند وهمچنان عمل کنند واگر رآخر بعد قسمت چیزی باقي ماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۱۹۸۷۵۴ رابر ۵۲۳ قسمت کنم نوشتم مقسوم راوتحت اودوخط عرضي کشیدم وتحت او مقسوم علیه رانگاشتم چنانکه مذکورشد وطلب کردم اکثرعددي را ازآحاد سه رایافتم آنرا ما بین خطین محاذي آحاد مقسوم علیه نوشتم واول در سه که آحاد مقسوم علیه بود ضرب کردم نه شد چون از هفت که محاذي آحاد مقسوم علیه است ساقط نتوانست شد لهذا از هفتده ساقط کرده هشت رافوق هفت بعد خط محو نوشتم وواحد رادر ذهن گرفتم باز خارج را درد وضرب کرده واحد محفوظ براوافزودم هفت شد آنرا ازهشت که محاذي عشرات مقسوم علیه بود ساقط کرده واحد را بعد خط محو فوق هشت نگاشتم وباز سه رادر پنج که مئات مقسوم علیه است ضرب کرده پانزده را ازنوزده که محاذي مئات مقسوم علیه است ساقط نمودم وچهار را بعد خط محوبالای نه نوشتم وبرواحد که دریسار اوبود نیز خط محوکشیدم ومقسوم علیه را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز طلب عدد دیگرکردم وهمچنان عمل الی آخره نمودم پس

خارج قسمت ۳۸۰ برآمد وهذه صـــــــــــــــورته	۰۴۱۸۱
۱۴ / ۵۲۳ وباید دانست که درچنین اعمال طریق پیدا کردن اکثر	۱۹۸۷۵۴
عددی ازآحاد آنست که عدد اخیرمقسوم علیه رابامحاذي اوکه ازمقسوم	۳۸۰
است به بینند که درکدام عدد اخیر مقسوم علیه راضرب ساخته ازمقسوم	۵۲۳
ساقط میتوانندکرد وبعد ازان عدد یمین اخیرمقسوم علیه رابه بینندکه دران عدد اگر	۵۲۳ / ۵۲۳ / ۰

ضرب یابد حاصل آن محاذي ساقط میتواند شدیانه هرگاه چنین عددبهم برسد آن عدد اکثرالآحاد خواهد بودوگاهي به ندرت ضرورت میشود که تا آحاد مقسوم علیه راهم ملاحظه میکنند فافهم

فائده اگر دریمین مقسوم ومقسوم علیه صفریا اصفار متساوي باشند آنها راحذف سازند واگر دریکی زیاده بود ردیگری کم باشد بعدة اصفارکم ازهردو حذف سازند وباقي رابرباقي قسمت کنند

مثلاً اگر خواهند که (٥٠٢٥٠٠٠ را بر ٧٥٠٠٠ قسمت کنند چون اصفار یمین مقسوم و مقسوم علیه متساوی اند آنها را حذف ساخته ٥٠٢٥ را بر ٧٥ قسمت سازند و اگر خواهند ٥٠٢٥٠٠٠ را بر ٧٥٠٠ قسمت کنند چون اصفار مقسوم علیه کم از اصفار مقسوم است پس بعدهٔ اصفار مقسوم علیه از مقسوم هم حذف کرده ٥٠٢٥٠ را بر ٧٥ قسمت نمایند که خارج مطلوب است

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه از اول عقدها باشد مثل ده و یک صد و یک هزار و غیر آن پس باید که از یمین مقسوم ارقام بعدهٔ اصفار مقسوم علیه ساقط کنند که باقی صحاح خارج است و ارقام مسقط را بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ٨٧٣٥٢٩ را بر ده قسمت کنم چون در یمین مقسوم علیه یک صفر بود پس آحاد مقسوم را که نه بود ساقط کردم باقی صور صحاح خارج ماند ٨٧٣٥٢ $\frac{٩}{١٠}$ و نه را که مسقط بود بر ده منسوب ساختم و همچنین اگر خواهم که مقسوم مذکور را بر یکصد قسمت کنم چون عدد اصفار مقسوم علیه دو است پس دو رقم از یمین مقسوم که آحاد و عشرات باشد ساقط نمودم و آنرا بر یک صد منسوب ساختم خارج قسمت بدین صورت گردید ٨٧٣٥ $\frac{٢٩}{١٠٠}$

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه مفرد غیر الآحاد باشد پس از یمین مقسوم ارقام بعدهٔ اصفار مقسوم علیه ساقط کرده باقی را بر صورهٔ مقسوم علیه که بعد حذف اصفار باشد قسمت کنند که خارج قسمت اعداد صحیح است و اگر چیزی باقی ماند آنرا بر یسار مسقط افزوده بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ٥١٩٠٨٤ را بر ٩٠٠ قسمت کنم چون در مقسوم علیه دو صفر است لهذا آحاد و عشرات مقسوم را ساقط کرده ٥١٩٠ را بر نه قسمت نمودم خارج ٥٧٦ صحیح شد و شش باقی ماند آنرا بر یسار مسقط افزودم و بر مقسوم علیه منسوب ساختم بدین صورت گردید ٥٧٦ $\frac{٦٨٤}{٩٠٠}$

فائدهٔ دیگر هر عدد را که بر پنج قسمت کنند باید که آن عدد را ضعف ساخته مرتبهٔ آحاد را ساقط کنند که باقی صحاح خارج است و رقم مرتبهٔ آحاد مسقط را تنصیف ساخته بر پنج منسوب سازند مثلاً خواستم که ٢٠٥٤٨ را بر پنج قسمت کنم مقسوم را ضعف نمودم ٤١٠٩٦ شد مرتبهٔ آحاد آنرا ساقط نموده و نصف رقم آحاد را بر پنج منسوب ساختم خارج قسمت

شد و همچنین اگر مقسوم علیه پنجاه یا پانصد یا پنجهزار باشد پس از یمین ضعف مقسوم ارقام ۴۱۰۹ بعده مراتب مقسوم علیه ساقط نمایند و نصف مسقط را بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً ۳/۵
اگر خواهم که ۹۷۸۶۴ را بر پنجاه قسمت کنم پس مقسوم را ضعف نمودم ۱۹۵۷۲۸ شد از ان ارقام آحاد و عشرات را ساقط کردم و تنصیف نموده برمقسوم علیه منسوب ساختم خارج قسمت بدینصورت شد ۱۹۵۷ و اگر مقسوم مذکور را بر پانصد قسمت کنم از ضعف او ارقام آحاد و عشرات و مئات را ساقط نمودم و تنصیف کردم و بر پانصد منسوب ساختم خارج ۱۴/۵۰ قسمت بدین صورت گردید ۱۹۵ ۳۶۴/۵۰۰

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه جزء عقدهٔ باشد اعني نسبت او بطرف عقده نسبت صحیحه بود مثل بست و پنج که آنرا بطرف صد نسبت ربع است یا دو که آنرا بطرف ده نسبت خمس است یا سي و پنج که نصف هفتاد است یا سه صد و پنجاه که نصف هفتصد است و علی هذا القیاس پس مقسوم را در مخرج آن جزء ضرب سازند و بران عقده قسمت کنند مثلاً خواستم که ۳۹۸۹۰۵۲ را بر ۲۵ قسمت کنم چون بست و پنج ربع یک صد است مقسوم را در چهار که مخرج ربع است ضرب ساختم ۱۵۹۵۶۲۰۸ گردید آنرا بر یکصد قسمت نمودم خارج قسمت ۱۵۹۵۶۲ ۸/۱۰۰ برآمد و اگر بخواهم که مقسوم مذکور را بر ۳۵۰ قسمت کنم آنرا در دو ضرب ساختم حاصل ۷۹۷۸۱۰۴ شد آنرا برهفت صد قسمت کردم خارج قسمت ۱۱۳۹۵ ۶۰۴/۷۰۰ گردید

فائدهٔ دیگر چون خاصهٔ عدد نه و مرکبات او مثل نود و نه و نهصد و نود و نه وغیر آن اینست که هر عدد مفرد را که بران قسمت کنند خارج و باقي بصورت آن مفرد خواهد بود لکن مراتب خارج بقدر مراتب مقسوم علیه از مراتب مقسوم کم خواهد برآمد پس هر عددی را که بر نه قسمت کنند ارقام مقسوم را از یسار شروع بجمع نمایند اعني رقم آخر را باصورة متلو او جمع سازند اگر نه یا زائد از نه شود پس بر رقم اخیر واحد افزوده فوق متلو اخیر نویسند و اگر کم از نه شود همان رقم اخیر را ثبت نمایند و مجموع را بر نه قسمت کرده باقي را باز باصورت متلو او جمع کنند اگر مجموع کم از نه باشد همان باقي فوق متلو مذکور نگارند و الا واحد افزوده ثبت کنند و مجموع را باز طرح کرده باقي را با متلو او جمع سازند و همچنان عمل نمایند و هرجاکه بعد طرح هیچ باقي نماند فوق متلو او صفر گذارند و اگر رقم اخیر عدد نه باشد فوق آن واحد

نویسند و بر متلوا و صفر گذارند چرا که از نه بعد طرح هیچ باقی نخواهد ماند و همچنین تا بآحاد مقسوم رسند پس در آخر بعد طرح هرچه باقیماند آنرا بر نه منسوب سازند مثلاً خواستم که

٥٨١١٦٤٢
٥٢٣٠٤٧٨٥

را بر نه قسمت کنم رقم اخیر مقسوم را که پنج است با متلواو که دو است جمع نمودم هفت شد چون کم از نه بود پس پنج را فوق دو نوشتم باز مجموع را چون طرح نتوانست شد باقی فرض کردم و با متلو او که سه بود جمع نمودم ده شد و زائد بر نه گردید پس واحد بر هفت افزوده هشت را فوق سه نگاشتم و مجموع را طرح نمودم واحد باقی ماند آنرا با صفر جمع نمودم همان واحد شد پس واحد را به سبب اینکه کمتر از نه بود فوق صفر نوشتم و مجموع را که واحد بود چون طرح نتوانست شد باز باقی فرض کردم و با چهار جمع ساختم پنج شد لهذا باز واحد را فوق چهار نگاشتم و پنج را باقی فرض کرده با هفت جمع ساختم دوازده شد و زائد بر نه گردید بر پنج واحد افزوده شش را فوق هفت نوشتم و دوازده را طرح کرده سه را باقی گرفتم و آنرا با هشت جمع کردم یازده شد واحد بر سه افزوده چهار را فوق هشت نهادم و یازده را طرح کرده دو را باقی گرفتم و با پنج جمع نمودم هفت شد پس دو را فوق پنج نهادم و هفت را که طرح نشد بر نه منسوب ساختم خارج قسمة ٥٨١١٦٤٢ بر آمد

٥٨١١٦٤٢
٧
٩

فائدهٔ دیگر هر عددی را که بر نه قسمت کنند اگر صور ارقام را از یسار جمع نمایند پس رقم اخیر را تحت رقم اخیر بعد خط عرضی نویسند و آنرا با صورة یمین او جمع نموده آحاد مجموع را تحت او نگارند و عشرات را در یسار تحت مرقوم اول و باز مجموع را با صورت یمین جمع نموده همچنان نگارند و باز صورة یمین را بر مجموع بیفزایند تا که بعشرات مقسوم رسند و بعد از آن رقم آحاد بر مجموع که تا عشرات شده باشد افزوده بر نه قسمت کنند و خارج قسمت را در تحت عشرات مقسوم نگارند و باقی را بر نه منسوب سازند و جمع نمایند که مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که ١٠٩٦٨٣٨٤٨ را بر نه قسمت کنم نوشتم مقسوم را

١٠٩٦٨٣٨٤٨
١١٠٦٤٩٥٩
١١٢٢٣٣٥
١٢١٨٧٠٩٤
٢
٩

بعد از آن واحد را که در اخیر بود بجنسه تحت خط عرضی نوشتم و باز واحد را با صفر جمع نمودم همان واحد شد واحد را تحت صفر نگاشتم و باز نه را با واحد جمع کردم ده شد ده را تحت نوشتم بحیثیتیکه صفر تحت نه و واحد تحت واحد افتاد و باز ده را با شش جمع ساختم و شانزده را تحت او نوشتم و باز با هشت جمع کردم بست و چهار گردید آنرا تحت هشت نهادم و باز با سه جمع نمودم و بست و هفت را تحت سه نوشتم و با هشت

جمع کردم سي وپنج راتحت هشت نگاشتم وبا چهار جمع نمودم وسي ونه راتحت چهار نوشتم چون جمع ارقام تامرتبۀ عشرات مقسوم رسیده آنرا باهشت که در مرتبۀ آحاد بود جمع نموده چهل وهفت رابرنه قسمت نمودم خارج قسمت پنج برآمد آنرا درتحت محاذي عشرات مقسوم نوشتم وباقي راکه دوماند برنه منسوب ساختم وجمع نمودم خارج قسمة ۱۲۱۸۷۰۹۴ ۲/۹ برآمد

فائدهٔ دیگر اگرخواهند که عددی رابرنود ونه یانهصد ونود ونه یانه هزار ونهصد ونود ونه ومثل آن قسمت کنند مراتب مقسوم را ازیمین بعدهٔ مراتب مقسوم علیه طرح کنند وفوق هر قسم بخط عرضي نشان کنند اعني اگرمراتب مقسوم علیه دو است پس مراتب مقسوم رادودوطرح کنند وفوق هریک قسم که ازطرح حاصل میشود بخط عرضي نشان کنند واگر مقسوم علیه سه مراتب دارد پس مراتب مقسوم را سه سه طرح کنند وفوق او خط عرضي کشند تااینکه مثل مراتب مقسوم علیه ازمقسوم دریسار باقي ماند یا اقل ازمراتب مقسوم علیه باقي افتد بعد ازان باقي رابعینه زیر مقسوم تحت خط عرضي نویسند وباز آنرا براعداد یمین او که تحت خط فوقاني است بیفزایند بحیثیتیکه آحاد برآحاد افزاید وعشرات برعشرات ومجموع دریمین آن تحت خط عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد تحت خط فوقاني افتد وباز مجموع را براعداد یمین او افزوده همچنان مجموع رادریمین سابق نویسند وهمبرین طریق تاآخر عمل نمایند وبعده جمع کنند پس انچه مجموع اخیراست آنرا برمقسوم علیه قسمت کنند وخارج را برآحاد سابق بیفزایند وباقي را برمقسوم علیه منسوب سازند که آن کسراست مثلاً خواستم که ۱۰۹۶۸۳۴۸ رابرنود ونه قسمت کنم پس مراتب مقسوم را ازیمین دودو مرتبه بخط عرضي نشان کردم واحد که درمرتبۀ اخیر بود باقي ماند پس آنرا بعینه تحت خط عرضي نوشتم باز واحد رابرنه که رقم آحاد تحت خط فوق یمین او بود افزودم ده شد ده رادریمین واحد نگاشتم وده رابرشصت وهشت که تحت خط نشان دیگربود افزودم هفتاد وهشت شد آنرا دریمین ده نگاشتم باز هفتاد وهشت راباسي وهشت جمع نمودم یک صد وشانزده شد آنرادریمین هفتاد وهشت ثبت نمودم بحیثیتیکه شش محاذي هشت وواحد محاذي سي وواحد که درمرتبۀ مئات است تحت هشت افتاد باز یک صد وشانزده راباچهل وهشت جمع نمودم یکصد وشصت وچهار گردید چون مجموع اخیر بود آنرا برمقسوم علیه قسمت نمودم خارج واحد برآمد آنراتحت

شش نگا شتم وجمع نمودم وباقي راکه شصت وپنج است بر نود ونه منسوب ساختم و هذه صورته

۱۰۹۶۸۳۸۴۸
۱۱۰۷۸۱ ۶۶۴
۱ ۱
۱۱۰۷۹۱۷
۶۵
۹۹

تنبيه بايد دانست که اگر در يمين مقسوم عليه اصفار باشد پس بعدة اصفار از ارقام يمين مقسوم ساقط کرده وباقي را بطريقيکه مذکور شد قسمت نمايند وارقام مسقط را در يمين باقي که کسر است افزوده بر مقسوم عليه منسوب سازند مثلاً اگر خواهم که ۷۲۳۵۴۲۸۲ را بر ۹۹۰۰ قسمت کنم پس از يمين مقسوم مرتبهٔ آحاد وعشرات راکه بعدة اصفار مقسوم عليه بود ساقط نمودم وباقي را قسمت کردم بدينصورت خارج قسمت ۷۳۰۸ برآمد پس ارقام مسقطه را بر کسر افزودم بدينصورت شد

۵۰۸۲
۹۹۰۰

۷۲۳۵۴۲
۷۲۰۰۷۴۹
۱ ۱
۷۳۰۸
۵۰
۹۹

فائدهٔ ديگر اگر ارقام آحاد وعشرات مقسوم عليه ۷۵ وارقام اخير آن ۲۴ باشد ودر ميان آن خواه رقم نه بود يا کدام ديگر رقم نباشد مثل ۲۴۷۵ خواه ۲۴۹۷۵ خواه ۲۴۹۹۷۵ وغير آن پس بايد که عددي راکه ارقام جميع مراتب او نه باشد وعدد مراتب او از مراتب مقسوم عليه مذکور دو مرتبه کم بود مقسوم عليه مفروض قرار دهند مثلاً اگر مقسوم عليه ۲۴۷۵ باشد ۹۹ را مقسوم عليه مفروض سازند واگر ۲۴۹۷۵ باشد ۹۹۹ را مقسوم عليه مفروض مقرر کنند واگر ۲۴۹۹۷۵ باشد ۹۹۹۹ را مقسوم عليه مفروض سازند ومقسوم را بر او قسمت کنند وخارج را در چهار ضرب کرده از حاصل الضرب آحاد وعشرات ساقط نمايند که باقي عدد صحيح خارج قسمت بود وباز ربع مسقطين را در مقسوم عليه مفروضه که مؤلف از تسعات است ضرب کرده حاصل را بصورت کسر بيفزايند وبر مقسوم عليه حقيقي منسوب سازند مثلاً خواستم که اين عدد را بر ۲۴۹۷۵ قسمت کنم پس بقاعدهٔ که بالا مذکور شد بر ۹۹۹ قسمت کردم خارج قسمت صحاح گرديد آنرا در چهار ضرب ساختم پس آحاد وعشرات آنرا که بصورت شصت بود ساقط کردم باقي ماند ۲۲۷۳۸۳۹۷۷۴ واين صحاح خارج قسمت حقيقي است بعد از ان ربع شصت راکه ساقط شده بود اعني پانزده را در مقسوم عليه مفروضه که ۹۹۹ بود ضرب کردم حاصل ۱۴۹۸۵ شد پس آنرا

۵۶۷۸۹۰۴۶۰۳۳۲۵۶۳
[illegible]
۱ ۱ ۱
[illegible]
[illegible] ۹۹۹

بر ۸۵۸ که صورت کسر خارج اول بود افـــــــــزودم ۸۵۸
وبرمقسوم علیه حقیقي منسوب ساختم بدین صورت ۱۵۸۴۳ گردید ۱۴۹۸۵
۲۴۹۷۵ ۱۵۸۴۳
واین کسر خارج قسمت حقیقي است

فائدۂ دیگر اگر مجموع صورت آحاد وصورت اخیر مقسوم علیه نه باشد ودرمیان آن سواي رقم نه عدد دیگر نبود چنانکه ۸۱ و ۱۸ و ۷۹۲ و ۶۹۹۳ درینصورت مقسوم را برتسعات قسمت کنند که عدد مراتب او یکمرتبه کم از مقسوم علیه حقیقي بود مثلاً اگر مقسوم علیه حقیقي ۸۱ باشد بر ۹ قسمت کنند واگر ۷۹۲ بود بر ۹۹ و اگر ۶۹۹۳ باشد بر ۹۹۹ قسمت سازند وصحاح خارج قسمت را بر عددیکه از خیر مقسوم علیه حقیقي بواحد زائد باشد قسمت نمایند پس صحاح خارج قسمت ثاني صحاح خارج قسمت مطلوبه است وکسر خارج قسمت ثاني را در مقسوم علیه مفروضه ضرب کرده حاصل را بر کسر خارج قسمت اول بیفزایند وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند مثلاً خواستم که ۳۹۵۷۸۴۸۴۲۱ را بر ۵۹۴ قسمت کنم پس آنرا بر ۹۹ قسمت کردم بدینصورت (صورت ۱۳) بعد از ان خارج قسمت را بر شش قسمت نمودم زیرا که عدد اخیر مقسوم علیه حقیقي پنج است ۶۶۶۳۰۴۴ خارج قسمت شد وآن صحاح خارج قسمت حقیقي است بعد از ان دو را
۲
۶ که صورت کسر خارج قسمت دویم است در ۹۹ که مقسوم علیه مفروضه بود ضرب ساختم وحاصل را که ۱۹۸ بود بر کسر خارج قسمت اول افزودم وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب ساختم بدین صـــــــــورت $\frac{۲۸۵۰}{۵۹۴}$

فائدۂ دیگر اگر در مقسوم علیه عدد سه بود بجاي نه مثلاً مقسوم علیه صرف سه بود یاسي بود یاسي وسه باشد یاسه صد وسي وسه وعلی هذا درینصورت مقسوم را اگر بر عدد یکه در جمیع مراتب او نه باشد وعدد مراتب مساوي مراتب مقسوم علیه حقیقي بود قسمت کرده خارج را در سه ضرب سازند وبعد از ان صورت کسر را اگر مانده باشد در سه ضرب کرده بر مقسوم علیه مفروضه قسمت کرده خارج را بر ان بیفزایند وانچه در قسمت کسر باقي ماند آنرا ثلث گرفته بر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند مثلاً خواستم که ۲۳۶۵۸۷ را بر سي وسه قسمت کنم اول آنرا بر نود ونه قسمت کردم خارج قسمت ۲۳۸۹ صحیح و $\frac{۷۶}{۹۹}$ کسر بر آمد بدینصورت (صورت ۱۴)
صحاح خارج قسمت را در سه ضرب کردم ۷۱۶۷ شد باز صورت کسر را در سه ضرب کرده بر نود

ونه قسمت نمودم خارج دو صحیح وسي جزء گردید بدین صورت | ٢ ٣٠ ٩٩ | دو را بر صحاح [illegible]

افزودم وثلث کسر را بر مقسوم علیه حقیقي که سي وسه بوده منسوب | | ساختم مطلوب

حاصل شد بدین صورت | ٧١٦٩ ١٠ ٣٣ | ونیز اگر مقسوم را در سه ضرب کرده بر مقسوم علیه

مفروضه چنانکه مذکور شد | | قسمت سازند خارج صحاح مطلوب [illegible]

کسر را بر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند چنانکه در مثال مذکور مقسوم را در سه ضرب [illegible]

نود ونه قسمت نمودم وثلث کسر را بر سي وسه منسوب ساختم بدین صورت (صورت [illegible])

فائدۀ دیگر و همچنین اگر در مراتب مقسوم علیه رقم شش باشد پس مقسوم را بر مقسوم علیه

مفروضه که رقم نه داشته باشد ومراتب او مساوي مراتب مقسوم علیه حقیقي [illegible]

نصف صحاح خارج را بر خارج بیفزایند وجمع کنند وبرای کسر اگر از روی تصعیف [illegible]

مقسوم علیه حقیقي بگیرند وآنرا بر صورت کسر خارج القسمت [illegible]

علیه حقیقي برد آنرا بر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند واگر زائد باشد [illegible]

کرده باقي را منسوب کنند وواحد بر آحاد مجموع صحاح بیفزایند که مطلوب [illegible]

که ٦٧٢٠٩٧٢٣٥٤ را بر شصت وشش قسمت کنم اول مقسوم را [illegible]

خارج را تصعیف نموده جمع ساختم وبرای کسر [illegible]

که نصف مقسوم علیه حقیقي است بر صورت کسر خارج [illegible]

علیه حقیقي بود لهذا مقسوم علیه را از [illegible]

علیه حقیقي منسوب ساختم بدین صورت (صورت [illegible])

بطریق دیگر اگر مقسوم را در مثال مذکور تصعیف [illegible]

علیه مفروضه قسمت کنند واز کسر خارج قسمت [illegible]

منسوب سازند نیز مطلوب حاصل شود بدین صورت (صورت [illegible])

فائدۀ دیگر و همچنین اگر در مقسوم علیه رقم چهار [illegible]

پس خارج قسمت مقسوم علیه رقم شش را اول حاصل نموده [illegible]

باشد بدین صورت در مثال مذکور (صورت [illegible])

ونیز اگر مقسوم را اول تصعیف نموده وبعد از ان جمع کرده [illegible]

جدول ۱۱ صفحہ ۵۳

جدول ۳ صفحہ

صورت ۱۳ صفحہ ۹۱

صورت ۱۳ صفحہ ۹۱

صورت ۱۵ صفحہ

ساخته بر مقسوم علیه ننه قسمت کنند و کسر خارج قسمت اول از صورت تسعه ساقط کرده نصف باقی بگیرند و بر مقسوم علیه حقیقی منسوب سازند نیز مطلوب برآید بدین صورت (صورت ۱۹)

وهرگاه تسع صورکسر ساقط نمودم باقی شصت ماند آنرا نصف کرده بر مقسوم علیه منسوب ساختم

بدین صورت شد $\frac{۳۰}{۴۴}$

فائده دیگر و همچنین اگر در مقسوم علیه رقم هشت هشت باشد پس بر خارج قسمت رقم ننه ثمن آن بیفزایند که مطلوب باشد و نیز اگر خارج قسمت رقم چهار چهار را تنصیف سازند نیز مطلوب باشد

فائده دیگر اگر در مقسوم علیه رقم دو دو باشد خارج قسمت رقم چهار چهار را تضعیف سازند

فائده دیگر و اگر در مقسوم علیه رقم پنج پنج باشد از خارج قسمت رقم چهار چهار خمس آن ساقط کنند یا بر خارج قسمت رقم شش شش خمس آن بیفزایند

فائده دیگر اگر در مقسوم علیه رقم هفت هفت باشد از خارج قسمت شش شش سبع آن ساقط کنند و علی هذا اگر مقسوم علیه از تضعیفات نه خواه نه نه باشد خارج قسمت را بهمان نسبت انصاف نمایند اعنی اگر ضعف است نصف سازند و اگر سه چند است ثلث بگیرند وعلی هذا القیاس یا اگر مقسوم علیه از تضعیفات رقم شش باشد یا هشت یا هفت و یا پنج یا چهار و غیر آن که مذکور شد پس بهمان نسبت انصاف خارج قسمت آنها بگیرند و باید دانست که کسر خارج قسمت اول درین صورت همچنان بحال خود می ماند الا اگر از روی تزاید انصاف چیزی کسر دیگر بهم رسد آن کسر را از مقسوم علیه حقیقی گرفته بر صورت کسر اول بیفزایند و اگر از روی تناقص انصاف چیزی کسر باشد آنرا هم بهمان طریق نقصان نمایند چنانکه از امثله واضح شود مثلاً خواستم که این عدد (صورت ۲۰)

را بر نود و نه قسمت کنم و باز اگر همان عدد را بر هشتاد و هشت قسمت کنم ثمن خارج قسمت اول که ۱۸۲۸۰۹۳۰۰) است بر آن افزودم خارج قسمت هشتاد و هشت گردید هکذا (صورت ۲۱)

و باز اگر همان عدد را بر شصت و شش قسمت کنم پس نصف خارج قسمت اول که ۲۷۳۹۲۲۷۲ بود بر آن افزودم خارج قسمت شصت و شش شد هکذا (صورت ۲۲) و باز اگر همان عدد را بر هفتاد و هفت قسمت کنم سبع خارج قسمت شصت و شش را که $۱۱۷۳۹۶۸۸\frac{۱۱}{۷۷}$ است از خارج قسمت شصت و شش ساقط نمودم باقی مطلوب ماند هکذا (صورت ۲۳)

چهار ده ساقط کرده هفت را تحت چهار نهادم و هشت را از نه ساقط نمودم و واحد را تحت نه نگاشتم واز هشت ساقط نمودم و هفت را تحت هشت نوشتم و از هفت ساقط نمودم هیچ نماند و هذه صورته

(صورت ۲۹) مثال دیگر اگر خواهم که ۷۸۳۹۸۷۵ را برابر ده قسمت کنم چون میزان آن ده بود پس آنرا از پانزده ساقط نموده پنج را تحت آحاد نوشتم و شش را از هفت ساقط نموده واحد را تحت هفت نگاشتم و از هشت ساقط نمودم و هفت را تحت هشت نگاشتم و هکذا تا آخر عمل نمودم بدین صــــــــورت (صورت ۳۰)

مثال دیگر اگر خواهم که ۷۰۹۴۳۹۵ را قسمت کنم چون میزان آن هیچ نبود پس آحاد را تحت آحاد نوشتم و عمل تا آخر نمودم بدین صــــــــــــورت

۷۰۹۴۳۹۵
۶۴۴۹۴۵

* مطلب ثامن *

در بیان حقیقت جذر و ضلع اول (۲۷) و مجذور و مضلعات دیگر و ما یتعلق بها

بدانکه هر عدد را که فی نفسه ضرب کنند آنرا جذر و ضلع و شیء گویند و حاصل الضرب را مجذور و مربع و مال نامند و هرگاه مجذور را باز در آن عدد ضرب کنند آن عدد را کعب گویند و حاصل الضرب را مکعب و اکثر بر حاصل الضرب هم اسم کعب اطلاق می کنند کَالْخَلْقِ بِمَعْنَی الْمَخْلُوقِ و لفظ مکعب کم مستعمل است و هرگاه مکعب را در آن عدد ضرب کنند آن عدد را ضلع اول نامند و حاصل الضرب مال مال بلکه اطلاق ضلع اول عام است که جذر و کعب و ضلعهای دیگر مضلعات را نیز شامل است و جمیع حاصلات ضرب را مضلعات می نامند و مرتبهٔ آنرا منزل گویند یعنی جذر در منزل اول است و مجذور در منزل دویم و کعب در منزل سیوم و بعضی گویند که جذر و مجذور اصطلاح فن حساب عددیه است و ضلع و مربع اصطلاح فن مساحت و شیء و مال و ضلع اول و مضلعات اصطلاح فن جبر و مقابله لکن فی الحقیقة چون اینهمه فنون متعلق علم حساب اند لهذا محاسبین تخصیص روا نمیدارند خصوص در جذر و مجذور و ضلع و مربع و ضلع اول و مضلعات که این الفاظ اکثر در محاورهٔ محاسبین است الا شیء و مال سوای جبر و مقابله جای دیگر اطلاق نمی شود مگر تخصیص اینهم درست نیست زیرا که در مراتب نزولی چنانکه بعد ازین مذکور میشود کسور را جزء شیء و جزء مال و جزء کعب می نامند عموماً بغیر تخصیص پس باید دانست که اگر حاصلات را چنانکه مذکور شد مرةً

بعد اخری دران عدد ضرب کنند مضلعات کثیر حاصل میشوند بَعْضُهَا فَوْقَ بَعْضٍ اِلَی غَيْرِ النِّهَايَةِ
بمعنی لَا تَقِفُ عِنْدَ حَدٍّ پس بعد مرتبهٔ مال مال لفظ مال ثانی رابکعب بدل میسازند و مال کعب
میگویند و بعد ازان مال اول راهم به کعب بدل می کنند و کعب کعب می نامند و پس ازان
کعب اول رابدل بدو مال مینمایند و مال مال کعب میخوانند و همچنان باز مال ثانی رابکعب
بدل کرده مال کعب کعب میگویند و بعد ازان کعب کعب کعب و هَكَذَا بَعْدَ ذَالِكَ اِلَی مَا شَاؤُا
و همچنین کسر راکه نسبت او بطرف واحد مثل نسبت واحد بطرف جذر بود آنرا جزء شيء
خوانند و حاصل الضرب في نفسه آن کسر را جزء مال گویند و همچنان بعد ازان جزء کعب و جزء
مال مال و جزء مال کعب وغیر ذلک اطلاق میکنند و باید دانست چنانکه عدد صحیح در ضرب
متزاید باضعاف است همچنان کسر در ضرب متناقص می شود بانصاف و مراد از انصاف صرف
نصف نیست بلکه نصف و ثلث و ربع و غیره جمیع کسورات چنانکه از اضعاف مراد صرف
دوچند نیست بلکه سه چند و چهار چند و غیران پس مراتب مضلعات صحاح صعودی است
و مراتب مضلعات کسر نزولی و واحد وسط فی النسبة است درمیان هر مضلع و جزء او و جذر اول منازل
صاعده است و جزء الشيء اول منازل نازله و مال ثانی الصواعد و کعب ثالث الصواعد و همچنین
جزء مال ثانی النوازل و جزء کعب ثالث النوازل است و ازینجا معلوم شد که واحد نه جذر است
و نه مجذور بلکه وسط فی النسبة است زیراکه اگر واحد جذر باشد پس جزء شيء هم واحد خواهد
بود فَلَا وَاسِطَةَ بَيْنَ الْجَذْرِ وَجُزْءِ الشَّيْءِ وَهُوَ مُحَالٌ لِاَنَّ جُزْءَ الشَّيْءِ كَسْرٌ وَالْوَاحِدُ لَيْسَ بِكَسْرٍ فَافْهَمْ
وآنکه اکثر در حساب که واحد را جذر و مجذور گفته می شود بر سبیل مجاز است به سبب ضرورت
که محاسبین را ازو گزیر نیست چنانکه واحد راکه فی الحقیقت عدد نیست مگر به سبب ضرورت
از عدد میشمارند کَمَا مَرَّ و نیز باید دانست که چون مال منزل دویم و کعب منزل سیوم است و اسامی
دیگر جمیع مضلعات را از ترکیبات آن استخراج کرده اند چنانکه مذکور شد پس هرگاه از اسم هر مضلع
برای مال عدد دو و برای کعب عدد سه گرفته جمع کرده شود عدد منزل آن مضلع حاصل خواهد شد
مثلا در مال کعب از برای مال عدد دو و از برای کعب عدد سه گرفته جمع نمودم پنج شد
دانستم که مال کعب در منزل پنجم است و همچنین کعب کعب در ششم و مال مال کعب در هفتم
و علی هذا القیاس و هرگاه عدد منزل را بر سه قسمت کنند پس اگر هیچ باقی نماند بعدهٔ عدد خارج

قسمت لفظ کعب بنویسند که آن اسم مضلع آن منزل باشد واگر دو باقي ماند بعدهٔ عدد خارج
لفظ کعب نوشته یک مال در اول او بنویسند که اسم مضلع آن منزل باشد واگر واحد باقي ماند از
عدد خارج واحد کم کرده بعدهٔ باقي لفظ کعب نویسند ودو مال در اول نگارند که اسم مضلع آن منزل
گردد مثلا در منزل نهم چون نه را برسه قسمت کردم سه خارج شد پس کعب کعب کعب اسم
مضلع منزل نهم است واگر هشت را برسه قسمت کنند دو خارج شود ودو باقي ماند پس مال کعب
کعب اسم منزل هشتم است واگر هفت را برسه قسمت نمایند دو خارج مي شود وواحد باقي میماند
پس واحد از خارج قسمت ساقط نموده دو مال بران افزودند پس مال مال کعب اسم منزل هفتم است
* فائده هر مضلعیکه ضلع اول او تحقیقي باشد منطق است وآنرا مفتوح نیز گویند والا اصم
وآنرا معقود نیز خوانند واکثر علماء برانند که ضلع اول مضلع اصم اصلا وجود ندارد وبعضي گویند
که براي اصم جذر في نفس الامر هست لیکن عالم الخفیات سبحانه آنرا مستتر داشته ولهذا دراوراد
خود گفته اند که سُبْحَانَ مَنْ یَعْلَمُ جَذْرَ الْعَدَدِ الْاَصَمِّ وَسُبْحَانَ مَنْ یَعْلَمُ نِسْبَةَ الْقُطْرِ اِلَی الدَّائِرَةِ
وهرچند درین باب اشاره در مقدمه کرده شده چون اینجا بیان اقوال هریکي ودلائل آنها منظور
است لهذا شمهٔ بطریق اختصار گفته مي شود خلخالي شارح خلاصة الحساب رحمه الله وغیر آن
دلائل چند بر ابطال جذر الاصم بیان کرده اند بعضي ازان که از جملهٔ اصول اند بیان میگردد
اول اینکه مربع کسر مجرد جائز نیست که عدد صحیح بود زیرا که مرتبهٔ نزولي دارد پس مربع
کسر اقل از کسر است وکسر اقل از واحد درینصورت مربع کسر مجرد عدد صحیح نتواند بود وهمچنین
مربع عدد صحیح مع الکسر نیز جائز نیست که عدد صحیح باشد چرا که به شکل چهاردهم مقالهٔ هشتم
اقلیدس ثابت شده که اگر مربعي عاد مربع دیگر باشد پس ضلع او هم عاد ضلع آن مربع دیگر
خواهد بود مثلاً نه که مربع سه است سي وشش را که مربع شش است ساقط میکند پس سه که جذر
نه است نیز شش را که جذر سي وشش است ساقط میکند درینصورت اگر مربع عدد صحیح مع الکسر
عدد صحیح باشد چون واحد که خود مربع است وجمیع اعداد صحیحه را ساقط مي کند مي باید
که جذر او هم که واحد است جذر آن عدد صحیح را که صحیح مع الکسر است ساقط کند وهٰذا
بَاطِلٌ پس معلوم شد که مربع صحیح مع الکسر هم عدد صحیح نمي باشد وهرگاه هردو مقدمه
ثابت گردید پس جذر اصم چون عدد صحیح نیست اگر جذر باشد في نفس الامر از دو حال

خالي نتواند بود يا کسر مجرد باشد يا صحيح مع الکسر وهردو باطل است زيراکه آن عدد اصم عدد صحيح است جائز نيست که مربع کسر مجرد يا مربع صحيح مع الکسر شود پس اصم الجذر عديم الجذر است قطعا فقط واين ضعيف ميگويد که درين دلائل بنظر تحقيق تامل است زيراکه درينجا معلوم نميشود که از واحد مراد واحد حقيقي است يا غير حقيقي است اگر واحد حقيقي مراد باشد پس گويم که چون واحد حقيقي منقسم نميشود چگونه کسر کمتر از واحد خواهد بود وفي الحقيقة از تعريف کسر که جميع محاسبين ميکنند اين امر ظاهر است چه کسر عدد مضاف را گويند که مضاف شود بسوي جمله که آنرا واحد فرض کرده شود اعني حقيقت نصف واحد بلحاظ اثنين است اگر اثنين را جملة واحد فرض کنند وصاحب عيون الحساب براي استخراج مخرج کسر که بيان نسبت تساوي وتباين وتوافق وتداخل کرده ميگويد که كُلُّ عَدَدَيْنِ غَيْرَ الْوَاحِدِ مُتَمَاثِلاَنِ إِنْ تَسَاوَيَا وَمُتَدَاخِلاَنِ إِنْ أَفْنَى أَقَلُّهُمَا الْأَكْثَرَ وَمُتَوَافِقَانِ إِنْ أَفْنَاهُمَا ثَالِثٌ غَيْرُ الْوَاحِدِ وَمُتَبَايِنَانِ إِنْ لَمْ يُفْنِهِمَا غَيْرُ الْوَاحِدِ پس براي واحد کسر نيست چه واحد مخرج هيچ کسر نميتواند شد ونيز واحد حقيقي نه جذر است ونه مجذور چه جذر عدد مضروب في نفسه را گويند وحاصل الضرب را مجذور خوانند وواحد را هيچ تاثير در ضرب نيست كَمَا قَالَ صَاحِبُ خُلاَصَةِ الْحِسَابِ لَا تَأْثِيرَ لَهُ فِي الضَّرْبِ وچگونه تواند بود که در ضرب مي بايد که نسبت احد المضروبين بطرف حاصل الضرب مثل نسبت واحد بطرف مضروب آخر باشد واگر واحد را در ضرب تاثير باشد پس گويا نسبت واحد بطرف واحد مثل نسبت واحد بطرف واحد شود درينصورت تمثيل باطل ولغو محض است ونيز صاحب عيون الحساب در بيان مراتب مضلعات ميفرمايد که جذر اول مراتب صاعده است وجزء شيء که کسر است از [illegible] نازله وواحد وسط في النسبة است پس ازينجا هم معلوم شد که واحد نه جذر است نه مجذور واگر مراد از واحد غير حقيقي است نيز حال او همچنين است که کسور را از جهة واحديت او نيستند بلکه از جهة ترکيب او با جزاء متعدده است بالقوة باشد يا بالفعل وهمچنين جذريت ومجذوريت از جهت واحديت او درست نيست وفي الحقيقة چون واحد عدد نيست پس تاثير اعمال عدديه مثل ضرب وقسمت وجذر ومجذور در و هيچ نيست ودليل به شکل چهارم مقالة ثامن که مذکور است يقين است که در شکل مذکور مراد از مربع غير الواحد است چنانکه

گویند فرد اوّلی آنست که بر هیچ عددی قسمت نه پذیرد و درینجا غیر الواحد مراد می شود وحق آنست که چون اعداد عرض اند و معروض آنهاکه ازو در علم حساب بحث میرود اجسام است متّصله باشد یا منفصله و اجسام قابل انقسام الی غیر النهایة اند و جذر و مجذور وضرب و قسمت اعمال عدد عارض اجسام است پس ممکن است که جذر اصمّ فی نفس الامر باشد و تعبیر عددی ازو دشوار بود چنانکه گویم مثلثی قائم الزاویه است که هر دو ضلعین او چهار چهار اند پس لامحالة وتر جذر سی و دو خواهد بود کَمَا ثَبَتَ بِشَکْلِ الْعَرُوْسِ و فی نفس الامر موجود است غَایَتُمَا فِی الْبَابِ که تعبیر عددی ازو نمی تواند شد و همچنین است که قدوة الحکماء المتاخرین الشیخ الرئیس در شفاء گفته جَازَ اَنْ یَکُوْنَ بَیْنَ الشَّیْئَیْنِ نِسْبَةٌ مِقْدَارِیَّةٌ مِنْ حَیْثُ الْقِلَّةِ وَالْکَثْرَةِ لَا عَدَدِیَّةٌ اَیْ لَا یُمْکِنُ تَعْبِیْرُهَا بِالْعَدَدِ فَافْهَمْ فَاِنَّهُ دَقِیْقٌ

* فائده دیگر هرگاه در ضلع اول آحاد باشد در جمیع مضلّعات منطقة آن آحاد خواهد افتاد واگر در ضلع اول صفر باشد پس در جمیع مضلّعات اصفار خواهد بود و در مرتبهٔ مال اصفار بعدهٔ زوج خواهد افتاد و ممکن نیست که بعدهٔ فرد واقع شود و در کعب اگرچه اصفار بعدهٔ زوج یا فرد میتواند شد لکن بحیثیتیکه عاد این عدد سه باشد اعنی سه صفر یا شش صفر یا نه صفر در مرتبهٔ کعب میتواند افتاد بالجمله هرگاه در ضلع اول صفر یا اصفار واقع شود در مضلّعات نیز اصفار خواهد بود بعدهٔ حاصل الضرب عدد منزل آن مضلّع در عدد اصفار ضلع اول مثلاً اگر در ضلع اول یک صفر است در منزل پنجم که مال کعب است پنج صفر خواهد بود و اگر در ضلع اول دو صفر است پس در مال کعب ده صفر خواهد افتاد وقس عَلَی هٰذَا پس در هر مضلّعیکه عدد اصفار او را عدد منزل عاد نشود اصمّ است چنانکه هر مضلّعیکه در یمین او سه صفر باشد بغیر کعب منطق نخواهد بود و یک صفر در هیچ مضلّع نمی تواند افتاد

* فائده دیگر در هر ضلع اوّل که رقم واحد یا پنج یا شش بمرتبهٔ آحاد واقع شود در جمیع مضلّعات او هم ارقام مذکور بعینه در آحاد خواهد افتاد

* فائده دیگر هرگاه در آحاد ضلع اوّل رقم نه واقع شود در جمیع مضلّعات او که عدد منزل آنها فرد باشد رقم نه در آحاد خواهد افتاد و در مضلّعاتیکه عدد منزل آنها زوج باشد واحد در مرتبهٔ آحاد خواهد افتاد

* فائده دیگر اگر در آحاد ضلع اول رقم چهار باشد در مضلّعات منازل فرد او هم رقم چهار در آحاد خواهد افتاد و در منازل زوج رقم شش

* فائدهٔ دیگر رقم دو و سه و هفت و هشت در آحاد مضلّعات منطقه که عدد منزل آنها زوج باشد واقع نمي شود و در منازل فرد جمیع ارقام تسعه بمرتبهٔ آحاد واقع مي تواند شد

* فائدهٔ دیگر واحد و نه میزان جمیع مضلّعات منطقه میتواند بود خصوصاً در مضلّعیکه براي عدد منزل آن سدس صحیح بود سواي واحد و نه دیگر عدد میزان نخواهد شد و در مضلّعیکه اسم او مرکّب از کعبهاست و عدّهٔ ان منزل فرد بود هشت هم میزان واقع مي شود و مضلّعیکه عدد منزل آن زوج باشد اربعه و سبعه هم میزان مي افتد بشرطیکه براي عدد منزل آن سدس صحیح نبود و بدانکه درینجا میزان عبارت است از عدد باقي که بعد طرح نه نه باشد چنانکه قریب مذکور خواهد شد اِنْ شَاءَ اللّٰهُ تَعَالَی

* فائدهٔ دیگر هر مضلّع منطق که از عدد منزل او واحد ساقط کنند باقي را عدد چهار فنا کند در آحاد آن مضلّع بعینه آحاد ضلع او خواهد افتاد چون مال کعب و کعب کعب کعب

* فائدهٔ دیگر هر مضلّع منطق که براي عدد منزل او ربع صحیح بود در مرتبهٔ آحاد آن واحد یا پنج یا شش خواهد بود و دیگر رقم نخواهد بود چون مال مال و مال کعب کعب و اگر ربع او صحیح نباشد یکي ازین اعداد خمسه در آحاد او واقع خواهد شد واحد و چهار و پنج و شش و نه

* مطلب نهم در طریق استخراج جذر و مجذور ۲۸ *

بدانکه جذر بالکسر و الفتح بمعنی اصل است چون اصل مضلّعات است لهذا باین اسم مسمّی گردیده و باید دانست که هرچند طریق حصول مجذور هریک اعداد در قواعد ضرب که مخصوص تربیع است بیان کرده شد مگر اصول ان که طریق استخراج جذر هم بدان منوط است گفته مي شود هر عددي را که مربع کردن منظور است اگر آنرا مرکّب از دو جزء فرض کنند پس مجموع مربعین جزئین و مسطّح احدهما في ضعف الآخر مساوي مربّع آن عدد خواهد بود مثلاً اگر خواهم که بست و سه را مربّع نمایم چون مرکّب از بست و سه است و مربّع بست چهار صد و مربّع سه نه و مسطّح بست در شش که ضعف سه است یک صد و بست میشود و مجموع پانصد و بست و نه گردید آن مربّع بست و سه است و همچنین اگر پنج را مرکّب از دو و سه فرض کنم پس مربّع دو چهار و مربّع سه نه و مسطّح دو در شش دوازده است و مجموع آن بست و پنج مي شود و آن مربّع پنج است و هرگاه این اصل دانسته شد پس گویم که در استخراج جذر

اعداد قلیل که منطق باشد مثل چهار و نه و شانزده و بست و پنج وغیره احتیاج بقاعده نیست
که بادنی تامل حاصل می شود و اگر اعداد قلیل اصم باشند چون ظاهر است که جذر آن
صحیح نخواهد بود بلکه مرکب از صحیح و کسر خواهد برآمد لهذا اقرب المجذورات منطقه
آن عدد را بگیرند و جذر او بستانند و ضعف جذر نموده واحد برو بیفزایند وانچه بعد اسقاط
اقرب المجذورات ازان عدد باقی ماند آنرا بر مجموع که تضعیف مع الواحد است منسوب
سازند که جذر مذکور مع حاصل نسبة جذر آن عدد اصم است تقریباً مثلاً خواستم که جذر ده بدانم
اقرب المجذورات آنرا که نه است گرفتم و جذر او را که سه است ضعف نموده واحد بران افزودم
هفت شد و واحد که بعد اسقاط نه از ده باقی مانده است بر هفت منسوب ساختم پس سه صحیح
ویک سبع جذر ده برآمد تقریباً بدین صورت ۳ ۱/۷ واگر اعداد مطلوب الجذر کثیر باشد منطق
بود یا اصم پس طریقش این است که بالای عدد مطلوب الجذر از ابتدای آحاد نقطهٔ علامت
جذر بتفاوت یک یک مراتب نهند مثلاً اول بر آحاد بعد ازان بر مئات بعد ازان بر عشرات
الوف پس ازان بر الوف الوف وهکذا الی الآخر و طلب کنند اکثر عددی از آحاد که اگر آنرا فی نفسه
ضرب کنند و حاصل الضرب را از عدد محاذی علامت اخیره که در یسار مطلوب الجذر است
و از اعداد یسار او اگر باشد ساقط میتوانند کرد و هرگاه چنین عدد بهم رسد آنرا فوق علامت اخیره
و پائین آن بتفاوتیکه مناسب باشد محاذی او نویسند و فی نفسه ضرب کرده و حاصل الضرب را
چنانکه مذکور شد ساقط نمایند و باقی را تحت خط عرضی نویسند و در یمین آن اعدادیکه تحت
علامت ثانی که یمین علامت اخیره است بنویسند و عدد خارج را که فوقانی است بر تحتانی
افزوده یعنی ضعف نموده در پائین یک مرتبه بجانب یمین نقل کنند و باز طلب کنند اکثر عددی
از آحاد که اگر در عدد منقول و فی نفسه ضرب کنند و حاصل را از محاذی او ساقط میتوانند کرد
و درینجا طریق حاصل کردن اعظم عددی از آحاد مثل حاصل کردن عدد خارج قسمت است
و هرگاه آن عدد را بیابند آنرا فوق علامت ثانی نوشته و تحت آن در یمین عدد منقول محاذی
یک دیگر نگارند و ضرب ساخته حاصل را ساقط نمایند و باز فوقانی ثانی را بر تحتانی محاذی
او افزوده مجموع را مع منقول اول یک مرتبه بجانب یمین نقل سازند و عدد دیگر چنانکه مذکور
شد طلب کنند و همچنین تا آخر عمل نمایند پس در اخیر اگر از مطلوب الجذر چیزی باقی ماند

آنرا بر اعداد تحتانی که اخیر فوقانی هم مع واحد بران افزوده باشد منسوب سازند که اعداد
فوقانی مع حاصل النسبة جذر است و صاحب خلاصة الحساب برای استخراج جذر این قسم
اعداد رسم جدول بطور قسمت نموده و صاحب عیون الحساب جدول منبری مقرر ساخته
و نیز جدول سطری که دران آحاد و عشرات مطلوب الجذر را در سطر پائین نویسند و مئات
و الوف را در سطر فوق آن و عشرات و مئات الوف را فوق او و هم چنین تا آخر می نگارند مقرر نموده
و معمول فقیر بی جدول است زیرا که هرگاه عدد فوقانی اخیر را در پائین محاذی یک دیگر نویسند
بعد ضرب و نقصان آنرا ضعف نموده یکمرتبه بطرف یمین نقل می کنند درینصورت آحاد منقول
محاذی عشرات علامت ثانی می افتد و هرگاه عدد ثانی را فوق علامت ثانی و پائین محاذی او
در یمین منقول اول می نگارند پس از شمار مراتب اعداد ادراک محاذات یکدیگر سهل است
لهذا حاجت بجدول نیست چنانکه از مثال معلوم و واضح میشود مثلاً خواستم که جذر
۴۲۳۵۸۴۸۹۵۵۷۶ بدانم اول بر مطلوب الجذر نقطهٔ علامت از آحاد بتفاوت یکیک مرتبه نهادم
چون علامت اخیره بر رقم دو که فی الحقیقت چهل و دو است افتاد طلب کردم اکثر عددی
از آحاد که مربع آنرا از چهل و دو ساقط توانم کرد عدد شش را یافتم آنرا فوق علامت اخیره
در طریق عمل خود و فوق علامت آخر بالای جدول و پائین در شکل جدولی و فوق منبر آخر
و پائین در شکل منبری و در یمین سطر اعلی در شکل سطری نهادم و فی نفسه ضرب کرده
حاصل را از اعداد محاذی ساقط نمودم و باقی را که شش ماند تحت خط عرضی در طریق خود
و در شکل جدولی و بر شکل منبری نوشتم و در شکل سطری در یسار اعداد سطر دوم نگاشتم
و فوقانی بر تحتانی افزوده اعنی ضعف نموده در طریق خود جائی نگاشتم و در شکل جدولی
و منبری یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و در شکل سطری محاذی سطر دوم در یمین
ثبت نمودم و باز طلب عدد دیگر نمودم چون دانستم که دوازده بلحاظ مراتب در طریق خود
و شکل سطری و بلحاظ محاذات در شکل جدولی و منبری محاذی شصت و سه افتاده است
پس عدد پنج را یافتم و آنرا فوق علامت ثانی در طریق خود و شکل جدولی و شکل منبری
و یمین ضعف اول در طریق خود و شکل سطری و در پائین بیمین منقول محاذی یک دیگر در
شکل جدولی و منبری نوشته و ضرب نموده حاصل را از محاذات علامت اخیر ساقط نموده

وباقي را چنانکه مذکور شد در هریکي تحت آن نگاشتم و باز فوقاني را بر مثلث در هریک طریق افزوده جمع کردم ودر شکل جدولي ومنبري یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم ودر سطري محاذي سطر ثالث رسم نمودم وطلب عدد دیگر کردم یافته نشد پس صفر بر علامت ثالث نهادم وهمان اعداد را بجنس تحت خط عرضي کشیدم وهمچنان در یمین اعداد که از ضعف حاصل شده بود صفر نهاده در شکل جدولي ومنبري یک مرتبه طرف یمین نقل نمودم ودر سطري محاذي سطر چهارم نگاشتم وباز طلب عدد دیگر کردم هشت را یافتم وهمچنان عمل نمودم باز عدد سه یافتم وهمچنان عمل ساختم وباز عدد چهار یافتم وهمچنان بعمل آوردم باقي نه ماند آنرا بر تضعیفات فوقاني واحد افزوده منسوب ساختم خارج قسمت گردید وصورها هکذا

| ۶۵۰۸۳۴ |
| ۹۰ |
| ۱۳۰۱۶۶۹ |

بطریق خود (شکل ۳۱) بطریق شکل سطري (شکل ۳۲)

بطریق شکل جدولي (شکل ۳۳) بطریق شکل منبري (شکل ۳۴)

وبایددانست که در شکل سطري آحاد اعداد یمین هر سطر میگیرند بحیثیتیکه آحاد سطر تحتاني را آحاد وآحاد سطر فوق آنرا عشرات وآحاد سطر فوق عشرات را مئات قرار میدهند وهکذا الی الآخر

* فائده بدانکه تفاضل بین المربعین المتوالیین بقدر ضعف جذر مربع اول مع الواحد مي باشد چنانکه در نه وشانزده تفاضل هفت است ودر شانزده وبست وپنج تفاضل نه وعلی هذا

* فائده بدانکه مربع جذر تقریبي اقل میباشد از عدد مطلوب الجذر وطریق دریافت مقدار کمي آن اینست که صورت کسر را در فضل مخرج که بران صورت است ضرب کنند وحاصل را بر مربع مخرج منسوب سازند مثلاً جذر تقریبي هفتده چهار صحیح ویک تسع است پس صورت کسر را که واحد است در فضل مخرج که هشت است ضرب کرده برهشتاد ویک که مربع مخرج است منسوب ساختم معلوم شد که مربع چهار صحیح ویک تسع از هفتده اقل است بقدر هشت جزء از هشتاد ویک جزء واحد وهمچنین جذر تقریبي بست وچهار که چهار صحیح وهشت تسع است ومربع آن از بست وچهار بقدر هشت جزء از هشتاد ویک جزء واحد کم است وجذر تقریبي هیجده که چهار صحیح ودو تسع است هرگاه دو را که صورت کسر است در هفت که فضل مخرج است ضرب کرده برهشتاد ویک منسوب نمودم معلوم شد که مربع چهار صحیح ودو تسع

از هیجده بقدر چهارده جزء از هشتاد و یک جزء واحد کم است و همچنین مربع جذر تقریبی بست وسه از بست وسه بهمین قدر کم خواهد بود و مربع جذر تقریبی نوزده بقدر هیجده جزء از هشتاد و یک جزء واحد از نوزده کم است و همین مقدار جذر تقریبی بست و دو از بست و دو کم است و مربع جذر تقریبی بست و بست و یک بقدر بست جزء از هشتاد و یک جزء واحد کم خواهد بود پس معلوم شد که مقدار نقصان بتزاید صورت کسر زائد میشود تا که صورت کسر مساوی صحیح جذر شود و آن کمی در تزاید تا بربع واحد نمیرسد و هرگاه صورت کسر از صحیح جذر تزاید شود عدد کمی نقصان می پذیرد و اگر برای مخرج که بر ضعف صحیح جذر واحد می افزایند افزوده نشود بلکه همان ضعف را مخرج قرار دهند پس مربع آن همیشه بر عدد مفروض بقدر مربع کسر زائد خواهد بود درینصورت تفاوت درمیان عدد مفروض و مربع جذر تقریبی آن اقل از اول خواهد بود اگر کسر تا بنصف نرسد و اگر کسر تا به نصف خواهد رسید تفاوت ربع خواهد بود و بعد از ان زیاده خواهد شد و تا واحد خواهد رسید پس اولی آنست که نظر باید کرد بطرف کسر که اگر کسر اقل از نصف است آنرا بر ضعف صحیح جذر منسوب سازند و اگر بقدر نصف یا زائد است پس بر ضعف صحیح جذر واحد افزوده منسوب سازند مثلاً جذر تقریبی هفتده چهار صحیح و یک ثمن و جذر هیجده چهار صحیح و یک ربع و جذر نوزده چهار صحیح و سه ثمن و بعد از ان جذر بست چهار صحیح و چهار تسع و علی هذا القیاس و نیز اصوب اینست که ضعف صورت کسر را بر چهار امثال صحیح جذر و واحد افزوده منسوب سازند چنانکه جذر هفتده چهار صحیح و دو جزء از هفتده جزء واحد و جذر هیجده چهار صحیح و چهار جزء از هفتده جزء واحد و جذر نوزده چهار صحیح و شش جزء از هفتده جزء واحد

* مطلب دهم در استخراج ضلع اول مضلعات بروجه عام بطریق سهل *

بدانکه اولاً عدد مراتب اعداد مضلعه را بر عدد منزل مضلعه قسمت کنند و شکل منبری متضاعد الدرجات بکشند که عدد درجات آن بقدر خارج قسمت باشد و اگر در قسمت چیزی باقی ماند برای آن یک درجه دیگر در آخر بکشند یعنی خطوط عرضی بالای یک دیگر باشند بفاصلهٔ قلیلی که دران دو رقم محاذی یک دیگر ثبت توانند شد و خط عرضی اول از دویم اعظم باشد بمقداریکه دران خطوط طولانی بقدر عدد مراتب مضلعه توانند کشید بعده در هر درجه خطوط طولانی چنانکه در شکل منبری برای جذر کشیده شده است بکشند الا در درجهٔ اخیر که بقدر عدد بقیه

باقي از مقسوم است کشیده شود و اعداد مضلعه را در ان بنویسند و خطوط طولاني دراز بکشند بمقداریکه آنرا بقدر عدد مراتب مضلعه بعد اسقاط واحد بصفوف منقسم توانند کرد و در هر صف اعداد بقدر ضرورت از روی نقل و ضرب میتوانند نوشت و صف اسفل مسمی به صف ضلع است و صف بالایش مسمی بصف مال و صف بالایش مسمی بصف کعب و علی هذا القیاس تا صف اخیر که بعد از ان صف منبری مسمی بصف عدد است و اعداد مضلعه را در مربعات منبری ثبت نمایند پس طلب کنند عددی را از آحاد که مضلعه آنرا از اعداد درجهٔ اخیر ساقط توانند کرد و هرگاه یافته شود آنرا بالای مربع اول درجهٔ اخیر بنویسند و نیز در صف ضلع محاذی ان پائین جدول ثبت نمایند و عدد فوقاني را در تحتاني ضرب کرده حاصل را در صف مال بنویسند اگر صف مال باشد و همچنین باز عدد صف مال را در فوقاني ضرب نموده در صف کعب نویسند اگر صف کعب باشد و عدد صف کعب را در فوقاني ضرب ساخته در صف مال کعب نویسند اگر صف مال کعب باشد و علی هذا القیاس پس عدد صف اخیر را در عدد فوقاني ضرب کرده زیرا اعداد مربعات درجهٔ اخیر نگارند و ساقط کنند و باقي را تحت آن در مربعات خالي که برابر سطر درجهٔ ثاني است ثبت نمایند باید که آحاد حاصل ضرب در هر صف محاذي عدد فوقاني که خارج شده است نوشته شود و بعد از ان عدد فوقاني را بر عدد تحتاني افزوده در صف ضلع جمع نمایند و حاصل جمع را در عدد فوقاني ضرب کرده در صف مال بنویسند و جمع نمایند و باز حاصل جمع صف مال را در فوقاني ضرب ساخته در صف کعب نویسند و جمع سازند و همچنین ضرب کرده و جمع ساخته تا صف اخیر برسند و حاصل جمع صف اخیر را یک خانه بطرف یمین نقل کنند و باز عدد فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع ساخته و حاصل جمع را در فوقاني ضرب کرده و در صف مال نوشته و جمع کرده و باز آنرا در فوقاني ضرب کرده و در صف بالایش نوشته و جمع نموده تا صف دویم اخیر برسند و حاصل جمع صف دویم اخیر را دو خانه بطرف یمین نقل کنند و همچنین باز فوقاني را بر تحتاني افزوده و ضرب کرده تا صف سیوم اخیر برسند و آنجا سه خانه بطرف یمین نقل سازند تا آنکه برای صف ضلع که صف اول است صرف فوقاني را افزوده و جمع ساخته یک خانه زیاده از صف بالایش بطرف یمین نقل سازند و باز طلب کنند اکثر عددی از آحاد که اگر آنرا در اعداد صف اخیر بلحاظ اینکه اعداد صف دویم هم در ان عدد ضرب یافته در صف آخر افزوده خواهد شد ضرب کنند

ازمحاذي او ساقط تواند شد و هرگاه چنین عدد را بیابند پس آنرا بالاي مربع اول در درجهٔ دویم
نویسند و محاذي آن در صف ضلع نویسند و مجموع اعداد صف ضلع را در ان فوقاني ضرب
کرده در صف مال نویسند و جمع سازند و حاصل را باز در فوقاني ضرب کرده در صف کعب
نویسند و جمع کنند همچنین تا آخر برسند و اعداد صف آخر را در فوقاني ضرب کرده در مربعات
درجهٔ دویم زیر اعداد نویسند و ساقط کنند و باقي را تحت آن در مربعات خالي نگارند و باز بطور
سابق فوقاني را بر تحتاني در صف ضلع افزوده و جمع کرده و در فوقاني ضرب کرده حاصل را
در صف مال نویسند و جمع کنند و باز ضرب کرده در صف کعب نویسند و همچنین تا صف آخر برسند
و یک خانه نقل کنند و باز فوقاني را بر تحتاني افزایند و ضرب کنند و تا صف دویم رسند و یک خانه
نقل کنند تا آنکه عدد صف ضلع را چنانکه مذکور شد نقل نمایند و باز طلب عدد دیگر بصفت مذکور
کنند و اگر یافته نشود صفر گذارند و اعداد جمیع صفوف را نقل بطور سابق سازند و عمل تمام
کنند پس باید دانست که در استخراج ضلع مال چون سواي صف ضلع صف دیگر نیست
پس عدد فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع ساخته یک خانه بطرف یمین نقل خواهند کرد و در
کعب چون صف ضلع و صف مال است پس تحتاني را بر فوقاني افزوده و جمع نموده و در
فوقاني ضرب کرده و در صف مال نوشته و جمع ساخته یک خانه نقل خواهند کرد و باز فوقاني را
بر تحتاني افزوده و جمع ساخته در صف ضلع دو خانه نقل بطرف یمین خواهند کرد و [illegible]
در مال مال و مال کعب و باید دانست که هر نقل و جمع را بخط عرضي فاصل نوشتن ضرور است
چون استخراج ضلع مال که جذر است گفته شده است مثال استخراج ضلع کعب و مال مال کعب
در اینجا نوشته میشود مثلاً خواستم که ضلع کعب این اعداد ٣٤٧٦٤١٧١٢٥ بدانم چون عدد
مراتب اعداد مضلعه ده است و آنرا بر عدد سه که عدد منزل مضلعه کعب است قسمت نمودم
سه خارج شد پس شکل منبري سه درجه کشیدم و هر منبر را بخطوط طولاني تقسیم نمودم
و خطوط طولاني را دو از نموده بدو صف که صف ضلع و صف مال است منقسم ساختم و اعداد
مضلعه را در مربعات منبري نوشتم هذه صورته　　　　صورت (٣٥)
و طلب کردم عددي را که کعب آن از اعداد منبر اخیر ساقط توانم کرد عدد هفت را یافتم پس آنرا
بالاي مربع اول منبر آخر نوشتم و تحتاني آن در صف ضلع نگاشتم و تحتاني را در فوقاني ضرب

کرده حاصل ضرب را که ۴۹ بود در صف مال نوشتم و آنرا در فوقانی ضرب کرده حاصل را که ۳۴۳ بود
در مربعات منبر اول تحت اعداد مضلع نوشتم و ساقط کردم و باقی را که ۱۰۴ بود در تحت آن
در مربعات خالی برابر سطر منبر دویم نوشتم و فوقانی را بر تحتانی در صف ضلع افزودم ۱۴ شد
و آنرا در فوقانی ضرب کرده در صف مال نوشتم و جمع نمودم و حاصل جمع را که ۱۴۷ بود یکخانه
بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزودم و مجموع را که ۲۱ بود دوخانه بطرف
یمین نقل ساختم و باز طلب کردم عددی را که اگر آنرا در اعداد صف مال بلحاظ اینکه اول آنرا
در اعداد صف ضلع ضرب کرده در صف مال افزوده خواهد شد ضرب نموده از اعداد منبری
که محاذی اوست ساقط توانم کرد شش را یافتم آنرا بالای مربع اول منبر دویم و در صف
ضلع محاذی آن نوشتم در صف ضلع ۲۱۶ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده در صف
مال افزودم و جمع نمودم در صف مال ۱۵۹۹۶ گردید آنرا در فوقانی ضرب کرده حاصل
ضرب را که ۹۵۹۷۶ بود در مربعات منبری نوشته ساقط نمودم و باقی را که ۸۷۲۱ بود تحت
آن در مربعات خالی نگاشتم و باز فوقانی را بر تحتانی افزودم در صف ضلع ۲۲۲ گردید
آنرا در فوقانی ضرب کرده در صف مال افزودم و مجموع را که ۱۷۳۲۸ بود یک مرتبه بطرف
یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده مجموع را که ۲۲۸ بود دو مرتبه بطرف
یمین نقل کردم و باز طلب کردم عددی را بصفت مذکوره پنج را یافتم بالای مربع اول
منبر سیوم و در صف ضلع محاذی هم نوشتم در صف ضلع ۲۲۸۵ شد آنرا در پنج که فوقانی بود
ضرب کرده و در صف مال افزوده و مجموع را که ۱۷۴۴۲۲۵ بود در فوقانی ضرب کرده حاصل
را که ۸۷۲۱۱۲۵ بود در مربعات منبری نوشتم و ساقط کردم هیچ باقی نماند پس معلوم شد که اعداد
سطر خارج منبر ضلع اول مضلع است مثال دیگر خواستم که ضلع مال کعب این اعداد بدانم
۳۴۳۰۰۴۶۰۵۲۱۱۴۹۴۵۴۵ چون عدد مراتب اعداد نوزده است و آنرا بر عدد منزل مضلع
که پنج است تقسیم کردم سه خارج شد و چهار عدد باقی ماند پس شکل منبری چهار منزلی
کشیده و در سه درجه خطوط طولانی بمراتب پنج کشیدم و در درجهٔ اخیر بمراتب چهار و رقوم
اعداد را ثبت نمودم و خطوط طولانی را منقسم نمودم بچهار صف که صف اول صف ضلع
و دویم صف مال و سیوم صف کعب و چهارم صف مال مال است و طلب کردم عددی را

که مال کعب آنرا از اعداد درجهٔ اخیر ساقط توانم کرد پنج را یافتم آنرا بالای مربع اول درجهٔ اخیر و تحتانی محاذی آن در صف ضلع نوشتم و تحتانی را در فوقانی ضرب کرده حاصل که ۲۵ بود در صف مال نوشتم و آنرا در فوقانی ضرب کرده ۱۲۵ را در صف کعب و همچنین ۶۲۵ در صف مال مال و ۳۱۲۵ در مربعات درجهٔ اخیر نوشته ساقط کردم و باقی را تحت آن در مربعات خالی برابر سطر منبر دویم نوشتم و فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب کرده در صف مال نوشتم وجمع نمودم ۷۵ شد آنرا باز در فوقانی ضرب کرده در صف کعب جمع نمودم ۵۰۰ گردید و آنرا در فوقانی باز ضرب نموده در صف مال مال جمع نمودم ۳۱۲۵ شد آنرا بطرف یمین یک مرتبه نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب ساخته و در صف مال افزوده وجمع ساخته و باز ضرب نموده و در صف کعب جمع کرده ۱۲۵۰ را دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب کرده و در صف مال جمع ساخته ۲۵۰ را سه مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده ۲۵ را چهار مرتبه بطرف یمین نقل کردم و طلب کردم عددی را که در اعداد صف مال مال ضرب کرده از محاذی آن ساقط توانم کرد عددی نیافتم چرا که رقم ۳۱ در صف مال مال مقابل ۳۰ از سطر منبر دویم بود پس صفر را بالای مربع اول درجهٔ دویم نهادم و در تحتانی نیز محاذی آن صفر نوشتم و رقومات هر صف را نقل کردم بطریقیکه مذکور شد و باز طلب کردم عددی را بصفت مذکوره را یافتم آنرا بالای مربع اول درجهٔ سیوم و تحتانی محاذی آن نوشتم در تحتانی این رقم شد ۲۵۰۹ آنرا در فوقانی ضرب کرده ۲۲۵۸۱ را در صف مال جمع ساختم ۲۵۲۲۵۸۱ شد آن را در فوقانی ضرب کرده و حاصل را که ۲۲۷۰۳۲۲۹) است در صف کعب افزوده جمع ساختم ۱۲۷۲۷۰۳۲۲۹ شد آنرا در فوقانی ضرب نموده و ۱۱۴۵۴۳۲۹۰۶۱ را در صف مال مال افزوده جمع نمودم ۳۲۳۹۵۴۳۲۹۰۶۱ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۲۹۱۵۵۸۸۹۶۱۵۴۹ در مربعات سطر درجهٔ سیوم نوشته ساقط کردم و باقی را که ۱۳۴۴۵۷۰۹۰۵۱۶ بود تحت آن در مربعات خالی برابر درجهٔ چهارم نوشتم و بعد ستور فوقانی را بر تحتانی افزودم و ۲۵۱۸ را در فوقانی ضرب کرده در صف مال ۲۲۶۶۲ افزوده و جمع ساخته و ۲۵۴۵۲۴۳ را در فوقانی ضرب کرده و در صف کعب ۱۲۲۹۰۷۱۸۷ افزوده و جمع کرده و ۱۲۹۵۶۱۰۴۱۶ را در فوقانی ضرب کرده و ۱۱۶۶۰۴۹۳۷۴۴ را در صف مال مال افزوده و جمع ساخته و

۳۳۵۶۱۴۸۲۲۸۰۵ را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزودم و
۲۵۳۷ را در فوقانی ضرب کرده ۲۲۷۴۳ را در صف مال افزوده وجمع ساخته ۲۵۶۷۹۸۶ را در فوقانی
ضرب کرده در صف کعب ۲۳۱۱۲۸۷۴ را افزوده و جمع ساخته ۱۳۱۸۷۲۲۲۹۰ را دو مرتبه
نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ۲۵۳۶ را در فوقانی ضرب کرده ۲۲۸۲۴ را
در صف مال افزوده وجمع ساخته ۲۵۹۰۸۱۰ را سه مرتبه نقل نمودم وباز فوقانی بر تحتانی
افزوده ۲۵۴۵ را چهار مرتبه نقل کردم وباز طلب کردم عددی را بصفت مذکوره چهار را یافتم
بالای مربع اول درجهٔ چهارم وتحت آن در صف ضلع نوشتم وضرب نموده ۱۰۱۸۱۶ را در صف مال
افزوده وجمع ساخته و ۲۵۹۱۸۲۸۱۶ را در فوقانی ضرب نموده و ۱۰۳۶۷۳۱۲۶۴ را در صف کعب
افزوده وجمع کرده و ۱۳۱۹۷۵۹۰۲۱۲۶۴ را در فوقانی ضرب ساخته و ۵۲۷۹۰۳۶۰۸۵۰۵۶ را در
صف مال مال افزوده وجمع نموده ۳۳۶۱۴۲۷۲۶۴۱۳۵۰۵۶ را در فوقانی ضرب کرده
۱۳۴۴۵۷۰۹۰۵۶۵۴۰۲۲۴ را در مربعات منبر چهارم نوشته ساقط کردم باقیماند ۵۴۳۲۱ واگر هیچ
باقی نمی ماند مضلع منطق می بود پس معلوم شد که مضلع اصم است وضلع تقریبی آن عدد خارج مع
صورة کسر باقی است وبرای استخراج مخرج کسر باید دانست که رقم فوقانی اخیر را باز
بدستور سابق بر تحتانی افزوده وجمع ساخته ودر فوقانی ضرب کرده در هریک صفوف بدستور
افزوده جمع سازند الا نقل ساختن ضرور نیست وبعد از اتمام ضرب وجمع با صف اول اعداد
هریک صف را جمع نمایند وواحد بران بیفزایند که مخرج کسر خواهد بود وبرین تقدیر نقصان
مضلعات دیگر بسیار خواهد شد سوای مال چنانچه درین مثال چهار را که عدد فوقانی اخیر
بود بر تحتانی افزوده وجمع ساخته و ۲۵۴۵۸ را در فوقانی ضرب کرده ودر صف مال ۱۰۱۸۳۲
افزوده وجمع ساخته و ۲۵۹۲۸۴۶۴۸ را در فوقانی ضرب کرده ودر کعب ۱۰۳۷۱۳۸۵۹۲ افزوده
وجمع ساخته ۱۳۲۰۷۹۶۱۵۹۸۵۶ را در فوقانی ضرب کرده در صف مال مال ۵۲۸۳۱۸۴۶۳۹۴۲۴
افزوده جمع ساختم ۳۳۶۶۷۱۰۴۴۸۷۷۴۴۸۰ در صف مال مال شد باز فوقانی را بر تحتانی
افزودم و ۲۵۴۶۲ را در فوقانی ضرب کرده و ۱۰۱۸۴۸ در صف مال افزوده وجمع ساخته
۲۵۹۳۸۶۴۹۶ را در فوقانی ضرب کرده در صف کعب ۱۰۳۷۵۴۵۹۸۴ افزوده جمع نمودم
۱۳۲۱۰۳۴۷۰۵۸۴۰ در صف کعب شد وباز فوقانی بر تحتانی افزوده ۲۵۴۶۶ را در فوقانی

ضرب نمودم و ۱۰۱۸۶۴ در صف مال افزوده جمع کردم ۲۵۹۴۸۸۳۶۰ در صف مال شد و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده جمع نمودم ۲۵۴۷۰ در صف ضلع شد و اعداد هر یک صفوف را جمع نموده واحد بران افزودم ۳۳۶۸۰۳۲۵۴۱۹۹۴۱۵۱ مخرج کسر گردید و براي مخرج کسر کعب بر عدد خارج منبر واحد افزوده مجموع را در عدد خارج منبر ضرب نمایند و حاصل ضرب را در سه ضرب نموده واحد بران بیفزایند مثلاً خواستم که کعب نود و هفت بدانم چهار خارج شد و سي و سه باقي ماند پس بر چهار واحد افزوده پنج را در چهار ضرب کردم و حاصل را که بست است در سه ضرب کرده واحد بران افزودم شصت و یک شد پس کعب نود و هفت چهار صحیح و سي و سه جزء از شصت و یک جزء گردید و هذه صورته　　(جدول ۳۶)

*ذکر بیان فوائد متعلقه شکل منبري و غیره في هذا المطلب *

* فائدهٔ اولی شکل منبري براي تسهیل عمل است چه اعداد باقي بعد اسقاط برابر اعداد سطر درجهٔ ثاني مي افتد و نیز ضرورت علامت نهادن نمي شود

* فائدهٔ ثاني چون مراتب اعداد مضلعات ارقام تسعه از عدد منازل مضلع زائد نمي شود و در استخراج ضلع اول طلب اکثر آحاد مطلوب است لهذا مراتب اعداد مضلع را بر عدد مراتب تقسیم میکنند و بقدر خارج درجات منبر معین میسازند و همین عبارت از علامت نهادن است که صاحب خلاصة الحساب در استخراج جذر گفته است که أَعْلِمْ مَرَاتِبَهُ بِتَخَطِّي مَرْتَبَةً مَرْتَبَةً یعني نشان کن مراتب مجذور را بگذاشتن یک یک مرتبه چرا که عدد مرتبهٔ مال دو است پس مراتب مجذور را بر دو قسمت میکنند و مجذور هیچ یک از ارقام تسعه بدرجهٔ ثالث نمي رسد و همچنین کعب مرتبهٔ سیوم است پس مراتب اعداد مضلع کعب را بر سه قسمت میکنند و بران نشان مي گذارند تا مراتب عدد ضلع اول معلوم شود و مضلع هر مرتبه نشان بذیرد

* فائدهٔ ثالث چون استخراج ضلع اول هر مضلع موقوف بر دریافت اصول منازل است لهذا دانستن اصول منازل و طریق دریافت آن بر ضرور است باید دانست که اصول منازل عبارت از قاعدهٔ کلي است که ازان طریق حصول هر مضلع باعتبار تقسیم ضلع اول بقسمین معلوم میشود مثلاً مجذور یعني مال که در منزل دویم است اگر جذر را دو قسم نمایند خواه مساوي خواه مختلف پس مجموع مجذورین هر دو قسم و مضروب یک قسم در ضعف قسم دیگر مساوي

مجذور اول که مجذور مجموع قسمین است خواهد بود کما مرّ و همچنین در کعب که منزل سیوم است اگر ضلع اول را دو قسم سازند مجموع کعب هر دو قسم و مضروب سه مجذور هر یک قسم در قسم آخر مساوی کعب اول خواهد بود و علی هذا القیاس حال هر مضلعات متفاوت است و طریق دریافت اصول منازل آنست که عدد منازل مضلع را که دانستن اصول او منظور است برابر منزل اول که منزل ضلع است بنویسند و از عدد منزل مضلع واحد کم کرده در نصف عدد دیگر که برابر ضلع نوشته اند ضرب سازند و حاصل را برابر منزل مال نویسند و باز از عدد منزل دو کم کرده باقی را در ثلث عدد دیگر که برابر منزل مال نوشته شد ضرب سازند و حاصل را برابر منزل کعب نویسند و باز از عدد منزل مضلع سه کم کرده باقی را در ربع عدد دیگر که برابر منزل کعب است ضرب کنند و حاصل را برابر منزل مال مال نویسند و باز از عدد منزل مضلع چهار کم کرده باقی را در خمس عدد دیگر که برابر منزل مال مال است ضرب کرده حاصل را برابر منزل مال کعب نویسند و همچنین تا منزلیکه قبل منزل مضلع مطلوب است برسند مثلاً خواستم که اصول منزل مضلع که مال است بدانم چون عدد منزل او دو است آنرا برابر ضلع نوشتم چون منزل قبل مال همان منزل ضلع است لهذا بر همان دو اکتفا کردم و دانستم که اصول منزل مال دو است یعنی اگر ضلع را دو قسم نمایند پس مجموع مال هر دو قسم و حاصل ضرب احدهما در دو مثل دیگری برابر مال ضلع مذکور خواهد بود چرا که عدد دو در منزل ضلع واقع است بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع	۲ ضلع

و همچنین خواستم که اصول منزل کعب بدانم پس عدد منزل کعب را که سه است برابر منزل ضلع نوشتم و واحد ازان کم کرده و باقی را در نصف سه که یک و نیم است ضرب کردم هم عدد سه حاصل شد آنرا برابر منزل مال نوشتم بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع	۳ ضلع
مال	۳ مال

پس دانستم که مجموع کعب هر دو قسم و مسطح سه مال قسم اول در قسم دویم و مسطح مال قسم دویم در سه چند قسم اول که گویا مسطح سه مال قسم دویم در قسم اول است برابر کعب مجموع قسمین خواهد بود و در اصول منزل مال مال که چهارم است چهار را برابر ضلع نوشتم و واحد از و کم کرده سه را در دو که نصف چهار است ضرب کردم و شش را برابر منزل مال نگاشتم و باز از چهار دو کم کرده دو را در ثلث شش که هم دو است ضرب کردم حاصل ضرب را که چهار است

برابر منزل کعب نوشتم بدینصورت

قسم اول		قسم دویم
ضلع	۴	ضلع
مال	۶	مال
کعب	۴	کعب

پس دانستم که مجموع مال مال هر دو قسم و مسطح چهار کعب هر قسم در قسم آخر و مسطح شش مال یکي در مال دیگر برابر مال مال مجموع قسمین خواهد بود و باید دانست که اعداد اصول منازل در نصف اول منازل ماقبل مضلع مطلوبه مساوي اعداد نصف ثاني منازل مذکور علی التناظر صعوداً و نزولاً واقع میشود اگر عدد منزل مضلع مطلوبه بعد اسقاط واحد زوج باشد و اگر عدد منزل فرد بود سواي وسط اعداد منازل هر دو نصف علی التناظر مساوي خواهند بود مثلاً در کعب که بعد اسقاط واحد از عدد منزل دو باقي ماند پس اعداد اصول در ضلع و مال هر دو مساوي افتاد و در مال مال که بعد اسقاط واحد سه ماند اعداد اول و سیوم مساوي شد و همچنین در مال کعب بدینصورت

قسم اول		قسم دویم
ضلع	۵	ضلع
مال	۱۰	مال
کعب	۱۰	کعب
مال مال	۵	مال مال

چراکه عدد منزل مال کعب پنج است آنرا برابر ضلع نوشتم و واحد ازان کم کرده چهار را در نصف پنج ضرب نمودم ده حاصل شد آنرا برابر منزل مال نوشتم باز از پنج دو کم کرده سه باقي را در ثلث ده ضرب کرده آنرا برابر کعب نوشتم و باز از پنج سه کم کرده دو باقي را در ربع ده ضرب نمودم و پنج حاصل را برابر مال مال نوشتم و مساوات اعداد اصول اشاره برین است که هر دو منزل باهم ضرب خواهند یافت یعني در مال کعب پنج مال مال هر قسم در قسم آخر ضرب خواهد یافت خواه پنج مثل هر قسم را در مال مال قسم آخر ضرب خواهند کرد که هر دو یک است و همچنین ده کعب هر قسم در مال آخر همچنین در اصول مال مال که عدد چهار برابر ضلع و کعب افتاده است و عدد شش برابر مال اشاره برین است که چهار کعب هر قسم در قسم آخر ضرب خواهد یافت خواه چهار مثل هر قسم در کعب آخر ضرب خواهد شد و شش مال یکي در مال آخر چراکه عدد شش صرف برابر مال است و تکرار ندارد و همچنین در کعب کعب بدینصورت

قسم اول		قسم دویم
ضلع	۶	ضلع
مال	۱۵	مال
کعب	۲۰	کعب
مال مال	۱۵	مال مال
مال کعب	۶	مال کعب

درین منزل معلوم مي شود که شش مال کعب هر قسم در قسم آخر ضرب خواهد یافت و پانزده مال مال هر قسم در مال قسم آخر و بست کعب یک قسم در کعب قسم آخر ضرب خواهد شد وَقِسْ عَلَی هٰذَا و براي دریافت اصول منازل از مال تا کعب کعب که منزل

دوازدهم است جدول رسم کردم تا طالبان را سهل باشد وبدانکه براي رقم ارقام جدول طریق سهل است که بعد کشیدن شکل منبري و رسم نامهاي منازل مطلوبه ومنازل سابقۀ آن چون براي مال صرف ضلع بود لهذا دو در خانۀ ضلع نوشتم وبراي کعب سه در خانۀ ضلع وسه در خانۀ مال نوشتم وبراي مال مال چهار در خانۀ ضلع وچهار در خانۀ کعب که متناظر اوست نوشتم وبراي خانۀ مال عدد خانۀ ضلع و مال سطر کعب را جمع نمودم وشش را در میان خانۀ مال در سطر مال مال نگاشتم وهمچنین در مال کعب پنج را در خانۀ ضلع ومال مال نگاشتم وعدد خانۀ ضلع ومال سطر مال مال را جمع کرده در خانۀ مال وعدد خانۀ مال وکعب سطر مال مال را در خانۀ کعب در سطر مال کعب نوشتم وهمچنین تا آخر بدین طریق استخراج اصول منازل زیاده از کعب کعب کعب کعب هم آسان مي شود * (جدول ۳۷)

* فائدۀ چهارم باید دانست که تعین صف منازل سابقه در جدول وافزودن عدد بالائي بر تحتاني وضرب کردن آن در فوقاني وحاصل ضرب را در صف هاي مال وکعب وغیره نوشتن همین سبب است که بقدر اصول هر مضلع اعداد صفوف آن جمع شوند تا براي ضرب قسم دیگر که مطلوب است نقل کرده شود چراکه ضلع اول درجۀ اخیر که بر آمده است بلحاظ درجۀ دویم گویا یک قسم از دو قسم ضلع اول خارج شده است وقسم دویم را خارج کردن منظور است پس بعدۀ اعداد اصول منازل اعداد هر منزل قسم خارج را تضعیف نمودن ضرور شد لهذا براي حصول آن عمل مذکور مقرر کرده اند درینصورت باید که اعداد منقولۀ هر یک صفوف را به بینند اگر بقدر حاصل التضعیف اعداد منزل قسم خارج بعدۀ اعداد منازل است عمل صحیح است والا غلط مثلا در مضلع مال کعب اگر اعداد منقولۀ اول صف مال مال بقدر پنج مال مال عدد خارج واعداد منقولۀ صف کعب بقدر ده کعب عدد خارج ومنقولۀ صف مال بقدر ده مال عدد خارج ومنقوله صف ضلع بقدر پنج مثل عدد خارج است عمل صحیح است والا پس هر جا که غلطي باشد درست میتوان نمود

* فائدۀ پنجم اعداد صفوف را بطرف یمین که نقل مي کنند ودر نقل اعداد هر صفوف تفاوت یکمرتبه مرعي میدارند این است چون در درجۀ اول که اخیر است عدد خارج بمنزلۀ آحاد بود بلحاظ عدد خارج درجۀ دویم بمنزلۀ عشرات شد پس باید که تضعیف آن در صف

ضلع بمنزلهٔ عشرات عدد خارج درجهٔ دویم نوشته شود و تضعیف مال آن در صف مال بمرتبهٔ مئات و تضعیف کعب در صف کعب بمنزلهٔ الوف و علی هذا القیاس تضعیفات صفوف دیگر نوشته میشود

* فائدهٔ ششم اعداد هر مضلع که عدد منزل آن زوج باشد مجذور اعداد مضلع خواهد بود که عدد منزل آن نصف عدد منزل اوست مثلاً اعداد مضلع مال مال مجذور اعداد مضلع مال است و اعداد مضلع کعب کعب مجذور اعداد مضلع کعب است پس اگر خواهند که ضلع اول مال کعب کعب که منزل هشتم است برآرند طریق سهل این ست که جذر اعداد مال کعب کعب را استخراج نمایند و ان مال مال خواهد بود پس باز جذر آن خارج کنند که مال خواهد بود و باز جذر آن بگیرند که ضلع اول است و همچنین اگر خواهند ضلع اول کعب کعب بدانند پس جذر آن بگیرند که کعب خواهد بود بعد از ان ضلع کعب استخراج نمایند و هر مضلع که برای عدد منزل آن ثلث صحیح باشد مثل شش و نه و دوازده پس کعب اعداد آن مضلع استخراج نمایند که آن اعداد مضلعی است که منزل ان ثلث منزل مضلع مذکور خواهد بود مثلاً در کعب کعب که منزل ششم است اگر کعب استخراج کنند اعداد مال خواهد برآمد و همچنین در کعب کعب کعب اعداد کعب خارج خواهد شد درین صورت استخراج ضلع اول بسیار آسان میشود الا در مضلعاتیکه عدد منزل آن فرد اولی باشد چنانچه مال کعب که منزل پنجم است یا مال مال کعب که منزل هفتم است این طریق جاری نمی تواند شد فتامل

* فائدهٔ هفتم بدانکه در جدول استخراج مضلعات اعداد صف اخیر صرف در ضلع ضرب می یابد و اعداد صف دویم در مال و اعداد صف سیوم در کعب همچنین الی آخره پس هر قدر که در منزل صعودی خواهد بود مضروب فیه بهمان نسبت در منزل نزولی خواهد افتاد تا آنکه در منزل وسط هر دو در یک منزل خواهد بود فاحفظها

* فائدهٔ هشتم از برای تسهیل استخراج ضلع مضلعات اعداد مضلعات آحاد از جذر تا منزل مال مال کعب کعب در جدول ثبت نمودم که طالبان را اعانت عظیم شود (جدول ۳۸)

* فصل در استخراج فضل بین المضلعین عددین که منزل آنها متساوی باشد *

و طریقش چنانست که شکل ذو اربعة اضلاع بکشند و ضلع فوقانی را منقسم سازند اگر عدد منازل عددین واحد باشد و الا پنج قسم نمایند و ضلع ایمن را بعدد اعداد اصول منزل تقسیم کنند و خطوط

صورت ٣٩ صفحہ ٨٥

٥	٦	٣٠
١٠	٣٦	٣٦٠
١٠	٢١٦	٢١٦٠
٥	١٢٩٦	٦٤٨٠

٩٠٣٠
١
٩٠٣١

جدول ٣٧ صفحہ ٨٣

منازل مطلوبہ	ضلع											
مال	٢	مال										
کعب	٣	٣	کعب									
مال مال	٤	٦	٤	مال مال								
مال کعب	٥	١٠	١٠	٥	مال کعب							
کعب کعب	٦	١٥	٢٠	١٥	٦	کعب کعب						
مال مال کعب	٧	٢١	٣٥	٣٥	٢١	٧	مال مال کعب					
مال کعب کعب	٨	٢٨	٥٦	٧٠	٥٦	٢٨	٨	مال کعب کعب				
کعب کعب کعب	٩	٣٦	٨٤	١٢٦	١٢٦	٨٤	٣٦	٩	کعب کعب کعب			
مال مال کعب کعب	١٠	٤٥	١٢٠	٢١٠	٢٥٢	٢١٠	١٢٠	٤٥	١٠	مال مال کعب کعب		
مال کعب کعب کعب	١١	٥٥	١٦٥	٣٣٠	٤٦٢	٤٦٢	٣٣٠	١٦٥	٥٥	١١	مال کعب کعب کعب	
کعب کعب کعب کعب	١٢	٦٦	٢٢٠	٤٩٥	٧٩٢	٩٢٤	٧٩٢	٤٩٥	٢٢٠	٦٦	١٢	

شکل ٤٠ صفحہ ٨٥

٥	٦	٣٠	٦٢٥	١٨٧٥٠
١٠	٣٦	٣٦٠	١٢٥	٢٥٠٠٠
١٠	٢١٦	٢١٦٠	٢٥	٥٤٠٠٠
٥	١٢٩٦	٦٤٨٠	٥	٣٢٤٠٠

١٥٠١٥٠
٣١٢٥
١٥٣٢٧٥

صورت ٤١ صفحہ ٨٧

٥	٦	٣٠
١٠	٣٦	٣٦٠
١٠	٢١٦	٢١٦٠
٥	١٢٩٦	٦٤٨٠

واحد بر عشرات افزودم

١٠٣٠٨٠٠
بعد جمع یک صفر افزودم

صورت ٤٢ صفحہ ٨٧

٥	٦	٣٠٠٠
١٠	٣٦	٣٦٠٠
١٠	٢١٦	٢١٦٠
٥	١٢٩٦	٦٤٨٠

١٠٣٠٣٦٢١٦٦٤٨٠٠٠٠٠

صورت ٤٣ صفحہ ٨٧

٥	٥	٣٥٠٠٠٠٠٠٠٠
١٠	٢٥	٢٥٠٠٠٠٠٠٠
١٠	١٢٥	١٢٥٠٠٠٠٠
٥	٦٢٥	٣١٢٥٠٠٠

٣٧٦٣٨١٢٥٠٠
٣١٢٥
٣٧٦٣٨١٥٦٢٥

ازان خارج نمایندکه ذوار بعه اضلاع منقسم بمربعات صغیره شود بعد ازان اعداد اصول منزل را درمربعات سطر ایمن ثبت نمایند و مضلعات سابقه مضلع مفروضهٔ عدد اقل را در مربعات سطر ثانی بنویسند وضرب کنند اعداد هر مربع سطر اول را در اعداد مربعات سطر ثانی و حاصل را در مربعات سطر ثالث بنویسند و جمع نموده واحد بران بیفزایند که آن فضل مضلع عدد زائد بواحد بر مضلع عدد اقل است واگر تفاضل زائد از واحد باشد فضل را مع مضلعات سابقهٔ آن در مربع سطر رابع بعکس ترتیب بنویسند و بعد ازان اعداد مربعات سطر ثالث را در اعداد مربعات سطر رابع که محاذی است ضرب نموده حاصل را در مربعات سطر خامس نویسند پس مجموع حواصل مع مضلع مفروضهٔ فضل تفاضل مضلع عدد اکثر بر مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً خواستم که فضل مال کعب هفت بر مال کعب شش بدانم پس شکل ذوار بعه اضلاع نوشته وضلع فوقانی را سه قسم نمودم چراکه تفاضل عددین واحد بود وضلع ایمن را چهار قسم نمودم که عدد اعداد اصول منزل چهار است پس سطر ایمن که اول است در ان اعداد منزل را که ۵ و ۱۰ و ۱۰ و ۵ بود نوشتم و در سطر دویم شش و اعداد مضلعات سابقهٔ شش را که ۶ ۳۶ و ۲۱۶ و ۱۲۹۶ بود نوشتم وضرب نمودم عدد مربعات سطر اول را در اعداد مربعات سطر ثانی که محاذی آن بود و حاصل ضرب را در مربعات سطر ثالث نوشتم و جمع نمودم و واحد افزودم ۹۰۳۱ شد و این مقدار تفاضل مال کعب هفت بر مال کعب شش است وهذه صورته (شکل ۳۹)

مثال دیگر خواستم که فضل مال کعب یازده بر مال کعب شش بدانم چون فضل یازده بر شش زیاده از واحد بود لهذا ضلع فوقانی شکل ذوار بعه اضلاع را پنج قسم نمودم وضلع ایمن را چهار و اعداد اصول را در سطر اول نوشتم و شش و مضلعات سابقهٔ شش را در سطر ثانی و حاصل ضرب را در سطر ثالث و خمس را که تفاضل عددین است مع مضلعات سابقهٔ آن در سطر چهارم بعکس ترتیب نوشتم یعنی خمس را برابر مال مال شش و مال مال خمس را برابر شش نگاشتم و اعداد مربعات سطر ثالث را در اعداد سطر رابع ضرب کرده حواصل را در مربعات سطر پنجم ثبت نموده جمع کردم و مال کعب پنج را بران افزودم مجموع قدر تفاضل مال کعب یازده بر مال کعب شش شد وهذه صورته　　(شکل ۴۰)

ونیز اگر عدد اکثر ضعف عدد اقل باشد و مضلع اقل معلوم بود پس اعداد اصول منزل را جمع نموده و واحد بران افزوده در مضلع اقل که معلوم است ضرب کنند حاصل ضرب قدر

کب

تفاضل مضلع عدد اکثر بر مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً خواستم که تفاضل کعب کعب هشت
بر کعب کعب چهار بدانم پس اعداد اصول را که ۲ و ۱۵ و ۲۰ و ۱۵ و ۶ بود جمع نمودم ۶۲ شد
و واحد بران افزودم و ۶۳ را در ۴۰۹۶ که کعب کعب چهار است ضرب نمودم حاصل الضرب
۲۵۸۰۴۸ مقدار تفاضل کعب کعب هشت بر کعب کعب چهار است و اگر مضلع اکثر که ضعف
اقل است معلوم باشد پس بر اعداد اصول دو افزوده اعداد مضلع عدد اکثر را بران قسمت
کنند خارج اعداد مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً در مثال مذکور کعب کعب هشت معلوم بود
۲۶۲۱۴۴ آنرا بر شصت و چهار که مجموع اعداد اصول مع اثنین است قسمت کردم خارج
۴۰۹۶ گردید که کعب کعب چهار است پس باسقاط مضلع اقل از مضلع اکثر فضل را دریافت
می توان نمود و اگر فضل مضلع اکثر عدد که ضعف اقل است معلوم باشد آنرا بر مجموع اعداد
اصول مع الواحد قسمت کنند خارج مضلع اقل خواهد بود و اگر عدد اقل جزء اکثر باشد پس
عدد اکثر را بر اقل قسمت نموده مضلع خارج را در مضلع اقل ضرب کنند که حاصل مضلع اکثر
است مثلاً در کعب کعب هشت ۲۶۲۱۴۴ معلوم است و خواستم که کعب کعب چهل بدانم
پس چهل را بر هشت قسمت نمودم پنج خارج شد کعب کعب پنج را که ۱۵۶۲۵ بود در کعب کعب
هشت ضرب کردم حاصل ۴۰۹۶۰۰۰۰۰۰ کعب کعب چهل است و اگر مضلع اکثر که عدد اقل
جزء آنست معلوم باشد مضلع اکثر را بر مضلع خارج که از قسمت عدد اکثر بر اقل شده است
قسمت نمایند خارج مضلع اقل خواهد بود و اگر فضل اکثر بر اقل بصورت واحد باشد
مثل ده و صد و هزار وغیر آن پس بعد رسم ذوار بعة اضلاع و مربعات صغار و اعداد اصول
منازل و عدد اقل و مضلعات سابقهٔ آن باید که شروع ضرب اعداد اصول که در سطر اول است
در اعداد سطر ثانی که مضلعات عدد اقل است از مربع اسفل نمایند و آحاد اعداد هر خانه
را محاذی عشرات اعداد خانهٔ اسفل او نویسند اگر فضل ده باشد و محاذی مئات نویسند اگر
فضل صد باشد و محاذی الوف نویسند اگر فضل هزار باشد و علی هذا القیاس و بعد تمام ضرب
واحد بر حاصل الضرب اخیر بهمان طور بیفزایند یعنی اگر فضل ده است بر عشرات و اگر
فضل صد باشد بر مئات و جمع نمایند و صفر مرتبهٔ فضل را بران زیاده کنند که آن فضل اکثر
بر اقل است مثلاً خواستم که فضل مال کعب شانزده بر مال کعب شش بدانم پس بعد عمل

این عدد بر آمد ۱۰۴۰۸۰۰ و هذه صورته (صورت ۴۱)

مثال دیگر خواستم که فضل مال کعب یک هزار و شش بر مال کعب شش بدانم پس آحاد حاصل الضرب هر خانه محاذی الوف خانهٔ اسفل او نوشتم و واحد را هم بهمین نسبت افزودم وجمع ساخته سه صفر افزودم این عدد حاصل شد و هذه صورته (صورت ۴۲)

واگر صورت اکثر واحد باشد مع صفر یا اصفار پس عدد اصفار را در عدد منزل ضرب نموده واحد در یسار نویسند که حاصل مضلع مفروضه اکثر است و از ان مضلع اقل را ساقط کنند باقی فضل مضلع اکثر بر مضلع اقل خواهد بود مثلاً خواستم که فضل مال کعب یک صد بر مال کعب چهار بدانم عدد اصفار را که دو است در عدد منزل که پنج است ضرب کردم ده صفر شد و بر یسار آن واحد نوشتم ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ مال کعب صد شد و از ان مال کعب چهار را ساقط کردم باقی فضل بر آمد

۱۰۲۴
۹۹۹۹۹۹۸۹۷۶

واگر صورت اقل واحد مع صفر یا اصفار باشد پس بعد رسم ذو اربعه اضلاع واعداد اصول قدر تفاضل را مع مضلعات سابقهٔ آن در سطر ثانی بنویسم و اصفار یمین اقل را بر حاصل الضرب مربع اسفل بیفزایم و ضعف آن اصفار را بر حاصل الضرب بالای آن و سه مثل اصفار اقل بر حاصل الضرب بالای آن و همچنین الی آخر و جمع کنم و مضلع تفاضل بران بیفزایم مثلاً خواستم که فضل مال کعب یک صد و پنج بر مال کعب صد بدانم پس بعد رسم ذو اربعه اضلاع و اتمام عمل این عدد حاصل شد و هذه صورته (صورت ۴۳)

* مطلب یازدهم در استخراج هردو ضلع مسطحیکه تفاضل ضلعین آن معلوم باشد *

بدانکه مسطح عبارت از حاصل الضرب عددین مختلفین است مثلاً چهار را در پنج ضرب نمودم بست که حاصل الضرب شد مسطح چهار در پنج است و چهار و پنج هردو ضلع مسطح اند و باید دانست چنانکه حاصل الضرب از مجذور عام است همچنان مسطح از مربع عام است اعنی گاهی بر حاصل الضرب عددی نفسه هم اطلاق می شود و درین صورت ضرور است که یکی از ان هردو ضلع اعظم و دیگری اصغر خواهد بود و مقدار اعظم مجموع اصغر و قدر تفاضل است پس مسطح اعظم در اصغر مساوی مجموع مربع اصغر و مسطح اصغر در تفاضل خواهد بود و همچنین اصغر را اگر اعظم الا قدر تفاضل تعبیر نمایند پس مسطح مساوی مربع اعظم الا مسطح اعظم در

تفاضل است و همچنین اگر تفاضل را تنصیف نمایند پس مسطح مساوي مربع اصغر و مسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل خواهد بود و برین تعبیرات استخراج هر دو ضلع مسطح که تفاضل ضلعین معلوم باشد به سه طریق میتواند شد

طریق اول اگر مسطح را مساوي مربع اصغر و مسطح اصغر در تفاضل تعبیر نمایم پس استخراج ضلع اصغر بقاعدهٔ استخراج مال زائد خواهد شد چنانچه در مطلب دوازدهم بیان کرده شود ان شاء الله تعالی

طریق دویم اگر مسطح را مساوي مربع اعظم الا مسطح اعظم در قدر تفاضل تعبیر نمایم استخراج ضلع اعظم بقاعدهٔ استخراج مال ناقص خواهد شد و این را نیز در مطلب دوازدهم مبین خواهم نمود

طریق سیوم اگر مسطح را مساوي مربع اصغر و مسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل تعبیر کنم پس عدد مربع نصف تفاضل بر آن عدد مسطح افزوده جذر آن بگیرم که آن مجموع اصغر و قدر تفاضل خواهد بود چرا که در اصول منازل گفته شد که مربع عدد مساوي مربعین قسمین او و مسطح یک قسم در ضعف قسم آخر مي شود پس هرگاه مسطح مساوي مربع اصغر و مسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل بود و مربع نصف تفاضل بران افزودم پس مجموع مربع اصغر و مربع نصف تفاضل و مسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل شد که مجذور مجموع اصغر و نصف تفاضل است و هرگاه از جذر آن نصف تفاضل ساقط کنم اصغر باقي خواهد ماند و اگر نصف تفاضل بیفزایم اعظم حاصل خواهد شد مثلاً خواستم که هر دو ضلع یک صد و بست بدانم و تفاضل بین الضلعین دو است پس واحد را که مربع نصف تفاضل است بر یک صد و بست افزودم یک صد و بست و یک شد و جذر آن گرفتم یازده بر آمد و هرگاه از ان واحد را که نصف تفاضل است ساقط کردم باقي ده ضلع اصغر شد و هرگاه واحد را افزودم دوازده ضلع اعظم شد و این قاعده از متعلقات جبر و مقابله است

* مطلب دوازدهم در استخراج ضلع اول مضلعات زائده و ناقصه که به سبب آن اکثر مسائل جبر و مقابله که حل آن مشکل است حل مي شوند *

هرگاه دانستي که مضروب عدد في نفسه را مال و مضروب مال در آن عدد را کعب و مضروب کعب دران عدد را مال مال گویند و همچنین جمیع مضلعات الی غیر النهایه است پس بدانکه مضلع زائد آنست که بران مضروب عددي معلوم در ضلع اول خواه در ضلع از مضلعات سابقه بیفزایند مثلاً مال زائد آنست که بر جذر عددي معلوم افزوده مجموع را دران جذر ضرب کنند خواه عددي را

درجذر ضرب کرده برمال بیفزایند چنانکه گویند یکصد وبست راکه یک مال ودوشيء است وهمچنین
کعب زائد آنست که بران مضروب عددي درشيء خواه درمال خواه در هردو بیفزایند چنانکه
گویند یک هزار وبست رایک کعب ودوشيء است ویک هزار ودوصد رایک کعب ودومال است
ویک هزار وسه صد وچهل رایک کعب وسه مال وچهار شيء است وَقِسْ عَلَى هٰذَا وهمچنین
مضلع ناقص آنست که از ان مضلع مضروب عددي معلوم درضلع اول خواه درمضلع از مضلعات
سابقهٔ او نقصان کند چنانکه گویند یک صد وبست یک مال الاد وشيء است وعَلَى هٰذَا القِيَاس
وطریق استخراجش چنانست که اعداد دریک سطر بنویسند وبالاي آن خط عرضي بکشند
وجدول ثبت نمایند چنانچه دراستخراج مضلعات کشیده میشود الافرق درین جدول اینست
که شکل منبري نمیکشند بلکه شکل مسطح به شکل جدولي که صاحب خلاصة الحساب براي
قسمت وجذر مقرر نموده میکشند وبجاي درجات منبر نقطهٔ علامت میگذارند وصفوف
مضلعات سابقهٔ آن نیز بهمان طریق درست سازند وعدد زائد رادر مضلع زائد وناقص رادر
مضلع ناقص در اسفل هر صف که بلحاظ ضرب صعوداً ونزولاً نظیر اوست ثبت نمایند بطوریکه
آحاد آن در نقل اخیر محاذي آحاد اعداد مضلع مفروض افتد مثلاً درکعب چهار شيء زائد
عدد چهار راکه زائد است در صف مال نویسند بحیثیتکه بنقل یک مرتبه در نقل اخیر محاذي آحاد
اعداد کعب واقع شود پس اگرعلامت کعب که بالاي جدول نهاده اند چهار است سه مرتبهٔ
نقل خواهد شد درینصورت چهار رادر مرتبهٔ الوف نویسند که در نقل اول بمرتبهٔ مئات ودرنقل
دویم بمرتبهٔ عشرات ودر نقل سیوم بمرتبهٔ آحاد خواهد افتاد ودرکعب شش مال زائد عدد شش
رادر صف ضلع نویسند بحیثیتکه بنقل دودومرتبه محاذي آحاد اعداد کعب افتد پس اگرعلامت
کعب چهار است ونقل سه مرتبه خواهد شد شش رادرمرتبهٔ الوف الوف که مرتبهٔ هفتم از مراتب
اعداد است بنویسند وهمچنین ناقص راپس درمضلعات زائده استخراج ضلع اول نمایند چنانکه
درمطلب هشتم گفته شد واعداد زائدهٔ هرصف رامع اعداد آن صف جمع کرده ضرب وجمع ونقل
چنانکه قاعدهٔ استخراج مضلعات است سازند مثلاً خواستم ضلع اول این اعداد ۲۰۱۴۳۳۹۶۶۱۸۲۴
که مال کعب ودوصد وسیزده مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت دوصد
وسیزده راکه عدد زائد است در صف ضلع بحیثیتکه آحاد آن درمرتبهٔ نهم که مئات الوف الوف

است واقع شد نوشتم وجهت نوشتن در صف ضلع اینست که باعتبار اصول منزل مال کعب
صف ضلع نظیر صف مال مال است وسبب نوشتن آحاد بمرتبهٔ نهم این ست که باعتبار نقل
اعداد صف ضلع بطرف یمین که در مال کعب بگذاشتن چهار چهار خانه می شود وبه سبب
علامت که سه است دو مرتبه نقل خواهد شد لهذا هشت مراتب عددی گذاشته در مرتبهٔ نهم
نوشته شد بعد ازان طلب کردم عددی را که مال کعب آنرا از اعداد علامت اخیر وحاصل
الضرب اعداد زائد را از محاذات ساقط توان کرد عدد دو را یافتم آنرا بالای علامهٔ محاذی
آن در صف ضلع نوشتم وجمع کردم در صف ضلع این عدد شد ۴۱۳ آنرا در فوقانی ضرب کرده
در صف مال نوشتم این عدد شد ۸۲۶ وآنرا در فوقانی ضرب کرده در صف کعب نگاشتم این عدد
گردید ۱۶۵۲ وآنرا در فوقانی ضرب کردم در صف مال مال این ۳۳۰۴ نوشتم وآنرا در فوقانی
ضرب کرده واین عدد ۶۶۰۸ را از اعداد ضلع که محاذی آن بود ساقط کردم باقی ۱۳۵۳۵ را
تحت خط عرضی نوشتم وفوقانی بر تحتانی افزودم واین ۶۱۳ را در فوقانی ضرب کرده
در صف مال ۱۲۲۶ افزوده وجمع نموده این ۲۰۵۲ را در فوقانی ضرب ساخته در صف کعب
۴۱۰۴ افزوده وجمع نموده ۵۷۵۶ را در فوقانی ضرب نموده ۱۸۱۲ را در صف مال مال نوشتم
وجمع ساخته ۱۴۸۱۶ را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده
وجمع کرده ۸۱۳ را در فوقانی ضرب کرده ۱۶۲۶ را در صف مال افزوده وجمع نموده ۳۶۷۸
را در فوقانی ضرب کرده ۷۳۵۶ را در صف کعب نوشته وجمع ساخته ۱۳۱۱۲ را دو مرتبه بطرف
یمین نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزودم ۱۰۱۳ را در فوقانی ضرب کرده در صف مال
۲۰۲۶ را نوشته وجمع ساخته ۵۷۰۴ را سه مرتبه نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده ۱۰۱۳ را
چهار مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز طلب عدد دیگر کردم پنج را یافتم آنرا بالای علامت
دویم نوشتم ومحاذی آن در صف ضلع ۱۲۶۳ شد وبهمان طریق عمل نمودم پس ضرب وجمع
در صف مال ۶۳۳۵۵ ودر صف کعب ۱۶۲۷۹۷۵ ودر صف مال مال ۲۲۹۱۸۷۵ ودر صف عدد
۱۱۴۷۷۹۳۷۵ را ساقط کرده باقی ۲۰۵۷۴۵۹۱۱۸۲۴ را که تا علامت آخر از اعداد صف عدد باقی ماند
تحت خط عرضی نوشتم وبعد ازان باز فوقانی را بطور سابق هر بار بر تحتانی افزوده ضرب
کرده ودر هر صف جمع ساخته ونقل نمودم پس اعداد منقول صف مال مال ۳۲۸۴۳۷۵۰ را اعداد

منقول صف کعب ۲۳۶۱۲۵۰ و اعداد منقول صف مال ۸۳۸۰۰ و منقول صف ضلع ۱۴۶۳ گردید
پس باز عدد دیگر طلب کردم شش را یافتم آنرا بالای علامت و محاذی آن در صف ضلع نوشتم
و عمل نمودم پس بعد عمل در صف ضلع ۱۴۶۹ و در صف مال ۸۴۶۸۱۴ و در صف کعب
۲۴۱۲۰۵۸۸۴ و در صف مال مال ۳۴۲۹۰۹۸۵۳۰۴ و در صف عدد ۲۰۵۷۴۵۹۱۱۸۲۴ گردید
و هیچ باقی نماند و هذه صورته (جدول ۴۴)

مثال آخر خواستم که ضلع اول این اعداد ۱۴۹۷۶۶۳۱۹۸۷۲۰۰۰ که یک مال کعب و یک صد
و چهل و چهار کعب است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت عدد زائد را که یک صد و چهل
و چهار است در صف مال که باعتبار اصول منزل نظیر کعب است در مرتبهٔ سابعه که به سبب سه
علامت و نقل دو بار به سه سه مرتبه متصور است نوشتم و طلب کردم اکثر عددی از آحاد
برای علامت اخیره شش را یافتم آنرا بالای علامت اخیر و تحتانی در صف ضلع محاذی آن
نوشتم و حاصل ضرب را در صف مال نگاشتم در صف مال ۳۶۰۱۴۴ شد آنرا در فوقانی ضرب نموده
۲۱۶۰۸۶۴ را در صف کعب نوشته و در فوقانی ضرب کرده ۱۲۹۶۵۱۸۴ را در صف مال مال نگاشته
و باز ضرب کرده ۷۷۷۹۱۱۰۴ را در صف عدد نوشته ساقط کردم و باقی را تحت آن نوشتم و باز
فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع کرده ۱۲ را در فوقانی ضرب نموده در صف مال افزوده
جمع نمودم ۱۰۸۰۱۴۴ را باز در فوقانی ضرب نموده در صف کعب افزوده جمع ساختم
۸۶۴۱۷۲۸ را در فوقانی ضرب نموده در صف مال مال جمع کردم و ۶۴۸۱۵۵۵۲ را یک مرتبه
نقل نمودم و همچنین باز فوقانی را بر تحتانی افزوده جمع ساختم پس در صف ضلع ۱۸ و در
صف مال ۲۱۶۰۱۴۴ و در صف کعب ۲۱۶۰۲۵۹۲ گردید آنرا دو مرتبه نقل کرده و باز فوقانی را
بر تحتانی افزوده ضرب و جمع ساختم در صف ضلع ۲۴ و در صف مال ۳۱۰۰۱۴۴ شد آنرا سه مرتبه
نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع کرده ۳۰ را چهار مرتبه در صف ضلع نقل
ساختم و طلب عدد دیگر کردم هشت را یافتم بالای علامت دویم و محاذی آن در صف ضلع
نوشتم در صف ضلع ۳۰۸ شد و آنرا بدستور ضرب و جمع نمودم پس در صف مال ۳۸۴۲۶۵۴۴
و در صف کعب ۲۴۶۷۹۸۲۷۲ و در صف مال مال ۸۴۵۵۹۴۱۳۷۶ و تحت عدد ۶۷۶۴۷۵۳۱۰۰۸
شد آنرا ساقط کردم و باقی را تحت خط عرضی نوشتم بعد از آن فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب و جمع

نموده بدستور عمل نمودم پس منقول صف مال مال ۱۰۶۹۲۶۸۵۵ ۶۸ یک مرتبه و منقول صف
کعب ۳۱۴۴۶۱۳۷۶ دو مرتبه و منقول صف مال ۴۶۲۴۱۴۴ سه مرتبه و منقول صف ضلع ۳۴۰
چهار مرتبه بطرف یمین شد و باز طلب کردم عدد دیگر چهار را یافتم و ضرب و جمع کردم در صف ضلع
۳۴۰۴ و در صف مال ۴۶۳۰۷۷۶۰ و در صف کعب ۴۲۱۶۳۱۶۴۸۰۰ و در صف مال مال ۱۰۸۱۹۲۱۲۱۶۰۰
و در تحت عدد ۴۳۲۷۶۸۴۸۶۴۰۰۰ شد و هیچ باقی نماند و هذه صورته　　(جدول ۴۵)

مثال دیگر خواستم که ضلع اول این عدد ۸۳۲۰۰۸ ۵۵۷۲۱۲۵ که مال کعب و دو صد و نود
کعب و هفتاد و شش مال و پنجاه و دو شي است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت عدد
زائد دو صد و نود را در صف مال که نظیر کعب باعتبار اصول منزل است بمرتبهٔ سابعه نوشتم و هفتاد
و شش را در صف کعب که نظیر مال بود بمرتبهٔ پنجم نگاشتم و پنجاه و دو را در صف مال مال که نظیر
شي بود بمرتبهٔ سیوم نوشتم تا که در نقل اخیر آحاد هر صف محاذي آحاد صف عدد افتد پس
طلب عددي کردم براي علامت اخیر سه را یافتم بالاي علامت و در صف ضلع محاذي آن
نوشتم و ضرب و جمع کردم پس در صف مال ۹۰۲۹۰ و در صف کعب ۲۷۰۷۰۷۶ و در صف
مال مال ۸۱۲۶۱۲۲۸۵۲ و تحت عدد ۲۴۳۷۸۳۶۸۵۵۶ گردید آنرا ساقط کرده باقي را تحت
خط عرضي نوشتم و فوقاني را بر تحتاني افزوده همچنان هر بار ضرب و جمع و نقل کردم پس
منقول یک مرتبه در صف مال مال ۴۰۵۷۸۳۴۵۶۵۲ و منقول دو مرتبه در صف کعب
۲۷۰۲۶۹۰۷۶ و منقول سه مرتبه در صف مال ۹۰۰۲۹۰ و منقول چهار مرتبه در صف ضلع ۱۵ شد باز
طلب عدد دیگر براي علامت دویم نمودم پنج را یافتم بالاي و محاذي در صف ضلع نوشتم
و بدستور ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع ۱۵۵ و در صف مال ۹۷۷۱۹۰ و در صف کعب
۳۱۹۱۵۰۵۷۶ و در صف مال مال ۵۶۵۳۵۸۷۴۴۵۲ و تحت عدد ۲۲۲۹۷۹۳۷۲۲۶۰ نوشته ساقط
کردم باقي را تحت خط عرضي نگاشتم و از فوقاني را بر تحتاني بدستور افزوده و جمع و ضرب ساختم
پس منقول صف مال مال ۷۵۱۳۷۸۷۸۲۵۲ و منقول صف کعب ۴۲۹۰۵۴۵۷۶ و منقول صف
مال ۱۲۲۵۲۹۰ و منقول صف ضلع ۱۷۵ گردید باز طلب نمودم عددي را بر علامت اول چهار
را یافتم و بالاي علامت و محاذي آن در صف ضلع نوشته بدستور ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع
۱۷۵۴ و در صف مال ۱۲۳۲۳۰۶ و در صف کعب ۴۳۳۹۸۳۸۰۰ و در صف مال مال ۷۶۲۰۳۰۱۳۳۵۲

جدول ۸۴ صفحہ ۹۱

صف عدد | صف مال مال | صف کعب | صف مال | صف ضلع

جدول ۸۵ صفحہ ۹۲

صف ضلع | صف مال | صف کعب | صف مال مال | صف عدد

وتحت عدد ۳۰۷۴۹۵۲۵۳۸۰۸ گردید آنرا ساقط کردم هیچ باقی نماند هذا جدوله (جدول ۴۵)
ودر مضلعات ناقصه هم اعداد ناقص را در صف های نظائران بطوریکه در زائد می نویسند
بنویسند الا در زائد آن عدد را جمع می کردند اینجا ناقص باید نمود وباید دانست که نقصان
صرف مرتبهٔ اول میشود ودر هر علامت نقصان نمی شود مثلا خواستم که ضلع اول این اعداد
۵۱۶۱۴۸۵۳۰۹۲۰۶۴ که مال کعب الا ۵۶۴ مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت
اعداد ناقص را در اسفل صف ضلع که نظیر مال مال است بمرتبهٔ هشتم نوشتم وطلب کردم
عددی را برای علامت اخیر که اگر آنرا در صف ضلع محاذی علامت نوشته عدد ناقص را
بلحاظ مراتب عددی از وساقط کنم وباقی را در فوقانی برای هر صف ضرب کرده از اعداد
صف عدد که محاذی آن باشد ساقط توانم کرد پس هفت را یافتم چراکه عدد پنج که در مرتبهٔ مئات
عدد ناقص است محاذی علامت اخیر بود درینصورت هرگاه هفت را در صف ضلع نوشتم
عدد ناقص را از وساقط کردم بلحاظ مراتب عددی از هفتصد عدد پانصد وشصت وچهار ساقط شد
ویکصد وسی وشش باقی ماند آنرا بالای خط عرضی در صف ضلع نوشته ودر فوقانی ضرب
کرده در صف مال نوشتم و ۹۵۲ را در فوقانی ضرب نموده در صف کعب نگاشتم و ۶۶۶۴ را در فوقانی
ضرب ساخته در صف مال مال نوشتم و ۴۶۶۴۸ را در فوقانی ضرب کرده تحت عدد نوشتم
۳۲۶۵۳۶ را ساقط نموده باقی را تحت خط عرضی نگاشتم وفوقانی را در صف ضلع افزوده
وجمع ساخته وضرب نموده بدستور در هر صف جمع کرده ونقل بطرف یمین نمودم پس
در صف مال مال ۴۲۶۶۹۲ ودر صف کعب ۱۷۷۱۸۴ ودر صف مال ۳۳۲۰۸ ودر صف ضلع
۲۹۳۶ گردید پس باز طلب کردم عدد دیگر برای علامت ثانی سه را یافتم وآنرا بالای علامت
ودر صف ضلع محاذی آن نوشتم وجمع نمودم پس در صف ضلع ۲۹۶۶ گردید وآنرا بدستور
در فوقانی ضرب کرده در هر صف نگاشتم در صف مال ۳۴۰۹۷۸ ودر صف کعب ۱۸۷۴۱۳۳۴
ودر صف مال مال ۴۸۲۹۱۶۰۰۲ وتحت عدد ۱۴۴۸۷۴۸۰۰۶ شد آنرا ساقط کرده وباقی را تحت
خط عرضی نوشتم وباز فوقانی را برا اعداد صف ضلع بدستور افزوده ودر هر صف ضرب وجمع
ساخته نقل نمودم پس در صف مال مال ۵۴۲۲۸۹۶۹۸ ودر صف کعب ۲۰۸۶۸۳۶۴ ودر صف
مال ۳۶۸۲۱۲ ودر صف ضلع ۳۰۸۶ گردید باز طلب کردم عددی را برای علامت اول هشت را

یافتم و بالای علامت و در صف ضلع محاذی آن نوشته و جمع نمودم در صف ضلع ۳۰۹۴ گردید
آنرا در هر صف ضرب و جمع نمودم پس در صف مال ۳۷۰۶۸۷۲ و در صف کعب
۲۱۱۶۴۹۱۳۷۶ و در صف مال مال ۵۵۹۲۲۱۶۲۹۰۰۸ و تحت عدد ۴۴۷۳۷۷۳۰۳۲۰۶۴ نوشته
ساقط کردم هیچ باقی نماند هذا جدوله　　(جدول ۴۶)

وهمچنین اعداد ناقص باعتبار نظائر اصول منازل در هر صف که واقع شود از اعداد آن صف
بلحاظ مراتب عددی ساقط نموده عمل باید نمود

* فائده باید دانست که گاهی عدد علامت زیاده از مراتب عدد ضلع اول در مضلعات زائد
واقع می شود هرگاه حواصل مضروبات عدد اخیر زائده از محاذی صف عدد ساقط نمیتوان
شد پس بعد نوشتن جدول و علامت هیچ عددی برای علامت اخیر یافته نخواهد شد در بصورت
می باید که اعداد زائده را اولا در هر صف که نظیر اوست بطوریکه گفته شد نوشته بعد از آن بطرف
یمین نقل کنند چنانکه برای حصول عدد علامت ثانی نقل میکردند و بر علامت اخیر صفر
گذارند و برای علامت ثانی طلب عدد نموده عمل نمایند مثلا خواستم که ضلع اول این اعداد
۴۸۹۷۷۲۸ که یک کعب و سی و چهار هزار مال است بدانم پس بعد رسم جدول سه علامت
بالای جدول افتاد و هرگاه آحاد عدد زائد را در صف ضلع که نظیر مال بود بلحاظ مراتب نقل
در خانهٔ پنجم نوشتم سه صد و چهل مقابل چهار افتاد پس برای علامت اخیر هیچ عدد یافته
نشد لهذا اعداد صف ضلع را دو خانه بطرف یمین نقل نمودم و برای علامت دوم طلب عددی کردم
واحد برآمد چرا که سی و چهار مقابل چهل و هشت است پس آنرا بالای علامت دوم و محاذی آن
در صف ضلع نوشته و جمع نموده و ضرب در فوقانی کرده ۳۴۰۱۰ را در صف مال نوشتم همان عدد
بعینه گردید و باز آنرا در فوقانی ضرب کرده تحت عدد نوشتم و ساقط کردم باقی را تحت خط
عرضی نگاشتم و باز فوقانی بر تحتانی افزوده و جمع نموده و باز جمع و ضرب کرده در هر صف
نقل نمودم پس در صف مال منقول یک مرتبه بطرف یمین ۶۸۰۳۰ و در صف ضلع منقول دو مرتبه
بطرف یمین ۳۴۰۳۰ شد و باز طلب عدد دیگر برای علامت اولی کردم دو را یافتم آنرا بالای علامت
و محاذی آن در صف ضلع نوشتم و جمع و ضرب نمودم پس در صف ضلع ۳۴۰۳۲ و در صف مال
۷۴۸۳۶۴ و در صف عدد ۱۴۹۶۷۲۸ گردید آنرا ساقط کردم هیچ باقی نماند هذه صورته جدول (۴۷)

جدول ۸۵ صفحہ ۹۳

صف عدد

صف مال المال

صف کعب

صف مال

صف ضلع

[illegible]

جدول ۸۶ صفحہ ۹۴

صف عدد

صف مال المال

صف کعب

صف مال

صف ضلع

[illegible]

* فائده وهمچنین در ناقص هم گاهی برای علامت اخیر عددی یافته نمی شود بلکه علامت
دیگر بطرف یسار خارج جدول نهادن وخانه ها کشیدن ضرور می شود بسبب اینکه اعداد
مراتب عددی ناقص که در صف ضلع واقع می شود کم از عدد علامت خواهد بود یا زیاده
یا مساوی پس اگر عدد مراتب ناقص کم باشد نقصان آن از عدد خارج که بالای علامت اخیر
خواهد بود می تواند شد چنانچه از مثال معلوم شود واگر زیاده باشد پس بقدر اعداد مراتب
عدد ناقص علامت نهادن ضرور است وبرای آن خانه های دیگر بطرف یسار جدول درست
باید کرد الا اینکه در آن خانه ها در صف عدد هیچ مرقوم نخواهد شد واگر عدد مراتب ناقص
مساوی علامت باشد پس باید دید که عددی زائد از اخیر اعداد ناقصه برای علامت اخیر
بلحاظ اینکه مضروبات مضلعات آن بعد اسقاط اعداد ناقص از صف عدد باعتبار محاذات
ساقط می تواند شد یافته می شود یا نه اگر یافته شود بهتر است والا همان عدد مرتبهٔ اخیر ناقص
را بالای علامت اخیر ومحاذی آن در صف ضلع نوشته مضلعات آنرا تا صف آخر رسانیده
یک خانه نقل کنند وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده در هر صف نقل بدستور سازند وباز طلب کنند
عددی را برای علامت ثانی که زائد از رقم مرتبهٔ دویم اخیر عدد ناقص باشد پس اگر یافته
شود آنرا بالای علامت دویم وتحت آن محاذی در صف ضلع نویسند واز فوقانی اعداد
ناقص را بعد اسقاط مرتبهٔ اخیر که سابق بر علامت اخیر نوشته شده است بلحاظ مراتب عددی
ساقط نموده باقی فوقانی را تحت خط عرضی فوق جدول نویسند وتحتانی را در فوقانی ضرب
کرده در هر صفوف جمع نموده وحاصل جمع صف اخیر را در فوقانی ضرب کرده تحت
عدد بنویسند بلحاظ اینکه آحاد حاصل ضرب محاذی آحاد باقی فوقانی افتد واز صف عدد
ساقط نمایند وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده وجمع نموده در فوقانی ضرب کرده وحاصل جمع
صف دویم را در باقی فوقانی ضرب نموده در صف اخیر جمع کرده نقل نمایند وباز فوقانی
را بر تحتانی افزوده جمع کرده ودر فوقانی ضرب نموده وحاصل ضرب صف سیوم اخیر را
در فوقانی ضرب نموده در صف دویم اخیر نقل کنند وهمچنین در هر صف الا در صف ضلع که برای
نقل باقی فوقانی را افزوده نقل خواهند کرد واگر برای علامت دویم هم عددی یافته نشود
عدد دویم مرتبهٔ اخیر اعداد ناقص را بالای علامت دویم هم نویسند ودر هر صف ضرب وجمع نمایند

وبدستور در هر صف نقل سازند و از صف عدد ساقط نکنند تا که عدد دیگر سوای اعداد ناقصه برآید وَعَلیٰ هٰذَا الْقِیَاس در جمیع مراتب مثلاً خواستم که ضلع اول این اعداد ۱۵۵۶۹۹۶۰۵۴۶۸۷۵ که مال کعب الاشش صد مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت مرتبهٔ آحاد عدد ناقص که ۶۰۰ بود در صف ضلع که نظیر مال مال بود بخانهٔ نهم نوشتم چون رقم شش محاذی علامت اخیر افتاد و هیچ عددی زائد از شش برای علامت اخیر یافته نشد لهذا همان شش را فوق علامت اخیر نوشته و ضرب نموده و در هر صف نوشته نقل کردم پس در صف مال مال ۱۲۹۶ منقول بیک خانه و در صف کعب ۸۶۴ منقول بدو خانه و در صف مال ۲۱۶ منقول بسه خانه و در صف ضلع ۲۴ منقول بچهار خانه شد باز برای علامت دویم طلب عدد دیگر کردم هفت را یافتم بالای علامت ثانی و در صف ضلع محاذی آن نوشته و در هر صف ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع ۲۴۷ و در صف مال ۲۳۳۲۹ و در صف کعب ۱۰۲۷۳۰۳ و در صف مال مال ۲۰۱۵۱۱۲۱ و تحت عدد ۱۴۱۰۵۷۸۴۷ گردید آنرا ساقط کرده باقی را تحت خط عرضی نوشتم و فوقانی را بر تحتانی افزوده همچنان ضرب و جمع نموده در هر صف نقل کردم پس در صف مال مال ۲۸۵۷۲۴۸۵ و در صف کعب ۱۳۹۱۵۹۰ و در صف مال ۲۸۱۰ و در صف ضلع ۲۷۵ گردید باز طلب عدد دیگر کردم پنج را یافتم بالای علامت اول و محاذی آن در صف ضلع نوشتم و در هر صف ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع ۲۷۵۵ و در صف مال ۲۸۹۴۷۱۵ و در صف کعب ۱۴۰۶۰۶۳۸۷۵ و در صف مال مال ۲۹۲۷۵۵۱۶۹۳۷۵ و در صف عدد ۱۴۶۳۷۷۵۸۴۶۸۷۵ گردید و آنرا ساقط کردم هیچ باقی نماند وهذه صورته (جدول ۴۸)

مثال دیگر خواستم ضلع اول این عدد ۲۳۰۴۷۶۵۶۲۵۰۰ که مال کعب الاشش صد و هفتاد و یک مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت چون برای عدد اخیر عددی زائد از شش که عدد اخیر ناقص است یافته نشد لهذا همان شش را بالای علامت اخیر نوشته و ضرب نموده در هر صف نوشتم پس در صف ضلع شش و در صف مال ۳۶ و در صف کعب ۲۱۶ و در صف مال مال ۱۲۹۶ و در صف مال مال رقم مرتبهٔ الوف خارج از جدول واقع شد پس رقوم صف مال مال را دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع کرده در صف کعب ۲۱۶ را دو مرتبه نقل ساختم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب و جمع کرده در صف مال ۳۶ را سه مرتبه

جدول ۷۸ صفحہ ۹۴

صف ضلع صف مال صف کعب صف مال مال صف عدد

جدول ۷۷ صفحہ ۹۲

صف ضلع صف مال صف عدد

جدول ۷۹ صفحہ ۹۶

صف ضلع صف مال صف کعب صف مال مال صف عدد

نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده وجمع نموده در صف ضلع ۲۴ را چهار مرتبه نقل کردم و باز طلب عدد دیگر برای علامت دویم نمودم که زیاده از هفت که عدد مرتبهٔ عشرات ناقص است باشد نیافتم پس همان را بالای علامت دویم نهادم و محاذی آن نوشته ضرب وجمع نموده در هر صف نقل ساختم در صف مال مال ۲۰۱۵۱۱۲۱ منقول یک مرتبه بطرف یمین و در صف کعب ۱۲۰۳۰۵۲ منقول دو مرتبه بطرف یمین و در صف مال ۲۶۹۳۴ منقول سه مرتبه بطرف یمین و در صف ضلع ۲۶۸ منقول چهار مرتبه بطرف یمین شد پس باز طلب عددی برای علامت اول کردم که زائد از واحد باشد عدد پنج را یافتم آنرا بالای علامت و محاذی آن در صف ضلع نوشته در هر صف ضرب وجمع کردم پس در صف ضلع ۲۶۸۵ و در صف مال ۲۷۰۶۸۲۵ و در صف کعب ۱۲۱۶۵۸۶۱۲۵ و در صف مال مال ۲۰۷۵۹۴۱۴۰۶۲۵ گردید آنرا در چهار که بعد اسقاط واحد از پنج باقی مانده ضرب نمودم و در صف عدد نوشتم ۸۳۰۳۷۶۵۶۲۵۰۰ و ساقط کردم هیچ باقی نماند هذا جدوله (جدول ۴۹)

مثال دیگر خواستم که ضلع اول این عدد را ۱۵۰۰۴۱۸۷۹۶۱۵۰ که مال مال الا ۲۶۴۱ کعب است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت چون عدد مراتب ناقص چهار بود و عدد علامت سه لهذا برای یک علامت دیگر خارج جدول یک خانه نوشته شد چرا که عدد اخیر ناقص دو است و کعب آن هشت است لهذا یک خانه کافی شد و همان دو را بر علامت اخیر و محاذی آن در صف ضلع نوشته ضرب و نقل کردم پس در صف کعب منقول یک مرتبه هشت و در صف مال منقول دو مرتبه ۱۲ و در صف ضلع منقول سه مرتبه ۶ گردید باز برای علامت دویم عددی طلب کردم که زائد از شش باشد نیافتم چرا که در صف کعب ۸ مقابل ۸ که در صف عدد است افتاده پس همان شش را که در مرتبهٔ مئات ناقص بود بالای علامت ثانی نوشتم و محاذی آن در صف ضلع نوشته ضرب و جمع نموده در هر صف نقل کردم پس در صف کعب منقول یک مرتبه ۱۷۵۷۶ و در صف مال منقول دو مرتبه ۲۰۲۸ و در صف ضلع منقول سه مرتبه ۷۸ گردید باز برای علامت ثالث طلب عددی کردم هشت را یافتم آنرا بالای علامت و محاذی آن در صف ضلع نوشتم و از عدد فوقانی که هشت بود [illegible] از عدد ناقص باقی مانده بود بلحاظ مرتبه که عدد فوقانی که ۸۰ بود نقصان کرده باقی [illegible] عدد فوقانی بالای علامت نوشتم و فوقانی را که هشت بود

در تحتانی که ۷۸۸ بود ضرب کرده در صف مال ۶۳۰۴ افزوده وجمع نموده ۲۰۹۱۰۴ را در
فوقانی ضرب کرده در صف کعب ۱۶۷۲۸۳۲) افزوده وجمع ساخته ۱۹۲۴۸۸۳۲ را در باقی فوقانی
که ۳۹ بود ضرب کرده ۷۵۰۷۰۴۴۴۸ را در صف عدد بحیثیتیکه آحاد محاذی عدد نه که در باقی
فوقانی بمرتبهٔ آحاد است افتاد نوشته ساقط کردم و باقی را تحت خط عرضی نوشتم وباز هشت
فوقانی را بر تحتانی افزوده وجمع کرده ۷۹۶ را در فوقانی ضرب نموده در صف مال ۶۳۶۸
افزوده وجمع کرده ۲۱۵۴۷۲ را در ۳۹ که باقی فوقانی بود ضرب ساخته ۸۴۰۳۴۰۸ را در صف
کعب افزوده وجمع ساخته ۲۰۰۸۹۱۷۲۸ را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز هشت فوقانی را
بر تحتانی افزوده وجمع کرده ۸۰۴ را در ۳۹ که باقی فوقانی بود ضرب نموده در صف مال ۳۱۳۵۶
افزوده وجمع نموده ۲۱۸۶۰۷۶ را دو مرتبه نقل ساختم وباز ۳۹ باقی فوقانی را بر تحتانی افزوده
وجمع ساخته ۸۰۷۹ را در صف ضلع سه مرتبه نقل نمودم وطلب کردم عددی از آحاد برای
علامت اول پنج را یافتم بالای علامت ودر صف ضلع محاذی آن نوشتم در صف ضلع ۸۰۸۴
شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۴۰۴۲۰ را در صف مال افزوده وجمع ساخته ۲۱۹۰۱۱۸۰ را باز
در فوقانی ضرب نموده ۱۰۹۵۰۵۹۰۰ را در صف کعب افزوده وجمع نموده ۲۰۱۹۸۶۷۸۷۰۰ را
در فوقانی ضرب کرده ۱۰۰۹۹۳۳۹۳۵۰۰ را در صف عدد نوشتم وساقط کردم هیچ باقی نماند
هذا اجدوله (جدول ۵۰)

* فائدهٔ دیگر وهمچنین اگر ضلع زائد وناقص باشد پس زائد را در صفوف نظائر زیاده نموده
وناقص را از اعداد صفوف نظائر نقصان کرده استخراج ضلع اول توان نمود لیکن باید که اگر
مراتب عدد ناقص به سبب نظیر متعلق صف ضلع باشد ران لحاظ کرده شود درصورتیکه مراتب
عدد ناقص زیاده از عدد علامت باشد خواه مساوی عدد علامت بود اگر عدد خارج برای
علامت اخیر یافته نشود درینصورت بطریقیکه گفته شد جدول باید کشید و عدد ناقص را بالای
علامت اخیر نوشته عمل باید نمود مگر اعداد زائد در هر صف که واقع شود آنرا در فوقانی ضرب
کرده نقصان کردن ضرور است ونیز در جمع وضرب ونقل آن اعداد زائد را در فوقانی ضرب
کرده در هر صف جمع نمودن واجب واین امر را ملحوظ داشتن از واجبات است مثال
خواستم که ضلع اول این اعداد ۸۵۲۵۶۲۹۳۷۷۶۰ که مال مال ویک صد وبست مال [illegible]

کعب و ۴شيء است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت چون عدد مراتب ۲۶۴۱ که ناقص و نظير
ضلع است چهار بود و عدد علامت سه لهذا يک خانه در جدول براي يک علامت ديگر زياده
کشيدم و عدد ناقص چهار شيء را که چهار است در صف کعب که نظير اوست در خانهٔ چهارم
نوشتم که بدنقل سيوم در خانهٔ آحاد افتد و بالاي آن خط محو کشيدم و ۱۲۰ را که زائد است در
صف مال که باعتبار اصول منزل نظير او بود نوشتم و چون ۲۶۴۱ ناقص کعب که نظير ضلع
است در صف ضلع نقصان نمي تواند شد لهذا عدد دو را بالاي علامت و محاذي آن در صف ضلع
نوشته و فوقاني را در تحتاني ضرب نموده در صف مال نوشتم در صف مال اين عدد شد ۴۰۰۱۲۰ باز
آنرا در فوقاني ضرب نموده در صف کعب نوشتم ۸۰۰۲۴۰۰۰ و از ان ۴ را که عدد ناقص بود نقصان
نمودم و باقي را بالاي خط عرضي نوشتم اين ۸۰۰۲۳۹۹۹۶ شد و نيز حاصل ضرب ۱۲۰ زائد را
بعد اسقاط ناقص کعب که اين عدد ۲۳۹۹۹۶ در صف کعب است آنرا خارج از جدول محاذي آن
براي ياد نوشتم و آنرا در فوقاني ضرب نموده از صف عدد ۴۷۹۹۹۲ ساقط کردم بطوريکه آحاد آن
محاذي آحاد رقم صف کعب افتد زيراکه اعداد صف کعب انچه بسبب عدد ناقص حاصل
شده است ساقط نمي تواند شد که گويا پيشتر ساقط شده است لکن اين اعداد زائده را که بعد ناقصه
در کعب باقي ميماند در عدد خارج ضرب نموده ساقط کردن ضرور است و نيز زائده مال
را در عدد خارج ضرب ساخته در صف کعب افزودن واجب لهذا باز ۱۲۰ زائد را در فوقاني
ضرب کرده ۲۴۰ در صف کعب افزودم و نيز بالاي عدد خارج جدول بلحاظ مراتب
افزودم و جمع کردم و عدد صف کعب را يک مرتبه بطرف يمين نقل نمودم پس در صف کعب
عدد منقول ۸۰۰۴۷۹۹۹۶ شد و در خارج جدول محاذي منقول صف کعب ۴۷۹۹۹۶ شد پس
باز فوقاني را بر صف ضلع افزودم در صف ضلع ۴ شد آنرا در فوقاني ضرب نموده ۸ را در صف
مال نوشتم و جمع کرده ۴۰۰۱۲۸ را دو مرتبه بطرف يمين نقل نمودم و باز فوقاني را بر صف ضلع
افزوده ۶ را سه مرتبه بطرف يمين نقل نمودم و براي علامت دويم طلب عدد ديگر کردم که زائد
از شش باشد نيافتم همان شش را بالاي علامت دويم و محاذي آن در صف ضلع نوشتم در
صف ضلع ۶۶ شد آنرا باز در فوقاني ضرب نموده ۳۹۶ را در صف مال افزودم و جمع کردم
۹۶۰۱۲۰ شد آنرا باز در فوقاني ضرب نموده ۹۵۷۶۰۷۲۰ را در صف کعب نوشتم و نيز ۱۲۰ زائد صف مال

رادرفوقاني ضرب کرده ۷۲۰ برعدد خارج جدول بلحاظ مراتب افزودم درخارج ۶۶۱۹۹۶
شد آنرا درفوقاني ضرب کرده ۳۳۱۱۹۷۶ را از صف عدد ساقط نمودم بطوریکه آحاد آن محاذي
آحاد رقم صف کعب باشد وباز ۱۲۰ رادرفوقاني ضرب نموده درصف کعب وهم برعدد خارج
افزودم وجمع نمودم ورقم صف کعب راکه ۶۷۶ ۷۶۶۲۳۹۹۶ بودیک مرتبه بطرف یمین نقل کردم
وعدد خارج محاذي آن ۶۲۳۹۹۶ شد پس بازفوقاني رابرصف ضلع افزودم ۷۲ شد آنرادر
فوقاني ضرب کرده درصف مال ۴۳۲ افزودم وجمع نموده ۲۰۲۸۰۱۲۰ رادومرتبه بطرف یمین
نقل نمودم وبازفوقاني رابرصف ضلع افزوده ۷۸ راسه مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وطلب
عدد دیگر براي علامت ثالث نمودم ۸ رایافتم آنرابالاي علامت فوقاني ودرصف ضلع
محاذي آن نوشتم و ۴۱ راکه ازعدد ناقص کعب که نظیرضلع است باقي بود از ۸ که بلحاظ مرتبه
۸۰ است ساقط نمودم و ۳۹ راتحت آن بلحاظ مرتبه نوشتم وعدد صف ضلع رادرفوقاني ضرب
کرده درصف مال ۶۳۰۴ افزودم وجمع نمودم ۲۰۹۱۰۶۲۰ رابازدرفوقاني ضرب کرده درصف
کعب ۱۶۷۲۸۴۱۶۰) افزودم وجمع کردم ۱۹۲۴۹۴۶۵۶۹۶ شد ونیز ۱۲۰ زائد رادرفوقاني ضرب
کرده برعدد خارج ۹۶۰) افزوده محاذي رقوم صف کعب جمع نمودم ۶۳۳۶۹۶ شد چون حالا رقوم
صف کعب رادر ۳۹ که باقي فوقاني است ضرب کرده ساقط نمودن منظوراست وحاصل ضرب
۱۲۰ زائد رادرفوقاني که هشتاداست ضرب کرده ساقط کردن مي باید لهذا اول اعداد خارج را
که ۶۳۳۶۹۶ بود در ۴۱ ضرب کرده ۲۵۹۷۷۴۳۶ راکه حاصل ضرب است ازصف عدد ساقط
کردم بطوریکه عشرات آن محاذي آحاد صف کعب باشد چراکه ۴ بجاي علامت سیوم است
وواحد دریمین آن افتاده وهرگاه در ۴ که گویابالاي علامت سیوم متصوراست ضرب میکردم
حاصل ضرب رامحاذي آحاد کعب مي نوشتم پس الحال ضروراست که عشرات آن محاذي
آحاد کعب افتد وباقي راتحت خط عرضي نوشتم وارقام کعب رادر ۳۹ ضرب کرده
۷۵۰۷۲۹۱۶۸۲۴۴ راازصف عدد ساقط نمودم وباقي راتحت خط عرضي نوشتم وبازفوقاني را
برصف ضلع افزودم ۷۹۶ شد آنرادرفوقاني ضرب نموده ۶۳۶۸ رادرصف مال نوشتم وجمع
نمودم ۲۱۵۴۷۳۲۰ شد آنرادر ۳۹ که باقي فوقاني بود ضرب کرده حاصل راکه ۸۴۰۳۴۵۴۸۰ بود
درصف کعب نوشتم و ۱۲۰ زائد رادر ۴۱ ضرب کرده درصف کعب ۴۹۲۰ افزودم چراکه ۱۲۰ زائدرا

در ۸۰ ضرب یافتن ضرور است چون شامل ارقام صف مال در ۳۹ ضرب یافته لهذا در ۴۱ ضرب کرده افزودم وجمع ساختم در صف کعب ۲۰۰۸۹۸۱۵۹۹۶ شد آنرا یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقانی بر صف ضلع افزودم ۸۰۴ شد آنرا در ۳۹ که باقی فوقانی است ضرب نموده ۳۱۳۵۶ را در صف مال افزودم بطوریکه عشرات آن محاذی آحاد صف ضلع باشد وجمع نموده ۲۱۸۶۰۸۸۰ را دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز ۳۹ باقی فوقانی را بر صف ضلع افزودم ۸۰۷۹ شد آنرا سه مرتبه بطرف یمین نقل کردم وطلب عدد دیگر برای علامت اول نمودم ۵ را یافتم آنرا بالای علامت ومحاذی آن در صف ضلع نوشتم وجمع نمودم در صف ضلع ۸۰۸۴ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۴۰۴۲۰ را در صف مال افزودم وجمع کردم ۲۱۹۰۱۳۰۰ شد آنرا باز در فوقانی ضرب کرده ۱۰۹۵۰۶۵۰۰ را در صف کعب افزودم وجمع کردم ۲۰۱۹۹۳۲۲۴۹۶ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۱۰۰۹۹۶۶۱۲۴۸۰ را از صف عدد ساقط نمودم هیچ باقی نماند هذا جدوله

(جدول ۵۱)

* فائدهٔ دیگر اگر در استخراج مضلعات زائده وناقصه طریق ضرب وتفریق وجمع زائد وناقص که در باب جبر ومقابله مذکور است ملحوظ داشته عمل نمایند احتیاج نوشتن اعداد خارج جدول وغیره نمیشود وعمل بسیار آسان میگردد *

* مطلب سیزدهم در میزان اعمال *

بدانکه هرچه از مجموع صور ارقام بعد اسقاط نه نه باقی ماند آنرا میزان عدد گویند مثلاً میزان این اعداد ۸۵۲۴۰۳۵۸۷ که مجموع صور ارقام آن ۲۹ است و بعد اسقاط نه نه باقی دو ماند پس دو را میزان عدد گویند وهمچنین اگر صور ارقام مراتب فرد را جمع کرده ومجموع صور ارقام مراتب زوج را در ده ضرب کرده بران بیفزایند واز حاصل جمع یازده یازده ساقط کنند هرچه باقی ماند نیز میزان آن عدد است مثلاً در مثال مذکور صور ارقام مراتب فرد را که ۸ و ۳ و ۴ و ۷ بود جمع کردم بیست ودو شد و مراتب زوج را جمع نمودم هفت شد آنرا در ده ضرب کرده بر بیست ودو افزودم ۹۲ شد یازده یازده دا ازان ساقط کردم ۴ باقی ماند این میزان است ونیز برای تسهیل اگر صور ارقام فرد را باز یادت یازده بر صور ارقام زوج جمع نموده یازده یازده اسقاط سازند هم میزان است چنانچه در مثال مذکور ۸ و ۳ و ۴ و ۷ صور ارقام فرد و ۱ و ۹ زیادت

یازده بر صور ارقام زوج است آنرا جمع نمودم ۳۷ شد و بعد اسقاط یازده یازده ۴ باقي ماند پس
باید دانست که در تضعیف میزان عدد را ضعف نمایند و میزان حاصل بگیرند و در تنصیف میزان
عدد بگیرند و میزان حاصل تنصیف را ضعف نمایند و در جمع اعداد میزان جمع صفوف اعداد
را جمع کنند و میزان حاصل الجمع بگیرند و در تفریق میزان منقوص را از میزان منقوص منه
ساقط کنند و میزان باقي بگیرند و در ضرب میزان مضروب را در میزان مضروب فیه ضرب سازند
و میزان حاصل الضرب بگیرند و در قسمت میزان مقسوم را بر میزان مقسوم علیه قسمت سازند
و میزان خارج القسمت بگیرند و در جذر و کعب وغیره من المضلعات میزان ضلع را بهمان نسبت
مضلع سازند و میزان ارقام مضلع اول بگیرند پس در هر عمل اگر هردو میزان که بیان کرده شد
موافق باشد عمل صحیح[8] است والا غلط نیز باید دانست که اگر در ضرب کردن و مضلع نمودن
صور ارقام آن متعدد شود باز میزان آن بگیرند و اگر بعد اسقاط هیچ باقي نماند نه را در اسقاط نه نه
و یازده را در اسقاط یازده یازده در میزان معتبر دارند و این فقیر میگوید که چون در کتب متداوله
این فن طریق امتحان صرف از طرح نه نه یا یازده یازده مشهور است و هیچکس بیان حقیقت آن
نکرده که بچه سبب ازین اعداد بدین طریق خاص امتحان میشود و نیز از طرح دیگر
اعداد هم حصول میزان و امتحان میتواند شد یا نه بلکه اکثري از شارحین خلاصة الحساب وغیره
درین امر مناقشه و خطا کرده اند و سخنان پریشان گفته اند چنانچه بعضي گویند که از هر اعداد
بطور طرح نه نه میزان مي تواند شد و بعضي گویند که سواي نه نه در دیگر عدد میزان نمي شود
لهذا فقیر حقیقت طرح و طریق حصول میزان از هر اعداد که خواهد بیان میکند تا از ان امتحان
تواند شد بدانکه طرح در حقیقت قسمت است لکن در قسمت مقصود حصول عدد خارج قسمت
مي باشد و در طرح مقصود حصول عددیکه بعد طرح از مطروح منه باقي مي ماند چنانکه براي
امتحان عمل نه نه طرح میکنند و یا یازده یازده طرح میکنند یا غیر آن و عدد باقي را میزان میگویند
پس طرح حاصل کردن عدد باقي از مطروح منه است بعد اسقاط مطروح خواه یک مرتبه

---

[8] فائده صحت عمل دلالت یقیني بل مستلزم صحت میزان است و لا عکس چه جائز که
غلطي رقم نه یا یازده شود و میزان صحیح و عمل غلط باشد

باشد خواه بچندمرتبه بشرطیکه آن باقی کم از مطروح بود وطریقش این است که بهر عددیکه طرح
کردن منظور است اگر آن عدد از آحاد است آحاد مطروح منه را بران طرح کرده باقی را اگر
چیزی بماند در ذهن گیرند یا زده را بران عدد طرح کرده باقی را جائی نویسند و مضروب فیه
عشرات مطروح منه قرار دهند و عشرات مطروح منه را دران باقی ضرب ساخته و بر محفوظ
افزوده باز طرح کنند باقی را در ذهن گیرند و باز مضروب فیه عشرات را در ده ضرب کرده وطرح
نموده باقی را در جائی برای ضرب مئات مطروح منه خواه یمین خواه یسار اول یا فوق یا تحت
بعد خط عرضی فاصل نویسند و مضروب فیه مئات مطروح منه قرار دهند و مئات مطروح منه
را دران ضرب کرده و بر محفوظ افزوده طرح نمایند و باقی را در ذهن گیرند وباز مضروب فیه
مئات را در ده ضرب کرده طرح نموده باقی را مضروب فیه الوف مطروح منه قرار دهند و همچنان
تا آخر عمل نمایند چون هر مرتبه بلحاظ یمین خود مرتبهٔ عشرات دارد لهذا مضروب فیه مرتبهٔ
یمین را در ده ضرب کرده وطرح نموده باقی را مضروب فیه مرتبهٔ یسار مقرر می سازند واگر
عدد مطروح مرکب از آحاد و عشرات است پس آحاد و عشرات مطروح منه را بران طرح نموده
و باقی را در ذهن بگیرند و باز عدد را بر مطروح طرح کرده باقی را مضروب فیه مرتبهٔ مئات قرار دهند
و بعد ازان چنانکه مذکور شد عمل نمایند و باید دانست که چون واحد عاد جمیع اعداد است
اگر آنرا مطروح قرار دهند از مطروح منه هیچ باقی نخواهد ماند و اثنین که زوج اول است و عاد
جمیع ازواج است پس اگر مطروح منه زوج باشد همه را فنا خواهد کرد و اگر فرد باشد واحد
باقی خواهد ماند و در عدد سه بعد طرح از عشر واحد باقی میماند و حاصل الضرب هر عدد در
واحد همان عدد است پس صور ارقام جمیع مراتب مطروح منه را جمع کرده بر سه طرح کنند
باقی میزان خواهد بود چنانکه در طرح نه نه است و در عدد چهار چون بعد طرح از عشر دو باقی
میماند و در مئات هیچ نمی ماند پس اگر در عشرات مطروح منه رقم فرد باشد بر آحاد مطروح منه
بعد طرح دو را فزایند که مجموع میزان است و اگر زوج باشد همان آحاد بعد طرح میزان
شود و در عدد پنج چون از عشرات هیچ باقی نمی ماند لهذا آحاد مطروح منه بعد طرح میزان
میشود و در عدد شش چون بعد طرح از عشر چهار باقی می ماند و هرگاه چهار را در ده ضرب
کرده طرح کنند نیز چهار باقی می ماند پس گویا مضروب فیه هر مراتب مطروح منه از عشرات

الی آخره عدد چها راست درینصورت باید که صور ارقام مطروح منه را از عشرات الی آخره
جمع نموده وطرح کرده وباقی را در چهار ضرب ساخته وبر آحاد افزوده طرح نمایند که باقی
میزان است ودر عدد هفت چون از عشر بعد طرح سه باقی می ماند آنرا در جائی نویسند
وصورت عشرات مطروح منه را در ان ضرب ساخته وبر آحاد افزوده وطرح نموده باقی را در
ذهن گیرند وباز سه را که مضروب فیه مرتبهٔ عشرات بود در ده ضرب نموده طرح کنند ودو را که
باقی می ماند مضروب فیه مئات قرار داده در یمین یا در یسار یا تحت یا فوق سه بعد خط عرضی
فاصل نویسند وصورت مئات مطروح منه را در دو ضرب کرده وبر محفوظ افزوده طرح سازند
وباقی را در ذهن گیرند وباز دو را که مضروب فیه مئات بود در ده ضرب کرده وطرح نموده باقی را
که شش است مضروب فیه الوف قرار دهند وهمچنان که مذکور شد بنویسند وصورت آحاد الوف
مطروح منه را در شش ضرب نموده وبر محفوظ افزوده طرح نمایند وباقی را در ذهن بگیرند
وهمچنین تا آخر مراتب مطروح منه عمل نمایند که باقی اخیر میزان است ودر عدد هشت
چون از عشر دو باقی میماند پس مضروب فیه عشرات دو است ومضروب فیه مئات چهار
وبعد از ان اعداد مرتبهٔ الوف وغیره همه ساقط می شوند ودر نه مضروب فیه هر مرتبه از عشرات
الی آخره واحد است وهرگاه واحد را در صورت مرتبهٔ عشرات ضرب خواهند کرد همان
صورت حاصل خواهد شد لهذا صور ارقام جمیع مراتب را جمع میسازند وطرح میکنند که باقی
میزان است ودر عدد ده چون از عشر هیچ باقی نمی ماند پس آحاد مطروح منه میزان است
ودر عدد یازده چون از عشر ده باقی می ماند چرا که طرح نمی شود واز صد واحد باقی میماند
پس مراتب فرد مطروح منه بصورتش میگیرند ومراتب زوج را جمع نموده ودر ده ضرب کرده
طرح میکنند وباقی را بر مجموع مراتب فرد افزوده طرح میکنند که باقی میزان میشود ودر عدد
دوازده چون از عشر همان ده باقی می ماند واز صد چهار باقی میماند وهرگاه چهار را در ده
ضرب کنند وطرح سازند نیز چهار باقی میماند پس مضروب فیه جمیع مراتب مطروح منه از
مئات الی آخره چهار است لهذا صور ارقام جمیع مراتب مطروح منه را از مئات الی آخره جمع
نموده وطرح کرده وباقی را در چهار ضرب ساخته بارقام آحاد وعشرات جمع میسازند وطرح
میکنند که باقی میزان است وهکذا در سیزده وچهارده وپانزده وغیر آن بباید دانست که حال

جمیع اعداد مطروح از سه حال خالي نیست یکي آنکه براي هر مرتبه از مراتب مطروح منه سواي مرتبۀ آحاد درصورتیکه مطروح آحاد باشد وسواي مرتبۀ آحاد و عشرات درصورتیکه مطروح مرکب از آحاد و عشرات بود مضروب فیه یک عدد معین خواهد بود چنانکه در شش ودوازده عدد چهار است دویم آنکه تا یک مرتبه ود ومرتبه یا سه مرتبه عدد مضروب فیه خواهد بر آمد وباقي مراتب همه فنا خواهد شد چنانکه درچهار وهشت وشانزده سوم آنکه براي هر مرتبه عدد مضروب فیه مختلف خواهد بود لیکن درینصورت اختلاف اعداد هم جائي منتهي خواهد شد وباز رجوع بصورت اول خواهد کرد چنانکه درهفت وغیره

* تنبیه باید که براي امتحان صحت اعمال اگر خواهند که از عددي طرح کرده امتحان کنند پس عدد مطروح باید که از آحاد باشد مثل شش وهفت ونه خواه عدد ما بین العشرة والعشرین بود وحتی الامکان بهتر است که عدد مطروح بصفت اول باشد اعني براي هر مرتبه از مراتب مطروح منه سواي آحاد خواه سواي آحاد و عشرات یک عدد مضروب فیه بود چنانکه در عدد سه وشش ونه ودوازده است وخواه مطروح به صفت ثالث باشد اعني براي هر مرتبه عدد مضروب فیه مختلف شود اگرچه درینصورت عمل امتحان طول خواهد شد لکن احتمال صحت امتحان است ودرصفت ثاني احتمال صحت امتحان نیست

* فائده در هر اعداد مطروح که مضروب فیه مراتب عشرات ومئات وغیر آن مختلف واقع میشود اگر صرف مضروب فیه عشرات بگیرند وعمل از یسار نمایند بدینصورت که رقم اخیر را در مضروب فیه عشرات ضرب نموده وطرح کرده باقي را بر عدد یمین او زیاده کنند وهمچنان عمل نمایند وتا عشرات مطروح منه برسند ودران مرتبه انچه بعد طرح باقي ماند آنرا بر آحاد مطروح منه افزوده طرح سازند که باقي میزان است مثلاً درطرح هفت هفت خواستم که این عدد طرح نمایم ۳۴۶۵ چون مضروب فیه عشرات درطرح هفت هفت سه است پس سه را که در مرتبۀ اخیر بود درسه ضرب نموده وحاصل راکه نه بود طرح کردم دو باقي ماند آنرا بر عدد یمین او که چهار بود افزودم شش شد آنرا هم درسه ضرب نموده حاصل را طرح کردم باقي چهار ماند آنرا بر عدد یمین او که شش است افزودم ده شد پس درسه ضرب ساختم وحاصل را طرح نمودم باقي دو ماند چون عمل تا مرتبۀ عشرات مطروح منه رسید پس دو را بر پنج

که آحاد مطروح منه بود افزوده طرح کردم هیچ باقي نماند پس دانستم که همان هفت میزان
است واگرخواهم که همان عدد را بر سیزده طرح کنم چون مضروب فیه عشرات درینصورت
عدد ده است چراکه عدد ده بر سیزده طرح نمي شود پس سه را که در اخیر بود در ده ضرب کرده
طرح نمودم چهار باقي ماند و آنرا بر چهار که یمین اوست افزوده هشت را در ده ضرب ساختم
وهشتاد را بر سیزده طرح کردم دو باقي مانده آنرا بر شش که یمین اوست افزوده هشت را در ده
ضرب ساخته طرح نمودم باز دو باقي ماند آنرا بر پنج که آحاد مطروح منه است افزودم
هفت گردید پس دانستم که هفت میزان است

* فائده ونیز اگر بطور قسمت بدون ارقام جدول و خارج قسمت وحاصل الضرب خارج
فی المقسوم علیه که درینجا عبارت از مطروح است صرف دو عدد اخیر مطروح منه را اول
آحاد وعشرات تصور کرده وطرح نموده باقي را در ذهن گیرند وآنرا عشرات تصور نموده
وعدد یمین آنرا آحاد دانسته باز طرح کنند وهمچنین تا آخر برسند نیز مطلوب حاصل مي تواند شد

* فائده براي امتحان هر عمل اگر عکس العمل نموده امتحان سازند نهایت خوب است
که هرگز در صحت عمل شبهه نخواهد بود مثلا اگر عمل جمع است حاصل جمع را تفریق سازند
واگر تضعیف است حاصل تضعیف را تنصیف کنند وهمچنین اگر تنصیف است تضعیف نمایند
واگر ضرب است قسمت کنند واگر قسمت است ضرب سازند واگر جذر است مجذور بگیرند
واگر مجذور است جذر بگیرند

* فائده اگر هر عمل را از دو عدد یا سه عدد از روي طرح هم امتحان کنند نیز زیاده گمان
صحت عمل مي شود

تمّ الباب الاول

باب دویم

در حساب کسور و این باب مشتمل برمقدمه و یازده مطلب است*

*مقدمه باید دانست که اگر عددي را بمنزلهٔ واحد فرض نموده عدد دیگر را که اقل از و باشد بران منسوب سازند پس منسوب را صورت کسر و منسوب الیه را مخرج نامند و بعبارت دیگر اگر واحد غیر حقیقي را که قابل تجزیه باشد بالفعل یا بالقوه وان واحد مفروضه است تجزیه نمایند باجزاء متساویه بهر عدة که خواهند پس عدد عدة را مخرج کسر و اجزاء را کسر گویند و کسر بر دو گونه است مفرد و مضاف اما مفرد آنست که منسوب الیه باز بطرف عددي دیگر منسوب نباشد چنانکه یک نصف و یا دو ثلث و مضاف آنست که منسوب الیه او نیز بطرف عدد دیگر منسوب باشد چنانکه یک نصف ثلث و دو ثلث ربع و نیز کسر مفرد و مضاف یا مجرد است یا مکرر مجرد آنست که صورت کسر واحد باشد چنانکه یک نصف و یک ثلث یا یک نصف ثلث و یک ثلث ربع و مکرر آنست که صورت کسر سواي واحد بود مثل دو ثلث و سه ربع یا دو ثلث ربع و سه ربع خمس و غیر آن و نیز باید دانست که گاهي صحیح و کسر مجتمعه منسوب بطرف صحیح و کسر میشود چنانچه گویند دو صحیح و دو ثلث از دوازده صحیح و چهار خمس و همچنین گاهي صحیح و کسر منسوب بطرف صرف صحیح مي شود مثلاً چهار صحیح و دو ربع از بست و گاهي کسر صرف منسوب بطرف صحیح و کسر میشود مثلاً دو ثلث از چهار صحیح و سه ربع و همچنین کسر صرف بطرف صحیح منسوب میگردد مثل یک ربع از بست و همچنین صحیح بطرف صحیح منسوب میشود چنانکه چهار از ده و کسر بطرف کسر منسوب میشود چون دو ثلث از سه ربع پس درینصورتها منسوب الیه را واحد و منسوب را کسر منکسره گویند و بدانکه کسر منکسره هم في الحقیقت کسر مفرد است که مخرج آن منسوب الیه است و منسوب صورت کسر است لکن چون مخرج در ضمن خفا است و صورت بطور کسور معینه نیست لهذا این را منکسر میگویند که قابل کسر شدن است و تعبیر از ان بي لفظ من در عربي و لفظ از در فارسي نمي تواند شد فافهم و گاهي کسر مستثنی میشود از کسر دیگر و آنرا مستثنی گویند مثل سه خمس الا ربع و گاهي معطوف مي شود مثل ربع

و خمس و سدس

* رباعي *

* گر مخرج کسر را صحیح است عدد 　 آن کسر بود نزد محاسب مفرد *

* معطوف و مضاف و منکسر مستثنی 　 اصناف کسور غیر مفرد شمرد *

وگاهي کسر منکسر از اصناف خمسهٔ کسور مرکب مي شود و همچنین معطوف و مضاف و مستثنی هم بترکیب حاصل مي شود

* مطلب اول از باب دویم در رقم کسور *

بدانکه کسر مفرد را تحت صحیح بنویسند و مخرج را تحت کسر و اگر با کسر صحیح نباشد پس بالایش صفر گذارند و معطوف را در یسار معطوف علیه بعد واو عطف بنویسند و مستثنی را یسار مستثنی منه بعد الا و مضاف الیه را تحت مضاف بعد خط فاصل یا لفظ من و هذه صورته

۲ ۱/۳ دو صحیح و یک ثلث ・ ۰ ۱/۴ یکربع ・ ۰ ۱/۴ و ۲/۵ یک ربع و دو خمس ・ ۴/۵ الا ۱/۴ چهار خمس الا یک ربع

۰ ۲/۳ من ۳/۴ دو ثلث من سه ربع ・ ۲ ۱/۲ دو صحیح و یک نصف از چهار صحیح و یک ثلث و اگر منکسر را بدینصورت نویسند بهتر است ۲/۳ من ۳/۴ ・ ۱/۲ ۱/۳

بدانکه جمیع اعمال کسور متعلق بکسر مفرد است و غیر مفرد منتقل بمفرد میشود و برای نقل کردن غیر مفرد بمفرد دانستن نسبت اعداد و طریق استخراج مخرج مشترک پر ضرور است باید دانست که دو عدد غیر واحد اگر مساوي باشند آنها را متماثلان و متساویان گویند و نسبت را تساوي و تماثل نامند مثال چهار و چهار که هر دو مساوي اند و اگر دو عدد غیر الواحد مختلف باشند پس اگر عدد اقل عدد اکثر را از روی قسمت ساقط کند و هیچ نماند آنها را متداخلان گویند و نسبت را تداخل خوانند و اگر چیزي از روی قسمت باقي ماند پس عدد اقل را بر باقي قسمت کنند و اگر در قسمت دویم هم چیزي باقي ماند باقي قسمت اول را بر باقي قسمت ثاني قسمت نمایند تا آنکه از مقسوم اخیر هیچ باقي نماند یا واحد باقي افتد پس اگر در قسمت اخیر هیچ باقي نماند آنها را متوافقان و متشارکان گویند و این نسبت را توافق خوانند و مقسوم علیه اخیر را که ساقط کنندهٔ هر دو عدد است وفق نامند و هرگاه هر دو عدد متوافقان را بر وفق قسمت کنند خارج را جزء وفق و جزء مشترک خوانند

چون ده و پانزده که هرگاه پانزده را که اکثراست بر ده قسمت کردم پنج باقی ماند و پانزده را بر پنج قسمت کردم هیچ باقی نماند پس عدد ده و پانزده را متوافقان گویند و پنج را وفق هر دو خوانند و ده را که بر پنج قسمت کردم دو خارج شد و آن جزء وفق ده است و پانزده را که بر پنج قسمت کردم سه خارج شد آن جزء وفق پانزده است و اگر از رومی قسمت اخیر واحد باقی ماند آنرا متباینان گویند و نسبت تباین چون پنج و چهار و ۱۷ و ۲۵ و فقهاء رضوان الله علیهم متداخلین را هم متوافقین میگویند و نسبت توافق اعم از تداخل می شمارند و این نسبتها در میان سه عدد و چهار عدد و زیاده از ان هم میتواند شد پس همه اگر متساوی اند متساویات خوانند مثل ۴ و ۴ و ۴ و ۴ و اگر مختلف اند و هر عدد اعظم را هر عدد اصغر ساقط میتواند کرد آنها متداخلات اند چون ۲ و ۴ و ۸ و ۲۴ و اگر یکی از اینها خواه عدد دیگر آن همه را ساقط تواند کرد پس آنها را متوافقات خوانند چون ۲ و ۴ و ۶ و ۱۰ دیگر ۱۶ و ۲۴ و ۲۶ و طریق دریافت آن آنست که اولاً توافق بین العددین معلوم کنند و بعد از ان توافق بین الوفق و عدد ثالث معلوم نمایند و بعد از ان توافق بین الوفق دویم و عدد رابع دریافت کنند و همچنین تا آخر پس وفق اخیر را اعتبار دارند و اگر هیچ یکی دیگری را ساقط نتواند نمود و عدد ثالث هم ساقط نتواند کرد آنها را متباینات گویند

بیان فوائد فائدهٔ اولی* باید دانست که در میان دو عدد نسبتی خاص دیگر که آنرا نسبت هندسی گویند سوای این چهار نسبت هم می باشد مثل نسبت ثلثی و ربعی و غیر آن چنانچه در ۲ و ۴ نسبت نصفی است و در ۲ و ۶ نسبت ثلثی و در ۴ و ۶ نسبت دو ثلثی است و در ۳ و ۴ نسبت سه ربعی است و علی هذا القیاس

* فائدهٔ دویم نسبت هندسی که در میان دو عدد متباینان است آن نسبت در هیچ دو عدد دیگر که اقل از ان هر دو باشد یافته نخواهد شد مثلاً ده و یازده

* فائدهٔ سیوم هر نسبت هندسی که در میان هر دو جزء وفق متوافقان است در هیچ دو عدد که اقل از ان هر دو جزء وفق باشد یافته نخواهد شد مثلاً نسبت هندسی که در میان ۶ و ۷ که جزء وفق ۱۲ و ۱۴ اند در هیچ دو عدد دیگر که اقل از ان هر دو باشد نیست

* فائدهٔ چهارم هر دو جزء وفق متوافقان عدد زوج واقع نمی شود مثلاً ۸ و ۱۰ که متوافقان اند و جزء وفق یکی ۴ و دیگری ۵ است ممکن نیست که در هیچ متوافقان هر دو جزء وفق عدد زوج باشد بلکه فرد بودن هر دو ممکن است مثل ۹ و ۱۵ که متوافقان اند و جزء وفق یکی ۳ و جزء وفق دیگری ۵ است

کح

* فائدهٔ پنجم فرد اولي را با جميع اعداد ماتحت خود بلکه با اعداد مافوق غير الاضعاف نسبت تباين ميباشد و زوج الزوج را با جميع زوج الزوج نسبت تداخل و زوج الزوج را با زوج الفرد و زوج الزوج والفرد توافق و تداخل مي شود و اعداد فرد را با هريکي تباين و تداخل و توافق هر سه مي باشد

* مطلب ثاني در استخراج مخرج مشترک جميع کسور *

بدانکه مخرج مشترک عبارت است از تحصيل اقل عددکه دران کسور مفرده مفروضه تصحيح باشد پس بدانکه اگر مخرج دو کسر مفرد متساوي بين اند پس مخرج يکي بعينه مخرج ديگري است و اگر آن هر دو متداخلان اند مثل ۱/۴ و ۱/۸ پس مخرج اعظم مخرج مشترک است و اگر آن هر دو متوافقان اند جزء وفق يکي را در ديگري ضرب نمايند که حاصل مخرج مشترک است مثلا ۱/۶ و ۱/۴ که مخرج آنها متوافق است جزء وفق يکي را در ديگري ضرب ساختم اعني سه را در چهار يا دو را در شش ضرب نمودم دوازده شد و آن مخرج مشترک است و اگر هر دو متباين باشند پس مخرج يکي را در ديگري ضرب نمايند مثل ۱/۳ و ۱/۴ که مخرج مشترک ۱۲ شد و همچنين اگر کسور متعدده باشد پس مخرج مشترک دو کسر برآورده آنرا با مخرج ثالث نسبت دهند و مخرج مشترک برارند و همچنين بعد ازان تا آخر و يکي طريق آنست که جدول ذوار بعة اضلاع بنويسند و خط عرضي را بعدهٔ کسور تقسيم نمايند و خطوط طولي را چهار قسم سازند و جدول تمام کنند پس در سطر اول مخارج کسور را ثبت کنند بطوريکه اقل در مربع اول و اعظم در مربع آخر بترتيب واقع شود و در سطر ثالث صورت کسور را بترتيب نويسند بعد ازان در جميع مخارج نظر کنند و اصغر جميع متداخلات را بخط محو محو نمايند بعد ازان اعظم را به بينند که با باقي مخارج چه نسبت دارد پس با هر که توافق است جزء وفق آنرا بالايش نويسند بعد ازان هر جزء وفق را با هريک مخارج و جزء وفق سواي اعظم ملاحظه کنند اگر توافق دارد وفق بالايش بعد خط محو نويسند و باز به بينند که با هريک مخارج سواي اعظم چه نسبت دارد اگر تداخل است آنرا هم محو سازند تا که جميع مخارج و جزء وفق سواي اعظم متباين باقي ماند پس اعظم را در اسمي که ماقبل اوست ضرب کنند و حاصل را در ماقبلش همچنين تا که در جميع مخارج و جزء وفق که باقي است ضرب واقع شود و حاصل الضرب اخير مخرج مشترک مطلوب است آنرا

فوق جدول نویسند بعد از ان مخرج مشترک را بر هر یک مخارج قسمت نمایند و خارج قسمت را در سطر ثانی بنویسند باز آنرا در اعداد صور الکسور که در سطر ثالث است ضرب نموده در سطر چهارم نویسند و جمع ساخته بر مخرج مشترک قسمت سازند خارج جمیع اعداد کسور از مخرج مشترک است

مثلاً خواستم ۱/۲ و ۲/۳ و ۱/۴ و ۳/۵ و ۵/۶ و ۶/۷ و ۳/۸ و ۴/۹ و ۹/۱۰ و ۷/۱۱ و ۵/۱۲ و ۸/۱۳ و ۳/۱۴ را جمع کنم

و مخرج مشترک استخراج نمایم بعد رسم جدول مخارج کسور در سطر اول نوشتم و صورت کسور را در سطر سیوم و نظر کردم در مخارج چون ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ در دیگر مخارج داخل بودند بر آنها خط محو کشیدم و اعظم را که ۱۴ است با ۱۲ توافق بالنصف یافتم جزء وفق ۱۲ را که ۶ است بالای ۱۲ بعد خط محو نوشتم و باز چهارده را با ده و هشت توافق بالنصف بود جزء وفق ده را که ۵ و جزء وفق ۸ را که ۴ بود بالای هر دو بعد خط محو نوشتم باز شش را که جزء وفق ۱۲ است با ۹ توافق بالثلث بود لهذا ثلث آنرا که دو است بالای خط محو نگاشتم و چون باز آنرا با چهار که جزء وفق ۸ است تداخل بود بالایش خط محو کشیدم و باقی ماند ۴ و ۹ و ۵ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۴ ضرب کردم ۱۴ را در ۱۳ حاصل ۱۸۲ شد آنرا در یازده ضرب کردم حاصل ۲۰۰۲ گردید آنرا در ۵ ضرب نمودم حاصل ۱۰۰۱۰ شد و آنرا در ۹ ضرب ساختم حاصل ۹۰۰۹۰ گردید و آنرا در ۴ ضرب کردم حاصل ۳۶۰۳۶۰ شد این مخرج مشترک مطلوب است آنرا بالای جدول نگاشتم و بر هر یک مخرج که در سطر اول بود قسمت کردم و خارج را در سطر ثانی نوشتم و صور کسور که محاذی در سطر ثالث بود ضرب کرده حاصل را در سطر چهارم نوشتم و جمع نمودم ۲۶۳۳۹۷۵ شد بر مخرج مشترک قسمت کردم خارج ۷ صحیح و ۱۱۱۴۵۵/۳۶۰۳۶۰ گردید و این جمع کسور است هذه صورته

(جدول) ۵۲

۳۶۰۳۶۰	۹۰۰۹۰	۱۰۰۱۰	۲۰۰۲	۱۸۲

مخرج مشترک

* فائده باید دانست که در عمل حساب تسهیل بقدر وسع امکان اهم مطالب است خصوص

دراعمال کسور هرقدر تسهیل شود غلطی کم واقع خواهد شد و تسهیل عمل منحصر بر مخرج
است اعم ازینکه مشترک باشد یا مفرد یعنی مخرج هرقدر اقل العدد خواهد بود عمل سهل
خواهد بود پس ضرور است که حتی الامکان مخرج را قلیل سازند وطریقش آنست که اگر صورت کسر را
با مخرج تداخل است مخرج را بر صورت کسر قسمت سازند و واحد را بالای عدد خارج قسمت
منسوب کنند مثلاً $\frac{16}{48}$ چون ۱۶ را با ۴۸ تداخل بود قسمت کردم سه خارج شد واحد را بالایش
منسوب ساختم یک ثلث شد و اگر صورت کسر را با مخرج توافق است جزء وفق صورت را بر
جزء وفق مخرج منسوب کنند مثلاً $\frac{16}{24}$ چون ۱۶ را با ۲۴ توافق بالثمن است پس ثمن ۱۶ را
که دو است بر ثمن ۲۴ که سه است منسوب ساختم $\frac{2}{3}$ دو ثلث شد و اگر در صورت کسر و مخرج
تباین باشد بر حال خود گذارند که در ان رجوع باقل ممکن نیست

* مطلب ثالث در تجنیس *

وآن عدد صحیح را کسر نمودن است از جنس کسری معین پس ضرب کنند صحیح را در مخرج
کسر و صورت کسر را اگر با صحیح باشد بالایش بیفزایند مثلاً خواستم که چهار صحیح و سه خمس
را مجنس نمایم پس چهار را در پنج که مخرج کسر است ضرب کردم و صورت کسر را که سه است
بالایش افزودم $\frac{23}{5}$ شد و این را تبسیط نیز گویند

* مطلب چهارم در ترفیع *

وآن کسور را صحیح نمودن است اگر زائد از مخرج باشد پس صورت کسر را بر مخرج
قسمت کنند خارج صحیح وباقی کسر است مثلاً خواستم که سی و چهار سبع را صحیح نمایم سی
و چهار را بر هفت قسمت نمودم خارج چهار صحیح و شش سبع شد و هو المطلوب

* مطلب خامس در مفرد کردن کسور غیر مفرده *

باید دانست که هرگاه جمیع اعمال کسور منحصر بر کسر مفرد است پس ضرور است
که هر کسر را مفرد باید نمود و آن بدون حصول مخرج مشترک نمی تواند شد [illegible]
چنانکه مذکور شد مخرج مشترک گرفته کسور مفرده سازند و مضاف صورت کسر مضاف [illegible]
کسر مضاف الیه ضرب نموده بالای حاصل ضرب مخرج هر دو کسر منسوب [illegible]
اجزاء مستثنی را از مستثنی منه ساقط سازند اگر هر دو متحد المخرج باشند والا مخرج مشترک [illegible]

ساقط نمایند و همچنین در منکسر وغیره و اگر استثناء مکرر باشد مخرج مشترک گرفته از اجزاء مجموع مستثنی منه مجموع اجزاء مستثنی را ساقط کنند و همچنین اگر اضافت مکرر باشد صرف صور و مخرج را مکرر سازند مثلاً خواستم که $\begin{array}{c}4\\5\\\hline 5\\6\end{array}$.

را کسر مفرد کنم پس چهار را در پنج که صور کسر اند ضرب کردم و پنج را در شش که هر دو مخرج اند ضرب نمودم و منسوب ساختم $\frac{20}{30}$ شد رجوع باقل کردم $\frac{2}{3}$ گردید و همچنین را خواستم کسر مفرد نمایم پس صورت کسر را که ۲ و ۵ و ۶ بود باهم ضرب نمودم ۶۰ شد و مخرج را که ۵ و ۶ و ۷ بود باهم ضرب نمودم ۲۱۰ گردید پس ۶۰ را بر او منسوب ساختم بدینصورت $\frac{60}{210}$ گردید و رجوع باقل العددین نمودم در هر دو و توافق بالثلثین بود پس جزء وفق کسر را که ۲ است بر جزء وفق ۲۱۰ که هفت است منسوب ساختم $\frac{2}{7}$ شد

$\begin{array}{c}2\\5\\\hline 5\\6\\\hline 6\\7\end{array}$

و همچنین خواستم که سه صحیح و یک خمس از چهار صحیح و یک سدس را که منکسر و بدینصورت است $3\frac{1}{5}$ من $4\frac{1}{6}$ کسر مفرد کنم چون مخرج مشترک ۳۰ بود سه را مجنس نمودم ۹۰ نود شد و یک خمس سی که شش است بالای آن افزودم ۹۶ گردید آنرا بالای اجزاء مضاف الیه که از تجنیس چهار صحیح و یک سدس ۱۲۵ شده است منسوب ساختم $\frac{96}{125}$ گردید چون صورت کسر را با مخرج تباین است لهذا همچنان گذاشتم و خواستم که سه صحیح و سه خمس از چهار صحیح و یک خمس را که بدینصورت است

$3\frac{3}{5}$ من $4\frac{1}{5}$ کسر مفرد کنم مخرج مشترک پنج بود هر دو را مجنس کرده منسوب ساختم $\frac{18}{21}$ گردید و رجوع باقل نموده جزء وفق ۱۸ را که ۶ است بالای جزء وفق ۲۱ که ۷ است منسوب ساختم $\frac{6}{7}$ شد و خواستم که $\frac{3}{7}$ من ۴ را کسر مفرد کنم ۲۴ را که مجنس اول است بالای ۲۸ که مجنس دویم بود منسوب نموده $\frac{24}{28}$ را رجوع باقل کردم $\frac{6}{7}$ گردید و همچنین خواستم که سه صحیح و یک خمس از شش صحیح و چهار تسع و دو صحیح و یک سدس از چهار صحیح الا واحد و دو خمس از چهار صحیح مستثنی من المجموع را کسر مفرد

سازم ۳ من ۶ ۲ من ۴ الا ۱ من ۴
۲ ۱ ۴ و ۱
۸ ۶ ۹ ۸ چون مخرج مشترک منکسر اول ۱۴۵ است پس صحیح
۷۲ ۱۴۴
رامع الکسر مجنس نمودم و منسوب ساختم وکسر مفرد نمودم ۲۹۰ شد رجوع باقل نمودم ۱۴۵
۱۳
گردید باز منکسر دویم را مجنس نمودم ۲۴ شد و منکسر اول و دویم را از مخرج مشترک
۳۶۱۳
گرفته جمع نمودم به سبب تباین مخرجین این ۳۴۸۰ مستثنی منه گردید و چون
۷
مستثنی را مجنس نموده مفرد ساختم ۲۰ شد اجزاء آنرا از مخرج مشترک گرفتم چون مخرج
۱۲۱۸
مستثنی داخل بمخرج مستثنی منه بود ۳۴۸۰ گردید از مستثنی منه ساقط نمودم
باقی ماند | ۲۳۹۵ / ۳۴۸۰ آنرا رجوع باقل العددین کردم چون صورت کسر را با مخرج توافق بالخمس
بود ۴۷۹ / ۶۹۶ شد

* مطلب سادس در تضعیف وتنصیف وجمع وتفریق *

بدانکه در تضعیف اگر کسر مفرد باشد پس مخرج را به بینند اگر زوج است آنرا تنصیف سازند
واگر فرد است صورت کسر را ضعف نمایند واگر کسور متعدده باشند پس مخرج مشترک
بگیرند وکسور را مفرد سازند ومخرج آنرا به بینند که زوج است یا فرد وهمچنان که مذکور شد
عمل نمایند وبعد ازان اگر صورت کسر زائد بر مخرج باشد مخرج را از صورت کسر ساقط نمایند
باقی را بر مخرج منسوب سازند وواحد صحیح بران بیفزایند مثلاً اگر خواهم که سه خمس را ضعف
کنم چون مخرج وصورت کسر هر دو فرد بود صورت کسر را ضعف نمودم شش خمس شد
پس پنج را که مخرج است از شش که صورت کسر است ساقط نمودم باقی ماند واحد آنرا بر
مخرج منسوب ساختم وبرای مسقط واحد صحیح افزودم یک صحیح ویک خمس گردید
وهمچنین اگر خواهم که پنج ثمن را ضعف نمایم چون مخرج زوج است آنرا تنصیف نمودم پنج ربع
شد چهار را از پنج ساقط کردم وباقی را بر چهار منسوب ساختم وواحد صحیح افزودم یک صحیح
ویک ربع گردید ودر تنصیف باید که صورت کسر را به بینند که زوج است یا فرد اگر زوج است آنرا
تنصیف سازند والا مخرج را تضعیف نمایند مثلاً خواستم که چهار سبع را تنصیف کنم چون صورت
کسر زوج است آنرا تنصیف ساختم دو سبع برآمد واگر خواهم که سه سبع را تنصیف کنم چون
صورت کسر فرد است لهذا مخرج را تضعیف نمودم سه جزء از چهارده جزء شد ودر جمع باید که جمیع

کسور را از مخرج مشترک گرفته جمع سازند پس اگر مجموع زائد از مخرج مشترک باشد آنرا بر
مخرج مشترک قسمت نمایند و باقی را بر مخرج مشترک منسوب سازند که خارج صحیح و باقی کسر
است مثلاً خواستم که یک نصف و دو ثلث و سه ربع و چهار خمس را جمع کنم چون مخرج مشترک
شصت است و نصف آن سی و دو ثلث آن چهل و سه ربع آن چهل و پنج و چهار خمس آن چهل
و هشت است و مجموع آن یکصد و شصت و سه میشود پس مجموع کسور از مخرج مشترک زائد
گردید لهذا بر مخرج مشترک قسمت نمودم دو صحیح و چهل و سه جزء از شصت جزء بر آمده
و در تفریق باید که کسر منقوص و منقوص منه را از یک جنس سازند اعنی از مخرج مشترک بگیرند و صورت
کسر منقوص را از صورت کسر منقوص منه ساقط نمایند و باقی را بر مخرج مشترک منسوب
نمایند که باقی مطلوب است مثلاً خواستم که چهار سبع را از دو ثلث ساقط کنم چون مخرج
مشترک بست و یک است و چهار سبع آن دوازده و دو ثلث آن چهارده پس دوازده را از چهارده
ساقط نمودم باقی دو ماند آنرا بر بست و یک منسوب ساختم دو جزء از بست و یک جزء گردید
و باید دانست که در این همه اعمال اگر با کسر صحیح هم باشد پس در تضعیف صحیح را جدا تضعیف
نمایند و کسر را جدا و جمع سازند و در تنصیف اگر صحیح زوج است آنرا هم جدا تنصیف نمایند
و اگر صحیح فرد بود پس صحیح را از نصف آن جدا کرده و نصف مخرج کسر بر صورت تنصیف کسر
بیفزایند و جمع سازند و در جمع هم صحاح را جدا جمع کنند و کسور را جدا و در تفریق اگر در هر دو
از منقوص و منقوص منه صحاح باشد صحاح منقوص را از منقوص منه جدا ساقط نمایند و کسر را
جدا و در صورت اگر صورت کسر منقوص از صورت کسر منقوص منه ساقط نتواند شد واحد
از باقی صحاح کم کرده و صورت کسر منقوص منه را با مخرج جمع نموده صورت کسر منقوص
را ساقط سازند و باقی را بر مخرج منسوب نمایند و همچنین اگر صحیح صرف در منقوص منه باشد
عمل کنند پس تضعیف دو صحیح و سه ثمن چهار صحیح و سه ربع است و تضعیف دو صحیح و سه
ربع پنج صحیح و یک نصف و تنصیف دو صحیح و سه ربع یک صحیح و سه ثمن و تنصیف سه صحیح
و یک نصف یک صحیح و سه ربع میشود و مجموع دو صحیح و یک ربع و سه صحیح و چهار خمس
شش صحیح و یک بستم است و تفریق دو صحیح و یک ربع از سه صحیح و چهار خمس یک صحیح
و یازده بستم است و قس علی هذا

* مطلب سابع در ضرب کسور *

بدانکه ضرب کسور منحصر بر پنج قسم است کسر فی الکسر کسر فی الصحیح کسر فی الصحیح معه الکسر صحیح معه الکسر فی الصحیح صحیح معه الکسر فی الصحیح معه الکسر پس در قسم اول صورت کسر را در صورت کسر و مخرج را در مخرج ضرب نمایند واگر حاصل الضرب صورت کسر زائد از حاصل الضرب مخرج باشد رفع سازند و رجوع باقل کنند اگر ممکن باشد و در قسم ثانی صورت کسر را در صحیح ضرب نموده بر مخرج منسوب سازند و رجوع باقل کنند واگر صورت کسر زائد باشد رفع نمایند و در قسم سیوم صورت کسر اول را در صحیح ضرب نموده و بر مخرج منسوب ساخته باز صورت کسر اول را در صورت کسر دویم و مخرج را در مخرج ضرب کرده و منسوب نموده جمع کنند و در قسم چهارم صحیح را در صحیح ضرب نموده و صورت کسر را در صحیح ضرب ساخته جمع کنند و در قسم پنجم صحیح را در صحیح ضرب کرده و صورت کسر اول را در صحیح دویم و صورت کسر دویم را در صحیح اول ضرب ساخته و صورت کسر اول را در صورت کسر دویم و مخرج را در مخرج ضرب کرده و منسوب نموده بر مخرج مشترک گرفته جمع سازند مثال قسم اول خواستم که سه ربع ٣/٤ مضروب را در شش سبع ٦/٧ مضروب فیه ضرب کنم پس سه را که صورت کسر مضروب است در شش که صورت کسر مضروب فیه است ضرب کردم ١٨ شد و چهار را که مخرج مضروب است در ٧ که مخرج مضروب فیه است ضرب نمودم ٢٨ شد حاصل کسر را بر حاصل مخارج منسوب ساختم ١٨/٢٨ را رجوع باقل نمودم ٩/١٤ شد مثال قسم ثانی سه سبع ٣/٧ را در دو صحیح ضرب کنم صورت کسر را که سه است در دو ضرب کردم شش شد چون کمتر از مخرج بود منسوب ساختم ٦/٧ شش سبع گردید واگر چهار خمس را در دوازده ضرب نمایم چهار را که صورت کسر است در دوازده ضرب کردم ٤٨ شد چون زائد از مخرج بود رفع نمودم اعنی بر مخرج که پنج است قسمت کردم نه صحیح و سه خمس گردید ٩ ٣/٥ مثال قسم ثالث خواستم که ٤/٥ چهار خمس را در ٢ ٣/٧ دو صحیح و سه سبع ضرب کنم چهار را که صورت کسر بود در دو صحیح ضرب کردم هشت را بر پنج که مخرج مضروب است قسمت نمودم یک صحیح و سه خمس شد ١ ٣/٥ باز چهار را در سه که صورت کسر مضروب فیه است ضرب نمودم ١٢ گردید آنرا بر حاصل ضرب پنج

پنج که مخرج مضروب است در هفت که مخرج مضروب فیه است منسوب ساختم $\frac{۱۲}{۳۵}$ شد
و با حاصل ضرب اول جمع نمودم یک صحیح و سی و سه سی و پنجم $۱\frac{۳۳}{۳۵}$ شد
مثال قسم رابع خواستم $۴\frac{۲}{۳}$
چهار صحیح و دو ثلث را .
در پنج صحیح ضرب کنم چهار صحیح را در پنج ضرب کردم بست گردید و دو را که صورت کسر
بود در پنج ضرب نمودم ده گردید آنرا بر سه که مخرج کسر است قسمت نمودم سه صحیح و یک
ثلث خارج شد آنرا با حاصل ضرب اول جمع نمودم بست سه صحیح و یک ثلث گردید مثال
قسم خامس خواستم چهار صحیح و دو ثلث $۴\frac{۲}{۳}$
را در سه صحیح و سه ربع $۳\frac{۳}{۴}$
ضرب کنم چهار صحیح
را در سه صحیح ضرب کردم حاصل اول دوازده شد و دو ثلث را در سه صحیح ضرب نمودم
دو صحیح حاصل دویم شد باز چهار صحیح را در سه ربع ضرب نمودم سه صحیح حاصل سیوم
گردید و دو ثلث را در سه ربع ضرب نمودم یک نصف حاصل چهارم شد جمع نمودم هفده
صحیح و یک نصف گردید

* ذکر بیان الفوائد المتعلقة بهذا المطلب *

* فائدهٔ اول در قسم اول اگر صورت کسر احد المضروبین مثل مخرج آخر باشد پس
صورت کسر دویم را بر مخرج دویم منسوب سازند مثلاً $\frac{۳}{۴}$ را در $\frac{۴}{۵}$
ضرب کنم چون کسر مضروب فیه مثل مخرج مضروب بود لهذا صورت کسر
مضروب را بر مخرج مضروب فیه منسوب ساختم $\frac{۳}{۵}$ شد و این حاصل ضرب است

* فائدهٔ دویم در قسم ثانی اگر مخرج کسر داخل صحیح باشد صحیح را بر مخرج قسمت
نموده خارج را در صورت کسر ضرب نمایند که حاصل مطلوب است مثلاً اگر پنج سدس را
در دوازده ضرب کنم دوازده را بر شش قسمت نمودم و خارج را که دو است در پنج که صورت
کسر است ضرب کردم حاصل ده شد و این مطلوب است

ل

* فائدهٔ سیوم هر عدد صحیح معه النصف را که مربع نمایند باید که بر صحیح واحد افزوده در آن صحیح ضرب کنند و بالایش یک ربع بیفزایند مثلاً خواستم که پنج صحیح و یک نصف را مربع کنم واحد بر پنج افزودم شش شد و آنرا در پنج ضرب کرده یک ربع افزودم سی صحیح و یک ربع شد

* فائدهٔ چهارم اگر یک خمس یا دو خمس یا سه خمس یا چهار خمس را در عدد صحیح ضرب کنند باید که صورت کسر را ضعف نموده در عدد ضرب سازند و از حاصل الضرب مرتبهٔ آحاد را محو سازند و نصف عدد مرتبهٔ آحاد را بر پنج که مخرج است منسوب ساخته با باقی جمع کنند مثلاً خواستم که سه خمس را در سه هزار و پانصد و نود و هفت ۳۵۹۷ ضرب کنم ۳۵۹۷ را در شش که ضعف صورت کسر است ضرب نمودم ۲۱۵۸۲ شد مرتبهٔ آحاد را اسقاط کردم و چون عدد مرتبهٔ آحاد دو است لهذا یک خمس گرفتم ۲۱۵۸ ۱/۵ شد و این مطلوب است

* فائدهٔ پنجم در هر اقسام ضرب که صحیح نیز باشد اختیار است که آنرا مجنس نموده رجوع به قسم اول نمایند و صورت کسر را در صورت کسر و مخرج را در مخرج ضرب نموده منسوب سازند و اگر صورت کسر زائد از مخرج باشد ترفیع نمایند

* مطلب هشتم در قسمت کسور *

و آن هشت قسم است کسر علی الکسر کسر علی الصحیح کسر علی الصحیح معه الکسر صحیح علی الکسر صحیح علی الصحیح معه الکسر صحیح معه الکسر علی الکسر صحیح معه الکسر علی الصحیح صحیح معه الکسر علی صحیح معه الکسر * و طریقش چنانست که در قسم اول اگر مخرج مقسوم و مقسوم علیه متحد باشد پس صورت مقسوم را بر صورت مقسوم علیه قسمت نمایند اگر صورت مقسوم زائد باشد والا منسوب سازند و اگر مخرج متحد نباشد مخرج مشترک بگیرند و اجزاء مقسوم و مقسوم علیه را از مخرج مشترک گرفته قسمت سازند و در دیگر جمیع اقسام صحیح را نیز تجنیس ساخته با صورت کسر جمع نمایند که رجوع به قسم اول شود و صورت مقسوم را بر صورت مقسوم علیه قسمت سازند اگر صورت مقسوم زائد باشد والا منسوب سازند مثلاً خواستم که ۵/۱۲ را بر ۴/۱۲ قسمت کنم چون مخرج متحد بود پنج را بر چهار قسمت کردم خارج یک صحیح و یک ربع شد و همچنین خواستم ۵/۶ را بر ۳/۴ قسمت نمایم چون مخرج مختلف بود

مخـــرج مشترک گرفته اجزاء مقسوم ومقسوم علیه گرفتم مقسوم ۱۰/۱۲ ومقسوم علیه ۹/۱۲ شده را بر نه قسمت کردم خارج یک صحیح ویک تسع گردید

وهمچنین خواستم هشت صحیح وسه ربع را بر پنج صحیح ودو ثلث قسمت نمایم مخرج مشترک گرفته مجنس نمودم واجزاء آن گرفتم مقسوم ۱۰۵ ومقسوم علیه ۶۸ گردید قسمت نمودم خارج یک صحیح وسی وهفت جزء از شصت وهشت جزء شد وعلی هذا القیاس در جمیع اقسام

* فائده چون در قسمت کسور اکثر مبتدئین تعجب میکنند ودر مغالطه می افتند که خارج قسمت چگونه از مقسوم زائد بلکه صحیح برمی آید چه قسمت تجزیهٔ مقسوم است وجزء اقل از کل میباشد لهذا درینجا بیان حقیقت آن ضرور است بدانکه در مطلب هفتم باب اول گفته شد که قسمت دو نوع است یکی آنکه مقصود استخراج مقدار حصه باشد اعنی نصیب واحد صحیح دویم آنکه مقصود استخراج عدد حصص است پس هرگاه سه ربع را بر دو ثلث مثلا قسمت کنم بموجب قاعدهٔ مذکورهٔ معینه یک صحیح ویک ثمن خارج قسمت است درینصورت اگر مقصود نوع اول باشد خارج قسمت مقدار حصه اعنی نصیب واحد صحیح است وتقریر آن بدین نهج میشود که چون سه ربع را بر دو ثلث قسمت کردم مقصود آنست که هرگاه نصیب دو ثلث واحد سه ربع است پس نصیب واحد چه خواهد بود زیرا که مقصود از قسمت استخراج نصیب واحد صحیح است وظاهر است که اگر سه ربع را بر واحد قسمت میکردم خارج همان سه ربع می شد وهرگاه بر دو ثلث واحد قسمت میکنم یقین است که خارج زیاده از سه ربع خواهد بود چه هرگاه مقسوم علیه ثانی از مقسوم علیه اول کم شده خارج ثانی از اول لا محالة زیاده خواهد بود وچون مراتب کسور نزولی است ومراتب صحاح صعودی پس بهر امر در مراتب نزولی خلاف مراتب صعودی واقع خواهد شد اعنی مخرج کسر مقسوم علیه هرقدر زائد خواهد بود خارج قسمت هم زائد خواهد برآمد بخلاف صحاح که در آنجا هرقدر عدد مقسوم علیه زائد میشود خارج قسمت اقل برمی آید چرا که فی الحقیقت زیادتی مخرج موجب قلت مقدار کسر می شود اعنی ثلث از نصف اقل وکمتر است وهمچنین اگر مقصود استخراج عدد حصص باشد پس خارج قسمت عدد حصص خواهد بود اعنی اگر سه ربع را بر دو ثلث قسمت کنند اعنی مقدار هر حصه دو ثلث باشد پس عدد حصص یک صحیح ویک ثمن خواهد برآمد وتعریف قسمت که نسبت

واحد بطرف خارج مثل نسبت مقسوم علیه بطرف مقسوم است در اینجا صادق می آید اعني
نسبت واحد بطرف یک صحیح و یک ثمن مثل نسبت دو ثلث بطرف سه ربع است چه واحد
هشت تسع به نسبت یک صحیح و یک ثمن است و دو ثلث هم هشت تسع به نسبت سه ربع است
و نیز اگر خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کنند حاصل مساوي مقسوم میشود پس
بهیچ وجه مغالطه و تعجب نیست فافهم

* فائده اگر صورت کسر مقسوم و مقسوم علیه متحد باشد پس مخرج مقسوم علیه را اگر
زائد باشد بر مخرج مقسوم قسمت کنند والا منسوب سازند مثلا خواستم $\frac{۳}{۵}$ را بر $\frac{۳}{۷}$
سه سبع قسمت کنم هفت را بر پنج قسمت نمودم خارج یک صحیح و دو خمس شد
وهو المطلوب و اگر $\frac{۳}{۷}$ را بر $\frac{۳}{۵}$ قسمت کنم خارج $\frac{۵}{۷}$ خواهد بود

* مطلب نهم در استخراج جذر و ضلع اول جمیع مضلعات *

* بدانکه اگر صورت کسر و مخرج هر دو منطق باشند پس جذر و ضلع کسر را بر جذر و ضلع
مخرج منسوب سازند مثلا خواهند که جذر نه جزء از بست و پنج جزء بدانند جذر نه را که سه است
بر جذر بست و پنج که پنج است منسوب سازند $\frac{۳}{۵}$ سه خمس جذر است و اگر خواهند ضلع
مال مال دو صد و پنجاه و شش جزء از شش صد و بست و پنج جزء بدانند پس ضلع اول دو صد
و پنجاه و شش را که مال مال منطق است برآوردم چهار برآمد و ضلع اول شش صد و بست و پنج را
که هم مال مال منطق است برآوردم پنج شد پس چهار را بر پنج منسوب ساختم $\frac{۴}{۵}$
چهار خمس شد و اگر صورت کسر و مخرج هر دو منطق نباشند خواه یکی منطق باشد
و دیگري اصم پس در استخراج جذر مخرج را در صورت کسر ضرب کنند و جذر تقریبي
آن گرفته بر مخرج منسوب سازند مثلا خواستم که جذر چهار سبع بدانم چهار را در هفت ضرب
کردم بست و هشت شد جذر تقریبي آن گرفتم پنج صحیح و سه یازدهم برآمد آنرا بر هفت منسوب
ساختم $\frac{۵\frac{۳}{۱۱}}{۷}$ گردید جمع نمودم پنجاه و هشت جزء از هفتاد و هفت جزء تقریبا گردید

و در استخراج کعب مال مخرج را در صورت کسر ضرب نمایند و کعب تقریبي حاصل
الضرب بگیرند و بر مخرج منسوب سازند و در مال مال کعب مخرج را در صورت کسر ضرب کنند

ودرمال کعب مال مال مخرج رادرصورت کسرضرب سازند وضلع اول گرفته برمخرج
منسوب نمایند وعلی هذا القیاس درجمیع مضلعات عمل کنند مثلاً خواستم ضلع مال مال سه ربع
بدانم پس کعب چهار راکه شصت و چهار است در سه ضرب کردم یک صد و نود ودوشد
ضلع مال مال تقریبی آن را گرفتم سه صحیح ویک صد و یازده جزء از یک صد وهفتاد وپنج جزء شد
باین قاعده که بعد استخراج ضلع اول از روی جدول عدد فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع
نموده در فوقانی ضرب نمودم ودر صف مال نوشته و جمع نموده باز در فوقانی ضرب نموده
در صف کعب نوشتم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده وجمع نموده ودر فوقانی ضرب کرده
در صف مال نگاشتم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده در صف ضلع نوشتم پس در صف ضلع ۱۲
ودر صف مال ۵۴ ودر صف کعب ۱۰۸ گردید وهر سه را جمع نموده واحد بران افزودم یکصد
وهفتاد وپنج شد پس عدد خارج را که سه بود وباقی را که یک صد و یازده بود بر یک صد وهفتاد
وپنج منسوب نمودم سه صحیح ویک صد ویازده جزء از یک صد وهفتاد وپنج جزء گردید آنرا
بر مخرج اول که چهار بود منسوب نمودم ۳ و $\frac{۱۱۱}{۱۷۵}$ / ۴
سه ربع ویک صد ویازده جزء از یک صد وهفتاد $\frac{۱}{۴}$
وپنج جزء یک ربع شد آنرا از مخرج مشترک
جمع نمودم $\frac{۶۳۶}{۷۰۰}$ شش صد وسی وشش جزء از هفت صد شد آنرا رجوع باقل نمودم چون
درصورت کسر ومخرج توافق بالربع بود ربع هر دو گرفتم $\frac{۱۵۹}{۱۷۵}$
یکصد وپنجاه ونه جزء از یک صد وهفتاد وپنج جزء گردید واین ضلع
مال مال تقریبی سه ربع است صورة الجدول (جدول ۵۳)

وخواستم که ضلع کعب پنج سدس بدانم پس مال مخرج را که ۳۶ بود در پنج ضرب کردم
یک صد و هشتاد شد وضلع کعب تقریبی آن پنج صحیح وپنجاه وپنج جزء از نود ویک جزء گردید
آنرا بر مخرج اول منسوب ساختم ۵ و $\frac{۵۵}{۹۱}$ / ۶ گردید
واز مخرج مشترک جمع نمودم $\frac{۱}{۶}$
پانصد وده جزء از پانصد وچهل وشش
جزء شد چون درصورت کسر ومخرج توافق بالسدس بود سدس هر دو گرفتم هشتاد وپنج جزء

ازنود ویک جزء گردید واین کعب پنج سدس است تقریباً واگر باکسر صحیح هم باشد پس ضلع
صحیح را چنانکه در استخراج ضلع گفته شد بگیرند اگر صحیح منطق است وبرای مال برضعف جذر
واحد افزوده کسر را براو منسوب کنند ودرکعب برمجموع اعداد صف مال وصف ضلع واحد
افزوده کسر را منسوب نمایند وعلی هذا القیاس در هر مضلعات مثلاً خواستم که جذر نه صحیح
ویک نصف بدانم پس جذر نه که سه است گرفتم وکسر را بر هفت منسوب ساختم سه صحیح
ویک نصف سبع شد وخواستم که کعب بست وهفت ویک ربع بدانم چون کعب بست وهفت
سه است واعداد صف مال ۲۷ وصف ضلع نه است ومجموع آن سی وهفت شد وکسر را براو
منسوب نمودم سه صحیح ویک ربع سی وهفتم شد واگر صحیح منطق نبود در استخراج جذر
عدد باقی را معه الکسر باضعف جذر معه الواحد منکسر سازند ورجوع به کسر مفرد کنند وترفیع
سازند اگر ممکن باشد ودر استخراج دیگر اضلاع با مجموع اعداد صفوف که بقاعدهٔ استخراج
ضلع جمع کرده وواحد بیفزایند ومنکسر سازند ورجوع بمفرد کنند مثلاً خواستم که جذر ده
صحیح وسه خمس بدانم جذر ده سه برآمد وواحد باقی ماند آنرا معه الکسر جمع نمودم وبا هفت
که ضعف جذر مع الواحد است منکسر نمودم یک صحیح وسه خمس از هفت شد آنرا مفرد
نمودم یعنی هفت را در پنج که مخرج بود ضرب نمودم سی وپنج شد ویک صحیح وسه
خمس را مجنس نمودم وبالایش منسوب ساختم هشت جزء از سی وپنج جزء گردید پس جذر
سه صحیح وهشت جزء از سی وپنج جزء برآمد واگر صحیح را هم مجنس نموده وباکسر جمع کرده
استخراج جذر وضلع اول جمیع مضلعات چنانکه بالا گفته شد نمایند بهتر واحسن است
ومیگوییم اگر ضلع منطق صحیح معه الکسر است ضلع اول آن بدون مجنس کردن تحقیقاً
معلوم نمی شود یعنی اگر بقاعدهٔ که بالا مذکور شد که جذر صحیح گرفته باقی صحیح را معه الکسر
برضعف جذر معه الواحد منکسر سازند ومفرد کنند جذر تحقیقی نخواهد برآمد بلکه تقریبی
خواهد بود مثلاً خواهم که جذر دوازده صحیح ویک ربع بدانم پس بقاعدهٔ اول جذر صحیح
گرفتم سه برآمد وسه صحیح ویک ربع باقی ماند آنرا با هفت منکسر نموده رجوع بمفرد نمودم
سیزده جزء از بست وهشت جزء گردید پس جذر دوازده صحیح ویک ربع سه صحیح وسیزده
جزء از بست وهشت جزء شد واین تقریبی است واگر مجنس نمایند $\frac{49}{4}$ چهل ونه ربع میشود

وجذر آن هفت نصف که سه صحیح و یک نصف است میشود و این تحقیقی است و همچنین اگر خواهم
که کعب چهل و دو صحیح و هفت ثمن بدانم پس اگر مجنس نمودم سه صد و چهل و سه ثمن شد
و ضلع کعب آن هفت نصف و سه صحیح و یک نصف است برآمد و این تحقیقی و اگر بقاعدهٔ اولی
عمل نمودم و ضلع کعب چهل و دو گرفتم سه صحیح شد و پانزده صحیح و هفت ثمن باقی ماند
پس آنرا بالای مجموع اعداد صف مال و ضلع معه الواحد که سی و هفت است منکسر ساخته
رجوع بمفرد نمودم سه صحیح و یک صد و بست و هفت جزء از دو صد و نود و شش جزء گردید و این
تقریبی است فافهم پس بهتر است که صحیح معه الکسر را مجنس نموده استخراج ضلع اول نمایند

* مطلب دهم در بیان قاعدهٔ استخراج ضلع اول مضلعات اصم بطریقیکه
اقرب التقریبی باشد و آن موقوف بر دانستن مقدمهٔ ایست که بیان میکنم *

هرگاه مضلعی را در مضلعی دیگر که متساوی المنزل باشد ضرب کنند و ضلع حاصل الضرب
بلحاظ همان منزل استخراج کنند پس مسطح ضلعین اولین مساوی ضلع حاصل خواهد بود
کما برهن علیه اقلیدس مثلاً نه را که مال سه است در چهار که مال دو است ضرب کنند سی و شش میشود
پس ضلع و جذر آن که شش است مساوی حاصل ضرب سه در دو است درینصورت هرگاه ضلع حاصل
را بر احد الضلعین اولین قسمت کنند خارج ضلع دیگر خواهد شد چنانکه اگر شش را بر سه قسمت کنند
دو خارج میشود و اگر بر دو قسمت کنند سه خارج می شود و همچنین اگر یک مضلع منطق را در مضلع
اصم که متساوی المنزل باشد ضرب نمایند و ضلع تقریبی حاصل الضرب را بلحاظ همان منزل
خارج نموده بر ضلع منطق قسمت کنند خارج ضلع مضلع اصم خواهد بود پس میگوییم که برای
تسهیل عمل استخراج مخرج تقریبی ضلع اصم که یک مضلع منطق ذو اصفار را که به صورت
واحد و مساوی منزل مضلع اصم باشد در مضلع اصم ضرب کنند بلکه صرف اصفار مضلع
منطق بر یمین مضلع اصم ثبت کنند و ضلع اول استخراج کنند و کسر باقی را که در ضلع حاصل
باشد ترک کرده اعداد خارج را بر ضلع منطق قسمت سازند خارج القسمت ضلع تقریبیه
اصم است مثلاً خواستم که جذر ۲۴۵ بدانم چون معلوم شد که اصم الجذر است چراکه جذر
آن بقاعدهٔ معینهٔ مذکورهٔ سابق برآوردم پانزده صحیح و بست جزء از سی و یک جزء گردید لهذا
۲۴۵ را در مال یک هزار ۱۰۰۰ که بدین صورت است ۱۰۰۰۰۰۰ ضرب کردم بلکه شش صفر

بربمین او افزودم بدینصورت شد ۲۴۵۰۰۰۰۰۰ وجذر آن استخراج کردم ۱۵۶۵۲ عدد خارج
شد و ۱۴۸۹۶ کسر باقی ماند آنرا ترک کردم وعدد خارج رابریک هزار قسمت نمودم خارج
پانزده صحیح وشش صد وپنجاه ودو جزء ازیک هزار جزء گردید وآن ضلع اقرب التقریبی است
وباید دانست که مراتب اعداد باقی از قسمت بقدر اصفار ضلع منطق خواهد بود
وهرقدر اصفار ضلع منطق اکثرخواهد بود ضلع تقریبی اقرب ترخواهد برآمد
وچون درمثال مذکورصورت کسر بامخرج نسبت توافق بالربع دارد لهذا
رجوع باقل نمودم $\frac{۱۵}{۱۶۳}$ گردید ۲۵۰

۱۵
۱۵۶۵۲
۱۰۰۰
۵۶۵۲
۵۰۰۰
۶۵۲
۱۰۰۰

مثال دیگرخواستم که ضلع کعب ۳۵۴) استخراج کنم چون اصم است لهذا نه اصفار که عدد اصفار
مکعب هزار است بران افزودم وضلع کعب استخراج نمودم ۷۰۷۴ خارج شد وباقی
۶۵۹۸۷۷۶ ماند آنرا ترک کردم وعدد خارج رابریک هزار قسمت نمودم خارج $\frac{۷}{۷۴}$
هفت صحیح وهفتاد وچهار جزء از هزار جزء گردید واین ضلع اقرب التقریبی است ۱۰۰۰
به نسبت ضلعی که از روی قاعدهٔ معینهٔ مذکورهٔ سابق هفت صحیح ویازده جزء ازیک صدو
شصت ونه جزء میشود واگر کسر باقی مضلع راترک نکنم بلکه عدد باقی قسمت درمخرج
تقریبی کسر باقی ضرب نموده وصورت کسر رابران بیفزایم ومجموع را برمخرج تقریبی
اصفار بقدر ضلع منطق افزوده منسوب سازم اقرب ترمیشود مثلا درمثال اول که کسر باقی
مضلع ۱۴۸۹۶ ومخرج تقریبی بقاعدهٔ معینهٔ سابق ۳۱۳۰۵ است وعدد باقی قسمت ۶۵۲
پس ۶۵۲ رادرمخرج تقریبی ضرب نمودم ۲۰۴۱۰۸۶۰ شد بران صورت کسر را که ۱۴۸۹۶
بودافزودم وجمع نمودم ۲۰۴۲۵۷۵۶ گردید برمخرج تقریبی سه صفر که عدد اصفار
یک هزاراست افزودم ۳۱۳۰۵۰۰۰ شد ومنسوب ساختم بدینصورت $\frac{۱۵ \quad ۲۰۴۲۵۷۵۶}{۳۱۳۰۵۰۰۰}$ گردید
وچون درصورت کسر ومخرج توافق بالربع است رجوع باقل نمودم $\frac{۱۵ \quad ۵۱۰۶۴۳۹}{۷۸۲۶۲۵۰}$ گردید
واین ضلع تقریبی نهایت اقرب است وهذا جدوله (جدول ۵۴)

* مطلب یازدهم در تحویل کسور *

وآن عبارت است از تبدیل کسری بکسر دیگر مثلاً ثمن رابربع تبدیل سازند وبالعکس وسدس را بخمس تبدیل نمایند وبالعکس وطریقش آنست که صورت کسر را در مخرج مطلوب ضرب کرده بر مخرج موجود قسمت نمایند وخارج را بر مخرج مطلوب منسوب سازند مثلاً اگر پنج سدس را با سباع تبدیل نمایم پنج را در هفت که مخرج مطلوب است ضرب کرده حاصل را که سی وپنج است بر شش که مخرج موجود است قسمت کنم وخارج را که پنج صحیح وپنج سدس است بر سبع منسوب سازم پس پنج سبع وپنج سدس سبع خواهد شد

| ۵ و ۵ / ۶ ۷ — ۱ / ۷ |

واگر پنج سدس را باخماس تبدیل سازم پنج صورت کسر را در پنج که مخرج مطلوب است ضرب ساخته بست وپنج را که حاصل است بر شش که مخرج موجود است قسمت سازم وخارج را که چهار صحیح ویک سدس است بر خمس منسوب گردانم ۴ و ۱ / ۶ ۵ — ۱ / ۵ خواهد شد.

* باب سیوم در بعض فوائد عام که محاسب را دانستن آن ضروری است ودر استخراج مجهولات مُعیّن می شود *

* مطلب اول دربیان خواص اعداد *

خاصهٔ عدد فرد آنست که مجذور او هم فرد خواهد بود وهرگاه از مجذور او واحد کم کنند باقی بر هشت قسمت پذیرد به قسمت صحیح خاصهٔ عدد زوج آنست که ربع مجذور وی مجذور عدد صحیح بود وآن عدد صحیح نصف آن عدد زوج خواهد بود مثلاً ده که عدد زوج است ومجذور آن صد است ویک ربع آن بست وپنج است وآن مجذور پنج است خاصهٔ زوج الزوج آنست که مجموع اجزاء او ناقص باشند از وی بواحد چون عدد هشت ومجموع نصف وربع وثمن وی هفت میشود که ناقص از هشت است بواحد ودیگر اینکه بر هیچ عددی فرد قسمت صحیح نه پذیرد خاصهٔ زوج الزوج والفرد آنست که بر عدد زوج وفرد قسمت صحیح پذیرد وهرگاه بر عدد زوج قسمت کنند عدد فرد خارج شود واگر بر عدد فرد قسمت نمایند عدد زوج

خارج گردد چنانکه بست که برچهار وپنج قسمت صحیح مي پذیرد و هرگاه برچهار قسمت نمایند عدد پنج برمي آید و اگر برپنج قسمت سازند عدد چهار خارج مي شود خاصهٔ مجذور آنست که در میزان او که به نه نه کرده شود این پنج عدد نمي باشد دو وسه وپنج وشش وهشت خاصهٔ کعب آنست که در میزان او به نه نه این شش عدد نبود دو وسه وچهار وپنج وشش وهفت وخاصهٔ عدد تام آنست که چون آن را برعدد زوج الزوج قسمت نمایند خارج فرد اولي شود وآن فرد اولي از ضعف آن زوج الزوج بواحدکم باشد ونیز خاصهٔ عدد تام انست که در هر مراتب از آحاد وعشرات ومئات والوف یک عدد تام واقع میشود چنانکه در آحاد عدد تام شش است ودر عشرات بست وهشت ودر مئات چهارصد ونود وشش است وعلی هذا القیاس در مرتبهٔ الوف وغیره

* مطلب دویم در جمع اعداد ودران مقدمه وچند فصل است *

* مقدمه بدانکه جمع بردو قسم است قسم اول آنکه جمع اعداد علی نسبة معنیة معلومه باشد وآن نیز منقسم بدو نوع میشود یکي آنکه نسبت في الکیف باشد وآن نسبت هندسي است مثل نصف وثلث وربع درینصورت اعداد متفاضله اگرچه اعداد مختلفه باشند لکن مشابه في الکیف عند نسبة بعضها في بعض خواهند بود واین نیز دو صنف است یکي آنکه نسبت عددین نسبت تضعیف باشد اعني عدد ماقبل نصف عدد مابعد بود چنانچه در تضعیف بیوت شطرنج وغیر آن ودویم آنکه نسبت عددین غیر نصف بود اعني نسبت ثلث وربع وسدس وسبع بود چنانچه مثال آن بیاید ان شا الله تعالی ونوع دویم از قسم اول آنکه نسبت في الکم باشد وآن نسبت عددي است مثل اعداد متوالي علی نظم طبیعي که بتفاضل واحد واحد اند وازواج متوالي که تفاضل اثنین اثنین دارند ودرینصورت تزاید با اعداد متساویه خواهد بود وبدانکه نوع دویم را انواع کثیر است مثل جمع اعداد متوالي ومربعات متوالي ومکعبات متوالي وجمع افراد متوالي وازواج متوالي وغیر آن وقسم دویم آنکه جمع علی نسبت غیر معینه باشد چنانکه درباب اول در مطلب رابع گفته شد *

* فصل اول درجمع اعداد متزائده علی نسبت في الکیف که نوع اول قسم اول است ودران دو بیان است

* بیان اول درجمع تضعیفات متوالي * بدانکه از روي برهان هندسي ثابت است که مجذور عدد مساوي مجموع چهار مجذور نصف عدد میشود وضعف الضعف مجذور عدد مساوي

مجذور ضعف عدد است چنانچه مجذور شش که سي و شش است مساوی چهار مجذور سه که نه است وهمچنین سي وشش که ضعف الضعف مجذور سه است مساوي مجذور شش که ضعف سه است پس باید دانست که در تضعیفات متوالي که ابتداء از واحد است در مرتبۀ اول فرد واحد افتاده وان بنفس خود مجذور است پس در جمیع خانه هاي فرد که خانه ضعف الضعف اول است مجذور خواهد بود وجذر آن در خانۀ که از روي عدۀ نصف خانۀ فرد با شدمعه اعتبار کسر نصف به صحیح واحد اعني جذر عدد خانۀ پنجم در خانۀ سیوم وجذر عدد خانۀ هفتم در خانۀ چهارم وعلی هذا القیاس وجمع تضعیفات متوالي مساوي ضعف عدد خانۀ اخیر الا واحد میشود پس اگر عدد خانۀ اخیر معلوم باشد ضعف آن نموده واحد از وکم کنند واگر معلوم نباشد خانۀ اخیر رابه بینند که زوج است یا فرد اگر فرد باشد عدد خانۀ نصف آن معه اعتبار کسر بمنزلۀ صحیح بگیرند یعني کسر را که نصف است واحد شمار کنند واگر عدد آن خانه معلوم باشد مجذور آن بگیرند که عدد خانۀ اخیر خواهد بود واگر معلوم نباشد وخانۀ زوج بود بران علامت تضعیف گذارند وواحد از وکم کنند تا فرد شود وباز آن فرد ثاني را نصف سازند پس اگر زوج باشد علامت تضعیف گذارند وواحد کم نموده فرد سازند وهمچنین تا خانۀ که عدد آن معلوم توانند شد برسند ومرتبه مرتبه مجذورات آنرا گرفته برابر علامت تضعیف تضعیف نموده تا خانۀ اخیر برسند که عدد خانۀ اخیر معلوم شود آنرا تضعیف نموده واحد کم کنند که جمع تضعیفات حاصل شود مثلا خواستم که جمع تضعیفات متوالي تا هجده خانه بدانم وعدد خانۀ هجدهم معلوم نبود چون خانۀ زوج است علامت تضعیف بران نهادم وواحد کم کردم هفده ماند آنرا زیرا ونوشتم ونصف آن که نه باعتبار کسر به صحیح است آنرا تحت آن نوشتم ونصف آنرا که پنج است تحت آن نوشتم ونصف آن که سه است تحت آن ثبت نمودم وچون خانۀ سیوم بسهولت معلوم مي تواند شد که چهار است آنرا مربع کرده شانزده را برابر خانۀ پنجم نوشتم ومجذور شانزده را که دو صد وپنجاه وشش است برابر خانۀ نهم نهادم ومربع دوصد وپنجاه وشش را که شصت وپنج هزار وپانصد وسي وشش است برابر خانۀ هفدهم نگاشتم وآنرا تضعیف نموده برابر هجدهم نوشتم یک لک وسي ویک هزار وهفتاد ودوگردید وآن عدد خانۀ هجدهم است پس آنرا تضعیف نموده واحد کم کردم مجموع تضعیفات تا خانۀ هجدهم دو لک وشصت ودوهزار ویک صد

وچهل وسه شد وهذه صـــــــــــــــورته

وایضاً اگر عدد خانهٔ زوج باشد فرد مابعد او را گرفته عمل کنند واز عدد خانهٔ

فرد اخیر واحد بکاهند حاجت تضعیف اخیر نمیشود مثلاً در مثال مذکور

۱۸	۱۳۱۰۷۲
۱۷	۶۵۵۳۶
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

مابعد هجدهم که نوزدهم خانهٔ فرد بود آنرا گرفته تنصیف نمودم ده شد چون زوج بود بران علامت

تضعیف نهادم و واحد کم کرده نه را نوشتم و همچنین عمل تمام کردم بدینصورت

و واحد از عدد خانهٔ نوزدهم ساقط کردم باقی جمع تضعیفات متوالی تا خانهٔ

هجدهم گردید واگر خواهند جمع تضعیفات بیوت شطرنج بدانند تا خانهٔ شصت

۱۹	۲۶۲۱۴۴
۱۰	۵۱۲
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

وچهارم چون عدد خانهٔ شصت وپنجم بواحد از وکم است لهذا عدد خانهٔ شصت وپنجم برآورده

و واحد ازان کم کنند بدینصــــورت

واگر وضع تضعیفات مختلف شود

اعنی در خانهٔ اول مثلاً چهار ودر دویم

هشت ودر سیوم شانزده وعلی هذا القیاس

۶۵	۱۸۴۴۶۷۴۴۰۷۳۷۰۹۵۵۱۶۱۶
۳۳	۴۲۹۴۹۶۷۲۹۶
۱۷	۶۵۵۳۶
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

درینصورت جمع تضعیفات باعتبار ابتداء از واحد چنانکه بالا مذکور شــد حاصل کنند

ودر عدد خانهٔ اول ضرب سازند که حاصل جمع تضعیفات است مثلاً خواستم که جمع تضعیفات

از خانهٔ اول تا خانهٔ هشتم درحالیکه ابتداء از چهار است بدانم اول باعتبار ابتداء از واحد

جمع تضعیفات نمودم دوصد وپنجاه وپنج شد آنرا در چهار ضرب ساختم حاصل یک هزار

وبست شد واین جمع تضعیفات تا خانهٔ هشتم باعتبار ابتدا از چهار است وهذه صورته

۱	۴
۲	۸
۳	۱۶
۴	۳۲
۵	۶۴
۷	۱۲۸
۸	۲۵۶
	۵۱۲
	۰۲۰

وعلی هذا القیاس اگر ابتدا از سه خواه پنج خواه شش وغیرآن شود وباید دانست

که تضعیف جمع المثلین است که عبارت از ضرب عدد در اثنین باشد واضعاف

جمع امثال که عبارت از ضرب عدد در مافوق اثنین بود وچون اهل کتب

حساب صرف قاعدهٔ جمع تضعیفات مقرر کرده ومتعرض قاعدهٔ جمع اضاعیف

نشده اند لهذا این نحیف قاعدهٔ کلی که شامل است مرجمع تضعیفات وجمع

اضاعیف را استنباط نموده بیان میکند که عدد خانهٔ آخر تضعیفات خواه اضاعیف

درصورتیکه ابتدا از واحد باشد بعد اسقاط واحد حاصل الضرب جمع اعداد خانه های ماقبل

او در عدد امثال الا واحد است درینصورت از عدد خانهٔ اخیر واحد کم کرده باقي را بر عدد امثال الا واحد قسمت کنند و خارج را بر عدد خانهٔ آخر بیفزایند که مجموع جمع مطلوب است مثلا در تضعیفات متوالي از ابتداي خانهٔ اول تا خانهٔ هفتم اگر جمع نمایند از عدد خانهٔ هفتم واحد کم کرده باقي را بر واحد که عدد امثال الا واحد است قسمت کنند و خارج را که همان عدد خانهٔ آخر الا واحد خواهد بود بر عدد خانهٔ آخر بیفزایند و در جمع اضاعیف مثلا اگر اضاعیف سه امثال باشند اعني در خانهٔ اول واحد و در خانهٔ دویم سه و در خانهٔ سیوم نه و در چهارم بست و هفت و علی هذا و بخواهند که جمع اعداد تا خانهٔ هفتم بدانند پس از عدد خانهٔ هفتم واحد کم کرده باقي را بر دو که عدد امثال الا واحد است قسمت کرده خارج را بر عدد خانهٔ آخر بیفزایند و همچنین اگر اضاعیف بچهار امثال است از عدد خانهٔ آخر واحد کم کرده باقي را بر سه قسمت کنند و خارج را بر عدد خانهٔ آخر بیفزایند و قاعدهٔ استخراج عدد خانهٔ اخیر انچه در جمع تضعیفات بیان کرده شد در جمع اضاعیف هم جاري مي شود الا اینکه در خانهاي زوج در تضعیفات عدد خانهٔ فرد ماقبل را تضعیف مي کردند و در اضعاف در عدد امثال ضرب میکنند و همچنین اگر ابتدا از واحد نباشد پس جمع بلحاظ ابتدا از واحد نموده حاصل را در عدد خانهٔ اول ضرب سازند چنانچه در جمع تضعیفات گفته شد

* بیان دویم در جمع اعداد که تزاید آن سواي نسبة ضعف باشد پس عدد اصغر را که در خانهٔ اول باشد در تفاضل عدد اعظم که در خانهٔ اخیر بود ضرب نموده حاصل را بر تفاضل عدد خانهٔ دویم که از عدد خانهٔ اول است قسمت نمایند و خارج را با عدد اخر جمع سازند مثلا خواستم که جمع اعداد از خانهٔ اول تا خانهٔ پنجم کنم بحیثیتیکه تزاید علی نسبت نصف است اعني در خانهٔ اول شانزده و در خانهٔ دویم بست و چهار و در خانهٔ سیوم سي و شش و در خانهٔ چهارم پنجاه و چهار و در خانهٔ پنجم هشتاد و یک پس شانزده را در شصت و پنج که تفاضل هشتاد و یک بر شانزده است ضرب نموده یک هزار و چهل را بر هشت که تفاضل بست و چهار بر شانزده است قسمت نمودم یک صد و سي بر آمد آنرا با هشتاد و یک جمع نمودم دو صد و یازده شد و این جمع اعداد است تا خانهٔ پنجم و اگر عدد خانهٔ آخر معلوم نباشد باید که نسبة تزاید را از خانهٔ اول بگیرند و تا خانهٔ آخر برسانند و نسبت آخر را در کسر عدد خانهٔ اول ضرب سازند که حاصل عدد

خانهٔ اخر است مثلاً در مثال مذکور چون ابتداي تزايد از نصف است برابر خانهٔ اول
دو نوشتم که مخرج کسر است وبرابر خانهٔ دويم سه که مجموع دو ونصف دو است وبرابر
خانهٔ سيوم چهار صحيح ويک نصف که مجموع سه ونصف سه است وبرابر خانهٔ چهارم شش
صحيح وسه ربع که مجموع چهار صحيح ويک نصف ونصف آنست وبرابر خانهٔ پنجم ده صحيح
ويک ثمن که مجموع شش صحيح وسه ربع ونصف آنست پس نصف عدد اول که هشت بود در
ده صحيح ويک ثمن ضرب نمودم خارج هشتاد ويک گرديد واين عدد خانهٔ اخير است فافهم
وبدانکه اين عمل عام است در جمع اعداد متزايده علي اي نسبة هندسية كانت

* فصل دويم در جمع اعداد متوالي صاحب خلاصة الحساب ودستور الحساب
وعيون الحساب در جمع اعداد متوالي صرف يک قاعده بيان کرده اند وآن اينست که بر عدد اخير
واحد افزوده در نصف عدد اخير ضرب سازند که حاصل جمع اعداد متوالي است مثلاً خواهم که
جمع اعداد متوالي از واحد تا ده بدانم واحد برده افزوده يازده را در پنج ضرب کردم حاصل پنجاه
وپنج شد واين جمع اعداد متوالي علي نظم طبيعي از واحد تا ده است ومؤلف اين نسخه ميگويد
که اگر بر ضعف مجذور نصف عدد اخير نصف عدد اخير بيفزايد مجموع جمع اعداد است مثلاً در
مثال مذکور پنج را که نصف ده است مربع کرده بست وپنج را تضعيف نمودم وپنج برآن افزودم
پنجاه وپنج شد وهم اگر بر نصف مجذور عدد اخير نصف عدد اخير بيفزايد مطلب حاصل شود
ونيز بطور قاعدهٔ کلي بيان ميکنم که اعداد متوالي را بمنزل خانها فرض کند واعدادي که دران
خانها افتد بعدد خانه تعبير کند چنانکه در نظم اعداد طبيعي تزايد واحد واحد است در خانهٔ
اول واحد ودر خانهٔ دويم دو ودر خانهٔ سيوم سه همچنين اعتبار کند واگر تزايد اثنين اثنين است
پس در خانهٔ اول دو ودر خانهٔ دويم چهار ودر خانهٔ سيوم شش ودر خانهٔ چهارم هشت خواهد
بود درين صورت قاعدهٔ جمع اعداد متوالي اين است که عدد خانهٔ اخير را با عدد خانهٔ اول جمع
نموده در نصف عدهٔ خانهٔ اخير ضرب کنند وعدد خانهٔ اخير حاصل ضرب عدهٔ اودر عدد تزايد
است مثلاً در مثال مذکور در خانهٔ دهم عدد ده که حاصل ضرب عدهٔ او در واحد است با عدد
خانهٔ اول که واحد بود جمع نموده يازده را در پنج که نصف عدهٔ خانهٔ دهم است ضرب کردم
پنجاه وپنج شد واگر تزايد اثنين اثنين است عدد خانهٔ دهم را که ده است در دو ضرب کردم بست شد

واین عدد خانهٔ دهم است آنرا با عدد خانهٔ اول که دو است جمع نموده بست و دو را در پنج ضرب نمودم یک صد و ده شد و این جمع اعداد متوالی از خانهٔ اول تا خانهٔ دهم است بتزاید اثنین اثنین

* فصل سیوم در جمع اعداد متوالی از هرخانه که ابتدا کرده شود و طریقش آنست که تفاضل عدة خانهٔ آخیر بر عدد خانهٔ اول گرفته واحد بران بیفزایند و در نصف مجموع عددین طرفین ضرب کنند مثلا خواهم که از خانهٔ سیوم تا خانهٔ دوازدهم جمع اعداد متوالیه علی نظم طبیعی که تزاید واحد واحد است بدانم چون عدة خانه اخیر دوازده و عدة خانهٔ اول سه و تفاضل بینهما نه است واحد بران افزودم ده را در هفت و یک نصف که نصف پانزده مجموع طرفین است ضرب کردم هفتاد و پنج شد و اگر تزاید دو دو است پس ده را که تفاضل مع الواحد است در پانزده که نصف سی مجموع طرفین است ضرب کنم حاصل یک صد و پنجاه خواهد شد

* فصل چهارم در جمع افراد متوالی از ابتدای واحد و طریقش آنست که مربع عدة خانهای فرد را در عدد تزاید ضرب کنند خواه بر عدة خانهٔ اخیر واحد افزوده مربع نصف مجموع را در عدد متزاید ضرب سازند مثلا خواستم که جمع افراد متوالیه علی نظم طبیعی که بتزاید واحد واحد است تا خانهٔ یازدهم بدانم پس بطریق اول چون عدة خانهای فرد تا خانهٔ یازدهم شش است و مربع آن سی و شش می شود آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم هم سی و شش شد و بطریق ثانی واحد را بر عدة خانهٔ اخیر که یازده است افزودم دوازده شد و نصف آنرا که شش است مربع ساختم سی و شش شد در واحد ضرب نمودم هم سی و شش گردید و در صورتیکه بتزاید اثنین اثنین است بهر دو طریق سی و شش را در دو ضرب کردم هفتاد و دو شد

* تنبیه باید دانست که در افراد متوالیه از خانهٔ اول تا هرخانه که باشد هرگاه واحد بر عدة خانهٔ اخیر بیفزایند نصف آن عدة خانهای فرد میشود

* تنبیه بدانکه مراد از افراد و ازواج متوالیه و غیره خانهای فرد زوج است نه عدد خانهای چراکه مثلا اگر عدد تزاید زوج باشد در پنج خانهٔ عدد فرد نمی افتد

* فصل پنجم در جمع افراد و ازواج متوالیه از هرخانه که خواسته باشند ابتدا نموده جمع سازند و درین دو طریق است اول که شامل است جمع افراد و ازواج را این است که عدة خانهٔ طرف اول و طرف اخیر را جمع نموده نصف سازند و واحد بر وی بیفزایند و مجموع را در نصف فصل عدة

خانهٔ طرف اخیر بر عدهٔ خانهٔ طرف اول ضرب ساخته بر حاصل ضرب عدهٔ خانهٔ طرف اول را افزوده مجموع را در عدد تزاید ضرب کنند و طریق دویم که خاص است برای جمع افراد این است که مربع عدهٔ خانهٔ طرف اخیر را بلحاظ فرد و زوج بگیرند و مربع عدهٔ خانهٔ ماقبل طرف اول را ازو ساقط کرده باقی را در عدد تزاید ضرب سازند مثلاً اگر خواهم جمع افراد متوالیه از خانهٔ پنجم تا خانهٔ یازدهم علی نظم طبیعی بدانم بطریق اول پنج را با یازده مجموع نمودم شانزده شد و بر نصف آن که هشت است واحد افزودم نه گردید آنرا در نصف فصل عدهٔ خانهٔ طرف اخیر بر عدهٔ خانهٔ طرف اول که سه بود ضرب نمودم بست و هفت شد و بران پنج که عدهٔ خانهٔ طرف اول است افزوده در واحد که عدد تزاید است ضرب ساختم سی و دو گردید و بطریق دویم چون عدهٔ خانهٔ اخیر بلحاظ فرد شش است و مربع آن سی و شش و عدهٔ خانهٔ طرف اول بلحاظ فرد سه است و عدهٔ خانهٔ ماقبل او دو و مربع آن چهار است پس چهار را از سی و شش ساقط نمودم سی و دو باقی ماند آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم و اگر تزاید اثنین اثنین است بهردو طریق سی و دو را در دو که عدد تزاید است ضرب نمایم شصت و چهار میشود همچنین اگر خواهم که جمع ازواج متوالی از خانهٔ ششم تا خانهٔ دوازدهم علی نظم طبیعی بدانم پس بطریق اول عدهٔ خانهٔ طرف اول و طرف اخیر را جمع نمودم هجده شد و بر نصف آن که نه است واحد افزودم ده شد آنرا در نصف فصل بین الطرفین که سه است ضرب نموده بر سی عدد شش که عدد خانه طرف اول است افزودم سی و شش شد و آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب ساختم و اگر تزاید اثنین اثنین است در دو ضرب نمودم

* فصل ششم در جمع ازواج متوالیه از ابتدای خانهٔ دویم که برای زوج خانهٔ اول است تا هر خانه که خواهند طریقش این ست که بر نصف عدهٔ خانهٔ اخیر واحد افزوده در نصف عدهٔ ضرب سازند و حاصل را در عدد تزاید ضرب کنند مثلاً خواهم که جمع ازواج متوالی علی نظم طبیعی از ابتدای خانهٔ دویم تا خانهٔ بستم بدانم نصف عدد خانهٔ اخیر را که ده است در یازده ضرب نموده حاصل را که یک صد و ده میشود در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم و اگر عدد تزاید اثنین است در دو ضرب ساختم و نیز ازین قاعده ظاهر میشود اگر بر مربع عدهٔ خانهٔ اخیر بلحاظ زوج همان عدهٔ خانهٔ اخیر را بیفزایند هم مطلوب حاصل شود چرا که عدهٔ هر خانه بلحاظ زوج

نصف عدة آن خانه است بلالحاظ

* تنبیه اگر بخواهند که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج از مجموع ازواج بدانند باید که یک ربع واحد بر مجموع ازواج بیفزایند و از جذر آن یک نصف ساقط کنند که باقی عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج خواهد بود مثلا در مثال مذکور که مجموع ازواج یک صد و ده است خواستم که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج بدانیم یک ربع بر ان افزودم و از جذر آن که ده صحیح و یک نصف است یک نصف را ساقط کردم باقی عدد ده عدة خانهٔ اخیر است بلحاظ زوج

* فصـــــل هفتم در جمع ازواج الفرد از ابتدای خانهٔ دویم در صورتیکه دو را هم زوج الفرد قرار دهند باید دانست که ازواج الفرد اعداد از ابتدای دو بتفاضل چهار چهار می باشد مثل دو و شش و ده و چهارده و هجده وطریقش آنست که نصف مجموع عدة خانهٔ طرف اول و طرف اخیر را در ربع مجموع ضرب سازند و حاصل را در عدد تزاید ضرب کنند مثلا خواستم که جمع ازواج الفرد از ابتدای خانهٔ دویم تا خانهٔ هجدهم علی نظم طبعیی بدانم چون مجموع خانهٔ طرف اول و طرف اخیر بست است پس ده را که نصف المجموع است در پنج که ربع المجموع است ضرب کرده حاصل را که پنجاه شد در واحد که عدد تزاید بود ضرب ساختم وطریق آخر اگر عدة خانهٔ اخیر را بلحاظ زوج الفرد در ضعف خودش ضرب سازند نیز مطلوب حاصل شود چنانکه در مثال مذکور که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج الفرد پنج است آنرا در ضعفش که ده است ضرب نمایم هم پنجاه میشود و اگر خواهم که ده زوج الفرد از ابتدای خانهٔ دویم جمع کنم پس ده را در بست ضرب کردم دو صد شد

* تنبیه اگر اثنین را زوج الفرد شمار نکنند باید که بعد از جمع آنرا ساقط نمایند چنانکه در مثال اول چهل و هشت بماند و در مثال دویم یکصد و نود و هشت فافهم

* فصـــــل هشتم در جمع اعداد متوالیه که تزاید آن بمقدار معین باشد لیکن در خانهٔ اول عدد تزاید واقع نشود بلکه عدد دیگر باشد فقط مثلا تزاید چهار چهار است و در خانهٔ اول عدد سه است پس طریقش آنست که از عدة خانهٔ اخیر واحد کم کرده باقی را در عدد تزاید ضرب کنند و بر حاصل ضرب عدد خانهٔ اول بیفزایند و مجموع عدد خانهٔ اخیر خواهد بود پس عدد خانهٔ اول را بر عدد خانهٔ اخیر افزوده در نصف عدة خانهٔ اخیر ضرب سازند مثلا خواستم که جمع اعداد متوالیه که عدد تزاید آنها چهار چهار است و در خانهٔ اول عدد سه واقع شده تا خانهٔ هفتم

بدانم چون عدهٔ خانهٔ اخیر هفت بود واحد ازان کم کرده شش را که باقي بود در چهار ضرب ساختم بست وچهار شد عدد سه که در خانهٔ اول بود بران افزودم بست وهفت گردید واین عدد خانهٔ اخیر است باز سه را که عدد خانهٔ اول بود بران افزوده سي را در سه ونیم که نصف عدهٔ خانهٔ اخیر است ضرب ساختم یک صد وپنج شد واین جمع اعداد است مؤلف خاکسار میگوید که این قاعده مطابق قاعدهٔ کلي است که در فصل دویم بیان کرده ام ونیز اگر جمع اعداد خانها بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه حاصل نموده در عدد تزاید ضرب کنند واز حاصل الضرب مذکور عدهٔ خانهٔ اخیر را در فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول ضرب کرده ساقط کنند در صورتیکه عدد خانهٔ اول کمتر از عدد تزاید باشد واگر عدد خانهٔ اول زائد باشد حاصل ضرب را بر حاصل ضرب اول بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلاً در مثال مذکور جمع اعداد خانها بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه بست وهشت است وهرگاه آنرا در چهار ضرب کردم یک صد ودوازده شد پس عدهٔ خانهٔ اخیر را که هفت است در واحد که فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول است ضرب نموده ساقط کردم باقي یک صد وپنج ماند ودر صورتیکه عدد خانهٔ اول پنج باشد پس بر یکصد ودوازده هفت را بیفزایم که یکصد ونوزده شود وآن جمع اعداد خواهد بود واگر خواهم که عدد خانهٔ اخیر بدانم عدهٔ خانهٔ اخیر را در عدد تزاید ضرب کرده فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول از حاصل الضرب ساقط کنم در صورتیکه عدد خانهٔ اول کمتر از عدد تزاید باشد وبیفزایم در صورتیکه زائد باشد چنانکه در مثال اول هفت را که عدهٔ خانهٔ اخیر بود در چهار که عدد تزاید است ضرب کرده واز بست وهشت واحد را که فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول است ساقط نمودم بست وهفت شد واین عدد خانهٔ اخیر است در مثال اول ودر مثال دویم واحد را بر بست وهشت افزودم بست ونه شد وآن عدد خانهٔ اخیر در مثال دویم است واین قاعده در جمیع اعداد از هر خانهٔ که ابتدا کنند در جمع افراد وازواج وغیرآن مفید است مثلاً اگر جمع اعداد در مثال اول از خانهٔ سیوم تا هفتم بدانم پس بقاعدهٔ فصل سیوم جمع اعداد خانها از سیوم تا هفتم نمودم بست وپنج شد وآنرا در چهار که عدد تزاید بود ضرب نمودم یکصد شد وچون از عدهٔ خانهٔ اخیر دو کم شده چراکه ابتدا از خانهٔ سیوم است پس پنج باقي را در فضل که واحد بود ضرب کرده ساقط نمودم باقي نود وپنج ماند تا نهم

* فصـــــل نهم در جمع اعداد مثلثات ومربعات و مخمسات ومسدسات وغیرآن بایددانست که گاهی تزایدیا عداد متزایده با لمتزاید المعین میشود مثلاً درخانهٔ اول واحد است ودرخانهٔ دویم دوبرواحد افزوده سه نوشتم ودرخانهٔ سیوم سه برسه افزوده شش نوشتم ودرچهارم چهار برشش افزوده ده نوشتم وهمچنین تا هرجاکه بخواهند پس این تزاید واحد است واین در حقیقت جمع عدهٔ هرخانه از روي قاعدهٔ جمع اعداد متوالیه در واحد ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ مابعدش مي افزایند مثلاً چون جمع عدهٔ خانهٔ اول واحد بود آنرا برعدهٔ خانهٔ دویم افزوده سه را درخانهٔ دویم نوشتم وچون جمع عدهٔ خانهٔ سیوم که شش بود آنرابرعدهٔ خانهٔ چهارم که چهار است افزوده ده را درخانهٔ چهارم ثبت نمودم وگویا جمع عدهٔ هرخانه در ان خانه مي افتد واین را مثلثات گویند چراکه بیشتر این اعداد مثلث واقع میشود مثل سه وشش وپانزده وبست ویک وسي وشش وغیره وهمچنین اگرتزاید بالا عداد المتزایده بالاثنین است چنانکه درخانهٔ اول واحد بود پس سه بران افزوده چهار را درخانهٔ دویم نوشتم وبازپنج بران افزوده نه درخانهٔ سیوم نگاشتم وبازهفت بران افزوده شانزده درخانهٔ چهارم ثبت نمودم وهمچنین الی الآخرواین را مربعات گویند چراکه درینصورت اعداد جمیع خانه مربعات مي باشند وحقیقت آن اینست که جمع عدهٔ هرخانه را در دو ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ مابعد مي افزایند مثلاً چون جمع عدهٔ خانهٔ اول واحد بود آنرا در دو ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ دویم که دو است افزودم چهارشد وچون جمع عدهٔ خانهٔ دویم سه است آنرادر دوضرب کرده برعدهٔ خانهٔ سیوم افزودم نه گردید وهمچنین الی الآخر

* تنبیه ازین عمل ظاهرمیشود که جمیع مربعات ازیک دیگرتفاضل بالاعداد متزایدبالاثنین دارند اعني هرقدرشانزده را برنه تفاضل است ازان تفاضل بست وپنج را برشانزده بزیادتي اثنین است

* فائده باید دانست که درا عداد مربعات مربع عدهٔ هرخانه درآن خانه مي افتد مثلاً در خانهٔ دویم چهارودرخانهٔ سیوم نه ودرچهارم شانزده وعلی هذا القیاس وهمچنین اگرتزاید باعداد متزایده بسه باشد آنرا مخمسات نامند مثلاً درخانهٔ اول واحد ودرخانهٔ دویم پنج ودرخانهٔ سیوم دوازده وحقیقت آن اینست که جمع عدهٔ هرخانه را درسه ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ ما بعد مي افزایند وچون درینصورت بیشتراعداد مخمس واقع میشوند لهذا مخمسات گویند واگرهمچنین تزاید باعداد متزایده بچهار باشد آنرا مسدسات گویند ووجه تسمیهٔ هریک ازینها اینهم میتواند شد

که در مثلثات بخانهٔ دویم که درحقیقت ابتدای تزاید با عداد متزایده است عدد سه و در مربعات عدد چهار و در مخمسات عدد پنج و در مسدسات عدد شش واقع میشود والله اعلم بالصواب

* قاعده طریق جمع مثلثات متوالیات و مربعات و مخمسات و مسدسات و غیره آنست که از عدهٔ خانهٔ اخیر یکی نقصان کنند وثلث باقی را در عدد تزاید ضرب نموده واحد براو بیفزایند ودر جمع اعداد متوالی ضرب سازند مثلاً اگر جمع مثلثات را از ابتداء تا خانهٔ دهم بدانند واحد از ده کم کرده سه که ثلث نه باقی است در واحد که عدد تزاید است ضرب نموده و واحد براو افزوده چهار را در پنجاه وپنج که جمع اعداد متوالیه تا خانهٔ دهم است ضرب نمودم دوصد وبست شد واین مطلوب است وهمچنین اگر دانستن جمع مربعات تا خانهٔ دهم مطلوب است پس سه را که ثلث نه باقی بود در دو که عدد تزاید است ضرب ساخته و واحد براو افزوده در پنجاه وپنج ضرب نمودم سه صد وهشتاد وپنج شد وهمچنین در مخمسات ومسدسات مؤلف خاکسار میگوید که اگر برای تسهیل عمل اعداد جمع متوالیه را در باقی عدهٔ اخیر بعد نقصان واحد ضرب نموده ثلث حاصل را در عدد تزاید ضرب نمایند وبا اعداد جمع متوالیه جمع کنند بهتر است چراکه ثلث باقی عدهٔ اخیر بعد نقصان واحد اکثر صحیح نمی باشد وضرب کسور خالی از دقت نیست وانچه بنده بیان کرد هرگز در ثلث کسر واقع نمیشود

* فائده بدانکه خاصهٔ مثلثات اینست که هرگاه آنرا در هشت ضرب کرده واحد براو بیفزایند مجذور ضعف عدهٔ معه الواحد است مثلاً اگر مثلث خانهٔ ششم راکه بست ویک است در هشت ضرب کرده واحد بیفزایم یک صد وشصت ونه میشود وآن مجذور سیزده است که ضعف شش معه الواحد است

* فصـــــــل دهم در جمع مضروبات متوالیه از ابتدای واحد وآنرا مسطحات خوانند بدانکه هرگاه واحد را در اثنین ضرب نمایند ودو را در سه وسه را در چهار وعلی هذا القیاس الی الآخر این را مضروبات متوالیه نامند وطریق جمع آن آنست که از عدهٔ اخیر واحد کم کرده دوثلث باقی را در اعداد جمع متوالیه ضرب سازند وخواه دوثلث اعداد جمع را در باقی ضرب کنند مثلاً خواستم که جمع مضروبات متوالیه از واحد تا ده بدانم پس از ده واحد کم کرده دوثلث باقی را که شش است در پنجاه وپنج که جمع اعداد متوالی تا خانهٔ دهم است ضرب نمودم سه صد وسی شد وهمچنین اگر بخواهم که تا خانهٔ یازدهم بدانم پس ده را که باقی عده بعد نقصان

واحد است در چهل وچهار که دو ثلث شصت وشش جمع اعداد است ضرب نمودم چهارصد وچهل گردید و باید دانست که مراد از عدهٔ اخیر عدهٔ مضروب فیه اخیر است وجمع اعداد متوالیه هم تا عدهٔ مضروب فیه اخیر می باید گرفت ودر مثال جمع مضروبات که از واحد تا ده مذکور است مراد از ده مضروب فیه اخیر است ودرینصورت گویا جمع مضروبات تا خانهٔ نهم شد فافهم

* فصل یازدهم درجمع مجسمات متوالیه از ابتدای واحد

بدانکه هرگاه واحد را در دو ضرب کرده درسه ضرب سازند ودو را درسه ضرب کرده در چهار ضرب کنند وسه را در چهار ضرب ساخته در پنج ضرب کنند این اعداد را مجسمات گویند طریق جمع آن این ست که برعدد اخیر واحدا فزوده جمع اعداد متوالیه بگیرند وواحد از ونقصان نموده درجمع اعداد ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع مجسمات تا خانهٔ هفتم بدانند پس برعدهٔ اخیرکه هفت است واحدا فزوده وتا هشت جمع اعداد متوالیه گرفتم سی وشش شد واحد ازان کم کردم وسی وپنج را درسی وشش ضرب نمودم حاصل یک هزار ودو صد وشصت گردید واین مطلوب است واگر ازمربع اعداد جمع هم جذر را که همان اعداد است ساقط کنند مطلوب حاصل میشود چنانکه ازمربع سی وشش سی وشش را ساقط کنند هم مطلوب خواهد بود

* فصل دوازدهم درجمع مربعات متوالیه بطریق خاص

وآن اینست که عدهٔ اخیر را ضعف نموده واحد بیفزایند وحاصل جمع را در ثلث اعداد جمع متوالیه ضرب سازند خواه بالعکس مثلاً خواستم که جمع مربعات تا خانهٔ ششم بدانم بر دوازده که ضعف شش است واحد افزودم وسیزده را در هفت که ثلث اعداد جمع متوالیه تا خانهٔ ششم است ضرب نمودم نود ویک شد وهمین مطلوب است

* فصل سیزدهم درجمع مکعبات متوالیه از ابتدای واحد و

طریقش آنست که عدد جمع متوالیه را فی نفسه ضرب نمایند مثلاً خواستم که جمع مکعبات تا خانهٔ پنجم بدانم وعدد جمع متوالیه تا خانهٔ پنجم پانزده است مربع آن گرفتم دو صد وبست وپنج شد وآن مطلوب است

* فصل چهاردهم درجمع مال مال متوالیه از ابتدای واحد

وطریقش آنست که از عدد جمع متوالیه واحد کم کرده خمس باقی بران عدد بیفزایند ومجموع را در عدد جمع مربعات ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع مال مال تا خانهٔ ششم بدانم

چون عدد جمع متواليه تا خانهٔ ششم بست ویک است واحد ازو کم کرده خمس باقي را که چهار است برا وافزودم بست وپنج شد آنرا در نود ویک که مجموع مربعات تا خانهٔ ششم است ضرب نمودم دوهزار ودو صد وهفتاد وپنج شد و این مطلوب است

* فصل پانزدهم در جمع ضلع اول معه مضلعات متواليه او تا هر منزل که خواهند وطريق آن چند است * طريق اول عدد ضلع اول را در مضلع اخير ضرب نموده وازحاصل الضرب عدد ضلع اول را ناقص کنند وباقي را بر عدد ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت کنند خواه از مضلع اخير واحد کم کرده در ضلع اول ضرب کرده بر عدد ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت سازند مثلاً خواستیم که جمع عدد پنج با کعب کعب آن نمایم پس پنج را در پانزده هزار وشش صد وبست وپنج که کعب کعب او ست ضرب نمودم هفتاد وهشت هزار ویک صد و بست وپنج شد از ان پنج را نقصان نمودم وباقي را بر چهار قسمت ساختم خارج نوزده هزار وپانصد وسي شد وآن مطلوب است

* طريق دويم ضلع اول را از مضلع اخير ساقط نموده باقي را بر ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت کنند وخارج را بر مضلعهٔ اخير بیفزایند مثلاً در مثال مذکور پانزده هزار وشش صد وبست را بر چهار قسمت کردم خارج سه هزار ونه صد وپنج شد آنرا با مضلع اخير جمع نمودم حاصل مطلوب است واگر ضلع اول کسر باشد فضل بين الصورة والمخرج مضلع اخير را بگیرند وآنرا در صورت کسر ضلع اول ضرب کرده بر فضل بين الصورة والمخرج ضلع قسمت کنند وحاصل را بر مخرج مضلع اخير قسمت سازند اگر ممکن باشد والا منسوب کنند مثلاً خواستیم که چهار تسع را معه مضلعات آن تا مال مال جمع کنم چون مال مال آن دو صد وپنجاه وشش جزء از شش هزار وپانصد وشصت ویک بود فضل مخرج آنرا که شش هزار وسه صد وپنج است در چهار که صورت کسر ضلع است ضرب نمودم وبست وپنج هزار ودو صد وبست را بر پنج که فضل مخرج ضلع بر صورت ضلع است قسمت کردم خارج شد پنجهزار وچهل وچهار آنرا بر مخرج مضلع اخير منسوب ساختم پنجهزار وچهل وچهار جزء از شش هزار وپانصد و شصت ویک شد مثال دیگر خواستیم که سه سبع را معه مضلعات آن تا کعب جمع کنم چون کعب آن بست وهفت جزء از سه صد وچهل وسه بود فضل مخرج مضلع را که سه صد وشانزده است در سه که صورت کسر ضلع است ضرب نمودم نه صد وچهل وهشت گردید آنرا بر چهار که فضل مخرج ضلع بر صورت کسر است قسمت نمودم وخارج را

بر مخرج مضلع آخر منسوب نمودم دو صد و سی و هفت جزء از سه صد و چهل و سه شد و این مطلوب است

* مطلب سیوم در بیان بعض مسائل هندسی که متعلق عدد و علم حساب است *

* مسئلهٔ اولی چهار مقادیر را که نسبت اول بطرف ثانی مثل نسبت ثالث بطرف رابع باشد اربعهٔ متناسبه گویند و مراد از نسبت نسبهٔ هندسی است نه عددی تا غلط نشود و خاصیه اش آنست که مسطح اول فی الرابع که آنرا مسطح الطرفین گویند مساوی مسطح ثانی فی الثالث که آنرا مسطح الوسطین خوانند میشود زیرا که در مسطح الطرفین گویا بموجب قاعدهٔ ضرب که در مطلب ششم باب اول ذکر یافت احد المضروبین را اعنی اول را اضعاف یا انصاف کرده و بهمان نسبت مضروب آخر اعنی رابع را انصاف یا اضعاف نموده ضرب ساخته اند پس هرگاه مسطح الطرفین را بر احد الوسطین قسمت کنند خارج وسط آخر خواهد بود و مسطح الوسطین را اگر بر احد الطرفین قسمت نمایند خارج طرف آخر خواهد برآمد مثلاً چهار و شش و دوازده و هجده که نسبت اول بطرف ثانی مثل نسبت ثالث بطرف رابع است و آن نسبت دو ثلث است و مسطح الطرفین اعنی مسطح چهار در هجده هفتاد و دو است و مسطح الوسطین اعنی مسطح شش در دوازده نیز هفتاد و دو میشود و هرگاه مسطح الطرفین را که همان مسطح الوسطین است بر احد الوسطین قسمت سازند خارج وسط آخر میشود اعنی اگر بر شش قسمت نمایند خارج دوازده است و اگر بر دوازده قسمت کنند خارج شش است اگر همچنین بر احد الطرفین قسمت سازند خارج طرف آخر خواهد بود

* مسئلهٔ ثانیه هرگاه چهار مقادیر متناسبه باشند و چهار مقادیر دیگر هم متناسبه بود و ثانی و رابع را از متناسبهٔ اولی بعینه ثانی و رابع متناسبه دویم باشد پس نسبت مجموع اولین بطرف ثانی مثل نسبت مجموع ثالثین بطرف رابع خواهد بود و بعبارت اخری هرگاه در شش عدد نسبت اول بطرف ثانی مثل نسبت ثالث بطرف رابع و نسبت خامس بطرف ثانی مثل نسبت سادس بطرف رابع باشد پس نسبت اول و خامس مجموعه بطرف ثانی مثل نسبت ثالث و سادس مجتمعهٔ بطرف رابع خواهد بود مثاله هشت و چهار و بست و چهار و دوازده و دو و چهار و شش و دوازده پس نسبت مجموع اولین اعنی اول و خامس که ده است بطرف چهار که ثانی است مثل نسبت سی که مجموع ثالث و سادس است بطرف دوازده که رابع است خواهد بود و آن نسبت دو مثل و یک نصف او ست بالعکس نسبت دو خمس و خاصه اش اینکه هرگاه مسطح مجموع اولین

فی الرابع را بر ثانی قسمت نموده از خارج احد الثالثین را ساقط کنند باقی ثالث آخر بود و همچنین اگر مسطح مجموع ثالثین فی الثانی را بر رابع قسمت نموده احد الاولین از خارج کم کنند باقی اول آخر خواهد بود

* مسئلهٔ ثالثه چهار مقادیر متناسبه باشند و چهار دیگر هم متناسبه بوند اول را در اول آخر و ثانی را در ثانی آخر و ثالث را در ثالث آخر و رابع را در رابع آخر ضرب نمایند پس نسبت مسطح اولین بطرف مسطح ثانیین مثل نسبت مسطح ثالثین بطرف مسطح رابعین خواهد بود مثلاً سه و چهار و شش و هشت اربع متناسبه اول است و هفت و پنج و چهار ده و ده اربعه متناسبه دویم پس نسبت بست و یک که مسطح الاولین است بطرف بست که مسطح الثانیین مثل نسبت هشتاد و چهار که مسطح الثالثین است بطرف هشتاد که مسطح الرابعین است خواهد بود و خاصهٔ اش اینکه اگر مسطح اولین را در مسطح رابعین ضرب کرده حاصل را بر مسطح ثالثین قسمت سازند و خارج را بر احد الثانیین قسمت نمایند خارج دویم ثانی دیگر خواهد بود و همچنین اگر مسطح ثانیین را در مسطح ثالثین ضرب نموده حاصل را بر مسطح اولین قسمت کنند و خارج را بر احد الرابعین قسمت سازند خارج دویم رابع دیگر خواهد بود

* مسئلهٔ رابعه در هر اربعه متناسبه که ابدال نسبت کنند اعنی ثالث را ثانی و ثانی را ثالث گردانند هم اربعه متناسبه خواهد بود مثلاً سه و چهار و شش و هشت که اربعه متناسبه است اگر ابدال نسبت کنند و سه و شش و چهار و هشت خواهد بود و اینهم اربعه متناسبه است چراکه نسبت سه بطرف شش مثل نسبت چهار بطرف هشت است و ازین مسئله متبادر میشود که در هر اربعه متناسبه نسبت اول بطرف ثالث مثل نسبت دویم بطرف رابع می باشد

* مسئلهٔ خامسه در هر اربعه متناسبه اگر نسبت را مرکب کرده شود هم اربعه متناسبه خواهد بود اعنی نسبت مجموع اول و ثانی بطرف ثانی و نسبت مجموع ثالث و رابع بطرف رابع کرده شود مثلاً سه و شش و چهار و هشت که اربعه متناسبه اند اگر مرکب کرده شود بدینصورت خواهد بود نه و شش و دوازده و هشت و اینهم اربعه متناسبه است و خاصهٔ اش اینکه اگر مسطح الطرفین را بر ثانی قسمت کنند و از خارج رابع را ساقط کنند باقی ثالث اربعه متناسبه اولی خواهد بود و اگر مسطح الوسطین را بر رابع قسمت نموده از خارج ثانی را ساقط کنند باقی اول اربعه متناسبه اولی خواهد بود

* مسئلهٔ سادسه هر اربعهٔ متناسبه که اول آن اعظم از ثاني و ثالث اعظم از رابع باشد پس اگر نسبت فضل گرفته شود اعني نسبت فضل اول بر ثاني بطرف ثاني و نسبت فضل ثالث بر رابع بطرف رابع هم متناسبه خواهد بود مثل دوازده و نه و بست و پانزده پس اگر نسبت فضل گرفته شود بدينصورت خواهد بود سه و نه و پنج و پانزده و اين هم اربعهٔ متناسبه است و خاصه اش اينکه اگر اول احد الاربعين المتناسبين را در ثالث آخر ضرب کرده بر اول آخر قسمت کنند خارج ثالث اول خواهد بود و اگر بر ثالث اول قسمت کنند خارج اول آخر خواهد بود

* مسئلهٔ سابعه در هر اربعهٔ متناسبه که قلب نسبت نمايند اعني نسبت اول بطرف فضل اول علي الثاني و نسبت ثالث بطرف فضل ثالث علي الرابع بگيرند آنهم اربعهٔ متناسبه خواهد بود مثلاً دوازده و نه و بست و پانزده که اربعهٔ متناسبه اند اگر قلب نمايند بدينصورت دوازده و سه و بست و پنج هم اربعهٔ متناسبه ميشود و خاصه اش اينکه اگر چهارم اولي را در ثاني دويم ضرب کرده بر رابع دويم قسمت کنند ثاني اولي خواهد بر آمد و اگر بر ثاني اولي قسمت کنند رابع دويم خواهد بر آمد

* مسئلهٔ ثامنه در سه مقادير متناسبه که اول اعظم از دويم و دويم اعظم از سيوم باشد نسبت اول بطرف سيوم اعظم از نسبت دويم بطرف سيوم ميشود و همچنين نسبت سيوم بطرف دويم اعظم از نسبت سيوم بطرف اول مي باشد مثلاً بست و چهار و دوازده و شش پس نسبت بست و چهار که اول است بطرف شش که سيوم است نسبت چهار مثل است و اعظم است از نسبت دوازده که دويم است بطرف شش که سيوم است و آن نسبت دو مثل است و همچنين نسبت شش بطرف دوازده که نسبت نصف است اعظم است از نسبت شش بطرف بست و چهار که نسبت ربع است و خاصه اش اينکه اگر ثاني را بر عدد نسبت اول قسمت نموده خارج را در اول ضرب کنند مساوي مسطح ثاني در ثالث ميشود چنانکه در مثال مذکور اگر دوازده را بر چهار که عدد نسبت اول است قسمت نموده خارج را که سه است در اول ضرب نمايند هفتاد و دو ميشود و آن مساوي مسطح ثاني در ثالث است و اگر اول را بر عدد نسبت دويم قسمت نموده خارج را در ثاني ضرب سازند مساوي مسطح اول در ثالث ميشود

* مسئلهٔ تاسعه هر دو صنف از مقادير که متحد العدة باشند دو دو مقادير از هر صنف علي نسبت دو دو مقادير صنف آخر باشند پس آن نسبت خواه نسبت انتظامي خواهد بود اعني اول و ثاني

صنف اول علی نسبت اول وثانی صنف دویم باشد وثانی وثالث صنف اول علی نسبت ثانی وثالث صنف دویم وثالث ورابع صنف اول علی نسبت ثالث ورابع صنف دویم واین رانسبت منتظمه گویند وخواه نسبت اضطرابی اعنی اول وثانی صنف اول علی نسبت ثانی وثالث صنف دویم باشد وثانی وثالث صنف اول علی نسبت اول وثانی صنف دویم وهکذا الی آخره واین را نسبت مضطربه گویند پس در هردو نسبت نسبت اول صنف اول بطرف آخر صنف اول مثل نسبت اول صنف دویم بطرف آخر صنف دویم خواهد بود مثلاً هکذا (جدول ۵۵) واین چنین نسبت درا ول نسبت مساوات منتظمه ودرآخر نسبت مساوات مضطربه است وخاصه اش این است که اگر دو دو مقادیر متناسبهٔ هر صنف را بگیرند اربعه مقادیر متناسبه میشود

* مسئلهٔ عاشره هرگاه چهار اعداد متناسبه علی الولاء باشند اعنی نسبت اول بطرف ثانی مثل نسبت ثانی بطرف ثالث ونسبت ثالث بطرف رابع باشد پس حاصل ضرب رابع در مربع اول مساوی مکعب ثانی خواهد بود وحاصل ضرب اول درمربع رابع مساوی مکعب ثالث وحاصل ضرب اول در ثالث مساوی مربع ثانی وحاصل ضرب ثانی در رابع مساوی مربع ثالث خواهد بود واگر حاصل ضرب اول فی الثالث را درحاصل ضرب ثانی فی الرابع ضرب نمایند مساوی مربع مسطح الطرفین ومسطح الوسطین که آن هردوهم مساوی اند خواهد بود مثالش سه وشش ودوازده وبست وچهار که اعداد اربعهٔ متناسبه علی الولاء اند اگر بست وچهار را درنه ضرب کنند دوصد وشانزده میشود واین مکعب شش است واگر سه را درپانصد وهفتاد وشش که مربع بست وچهار است ضرب کنند حاصل یک هزار وهفتصد وبست وهشت میشود واین مکعب دوازده میشود که ثالث است واگر سه را در دوازده ضرب کنند سی وشش مربع شش میشود واگر شش را در بست وچهار ضرب سازند یکصد وچهل وچهار مربع دوازده است واگر سی وشش را که مسطح اول فی الثالث است دریکصد وچهل وچهار که مسطح ثانی فی الرابع است ضرب کنند حاصل پنجهزار ویکصد وهشتاد وچهار میشود وجذر آن هفتاد ودو است که مساوی مسطح الطرفین اعنی مسطح اول فی الرابع ومساوی مسطح الوسطین اعنی مسطح ثانی فی الثالث است

* مسئلهٔ حادیة عشر هرگاه هردو عدد که علی نسبت معینه باشند دو عدد دیگر که همان نسبت داشته باشند بیفزایند خواه از ان هردو ناقص کنند پس مجموعین درصورت زیاده کردن

و باقيين در حالت نقصان هم برهمان نسبت خواهند بود مثلاً دوازده وشانزده كه علي نسبت
سه ربع اند اگر بر دوازده سه وبر شانزده چهار كه هم علي نسبت سه ربع اند بيفزائيم پانزده وبست
ميشود واين هردو هم علي نسبت سه ربع اند واگر نقصان كنم باقي نه ودوازده هم برين نسبت ميماند

* مسئلة ثانية عشر هرگاه دو عدد راكه علي نسبت معينة باشند در عدد ثالث ضرب كنند
حاصلين هم برهمان نسبت خواهند بود مثلاً سه وچهار راكه علي نسبت سه ربع اند اگر در پنج ضرب
كنند پس حاصلين هم كه بست وپانزده است برهمان نسبت اند پس در هر اربعة متناسبة اگر
اول وثاني را در عددي ضرب كنند وثالث ورابع را در عددي ديگر ضرب نمايند اربعة متناسبة
حاصله هم بهمان نسبت اول خواهد بود واين را نسبت مؤلفة گويند وهمچنين اگر اول وثاني را
بر عددي قسمت كنند وثالث ورابع را بر عددي ديگر قسمت نمايند اربعة متناسبة خارجه هم
بهمان نسبت اول خواهد بود واين را نسبت منقسمه گويند

* مسئلة ثالثة عشر نسبت احد المضروبين از مضروب ومضروب فيه بطرف مربع خود مثل
نسبت ديگري بطرف حاصل ضرب است ونيز نسبت مربع بطرف مجموع اجذار خود باي عدة كانت
مثل نسبت جذر بطرف همان عدة اجذار است مثلاً سه را در چهار ضرب كردند دوازده شد پس نسبت
سه بطرف نه كه مربع اوست مثل نسبت چهار بطرف دوازده است ونسبت چهار بطرف شانزده كه
مربع اوست مثل نسبت سه بطرف دوازده است وهم نسبت نه كه مربع سه است بطرف دوازده كه
مجموع چهار امثال جذر اوست مثل نسبت سه كه جذر است بطرف چهار كه عدة است ميشود
ونسبت شانزده بطرف دوازده كه سه امثال جذر اوست مثل نسبت چهار بطرف سه است

* مسئلة رابعة عشر هر عدد را كه در عددي ديگر ضرب كنند وباز آن عدد را برهمان عدد قسمت
سازند وحاصل الضرب را در خارج القسمت ضرب كنند حاصل مساوي مربع آن عدد خواهد بود
مثلاً دوازده را در چهار ضرب كردم چهل وهشت شد وباز دوازده را بر چهار قسمت نمودم
سه خارج شد هرگاه چهل وهشت راكه حاصل ضرب است در سه كه خارج القسمت است
ضرب نمودم يكصد وچهل وچهار شد وآن مساوي مربع دوازده است

* مسئلة خامسة عشر دو عدد را اگر بر يك ديگر قسمت نمايند ونيز در يك ديگر ضرب سازند
وخارجين را در حاصل ضرب كنند پس مجموع حاصلين مساوي مربعين آن هر دو عدد خواهد بود

مثلاً چهار و هشت دو عدد اند و هرگاه هشت را بر چهار قسمت نمودم خارج دو شد و چهار را بر هشت قسمت نمودم خارج یک نصف گردید و حاصل ضرب چهار در هشت سی و دو است پس دو را در سی ضرب نمودم شصت و چهار شد و یک نصف را در سی و دو ضرب ساختم شانزده گردید و مجموع آن هشتاد است و آن مساوی مجموع مربعین چهار و هشت میشود مثال دیگر دو عدد سه و پنج فرض کردم و پنج را بر سه قسمت نمودم خارج یک صحیح و دو ثلث شد باز سه را بر پنج قسمت نمودم خارج سه خمس گردید پس یک صحیح و دو ثلث را در پانزده که حاصل ضرب عددین مفروض است ضرب نمودم حاصل بست و پنج شد و هرگاه پانزده را در سه خمس ضرب نمودم نه صحیح حاصل گردید و مجموع آن سی و چهار مساوی مجموع مربعین سه و پنج است و باید دانست که ازین متفرع میشود که اگر خارج قسمت را در حاصل ضرب مقسوم فی المقسوم علیه ضرب نمایند حاصل مربع مقسوم است مثلاً دوازده را بر سه قسمت کردم خارج چهار شد و آنرا در حاصل ضرب مقسوم فی المقسوم علیه که سی و شش است ضرب نمودم یکصد و چهل و چهار گردید و آن مربع دوازده است

مسئلهٔ سادسه عشر هرگاه دو عدد را بر یکدیگر قسمت کنند و خارجین را باهم ضرب سازند حاصل واحد خواهد بود مثلاً سه و پنج را بر یکدیگر قسمت نمودم خارج اول یک صحیح و دو ثلث و خارج ثانی سه خمس شد و هرگاه هردو خارج را باهم ضرب نمودم واحد گردید

• مسئلهٔ سابعه عشر هرگاه مجموع دو عدد را بر هریک ازان عدد قسمت کند و خارجین را باهم ضرب سازند حاصل مساوی مجموع خارجین خواهد بود مثلاً مجموع سه و پنج را که هشت است بر سه قسمت کردم دو صحیح و دو ثلث خارج شد و بر پنج قسمت نمودم یک صحیح و سه خمس خارج گردید و مجموع آن چهار صحیح و چهار پانزدهم است و هرگاه دو صحیح و دو ثلث را در یک صحیح و سه خمس ضرب نمودم حاصل هم چهار صحیح و چهار پانزدهم گردید

• * مسئلهٔ ثامنه عشر نسبت خارج القسمت بطرف مربع خود مثل نسبت مقسوم علیه بطرف مقسوم است مثلاً دوازده را بر سه قسمت نمودم خارج چهار شد و نسبت چهار بطرف شانزده که مربع اوست مثل نسبت سه بطرف دوازده است

* مسئلهٔ تاسعه عشر نسبت قیمت یک جنس بطرف قیمت جنس دیگر بعد تساوی عدد جنسین

خواه از روي وزن خواه ذراع وغير آن هرچه باشد مثل نسبت عدد يک جنس بطرف عدد جنس آخر معه تساوي قيمت خواهد بود مثلاً قيمت يک رطل سرکه دو درهم است وقيمت يک رطل عسل پنج درهم است پس قيمت دو رطل عسل مثل قيمت پنج رطل سرکه خواهد بود وهمچنين درمقياسات وغيره مثلاً ذراع شرعي ۱¼ ذراع قطعي است پس پنج ذراع قطعي مساوي چهار ذراع شرعي باشد ونسبت مربع ذراع شرعي بطرف مربع ذراع قطعي مثل نسبت بست وپنج بطرف شانزده است ونسبت مکعب ذراع شرعي بطرف مکعب ذراع قطعي مثل نسبت يکصد وبست وپنج بطرف شصت وچهار است پس شانزده مربع ذراع شرعي مساوي بست وپنج مربع ذراع قطعي است وشصت وچهار مکعب ذراع شرعي مساوي يکصد وبست وپنج ذراع قطعي مي شود وهمچنين است حال اجرتين وايام عمل اجرتين که نسبت اجرت يکي بطرف اجرت ديگري معه تساوي ايام عمل مثل نسبت ايام عمل يکي بطرف ايام عمل ديگري معه تساوي اجرت است مثلاً اجرت يکي في يوم سه روپيه است واجرت ديگري في يوم دو روپيه است پس اجرت دو يوم براي اول مثل اجرت سه يوم براي ديگري خواهد بود وهمچنين نسبت اجناس شيء ومربعات ومکعبات وغيره است مثلاً اگر شش کعب معادل پنجاه وچهار شيء باشد پس نسبت يک کعب بطرف شيء مثل نسبت پنجاه وچهار بطرف شش است

* فائده هرگاه عدد شيء را بر عدد کعب قسمت کنند خارج مقدار مال مي شود مثلاً درمثال مذکور پنجاه وچهار را بر شش قسمت کردم نه خارج شد واين مقدار مال است ومقدار شيء سه شد وهمچنين اگر کعب معادل مال باشد پس خارج قسمت عدد مال بر عدد کعب شيء خواهد بود واگر مال مال معادل شيء باشد خارج قسمت کعب خواهد بود واگر مال مال معادل مال باشد خارج قسمت مال مي شود واگر مال مال معادل کعب گردد خارج قسمت شيء مي شود غرض درمضلعات درين نسبت از روي قسمت عدد نظير هرجنس از روي اصول منازل خارج ميشود

* مسئلة عشرون هر عدد يرا که منقسم بدو قسم کنند پس مجموع مربعين قسمين معه مسطح احد القسمين في ضعف الآخر مساوي مربع عدد مي شود مثلاً دوازده را منقسم بدو قسم نمودم يکي ده وديگر دو ومربع ده يک صد ومربع دو چهار و مسطح ده در چهار که ضعف دو است چهل مي شود ومجموع آن يک صد وچهل وچهار مساوي مربع دوازده است

لز

* مسئلۀ حادیة و عشرون تفاضل بین المربعین مساوی مسطح مجموع جذرین فی تفاضل جذرین است مثلاً تفاضل در بست و پنج که مربع پنج است و در چهل و نه که مربع هفت است بست و چهار می شود و مسطح دوازده که مجموع پنج و هفت است در دو که تفاضل پنج و هفت است هم بست و چهار میگردد

* مسئلۀ ثانیة و عشرون هر عدد یرا که منقسم بدو قسم مختلف سازند پس تفاضل مربع نصف آن عدد بر مسطح قسمین بقدر مربع فضل بین النصف والقسم خواهد بود مثلاً هجده را دو قسم کردم یکی دوازده و دیگر شش پس تفاضل هشتاد و یک که مربع نصف عدد است بر هفتاد و دو که مسطح قسمین است بقدر نه که مربع فضل بین النصف والقسم است می شود چرا که نصف هجده نه است و تفاضل آن بر شش سه است و تفاضل دوازده بر او هم سه است

* مسئلۀ ثالثة و عشرون هر عدد یرا که در احد القسمین او ضرب سازند و بر حاصل مربع نصف قسم آخر بیفزایند پس مجموع مساوی مربع مجموع قسم مضروب فیه و نصف قسم الآخر خواهد بود مثلاً هجده را در شش که احد القسمین اوست ضرب کردم یک صد و هشت شد و بران سی و شش که مربع نصف دوازده قسم ثانی است افزودم مجموع یک صد و چهل و چهار مساوی مربع مجموع شش که قسم مضروب فیه است و شش که نصف قسم آخر است می شود مثال دیگر چهارده را بدو قسم منقسم نمودم یکی شش و دیگر هشت و چهارده را در هشت ضرب کردم یکصد و دوازده شد بران عدد نه مربع نصف شش که قسم دویم است افزودم مجموع یک صد و بست و یک گردید و آن مربع یازده مجموع هشت که قسم مضروب فیه است و سه که نصف قسم آخر است می شود

* مسئلۀ رابعة و عشرون نسبت یک مربع بطرف مربع دیگر مثل نسبت جذر مربع اول بطرف جذر مربع ثانی است مثناة بالتکریر اعنی اگر در جذرین نسبت ثلث است پس در مجذورین آنها نسبت ثلث ثلث خواهد بود و مقصود از تکرار نسبت اضافة نسبت بر همان نسبت است چنانکه در سه و شش که نسبت نصف است و در نه و سی و شش که مربعین اند نسبت نصف النصف است و آن نسبت ربع است و همچنین نسبت یک دائره بطرف دائرۀ دیگر مثل نسبت قطر دایرۀ اول بطرف قطر دائرۀ ثانی است مثناة بالتکریر و نیز نسبت مسطحین متشابهین مثل نسبت ضلع

یک سطح بطرف ضلع سطح ثاني که نظیراوست مثناة بالتکریر مي باشد وبیان دائرتین ومسطحین متشابهین درباب مساحت کرده شود ان شاء الله تعالی

مسئلۀ خامسة وعشرون نسبت یک مکعب بطرف مکعب دیگر مثل نسبت ضلع اول مکعب اول بطرف ضلع اول مکعب ثاني است مثلثة بالتکریر وهمچنین نسبت یک کره بطرف کرۀ دیگر مثل نسبت قطر کرۀ اول بطرف قطر کرۀ ثاني است مثلثة بالتکریر مثلا در سه وشش که نسبت نصف است پس در بست وهفت که کعب سه و دوصد وشانزده که کعب شش است نسبت نصف نصف النصف است وآن نسبت ثمن است وهمچنین نسبت مال مال بطرف مال مال دیگر مثل نسبت ضلعین مربعة بالتکریر مي باشد هکذا در هر منازل مضلعات

* مسئلۀ سادسة وعشرون اگر خواهند که عدد برابد و قسم منقسم سازند بحیثیتیکه مسطح آن عدد في الاصغر مساوي مربع اعظم باشد وچنین تقسیم را تقسیم علی نسبت ذات وسط وطرفین گویند پس باید که بومربع عدد ربع آن مربع بیفزایند واز جذر حاصل الجمع نصف آن عدد ساقط کنند که باقي اعظم القسمین است مثلا اگر خواهند که عدد ده را علی نسبت ذات وسط وطرفین تقسیم نمایند برمربع ده که یک صد است ربع مربع را که بست وپنج باشد بیفزایند مجموع یک صد وبست وپنج شد وجذر تقریبي آن یازده صحیح ودوجزء ازیازده جزء گردید ازان پنج را که نصف ده است ساقط کنند باقي شش صحیح ودوجزء ازیازده جزء مقدار قسم اعظم است تقریبا وسه صحیح ونه جزء ازیازده جزء تقریبا مقدار قسم اصغراست وهرگاه ده را در قسم اصغر ضرب کنند حاصل سي وهشت صحیح ودوجزء ازیازده جزء خواهد بود وآن مربع مقدار قسم اعظم است تقریبا وباید دانست که هیچ عدد باین نسبت منقسم بقسمت تحقیقي نمیتواند شد الا تقریبي چراکه مجموع مربع وربع مربع مجذورنمي باشد بلکه اصم الجذر است که جذر آن تحقیقي نیست لهذا خاصۀ این قسمت است که قسمت تحقیقي نمي شود

* مسئلۀ سابعة وعشرون فرد اول که واحد است مکعب واحد است ومجموع فرد ثاني وفرد ثالث که سه وپنج است ومجموع آن هشت میشود مکعب دو است ومجموع فرد رابع وخامس وسادس که هفت ونه ویازده اند مکعب سه است ومجموع فرد سابع وثامن وتاسع وعاشر که سیزده وپانزده وهفده ونوزده اند مکعب چهار است پس فرد اول مکعب واحد

وبعد ازان مجموع دو فرد مکعب دو وبعد ازان مجموع سه فرد مکعب سه وبعد ازان مجموع چهار فرد مکعب چهار وبعد ازان مجموع پنج فرد مکعب پنج وعلی هذا القیاس خواهد بود

* مسئلة ثامنة وعشرون زوج الفرد فقط نه مربع واقع مي شود نه مکعب نه مال مال

* مسئلة تاسعة وعشرون هرگاه از مضروب ومضروب فیه وحاصل الضرب دو عدد مربع خواه مکعب خواه مال مال وغیر آن از جنس مضلعات واقع شوند پس سیوم نیز از همان جنس خواهد بود واگر احدي ازین هرسه مضلع نباشد پس باقیین هم مضلع نخواهند بود وهمچنین از مقسوم ومقسوم علیه وخارج القسمت اگر دو عدد مضلع از یک جنس واقع شود ثالث هم مضلع از همان جنس خواهد بود واگر احدي مضلع نباشد پس باقیین هم مضلع نخواهند بود مثلاً هرگاه نه را در چهار ضرب کنند سي وشش مي شود وهرسه مربع اند وهمچنین اگر بست وهفت را در چهار ضرب کنند چون هردو از یک جنس نیستند پس حاصل ضرب هم که یکصد وهشت است از جنس آنها نخواهد بود

* مسئلة ثلثون هرگاه از عددي احدي از اجزاء او مثل نصف خواه ثلث خواه ربع ساقط کنند وبر باقي احدي از اجزاء آن باقي که مخرج آن از مخرج اول کمتر بواحد باشد بیفزایند خواه برعکس کنند یعني احدي از اجزاء عدد بر عدد بیفزایند واز مجموع احدي از جزو او که مخرج آن از مخرج اول بواحد زیاده باشد نقصان سازند پس در هر دو صورت حاصل مثل آن عدد خواهد بود مثلاً از پانزده اگر ثلث آن که پنج است ساقط کردم باقي ده ماند بران نصف ده که مخرج آن از مخرج ثلث بواحد کم است افزودم باز پانزده شد وهمچنین از پانزده اگر خمس آنرا که سه است ساقط نمایم دوازده باقي میماند وهرگاه ربع دوازده بران بیفزایم باز پانزده میماند

* مسئلة حادیة وثلثون هرگاه از عددي اجزاء اورا بعدة معینة ساقط کنند وبر باقي جزء آن باقي را که مخرج ان از مخرج اول بعدة مذکوره کم باشد بهمان عدة بیفزایند وخواه برعکس کنند که بر عددي اجزاء اورا بعدة معینة بیفزایند واز حاصل الجمع جزء اورا که مخرج او از مخرج اول بعدة مذکوره زائد باشد ساقط کنند در هردو صورت همان عدد خواهد برآمد مثلاً از بست سه خمس اورا که دوازده است ساقط نمایم هشت باقي مي ماند وهرگاه بر باقي سه نصف آنرا که هم دوازده است بیفزایند بست میشود وهمچنین اگر بر بست

سه خمس اوبیفزایند مجموع سي و د ومیگردد وهرگاه ازوسه ثمن آن که دوازده است ساقط گردد باقي بست خواهد بود

* مسئلهٔ ثانیة وثلثون هرگاه ازعددي اجزاء اورا بعدتي که ازمخرج بواحد کم باشد ساقط کنند وباقي را درمخرج ضرب سازند حاصل همان عدد خواهد بود مثلاً ازپانزده چهار خمس اورا که دوازده است ساقط نمودم باقي سه ماند هرگاه آن رادرپنج که مخرج است ضرب کردم باز پانزده شد

* مسئلهٔ ثالثة وثلثون هرگاه ازعددي اجزاء اورابعدة معینه ساقط کنند وازواحدهم جزء واحدرا بهمان عدة ومخرج ساقط نمایند وباقي را برباقي واحد قسمت سازند خارج همان عددخواهد بود وبالعکس اگربرعدد وواحدا جزاء هرد وبعدة معینه بیفزایند ومجموع حاصل اول رابرحاصل ثاني قسمت سازند خارج همان عدد خواهد بود مثلاً ازدوازده سه ربع اوراساقط کردم سه باقي ماند وازواحدسه ربع ساقط نمودم یک ربع باقي ماند هرگاه سه را بریک ربع قسمت ساختم خارج دوازده شد واگربردوازده یک ربع آنراافزودم پانزده شدوبرواحدهم یک ربع افزودم واحدصحیح ویک ربع گردید هرگاه پانزده رابرواحدویک ربع قسمت ساختم نیزخارج دوازده شد

* مسئلهٔ رابعة وثلثون دراربعهٔ متناسبه اگرعکس نسبت کنندیعني مقدمین راتالیین وتالیین را مقدمین گردانند هم اربعهٔ متناسبه خواهد بود چون چهاروهشت وپنج وده اگرعکس کنند هشت وچهارو ده وپنج میشود نیزاربعهٔ متناسبه است

* مطلب چهارم دراستخراج عدد تام وزائد وناقص ومتحابین ومتعادلین *

* فصــــل اول دراستخراج عدد تامّ وآن عبارت است ازعددي که مجموع اجزاء اومساوي اوباشد چنانکه درمقدمة الکتاب مذکورشدوطریق استخراجش چنان است که ازسلسلهٔ تضاعیف اثنین که زوج الزوج است عددي رابگیرند بحیثیتیکه هرگاه ازوواحد کم کنند فرداول باقي ماند پس آن فرداول رادرنصف عدد مذکورضرب سازندحاصل عددتام است مثلاً چهار که ازتضاعیف اثنین است وهرگاه ازوواحد کم کردم سه باقي ماندوآن فرداول است سه را دردوکه نصف چهاراست ضرب نمودم شش شدوآن عددتام است چراکه نصف آن سه وثلث آن دووسدس آن یک است ومجموع همه شش وهمچنین ازهشت واحد کم کردم هفت

فرد اول است آنرا در چهار که نصف هشت است ضرب ساختم بست و هشت گردید آن عدد تام
است چرا که نصف او چهارده و ربع او هفت و سبع او چهار و چهاردهم او دو و بست و هشتم آن واحد
و مجموع بست و هشت میشود و از شانزده هم که از سلسلهٔ تضاعیف اثنین است اگر واحد کم کنند
چون فرد اول باقي نمي ماند لهذا صلاحیت عمل ندارد و محقق جلال الدین دواني براي
استخراج عدد تام خلاصه قاعدهٔ مذکوره در نظم آورده و آن این است   * بیت *
* چو باشد فرد اول ضعف زوج الزوج کم واحد * بوده مضروب ایشان تام ورنه ناقص و زائد *
از فرد اول و زوج الزوج حاصل هر دو عدد تام است و حاصل ضرب غیر هما یا ناقص یا زائد
* طریق دیگر جمع تضعیفات متوالیه از واحد بگیرند تا هرجا که حاصل جمع فرد اول یابند
آن فرد اول را در عدد تضعیف خانهٔ اخیر ضرب سازند حاصل عدد تام میشود مثلاً تضاعیف
واحد را تا خانهٔ پنجم جمع نمودم سي و یک شد و آن فرد اول است پس آنرا در شانزده که عدد
تضعیف خانهٔ پنجم است ضرب نمودم چهار صد و نود و شش که حاصل شد عدد تام است
* فصـــــل دویم در استخراج اعداد زائد و ناقص بدانکه اگر مجموع اجزاء عدد از آن کم باشد
آن عدد را ناقص گویند اعني اجزاء او ناقص اند و اگر زائد باشد آن عدد را زائد خوانند اعني
اجزاء او از آن عدد زائد اند و طریقش آنست که جمع تضعیفات متوالیه از واحد بگیرند و هرجا که
فرد اول حاصل شود پس اگر عدد خانهٔ تضعیف اخیر را در هر فرد اول که کمتر از عدد مجتمع
باشد ضرب سازند عدد زائد حاصل خواهد شد و اگر در هر فرد اول که زائد از مجتمع باشد ضرب نمایند
عدد ناقص خواهد گردید و قدر زیادت و نقصان بقدر فضل ما بین فرد اول و عدد مجتمع
خواهد بود مثلاً جمع تضعیفات تا خانهٔ سیوم نمودم هفت شد و آن فرد اول است پس عدد خانهٔ
اخیر را که چهار است اگر در سه که فرد اول و کمتر از مجتمع هفت است ضرب نمودم دوازده شد
و آن عدد زائد است چرا که مجموع اجزاء شانزده میشود و قدر زیادتي عدد چهار است که
مقدار تفاضل ما بین سه فرد اول بر هفت مجتمع است و همچنین اگر چهار را در پنج که فرد اول
و کمتر از مجتمع است ضرب کردم بست شد آن هم عدد زائد است چرا که مجموع اجزاء او بست و دو
میشود و قدر زیادت عدد دو است که تفاضل مقدار ما بین پنج فرد اول و هفت مجتمع است و اگر
چهار را در یازده که فرد اول است و زائد بر مجتمع است ضرب نمایم حاصل چهل و چهار میشود

عدد ناقص است چراکه مجموع اجزاء او چهل است وقدر نقصان که چهار است بمقدار تفاضل مابین یازده و هفت است واگر چهار را در سیزده ضرب کنم نیز پنجاه ودو عدد ناقص حاصل شود وقدر نقصان شش باشد که مقدار تفاضل است واگر چهار را در هفده ضرب سازم شصت وهشت عدد ناقص حاصل شود که قدر نقصان ده باشد که مقدار تفاضل است این فقیر میگوید که چون عدد صحیح یا تام است یا ناقص یا زائد پس بنای این قاعده برای استخراج جمیع اعداد زائده وناقصه نیست بلکه این قاعده برای استخراج اعداد زائده وناقصه که قدر زیادت ونقصان آن بدون جمع اجزاء آنها ازین قاعده معلوم میتوانند شد مقرر کرده اند واکثر اعداد زائده وناقصه اند که قدر زیادت ونقصان آنها بدون جمع معلوم نمیتوانند شد پس استخراج آنها ازین قاعده نمي شود ونیز این ضعیف میگوید که جمیع اعداد فرد ناقص مي باشند ونقصان فرد اول بمقدار عدد زوج است که بعد اسقاط واحد ازان باقي ماند وقدر نقصان افرادیکه مسطح فردین اولین باشند بقدر تفاضل او بر مجموع ضلعین او خواهند بود وقدر نقصان دیگر افراد بدون جمع معلوم نمیتوانند شد چراکه هر عدد فرد از سه حال خالي نیست یا فرد اول است یا مسطح دو فرد اول یا مسطح دو فرد مثلاً سه و پنج و هفت و یازده و سیزده و هفده و نوزده و بست و سه که افراد اول اند پس در آنها غیر از واحد هیچ جزء دیگر صحیح نیست ونه و پانزده و بست و یک که فرد اول نیستند از مسطح دو فرد حاصل شده اند اعني نه مسطح سه در سه است و پانزده مسطح پنج در سه است و بست و یک مسطح هفت در سه وعلی هذا القیاس پس مجموع اجزاء آنها همان مجموع مضروب ومضروب فیه که عبارت از ضلعین است خواهد بود واگر مسطح دو فرد است مثل چهل و پنج و هشتاد و یک پس قدر نقصان آن بجمع اجزاء معلوم خواهد شد چون عدد زوج هم از سه حال بیرون نیست یا زوج الزوج است یا زوج الفرد یا زوج الزوج والفرد پس میگوییم جمیع اعداد زوج الزوج ناقص اند ومقدار نقصان آنها واحد است واعداد زوج الفرد وزوج الزوج والفرد عدد تام هم میشود وزائد وناقص نیز و مضروبات عدد تام همیشه زائد مي باشد وقدر زیادت ونقصان آنها بدون جمع اجزاء معلوم نمیتواند شد الا هرجا که قاعدهٔ استخراج مذکور جاري گردد

* فائده خاصهٔ عدد ناقص این است که مخرج جزوی از اجزاء او عدد تام نباشد وخاصهٔ

عدد زائد این است که بر چهار عدد مختلف یا زیاده ازان قسمت یابد

* فصـــــل سیوم در استخراج عددین متحابیّن بدانکه اگر دو عدد مختلف باشند و مجموع اجزاء اقل مساوی عدد اعظم باشد و مجموع اجزاء اعظم مساوی اقل بود آنرا متحابیّن گویند ووجه تسمیهٔ ان ظاهر است پس یقین که عدد اقل عدد زائد خواهد بود و عدد اعظم عدد ناقص وطریق استخراج وی آنست که از تضعیفات اثنین عددی بگیرند که هرگاه آن را یکمرتبه در یک ونیم ضرب سازند ومرتبهٔ دیگر در سه ضرب کنند خواه یک مرتبه آن عدد را با عدد خانهٔ ما قبل او جمع سازند ومرتبهٔ دویم با ما بعد او جمع کنند واز هردو حاصل علی تقدیر ضرب خواه جمع واحد واحد کم کنند باقی فرد اول ماند ونیز هرگاه آن هردو فرد اول را باهم ضرب کرده حاصل را که فرد ثالث است باز بآن هردو فرد اول جمع سازند مجموع هم فرد اول گردد پس آن عدد را در فرد ثالث ضرب سازند حاصل عدد زائد ویکی از متحابیّن خواهد بود وباز در مجموع افراد که هم فرد اول است ضرب سازند حاصل عدد ناقص ودویم از متحابیّن خواهد برآمد مثلاً از تضعیفات اثنین چهار گرفتم ویک مرتبه آن را در یک ونیم ضرب کردم خواه با عدد خانهٔ ما قبل او که دو است جمع نمودم شش شد ومرتبهٔ دویم آنرا در سه ضرب ساختم خواه با عدد خانهٔ ما بعد که هشت است جمع نمودم دوازده گردید واز هردو حاصل واحد کم کردم در اول پنج ودر ثانی یازده که هردو فرد اول اند باقی ماند آنها را باهم ضرب نمودم پنجاه وپنج فرد ثالث شد وآن هرسه را جمع ساختم هفتاد ویک گردید وآن هم فرد اول است پس چهار را در پنجاه وپنج که فرد ثالث است ضرب کردم دوصد وبست شد وآن عدد زائد ویکی از متحابیّن است وباز چهار را در هفتاد ویک که مجموع است ضرب نمودم دوصد وهشتاد وچهار گردید واین عدد ناقص ودویم از متحابیّن است چرا که اجزاء عدد زائد یکصد وده نصف آن عدد است وپنجاه وپنج ربع آن عدد است وچهل وچهار خمس وبست ودو عشر وبست یازدهم ویازده بستم وده بست ودویم وپنج چهل وچهارم وچهار پنجاه وپنجم ودو یکصد ودهم ویک دوصد وبستم ومجموع اینها دوبست وهشتاد وچهار است واین عدد ناقص از متحابین است واجزاء این عدد ناقص نصف که یکصد وچهل ودو است وربع هفتاد ویک وهفتاد ویکم چهار ویک صد ودوم دو ودوصد وهشتاد وچهارم واحد ومجموع آن دوصد وبست میشود که عدد زائد است

* طریق دویم از تضعیفات اثنین که اعداد زوج الزوج اند عددی را بگیرند که اگر از و واحد کم نمایند باقی فرد اول ماند و این اصل اول است و باز از ان باقی اگر ربع آن زوج الزوج ساقط کنند باز ثانی هم فرد اول باشد و این اصل ثانی است و اگر نصف آن زوج الزوج بر باقی اول بیفزایند حاصل جمع هم فرد اوّل گردد و این اصل ثالث است و چون این زوج الزوج را در مثل خودش بزیادت ثمن وی ضرب سازند و واحدی نقصان کنند هم فرد اول ماند و این اصل چهارم است پس چهار فرد اول حاصل شدند چون اصل ثانی را در فرد اول و اصل ثالث ضرب کرده حاصل الضرب را در نصف زوج الزوج ضرب سازند حاصل ضرب یکی از متحابین خواهد بود و اگر فرد اول و اصل رابع را در نصف زوج الزوج ضرب کنند حاصل عدد دویم از متحابین خواهد بود مثلاً هشت را از تضعیفات اثنین گرفتم و واحدی ازو کم کردم هفت ماند و آن فرد اول و اصل اول است و هرگاه ازان دو را که ربع عدد ماخوذ است ساقط کردم پنج باقی ماند و این فرد اول و اصل دویم است و نصف زوج الزوج بر اصل اول افزودم یازده شد و آن فرد اول و اصل سیوم و عدد ماخوذ را که هشت است در مثل او بزیادت ثمن وی که نه میشود ضرب کردم هفتاد و دو شد یکی را ازو ساقط نمودم هفتاد و یک ماند و این فرد اول و اصل چهارم است پس اصل دویم را که پنج است در یازده که اصل سیوم است ضرب نمودم و حاصل را که پنجاه و پنج بود در نصف ماخوذ که چهار است ضرب ساختم دوصد و بست گردید و آن یکی از متحابین است و هفتاد و یک را که اصل چهارم بود در نصف عدد ماخوذ که چهار است ضرب نمودم حاصل دوصد و هشتاد و چهار گردید و آن عدد دویم از متحابین است بدانکه قاعدهٔ اول اسهل است لکن این هم خالی از فائده نیست لهذا ایراد کرده شد مثال دیگر بقاعدهٔ اولی از تضعیفات اثنین شانزده را گرفتم و آنرا در یک و نیم ضرب کردم و از بست و چهار واحد کم نمودم بست و سه فرد اول ماند و باز شانزده را در سه ضرب ساخته و از چهل و هشت واحد کم کردم چهل و هفت هم فرد اول ماند هر دو را با هم ضرب ساختم یکهزار و هشتاد و یک فرد ثالث شد هر سه را جمع نمودم یک هزار و یکصد و پنجاه و یک گردید که هم فرد اول است پس شانزده را در یک هزار و هشتاد و یک ضرب نمودم هفده هزار و دوصد و نود و شش شد و آن عدد زائد و یکی از متحابین است باز شانزده را در یکهزار و یکصد و پنجاه و یک ضرب ساختم هجده هزار و چهارصد و شانزده شد و آن عدد ناقص

ودویم از متحابین است چراکه مجموع اجزاء عدد زائد مساوي ناقص اند ومجموع اجزاء ناقص مساوي زائد بدین صورت

۱۷۲۹۶

اجزاي این

نصف	۸۶۴۸
ربع	۴۳۲۴
ثمن	۲۱۶۲
شانزدهم	۱۰۸۱
چهل وهفتم	۳۶۸
بست وسیوم	۷۵۲
نودوچهارم	۱۸۴
یکصد وهشتاد وهشتم	۹۲
سه صد وهفتاد وششم	۴۶
	۳۷۶
	۱۸۸
	۹۴
	۲۳
	۴۷
	۱۶
	۸
	۴
	۲
	۱

جمع باجزاي خود وعدد زائد است ۱۸۴۱۶

۱۸۴۱۶

اجزاي این

نصف	۹۲۰۸
ربع	۴۶۰۴
ثمن	۲۳۰۲
شانزدهم	۱۱۵۱
	۱۶۲۹
	۸
	۴
	۲
	۱

جمع باجزاي خود وعدد ناقص ۱۷۲۹۶ است

* فصــــل چهارم در استخراج اعداد متعادلین بدانکه هردو عدد مختلف که متحد الاجزاء باشند آن را متعادلین خوانند اعني مجموع اجزاء یکي بعینه مجموع اجزاء دیگري باشد وطریق استخراج وي آنست که از تضعیفات اثنین عددي را بگیرند که اگر آن را یک مرتبه بدو قسم منقسم سازند که هر قسم آن فرد اول باشد ومرتبهٔ دیگر هم بدو قسم منقسم نمایند که هر قسم فرد اول شود پس قسمین اولین را باهم ضرب سازند یکي از متعادلین حاصل شود وقسمین آخرین را باهم ضرب کنند دویم از متعادلین حاصل گردد مثلاً شانزده را از تضعیفات اثنین گرفتم ومرة دو قسم کردم یکي سه ودویم سیزده که هردو فرد اول اند ومرة اخرى باز دو قسم نمودم یکي پنج ودویم یازده واین هردو هم فرد اول اند پس سه را در سیزده که قسمین اولین اند ضرب

نمودم سي ونه يكي ازمتعادلين شد وپنج را دريازده كه قسمين آخرين اند ضرب ساختم پنجاه وپنج گرديد واين دويم ازمتعادلين است چرا كه مجموع اجزاء هر دو هفده است وبايد دانست كه اعداد متعادلين صرف اعداد فرد مي باشند كه از مسطح فردين اولين حاصل شوند ومجموع الضلعين هر دو متعادلين مساوي خواهد بود

* مطلب پنجم در بيان نسبتها *

* بدانكه نسبت معتبره ده اند اول نسبت عددي است كه تفاضل بين الاعداد بقدر عدد معين باشد مثل تفاضل واحد واحد خواه اثنين اثنين خواه سه سه خواه چهار چهار دويم نسبت هندسي است كه نسبت نصف خواه ثلث خواه نسبت ربع باشد چنانكه در اربعهٔ متناسبه وتضعيفات وغيرآن سيوم نسبت تاليفيه وآن نسبتي است كه درميان سه عدد نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت اعظم بطرف اصغر بود چنانچه در شش وهشت ودوازده كه نسبت تفاضل اعظمين اعني هشت ودوازده كه چهار است بطرف تفاضل اصغرين اعني شش وهشت كه دواست مثل نسبت دوازده بطرف شش است وازخواص اوست كه حاصل الضرب مجموع الطرفين في الوسط مساوي ضعف حاصل الضرب اصغر في الاعظم باشد چنانكه درمثال مذكور مجموع الطرفين كه هجده است هرگاه آن را در هشت ضرب كردم يك صد وچهل وچهار شد وآن مساوي ضعف هفتاد ودواست كه مسطح دوازده وشش است وهر عدد فرد درميان عدد عدهٔ خود ومضروب خودش در ان عدهٔ وسط نسبت تاليفي مي باشد چنانكه سه كه عدهٔ او دواست اعني فرد دويم است ومضروب او در ان عدهٔ شش پس سه در وسط دو وشش از روي نسبت تاليفي است ۲ و۳ و۶ اعني نسبت تفاضل اعظمين كه سه است بطرف تفاضل اصغرين كه واحد است مثل نسبت شش بطرف دو است وهمچنين پنج چون عدهٔ او سه است اعني فرد سيوم است لهذا وسط درميان سه وپانزده واقع ميشود ۳ و۵ و۱۵ وهفت كه عدهٔ او چهار است اعني فرد چهارم است لهذا درميان چهار وبست وهشت وسط واقع مي شود ۴ و۷ و۲۸ وهر فردي كه براي او ثلث باشد پس آن فرد درميان دو ثلث خود وضعف خود وسط واقع ميشود مثل نه كه درميان شش وهجده است ۶ و۹ و۱۸ چهارم نسبت متضاده وآن درميان سه عدد است كه نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت

اصغر بطرف اعظم باشد چنانکه دوازده وهفده وبست که نسبت تفاضل اعظمين اعني بست وهفده که سه است بطرف تفاضل اصغرين اعني هفده ودوازده که پنج است مثل نسبت دوازده بطرف بست است که نسبت سه خمس باشد پنجم درميان سه اعداد که نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت اصغر بطرف اوسط باشد چنانکه دو وچهار وپنج که نسبت تفاضل اعظمين اعني پنج وچهار که واحد است بطرف تفاضل اصغرين اعني چهار ودو که دو است مثل نسبت دو بطرف چهار است که نسبت نصف است وهمچنين شش ونه ودوازده که نسبت تفاضل اعظمين که دو است بطرف تفاضل اصغرين که سه است مثل نسبت شش بطرف نه است ششم درميان سه اعداد که نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت اوسط بطرف اعظم باشد چنانکه واحد وچهار وشش که نسبت تفاضل اعظمين که دو است بطرف تفاضل اصغرين که سه است مثل نسبت اوسط بطرف اعظم است وآن نسبت دو ثلث است هفتم درميان سه اعداد نسبت تفاضل طرفين اعني اعظم واصغر بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت اعظم بطرف اصغر باشد چنانکه شش وهشت ونه که نسبت تفاضل طرفين که سه است بطرف تفاضل اصغرين که دو است مثل نسبت نه بطرف شش است هشتم درميان سه اعداد که نسبت تفاضل طرفين بطرف تفاضل اعظمين مثل نسبت اعظم بطرف اصغر باشد چنانکه شش وهفت ونه که نسبت تفاضل طرفين که سه است بطرف تفاضل اعظمين که دو است مثل نسبت نه بطرف شش است نهم درميان سه اعداد نسبت تفاضل طرفين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت اوسط بطرف اصغر باشد چنانکه چهار وشش وهفت که نسبت تفاضل طرفين که سه است بطرف تفاضل اصغرين که دو است مثل نسبت شش بطرف چهار است دهم درميان سه اعداد نسبت تفاضل طرفين بطرف تفاضل اعظمين مثل نسبت اوسط بطرف اصغر باشد چنانکه سه وپنج وهشت که نسبت تفاضل طرفين که پنج است بطرف تفاضل اعظمين که سه است مثل نسبت پنج بطرف سه است كما صرّحنا انا

* بيان فوائد متعلقة بهذا المطلب *

* بيان اول در فوائد نسبت تاليفيه بدانکه هرگاه دانستي که در تاليفيه نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت اعظم بطرف اصغر مي باشد واين اربعة متناسبة باشد چنانکه در ۱۲ و۱۶ و۲۴ که سه عدد اند وتفاضل اعظمين هشت است وتفاضل اصغرين چهار

پس نسبت هشت بطرف چهار مثل نسبت بست وچهار بطرف دوازده است واین
اربعهٔ متناسبهٔ اول است وهرگاه این را بموجب مسئلهٔ رابعهٔ من مطلب ثالث ابدال نسبت کرده شود
اربعهٔ متناسبهٔ دویم گردد اعني نسبت هشت بطرف بست وچهار مثل نسبت چهار بطرف دوازده
است وهرگاه این را بموجب مسئلهٔ خامسهٔ مطلب مذکور مرکب کنم اربعهٔ متناسبهٔ سیوم شود
اعني نسبت سي ودو بطرف بست وچهار مثل نسبت شانزده بطرف دوازده است واگر اربعهٔ متناسبهٔ
دویم رابموجب مسئلهٔ رابعه وثلثون مطلب مذکور عکس نموده مقدم را تالي کرده مرکب سازم
اربعهٔ متناسبهٔ چهارم باشد اعني نسبت سي ودو بطرف هشت مثل نسبت شانزده بطرف چهار است
واگر اربعهٔ متناسبهٔ اول رامرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ پنجم گردد اعني نسبت دوازده که مجموع الفضلین
است بطرف چهار که فضل الاصغر است مثل نسبت سي وشش که مجموع الطرفین است بطرف
دوازده است ونیز گوییم هرگاه اعظم از فضل اعظمین بقدر اوسط زائد است پس اصغر هم از فضل
اصغرین زائد خواهد بود پس بموجب مسئلهٔ سابعهٔ مطلب مذکور از روي عکس وقلب
اربعهٔ متناسبهٔ دویم نسبت اعظم بطرف اوسط مثل نسبت اصغر بطرف فضل او علي فضل الاصغرین
است اعني نسبت بست وچهار بطرف شانزده مثل نسبت دوازده بطرف هشت است که
فضل دوازده برچهار است واین اربعهٔ متناسبهٔ ششم شد واین را اگر ابدال نموده عکس سازم
اربعهٔ متناسبهٔ هفتم گردد اعني نسبت دوازده بطرف بست وچهار مثل نسبت هشت که فضل
الاصغر علي فضل الاصغرین است بطرف شانزده واگر این را مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ هشتم
شود اعني نسبت سي وشش بطرف بست وچهار مثل نسبت بست وچهار که مجموع فضل اصغر
علي فضل الاصغرین واوسط است بطرف شانزده که اوسط است ودرین صورت چون اوسط
مساوي مجموع اصغر وفضل الاصغرین است پس ثالث اربعهٔ متناسبهٔ هذا ضعف الاصغر شد
وگویا نسبت مجموع الطرفین اعني اعظم واصغر بطرف اعظم مثل نسبت ضعف الاصغر بطرف
اوسط شد وهرگاه اربعهٔ متناسبهٔ دویم را عکس نموده بموجب مسئلهٔ سادسهٔ مطلب مذکور
فضل النسبة کنم اربعهٔ متناسبهٔ نهم شود اعني نسبت شانزده که فضل اعظم علي فضل الاعظمین
وفي الحقیقة عدد اوسط است بطرف هشت که فضل الاعظمین است مثل نسبت هشت که فضل
الاصغر علي فضل الاصغرین است بطرف چهار که فضل الاصغرین است پس حالا میگوییم

که بموجب اربعهٔ متناسبهٔ سیوم مسطح اعظم فی الاوسط مساوی مسطح اصغر فی مجموع اعظم وفضل الاعظمین است پس اگر مسطح اعظم فی الاوسط را برمجموع اعظم وفضل الاعظمین قسمت کنند خارج اصغر خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ چهارم مسطح اوسط فی فضل الاعظمین مساوی مسطح مجموع الاعظم وفضل الاعظمین فی فضل الاصغرین است پس اگر مسطح اوسط فی فضل الاعظمین رابرمجموع الاعظم وفضل الاعظمین قسمت کنند خارج فضل الاصغرین خواهد بود وهرگاه آنرا از اوسط ساقط کنند باقی اصغر میماند وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ پنجم مسطح اصغر فی فضل الاعظم علی الاصغر مساوی مسطح مجموع الطرفین فی فضل الاصغرین میشود پس اگر مسطح اصغر فی فضل الاعظم علی الاصغر را برمجموع الطرفین قسمت نمایند خارج فضل الاصغرین خواهد بود وهرگاه آن را براصغر بیفزایند اوسط حاصل میشود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ ششم چون اول آن مجموع اعظم واصغر وثانی آن عدد اعظم است وثالث آن ضعف الاصغر ورابع اوسط است پس اگر مسطح الوسطین اعنی ضعف مسطح اعظم فی الاصغر را برمجموع اعظم واصغر قسمت نمایند خارج اوسط خواهد بود ونیز اگر مسطح اعظم فی الاصغر را برنصف مجموع اعظم واصغر قسمت سازند خارج اوسط خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ ششم وهفتم مسطح اوسط فی الاصغر مساوی مسطح اعظم فی فضل الاصغر علی فضل الاصغرین خواهد بود پس اگر مسطح اوسط واصغر را برفضل الاصغر علی فضل الاصغرین قسمت نمایند خارج اعظم خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ نهم مسطح اوسط فی فضل الاصغرین مساوی مسطح فضل الاعظمین فی فضل الاصغر علی فضل الاصغرین است پس اگر مسطح اوسط فی فضل الاصغرین را برفضل الاصغر علی فضل الاصغرین قسمت نمایند خارج فضل الاعظمین خواهد بود وآن را هرگاه براوسط بیفزایند اعظم حاصل شود فافهم

* بیان دویم در فوائد نسبت متضادّه بدانکه این ضعیف میگوید که در نسبت متضادّه مسطح اصغر فی فضل الاصغرین معه مربع فضل ما بین الاصغر ونصف اوسط مساوی مربع نصف الاوسط است چراکه فی الحقیقت اوسط مجموع اصغر وفضل الاصغرین است که گویا اوسط بدو قسم مختلف منقسم گردیده وبموجب مسئلهٔ ثانیه وعشرون مطلب مذکور مربع نصف عدد مساوی مجموع مسطح قسمین آن عدد ومربع فضل بین النصف والقسم است وچون

بموجب اربعهٔ متناسبه که از نسبت فضل اعظمین بطرف فضل اصغرین مثل نسبت اصغر بطرف اعظم حاصل شده مسطح اعظم في فضل الاعظمین مساوي مسطح اصغر في فضل الاصغرین اعني مسطح قسمین اوسط است پس هرگاه از مربع نصف اوسط مسطح اعظم في فضل الاعظمین را که في الحقیقت مسطح قسمین اوسط است ساقط کنند باقي مربع فضل بین النصف و القسم اوسط خواهد بود و هرگاه جذر آنرا که فضل بین النصف والقسم است یک مرتبه بر نصف اوسط بیفزایند و مرتبهٔ دویم ساقط کنند خارج قسمین مذکورین که یکي ازان اصغر و دویم فضل الاصغرین است خواهد بود و صاحب عیون الحساب براي استخراج عدد اصغر صرف این قاعده بیان کرده که اعظم را اگر در فضل الاعظمین ضرب کرده حاصل را از مربع نصف اوسط ساقط کنند و جذر باقي را بر نصف اوسط بیفزایند خواه ساقط کنند که هر دو حاصل صلاحیت عدد اصغر بودن دارند و بناي استخراج آنرا بر جبر و مقابله نهاده است مثالش ۲۰ و ۱۷ و ۱۲ این سه عدد اند که نسبت تفاضل اعظمین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اصغر بطرف اعظم است پس مسطح بست که اعظم است في فضل الاعظمین که سه است شصت میشود آن را از مربع نصف الاوسط که هفتاد و دو صحیح و یکربع است ساقط کنند باقي دوازده صحیح و یک ربع مي باشد و جذر آن سه صحیح و یک نصف است و هرگاه آنرا بر نصف اوسط که هشت صحیح و یک نصف است بیفزایند دوازده میشود و اگر ساقط کنند باقي پنج میماند و هر دو عدد اصغر میتواند بود اعني اگر دوازده عدد اصغر باشد پس فضل الاصغرین پنج خواهد بود و اگر پنج عدد اصغر باشد دوازده فضل الاصغرین خواهد شد و از روي برهان که این ضعیف بیان نمود نیز این معني ثابت میشود چراکه اربعهٔ متناسبهٔ اول از روي نسبت بدین صورت شد ۳ و ۵ و ۱۲ و ۲۰ پس مسطح الطرفین اعني مسطح اعظم في فضل الاعظمین مساوي مسطح الوسطین اعني مسطح اصغر في فضل الاصغرین که في الحقیقة هر دو قسمین اوسط اند خواهد بود پس قاعدهٔ مرقوم را جاري ساختم که اصغر حاصل شد و نیز هرگاه این اربعهٔ متناسبه را مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ دویم شود اعني نسبت هشت که مجموع تفاضل اعظمین و تفاضل اصغرین است که آن في الحقیقت تفاضل اعظم بر اصغر است بطرف پنج که تفاضل اصغرین است مثل نسبت سي و دو که مجموع اعظم و اصغر است بطرف بست که اعظم است خواهد بود و اگر اربعهٔ متناسبهٔ اول را عکس نموده مرکب سازند اربعهٔ متناسبهٔ سیوم

شود اعني نسبت هشت که مجموع تفاضلين است بطرف سه که تفاضل اعظم است مثل نسبت سي ودو بطرف دوازده خواهد بود وچون بموجب اربعهٔ متناسبهٔ دويم مسطح مجموع تفاضلين که في الحقيقت تفاضل اعظم علی الاصغر است در اعظم مساوي مسطح مجموع اعظم واصغر في فضل الاصغرين خواهد بود پس اگر تفاضل اعظم علی الاصغر را در اعظم ضرب نموده بر مجموع اعظم واصغر قسمت کنند فضل الاصغرين خارج خواهد شد وآن را بر اصغر بيفزايند عدد اوسط خواهد بر آمد چون بموجب اربعهٔ متناسبهٔ سيوم مسطح مجموع تفاضلين في الاصغر مساوي مسطح مجموع اعظم واصغر في فضل الاعظمين است پس اگر تفاضل اعظم علی الاصغر را که في الحقيقت مجموع التفاضلين است در اصغر ضرب کرده بر مجموع اعظم واصغر قسمت سازند خارج تفاضل الاعظمين خواهد بود آن را از اعظم ساقط کنند باقي عدد اوسط خواهد بود ونيز اين ضعيف ميگويد که چون اعظم مجموع اوسط وتفاضل اعظمين است وبموجب مسئلهٔ ثالثه وعشرون من مطلب ثالث من هذا الباب مسطح هر عدد في احد قسميه مع مربع نصف قسم آخر مساوي مربع مجموع قسم مضروب فيه ونصف قسم آخر مي شود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ اول مسطح اصغر في تفاضل الاصغرين مساوي مسطح اعظم في تفاضل الاعظمين است پس هرگاه مسطح اصغر في تفاضل الاصغرين را که في الحقيقت مسطح اعظم في احد قسميه است بر مربع نصف اوسط که در حقيقت مربع نصف قسم آخر اعظم است بيفزايند جذر مجموع مساوي مجموع تفاضل اعظمين که قسم مضروب فيه ونصف اوسط که نصف قسم الآخر خواهد بود وهرگاه بر ان نصف اوسط را بيفزايند اعظم خواهد بر آمد وصاحب عيون الحساب

اين را از جبر ومقابله بيان نموده

* بيان سيوم در فوائد نسبة خاصه که درميان سه اعداد نسبة اوسط بطرف اصغر مثل نسبت فضل الاصغرين بطرف فضل الاعظمين باشد چنانکه ٧٩ و٦٤ و٤٠ پس اربعهٔ متناسبهٔ اول شد بدين صورت ٦٤ و٤٠ و٢٤ و١٥ پس اگر مسطح الطرفين را از مربع نصف اوسط ساقط کرده جذر باقي را بر نصف اوسط بيفزايند خواه نقصان کنند هردو حاصل صلاحيت عدد اصغر دارد برهان آن مثل برهان نسبت متضاده است چنانکه در مثال مذکور مسطح الطرفين را که نهصد وشصت است از مربع نصف اوسط که يک هزار وبست وچهار ميشود ساقط نمودم باقي شصت وچهار ماند

وجذر آن هشت است هرگاه آنرا برسي ودو که نصف اوسط است افزودم چهل شد و هرگاه ساقط کردم بست وچهار باقي ماند و هر دو صلاحيت عدد اصغر بودن دارند واگر مربع نصف فصل اعظم علي اصغر را بر مربع اصغر بيفزايند وجذر آن مجموع را بر نصف فصل مذکور زياده کنند حاصل عدد اوسط شود واگر مسطح الاوسطين را اعني مسطح اصغر في فصل الاصغرين را برا وسط قسمت کنند خارج فصل اعظم علي الاوسط خواهد بود پس آنرا برا وسط بيفزايند که حاصل اعظم شود

* بيان چهارم در فوائد نسبة سادسه که درميان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اوسط مثل نسبت فصل الاصغرين بطرف فصل الاعظمين باشد چنانکه ۱۲ و ۸ و ۲ و اربعهٔ متناسبه اول شد بدينصورت ۱۲ و ۸ و ۶ و ۴ پس اگر مسطح الطرفين اعني مسطح اعظم في فصل الاعظمين را بر اوسط قسمت کنند خارج فصل الاصغرين خواهد بود وهرگاه آنرا از اوسط ساقط سازند باقي اصغر است چنانکه درمثال مذکور دوازده را در چهار ضرب کردم و چهل و هشت را که حاصل ضرب است بر هشت که اوسط است قسمت نمودم خارج شش گرديد آنرا از هشت ساقط نمودم باقي دو که اصغر است برآمد واگر مربع نصف فصل اعظم علي الاصغر را بر مربع اعظم بيفزايند واز جذر مجموع نصف فصل را ساقط کنند باقي اوسط خواهد بود چنانکه درمثال مذکور نصف فصل اعظم علي الاصغر را که پنج است مربع کرده بست وپنج را بريک صد و چهل و چهار که مربع اعظم بود افزودم يک صد و شصت و نه گرديد وجذر آن سيزده است هرگاه از ان نصف فصل را که پنج بود ساقط کردم باقي هشت ماند که اوسط است واگر اوسط را در فصل الاصغرين ضرب سازند ومربع نصف اوسط بران بيفزايند وباز جذر مجتمع را بر نصف اوسط زياده سازند حاصل اعظم خواهد بود چنانکه درمثال مذکور اوسط را که هشت بود در شش که فصل الاصغرين است ضرب نمودم وبر چهل و هشت که حاصل الضرب است شانزده که مربع نصف الاوسط بود افزودم شصت وچهار گرديد وجذر آن هشت است آنرا بر نصف اوسط که چهار بود افزودم دوازده شد وآن اعظم است

* بيان پنجم در فوائد نسبت سابعه که درميان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اصغر مثل نسبت تفاضل اعظم علي الاصغر الي تفاضل الاصغرين باشد چنانکه ۹ و ۵ و ۳ و اربعه متناسبهٔ اول شد بدينصورت ۹ و ۳ و ۶ و ۲ پس اگر مسطح اعظم في الاوسط را از مربع اعظم ساقط نموده جذر باقي را از اعظم ساقط سازند اصغر خواهد بود چنانکه درمثال مذکور نه را که اعظم است در پنج که اوسط است

ضرب نموده حاصل را که چهل و پنج است از هشتاد و یک که مربع اعظم است ساقط نمودم باقی سی و شش ماند و جذر ان شش است آنرا از نه ساقط نمودم سه باقی ماند و ان اصغر است و اگر اصغر را در تفاضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده بر اعظم قسمت کنند خارج فضل الاصغرین خواهد بود و هرگاه آنرا بر اصغر بیفزایند اوسط حاصل خواهد بود چنانکه در مثال مذکور سه را که اصغر بود در شش که تفاضل اعظم علی الاصغر است ضرب نمودم حاصل هجده شد آنرا بر نه که اعظم بود قسمت نمودم خارج دو گردید و هرگاه آنرا بر سه که اصغر بود افزودم حاصل پنج شد و آن اوسط است و اگر از اصغر فضل الاصغرین را ساقط کرده و مربع اصغر را بر باقی قسمت سازند خارج اعظم خواهد بود چنانکه در مثال مذکور دو که فضل الاصغرین است از سه که اصغر است ساقط نمودم باقی واحد ماند و بر ان مربع سه را قسمت ساختم خارج نه شد و آن عدد اعظم است

* بیان ششم در فوائد نسبت ثامنه که در میان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اصغر مثل نسبت تفاضل اعظم علی الاصغر بطرف تفاضل الاعظمین باشد چنانکه ۹ و ۷ و ۳ و اربعه متناسبهٔ اول شد بدینصورت ۹ و ۳ و ۶ و ۲ پس اگر اعظم را در فضل الاعظمین ضرب کرده از مربع نصف اعظم ساقط کنند و جذر باقی را بر نصف الاعظم بیفزایند یا ساقط کنند اصغر حاصل خواهد بود چنانکه در مثال مذکور نه را که اعظم است در دو ضرب کرده و هجده را از بست صحیح و یک ربع که مربع نصف اعظم است ساقط نمودم باقی دو صحیح و یک ربع ماند و جذر آن یک صحیح و یک نصف است آنرا از چهار و نیم که نصف اعظم است ساقط کردم باقی سه ماند و اگر زیاده کنم شش می شود ان هم صلاحیت اصغر بودن دارد و اگر در اربعه متناسبهٔ مذکوره مسطح الوسطین اعنی اصغر را در فضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده بر اعظم قسمت سازند خارج فضل اعظم علی الاوسط خواهد بود و هرگاه آنرا از اعظم ساقط نمایند باقی اوسط میماند چنانکه در مثال مذکور سه را که اصغر بود در شش که فضل اعظم علی الاصغر است ضرب نمودم و هجده را بر اعظم قسمت ساختم خارج دو شد و آنرا از اعظم ساقط نمودم باقی هفت ماند و آن اوسط است و نیز اگر اصغر را در فضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده حاصل را از مربع اعظم ساقط کنند و باقی را بر اعظم قسمت نمایند خارج اوسط خواهد بود چنانکه در مثال مذکور هجده را که حاصل ضرب است از هشتاد و یک که مربع اعظم است ساقط نمودم و شصت و سه را بر نه قسمت کردم خارج هفت بر آمد و آن اوسط است و اگر مربع اصغر را از مربع هفت مجموع اوسط و اصغر

ساقط کنند وجذر باقي را بر نصف مذکور بیفزایند حاصل اعظم خواهد بود چنانکه در مثال مذکور مربع اصغر را که نه است از بست وپنج که مربع نصف مجموع اوسط واصغر است ساقط کردم باقي شانزده ماند وجذر را وچهار است آنرا بر نصف المجموع که پنج بود افزودم نه شد وان اعظم است

* بیان هفتم در فوائد نسبة تاسعة که در سه اعداد نسبت اوسط بطرف اصغر مثل نسبت فضل اعظم علی الاصغر بطرف تفاضل الاصغرین باشد چنانکه ۷ و ۶ و ۴ و اربعه متناسبهٔ اول بدینصورت شد ۶ و ۴ و ۳ و ۲ پس اگر مربع اوسط را از مربع نصف مجموع اوسط واعظم ساقط نموده جذر باقي را از نصف مذکور نقصان نمایند که حاصل اصغر خواهد بود چنانکه در مثال مذکور سي وشش را که مربع اوسط است از چهل ودو صحیح ویک ربع که مربع شش صحیح ویک نصف است که نصف المجموع اوسط واعظم بود ساقط نمودم باقي شش صحیح ویک ربع ماند وجذر ان دو صحیح ویک نصف است هرگاه آنرا از شش صحیح ویک نصف ساقط نمودم چهار باقي ماند وآن اصغر است واگر مربع نصف الاصغر را بر حاصل الضرب اصغر في فضل الاعظم علی الاصغر زیاده کرده جذر مجموع را بر نصف الاصغر بیفزایم حاصل اوسط خواهد بود چنانکه در مثال مذکور چهار را که مربع نصف الاصغر است برد وازده که حاصل ضرب اصغر في فضل اعظم علی الاصغر است افزودم شانزده شد وجذر آن بر نصف اصغر افزودم شش گردید وآن اوسط است واگر مسطح اوسط في فضل الاصغرین را بر اصغر قسمت کنند خارج فضل اعظم بر اصغر خواهد شد وهرگاه آنرا بر اصغر بیفزایند اعظم حاصل مي شود چنانکه در مثال مذکور شش را که اوسط است در دو که فضل الاصغرین است ضرب نموده حاصل را که دوازده است بر چهار که اصغر است قسمت نمودم خارج سه گردید وهرگاه بر چهار را افزودم هفت شد وآن اعظم است

* بیان هشتم در فوائد نسبت عاشره که در میان سه اعداد نسبت اوسط بطرف اصغر مثل نسبت فضل اعظم علی الاصغر بطرف فضل الاعظمین باشد چنانکه ۸ و ۵ و ۳ و اربعه متناسبهٔ آن بدینصورت است ۵ و ۳ و ۵ و ۳ و درین نسبت همیشه اعظم مساوي مجموع اوسط واصغر مي باشد پس هرگاه اوسط را از اعظم ساقط کنند باقي اصغر بر آید واگر اصغر را ساقط کنند اوسط باقي ماند واوسط واصغر را جمع کنند اعظم شود

* باب چهارم در طریق حساب اهل تنجیم ودران یک مقدمه وچند مطلب است *

* مقدمه باید دانست که اهل تنجیم بجاي عدد حروف تهجي را بحساب جمل مینویسند

وآن ابجد هوز حطي کلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ است وحروف تسعه از الف که براي واحداست تا ط که براي نه است آحاد مقرر کرده وحروف تسعه از یا که براي ده است تا ص که براي نود است عشرات مقرر ساخته اند وحروف تسعه از قاف که براي صد است تا ظ که براي نه صد است مئات قرار داده اند وغین معجمه را براي هزار مقرر نموده اند وبراي اعداد مرکبه این حروف بست وهشت را باهم ترکیب میدهند وعشرات را بر آحاد ومئات را بر عشرات والوف را بر مئات مقدم مي کنند پس یازده را بدینصورت یا نویسند وبست وچهار را بدینصورت کد وچهل وپنج را بدینصورت مه ویکصد وسي ودو بدینصورت قلب ودو هزار بدین صورت بغ ودو هزار وشش صد وچهارده بدینصورت بغخید وصد هزار را عني لکهه را بدینصورت قغ وهکذا ونیز باید دانست که جیم را بلا دامن مینویسند وآنرا ابتر گویند بدینصورت ج وهمچنین عـ صـ ضـ قـ را ابتر مي نویسند ودال را بصورت همزه نویسند هکذا ء وها را مدور نویسند هکذا ه ونقطه باء موحده وجیم وزاي معجمه وياي تحتاني را نمي نویسند وباقي حروف چنانکه متعارف است منقوط وغیر منقوط مینگارند ویاي تحتاني را معکوس مي نگارند هکذا ے وبعضي براي امتیاز راي مهمله بالاي زاء معجمه علامت هفت مي نهند هکذا ز وکاف را بدینصورت نویسند ک ونون را بدینصورت ں وصفر را بدینصورت ہ ونیز باید دانست که اهل تنجیم محیط هر دائره را بسه صد وشصت درجه قسمت مي کنند وقطر دائره را یکصد وبست درجه وهر درجه را به شصت دقیقه قسمت مي نمایند وهر دقیقه را بشصت ثانیه وهر ثانیه را به شصت ثالثه وهر ثالثه را به شصت رابعه وهکذا الی غیر النهایة ودر منطقة البروج ودیگر دوائر افلاک متحرکه سواي معدل النهار هرگاه یک نقطه را مبدء حرکت فرض کنند هر سي درجه را یک برج قرار میدهند که محیط دائره منقسم بدوازده برج مي شود وبعضي عدد درجات را از یکي تا سه صد وشصت بجنس مي نویسند وهرگاه به سه صد وشصت رسند یاز یاده از ان پس سه صد وشصت را یک دور قرار میدهند وعدد باقي را دریسار مي نویسند مثلاً

رباعي

یکان شمار ز ابجد حروف تا حطي چنانکه از کلمن ده ده است تا سعفص
ولیک از قرشت تا ضظغ بود صد صد دل از حساب جمل کن تمام مستخلص

اگر سه صد و هفتاد و شش درجه باشد بدینصورت آ دور نو درجه نویسند اعني یک دور و شانزده درجه ودر اکثر حال دور را ساقط مي کنند و صرف باقي درجات را می نگارند لکن نوشتن دور بهتر است و بعضی عدد بروج را از یکی تا دوازده نویسند وانچه زائد از برج باشد آنرا در یسار آن نگارند ودوازده برج را یک دور قرار دهند وآنرا در یمین بروج نگارند ودر اکثر دور را ساقط هم مي کنند مثلاً هشتاد و چهار درجه را بدینصورت رسم مي کنند ب الد درجه وسه صد و هفتاد و شش درجه را بدینصورت ا ا ه و درجه وچهار صد و بست و پنج درجه را بدینصورت ا ب ه درجه و بعضي شصت درجه را مرفوع نموده واحد فرض میکنند وآنرا مرفوع مرة گویند و شصت مرفوع مرة را مرفوع مرتین و مثاني خوانند و همچنین شصت مرفوع مرتین را مرفوع ثلث مرات و مثالث گویند و شصت مرفوع ثلث مرات را مرفوع اربع مرات و مرابع نامند وهکذا واین مرفوعات را یمین درجه نویسند علی سبیل الترتیب اعني مرفوع مرة یمین درجه و مثاني یمین مرفوع مرة و مثالث یمین مثاني وهکذا و دقائق را یسار درجه و ثواني را یسار دقائق و ثوالث را یسار ثواني و هکذا الی ماشاء و در هر مرتبه که عدد نباشد صفر گذارند و در آخر یسار هرچه از درجه خواه دقیقه خواه ثواني خواه ثوالث واقع شود آنرا می نویسند و بعضي اسم مرتبهٔ اولی را در اول می نگارند و بعضي فوق هر مرتبه اسم مرتبه را می نویسند مثلاً سه هزار و هفتصد و شصت و سه درجه و بست و چهار دقیقه و هجده ثانیه و چهار ثالثه و سي و نه رابعه را بدین صورت نویسند ا ب مح الدیح ء لط رابعه اعني یک مثاني و دو مرفوع مرة و چهل و سه درجه و بست و چهار دقیقه و هجده ثانیه و چهار ثالثه و سي و نه رابعه است واز زین بیان ظاهر است که منجّمین را در حساب خود احتیاج برقم اعدادیکه زیاده از سه صد و شصت باشد نمي شود بلکه برقم اعدادیکه زیاده از پنجاه و نه باشد نمیگردد

* فائده باید دانست چنانکه در حساب اعداد هر مرتبه را هرگاه به عشر میرسد آنرا واحد فرض کرده شامل مرتبهٔ یسار او مي کنند همچنان اهل تنجیم در هر مرتبه هرگاه به شصت میرسد آنرا واحد فرض کرده شامل مرتبهٔ یمین او می نمایند وچنانکه در حساب اعداد اول مراتب صحاح را آحاد میگویند درینجا درجه مي نامند مراتب صحاح در حساب اعداد صعودي است و مراتب کسر نزولي و واحد وسط فی النسبة است هم چنان درینجا مرفوع و مثاني و مثالث در مراتب

صعودي است ودقيقه وثواني وثوالث درمراتب نزولي ودرجه وسط في النسبة است ومراتب هرد وسلسلهٔ صعودي و نزولي متواليه على نسبت واحد است و نيز انچه درمرتبهٔ واحد باشد آنرا مفرد گويند وانچه در دو مرتبه يا زياده باشد مركب خوانند وانچه بيكحرف نوشته شود آنرا مجرد ميگويند

* مطلب اول در تضعيف وتنصيف وتفريق و جمع ودران چهار بيان است *

بيان اول در تضعيف وطريقش چنانكه در تضعيف اعداد گفته شد هر مرتبه راكه بخواهند تضعيف كنند الا در تضعيف بروج اگر ديسارا وكه مرتبهٔ درجه است زياده از يد باشد واحد بر تضعيف بروج بيفزايند ودر تضعيف درجه وغير آن اگر رقم يسار زياده از كط باشد واحد بر تضعيف آن بيفزايند وحاصل را در بروج انچه زائد بر دوازده باشد آنرا تحت آن نويسند ودر درجات انچه زائد برسي باشد ودر دقائق وثواني و غيره انچه زائد برشصت باشد آنرا تحت آن نگارند واگر حاصل مساوي شصت بود صفر نويسند واگر اقل از شصت باشد بجنس نويسند واگر بروج را اعتبار نكنند بلكه مرفوع مرة ومثاني ومثالث اعتبار كنند پس در هر مرتبه رقم يسار را به بينند اگر زائد از كط باشد بر تضعيف واحد بيفزايند ودر مرتبهٔ اخير يعني براي شصت اگر از حاصل تضعيف باشد واحد بنويسند مثلاً خواستم كه ءالالب مح ثالثه اعني چهار بروج وبست ويك درجه وسي ودو دقيقه وچهل ثانيه وپنجاه ثالثه را تضعيف كنم تحت بروج ط نوشتم زيرا كه رقم درجه از يد زائد بود وتحت درجه م چرا كه رقم يسار او از كط زياده بود و هرگاه الا راكه رقم درجه است تضعيف نمودم مب شد وازان بعد اسقاط ل) ىب باقي ماند وواحد بران افزودم مج شد وتحت دقيقه ه وتحت ثانيه الا نوشتم چرا كه يسار او هم از كط زياده است وتحت ثالثه م نگاشتم بدينصورت

ءالالب مح
طمه الام

مثال ديگر مرفوع مرة يادله دقيقه خواستم كه يازده مرفوع مرة وچهار ده درجه وسي وپنج دقيقه را تضعيف سازم پس مرفوع مرة الب نوشتم وتحت درجه الط چرا كه ديسار او زائد از كط است وتحت دقيقه ىـ بدين صــــورت

مرفوع مرة
الب الط ىـ دقيقه

طريق ديگر كه از يسار رمي نمايند مثلاً خواستم كه زح الب طح ثالثه اعني هفت بروج وهجده درجه وبست ودو دقيقه ونه ثانيه وپنجاه وسه ثالثه را تضعيف كنم پس شروع از يسار كردم واول رقم ثالثه را تضعيف نمودم امو شد اعني يك صد وشش ثالثه كه آن يك ثانيه وچهل وشش ثالثه است پس مو را تحت ثالثه نوشتم والف را در ذهن داشتم وبعد ازان ط را تضعيف

نمودم یح شد الف بران افزودم و لط را تحت ثانیه نکاشتم باز الف را تضعیف نمودم مد شد آنرا تحت دقیقه نهادم باز یح را تضعیف ساختم لو شد چون درجه بود لهذا و را تحت درجه نوشته برای ل الف را در ذهن گرفتم و باز ر را تضعیف نمودم ید شد و الف بران افزودم یه گردید چون بروج است لهذا یب را از ان ساقط کردم باقی ج ماند آنرا تحت بروج نکاشتم و برای یب الف را در یمین او نوشتم و بالایش لفظ دور نکاشتم بدینصورت بروج درجه دقیقه ثانیه ثالثه

	بروج	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه
	ر	یح	الف	ط	ح
دورا	ج	و	مد	لط	مو

* بیان دویم در تنصیف *

و آن عکس تضعیف است و طریقش این ست که ابتدا از یمین کنند و نصف رقم هر مرتبه را تحت آن نهند اگر رقم زوج باشد و از نصف آن صحیح را نگارند و کسر نصف را محفوظ دارند پس اگر آن کسر نصف دور است شش اعتبار کنند و اگر نصف برج است پانزده اعتبار نمایند و در غیر آن سی اعتبار دارند و اگر در یسار آن عددی باشد آنرا بر تنصیفش بیفزایند و الا همان کسر را هرچه اعتبار کرده اند در یسار بنویسند و طریق دیگر که ابتدا از جانب یسار سازند بلکه از هرجا که بخواهند و درینصورت رقم یمین آنرا ملاحظه کنند اگر رقم فرد باشد بر نصف بروج شش بیفزایند و بر نصف درجات پانزده و بر انصاف غیر آن سی بیفزایند و تحت آن نویسند مثلاً خواستم که برج درجه دقیقه ثانیه ثالثه را تنصیف نمایم بهرد و طریق عمل کردم ج الد باء لول رابعه شد

	ر	یح	الف	ط	خ
	ج	الد	با	ء	لول	رابعه

* بیان سیوم در جمع *

طریقش این ست که ارقام مطلوب الجمع را محاذی المراتب نویسند و در هر مرتبه که هیچ رقم نباشد صفر گذارند و در صورتیکه مزید و مزید علیه متفق المراتب باشند خواه بعض متفق المراتب و بعضی مختلف و از یسار جمع سازند پس در جمع درجات انچه زائد بر سی باشد تحت آن نویسند اگر یسار آن بروج باشد و در جمع بروج انچه زائد بر دوازده باشد تحت آن نگارند و در غیر آن هرد و انچه زائد بر شصت بود بجنس نویسند و برای باقی واحد را در ذهن گیرند و بر جمع یمین آن بیفزایند و هکذا

الى آخره عمل كنند واگر ارقام مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نباشند پس اعلى را يمين ادنى نويسند واگر درميان مراتب هردو كدام مرتبه خالي باشد در انجا صفر گذارند مثلاً خواستم كه ر اله م ح ثواني و ط نه الب ح ثواني را جمع كنم هردو را تحت يكديگر متحاذي المراتب نوشتم و جمع كردم بدينصورت

	برج	درجه	دقيقه	ثانيه
	ر	اله	م	ح
	ط	نه	الب	ح
دور	۱	ما ۱۱	ب	الا

مثال ديگر

	درجه	دقيقه	ثانيه	ثالثه
	قف	يح	ما	ل
	رعد	كح	ح	م
دور	۱	مد ۹۴	لح	نه	ے

مثال ديگر

مرفوع مرتين	مرفوع مرة	درجه	دقيقه	ثانيه
ك	ك	ح	م	نا
	مب	ح	مح	لو
	ل	بر	لو	ے
الا	لح	الو	مه	لر

مثال ديگر خواستم كه ح الانب يح ثانيه را با الطلح ل لب سادسه جمع نمايم اعني سه برج وبست ويک درجه وپنجاه ودو دقيقه وهجده ثانيه را با بست ونه ثالثه وسي وهشت رابعه وسي خامسه وسي ودو سادسه جمع نمايم چون مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نبود لهذا اعلى را در يمين ادنى نوشتم بدينصورت ح الانب يح الطلح ل لب سادسه وهو المطلوب مثال ديگر خواستم ط نه ند نب ثانيه را با الالح مد سابعه جمع كنم چون مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نبود لهذا اعلى را در يمين ادنى نوشتم وچون درميان هردو مزيد ومزيد عليه دو مرتبه خالي ميماند لهذا دران هردو مرتبه صفر نهادم

برج	درجه	دقيقه	ثانيه	ثالثه	رابعه	خامسه	سادسه	سابعه
ط	نه	ند	نب	۰	۰	الا	ح	مد

* بيان چهارم در تفريق *

بايد كه منقوص را تحت منقوص منه محاذي المراتب نويسند وابتدا از يسار كنند ورقم هر مرتبه منقوص را از رقم محاذي او كه از منقوص منه است ساقط كنند اگر ممكن باشد والا در نقصان برج دوازده بر رقم منقوص منه كه محاذي اوست بيفزايند ودر نقصان درجه سي ودر غير آن شصت افزوده ساقط كنند وباقي را تحت آن نويسند وبراي انچيكه افزوده اند واحد در ذهن داشته وبر رقم

منقوص که یمین اوست افزوده از منقوص منه ساقط نمایند وهمچنین عمل بآخر رسانند واگر منقوص زائد از منقوص منه باشد پس صاحب عیون الحساب این را جائز داشته میگوید که بر منقوص منه عددی بحسب لحاظ مرتبه یمین او افزوده ومنقوص را ساقط کرده تحت آن نگارند لکن صاحب مفتاح وغیر آن اینمعنی را نه نگاشته اند چراکه هرگاه در یمین او هیچ عدد نباشد چگونه این معنی جائز تواند بود الا بقیاس اینکه چنانکه دو واو رجمع وتضعیف بعضی ساقط میکنند همچنین در تفریق موجود خیال کنند مثلاً خواستم که ءالب نا مح ثانیه را از ح ط ج ه ثانیه ساقط کنم نوشتم منقوص منه ومنقوص را تحت یکدیگر واول مح را از ه ساقط نمودم باقی ب ماند آنرا تحت ه نوشتم بعد ازان نا را از ج ساقط نمودم چون ممکن نبود لهذا نا را از سر ساقط نمودم باقی ط ماند طوح را جمع کردم و ب را تحت ج نگاشتم وبرای سر واحد را در ذهن داشته بر الب افزودم الج شد چون اسقاط آنهم از ط ممکن نبود لهذا آنرا از ل ساقط کرده ر را که باقی ماند بر ط افزودم یو شد آنرا تحت ط نگاشتم وبرای ل واحد را در ذهن داشته برء افزودم وه را از ح ساقط نمودم ج باقیماند آنرا تحت ح نوشتم بدینصورت

	برج	درجه	دقیقه	ثانیه
منقوص منه	ح	ط	ج	ه
منقوص	ء	الب	نا	مح
	ج	یو	ب	ب

مثال دیگر خواستم که یا الد لج مه ه ثالثه را از ج الد نا لب م ثالثه نقصان کنم پس ه را از م ساقط کردم ه باقیماند آنرا تحت م نوشتم وواحد بر مه افزوده مو را از لب ساقط نمودم مو باقی ماند آنرا تحت لب نگاشتم وباز واحد بر لج افزوده لد را از نا ساقط کردم یز باقی ماند آنرا تحت نا نوشتم والد را از الد ساقط نمودم وصفر تحت الد نوشتم ویا را از ج ساقط نمودم چون ممکن نبود لهذا دوازده بران افزوده از یه ساقط کردم ء باقی ماند آنرا تحت ج نگاشتم وهذا علی طریق صاحب عیون الحساب وهذه صورته

منقوص منه	ج	الد	نا	لب	م
منقوص	یا	الد	لج	مه	ه
	ء	۰	یز	مو	ه

* فائده اگر منقوص ومنقوص منه در هیچ مرتبه متفق نباشند پس از مرتبهٔ یسار منقوص منه واحد کم کرده در هر مرتبه تا محاذی مراتب منقوص نط بنویسند ومحاذی مرتبهٔ اخیر یسار منقوص س نگارند ومنقوص را از منقوص منه ساقط کرده باقی تحت آن بنویسند مثلاً خواستم که ند له ه سادسه را از ک مط ثانیه ساقط کنم چون متفق المراتب نبودند لهذا واحد از مط ساقط کرده برای باقی مراتب یسار نط نوشتم وس در مرتبهٔ اخیر

نگاشتم ومنقوص را ساقط نمودم بدین صورت | منقوص منه ک مح نط نط نط س سادسه
منقوص بداله ح سادسه
ک مح نط مه لد ے

* مطلب ثاني در ضرب *

بدانکه چون در ضرب واحد الی ستین بعضها فی بعض اکثر مردمان را دقت واشکال واقع می شود لهذا منجمین برای سهولیت جدولی مقرر کرده اند مشتمل بر مربعات صغار که فوق آن عرضا ارقام از آ تا نط نویسند وهمچنین در یمین آن طولاً از آ تا نط نویسند وحاصل الضرب هریک را در مربع متحاذی مضروبین نگارند ونیز حاصل ضرب را از شصت مرفوع نموده برای شصت واحد قرار داده مرفوع را یمین مبسوط نگارند واگر صفر باشد صفر نویسند مثلاً در ضرب و فی ل بدینصورت ج ه ودر ضرب ر فی ل بدینصورت ج ل ودر ضرب نو فی م بدینصورت ے م ودر ضرب نو فی مب بدینصورت نا ب ودر ضرب ج فی ر بدینصورت آا ودر ضرب نو فی ر بدینصورت ا نب وهکذا الی آخره وهذا جدوله (جدول ۴۳)

ونیز اگر ضرب مرکب فی المفرد یا ضرب مرکب فی المرکب مطلوب شود حاصلات ضرب مفرد فی المفرد را جمع سازند که مطلوب حاصل شود مثلاً اگر خواهم که حاصل ضرب نو فی م بدانم پس حاصل ضرب و فی م را که د ه است با حاصل ضرب ے فی م که و م است جمع نمودم ے م شد وآن مطلوب است وهمچنین اگر خواهم که حاصل ضرب نو فی مب بدانم حاصل ضرب و فی ب را که ب است وحاصل ضرب ے فی ب را که ک است وحاصل ضرب و فی م را که د ه است وحاصل ضرب ے فی م را که و م است جمع نمودم بدینصورت نا ب شد وآن مطلوب است ونیز باید دانست که چنانکه در ضرب ارقام هندیه نسبت واحد بطرف احد المضروبین مثل نسبت مضروب آخر بطرف حاصل ضرب می باشد همچنان درین جا نسبت مرتبهٔ درجه بطرف مرتبهٔ

	ب
	ک
د	ه
و	م
نا	ب

احد المضروبین مثل مرتبهٔ مضروب آخر بطرف مرتبهٔ حاصل الضرب می باشد چراکه در ارقام هندیه چنانکه مراتب صعودی ونزولی متوالیه در نسبت برابراند وواحد وسط فی النسبة است همچنان در این جا مراتب صعودی مرفوع مرة ومثانی ومثالث وغیره ومراتب نزولی دقایق وثوانی وثوالث وغیره که متوالیه اند در نسبت برابراند ودرجه وسط فی النسبت

جدول ۵۶ صفحہ ۱۷۰

جدول ضرب واحد الی ستین بعضها فی بعض بحروف ابجد

است ودرینصورت بعد مرتبهٔ احد المضروبین از درجه مثل بعد مرتبهٔ حاصل الضرب از مرتبهٔ مضروب آخر خواهد بود پس براي مرتبهٔ درجه صفر مقرر میکنند وبراي مرفوع مرة ودقیقه واحد وبراي مثاني وثانیه اثنین وبراي مثالث وثالثه ثلثه مقرر مي نمایند اعني هرقدر صعودي ونزولي که متقابل یک دیگراند براي آن عددي بقدر ابعاد مراتب آنها که از درجه باشد مقرر مي کنند وهرگاه مفرد را در مفرد ضرب مي سازند پس آن هردو مفرد بیک طرف صعودي خواه نزولي باشند مجموع اعداد مراتب مضروبین عدد مرتبهٔ حاصل الضرب مي شود واگر آن هردو مختلف الجهة باشند اعني یکي صعودي ودیگري نزولي پس تفاضل بین عددین المراتبین بگیرند که آن عدد مرتبهٔ حاصل ضرب در طرفیکه آن رافضل است خواهد بود واگر تفاضل بین عددین المراتبین نبود پس حاصل الضرب درجه خواهد بود ونیز براي معرفت مرتبهٔ حاصل ضرب جدولي مقرر کرده اند چنانکه در مطلب ثالث نوشته خواهد شد ان شاء الله تعالی مثلاً اگر خواهند که الد دقیقه را در ىب رابعه ضرب کنند چون حاصل ضرب ى مح است ومضروبین در طرف نزولي واقع شده اند ومرتبهٔ دقیقه واحد ومرتبهٔ رابعه اربعه ومجموع آنها خمس است پس حاصل ضرب در مرتبهٔ خامسه افتاده اعني ى رابعه ومح خامسه وهمچنین اگر الد دقیقه را در ىب مثالث ضرب کنند پس فضل بین المراتبین دو است وفضل بطرف صعودي است لهذا حاصل الضرب ى مثالث ومح مثاني گردید وهمچنین اگر ر مثاني را در ح ثانیه ضرب کنند چون مراتب مضروبین مساوي است لهذا حاصل الضرب که الا است درجه خواهد بود

* فائده چون در ضرب براي سهولیت جدول ستینیه مقرر کرده اند لهذا اگر در احد المضروبین برج یا دور باشد آنرا هم درجه ساخته ومرفوع مرة و مثاني و مثالث نموده ضرب سازند

* فائده چون درجه در حساب اهل تنجیم مثل واحد است لهذا هر مرتبه را که در درجه ضرب سازند همان مرتبه حاصل مي شود صعودي باشد یا نزولي وباید دانست که براي ضرب قواعد متعدده اند وما هریکي را به تفصیل بیان مي سازم

* قاعدهٔ اول در ضرب مفرد في المرکب *

وطریقش یکي اینست که مفرد را در هر واحد از مفردات آن مرکب علی الترتیب خواه

ابتدا از یمین خواه از یسار ضرب کرده حاصل را چنانکه در ضرب مفرد فی المفرد گفته شد تحت یک دیگر نویسند بحیثیتیکه مرفوع هر واحد محاذی مبسوط دیگری که در یمین اوست واقع شود وبعد ازان جمع سازند و مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را دریافته بنویسند مثلاً خواستم که لو دقیقه را در الا مرفوع مرة ح درجه ها دقیقه لو ثانیه ضرب کنم پس اول لو را در الا ضرب نمودم لو ب شد آنرا نوشتم باز لو را در ح ضرب کردم ے مح شد ے را که مرفوع بود تحت لو که مبسوط یمین اوست نوشتم باز لو را در صفر ضرب کردم صفر حاصل شد آنرا، یسار مح نوشتم چراکه دران مرتبه اگر کدام رقم می بود مبسوط حاصل ضرب درانجا می افتاد باز لو را در لو ضرب نمودم لو لو شد لو را تحت صفر نوشتم و لو در یسار او و جمع نمودم بدینصورت

ب لو
ے مح ها
لو لو

ب مو مح لو لو ثالثه

وبعد ازان مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را دریافتم اعنی چون مرتبهٔ مضروب که دقیقه است واحد بود و مرتبهٔ اخیر مضروب فیه که ثانیه است دو بود و مجموع آنها سه میشود پس مرتبهٔ اخیر حاصل ضرب را ثالثه نوشتم و هو المطلوب ونیز اگر بخواهند ابتدا از یسار نموده مرفوع و مبسوط هر مرتبه را متقاطرین نویسند و مبسوط مرتبهٔ دویم را تحت مرفوع مرتبهٔ اول نگارند بدینصورت

ب ے لو
لو مح ها لو

ب مو مح لو لو ثالثه

واگر بخواهند مبسوط مرتبهٔ دویم را فوق مرفوع مرتبهٔ اول رقم نمایند بدینصورت

لو مح ها لو
ب ے ها لو

ب مو مح لو لو ثالثه

* طریق دویم در ضرب مفرد فی المرکب و آن اینست که اول بنویسند مضروب و مضروب فیه را بعد ازان مضروب را در رقم مرتبهٔ اخیر مضروب فیه که در یسار اوست ضرب نمایند و مبسوط حاصل الضرب را بنویسند و مرفوع را در ذهن دارند بعد ازان مضروب را، در رقم یمین اخیر مضروب فیه ضرب ساخته مبسوط حاصل الضرب را بر محفوظ افزوده انچه اقل از شصت باشد انرا در یمین اول نویسند و برای ، شصت واحد در ذهن

داشته بر مرفوع آن بیفزایند و در ذهن دارند و هم چنین عمل باخر رسانند مثلاً خواستم که الد درجه را در یح مب لو مو ثالثه ضرب نمایم اول الد را در مو ضرب نمودم یح الد شد الد را که مبسوط بود نوشتم و یح را که مرفوع بود در ذهن داشتم باز الد را در لو ضرب ساختم ید الد شد الد را بر یح که محفوظ بود افزودم مب شد آنرا در یمین الد نوشتم و ید را محفوظ داشتم و باز الد را در مب ضرب نمودم لو مح شد مح را که مبسوط بود بر ید که محفوظ بود افزودم اب گردید ب را در یمین مب نگاشتم و واحد بر لو که محفوظ بود افزوده نر را در ذهن داشتم و باز الد را در یح ضرب ساختم رب شد ب را که مبسوط بود بر نر که محفوظ بود افزوده الط را در یمین ب نگاشتم و ر را که مرفوع بود در یمین آن نوشتم چرا که مراتب مضروب فیه تمام شده بود پس حاصل ضرب ر الط ب مب الد ثالثه گردید و هو المطلوب

قاعدهٔ دویم در ضرب مرکب فی المرکب

وطریقش یکی ضرب شبکه است باید که شبکه چنانکه در مطلب ششم باب اول برای ضرب اعداد مذکور گردیده رسم سازند الا خطوط مورب آن از زاویه فوقانی یسری و تحتانی یمنی در همه مربعات کشند که مربعات منقسم بمثلثات شوند و احد المضروبین را فوق شبکه علی الولاء نویسند و مضروب آخر را یمین جدول بحیثیتیکه مرتبهٔ عالیه فوق مرتبهٔ سافله باشد و مفردات را باهم ضرب نموده حاصلات ضرب را در مربعات محاذی مضروبین نگارند بحیثیتیکه مرفوع در مثلث فوقانی و مبسوط در مثلث تحتانی واقع شود بعد از ان جمع نمایند چنانکه در ضرب شبکه مذکور است الا اینکه درینجا شروع جمع از یسار می شود اعنی اول رقم مثلث تحتانی مربع تحتانی یسری را بعینه نگارند و آن مبسوط حاصل الضرب اخیر مراتب مضروب و مضروب فیه است بعد از ان ارقام ما بین الخطین الموربین را که فوق اوست جمع سازند و هرچه اقل از شصت باشد آنرا یمین رقم اول نهند و باقی را به شصت مرفوع نموده عدد مرفوع را در ذهن دارند و با ارقام ما بین الخطین الموربین که فوق اوست جمع ساخته همچنان بعمل آرند و عمل تمام سازند و مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را حاصل ساخته در اخیر حاصل الضرب نگارند مثلاً خواستم الد ه م لیح ثالثه را در م ط نا ک دقیقه ضرب کنم پس شبکه رسم نمودم و اول الد را در م ضرب نمودم ه ب شده را در مثلث فوقانی و ب را در تحتانی مربع محاذی یک دیگر نوشتم باز الد را

در ط ضرب نمودم ح لو شد ح را در مثلث فوقاني و لو را در مثلث تحتاني مربع محاذي الد و ط
نگاشتم و باز الد را در نا ضرب ساختم ک الد گردید ک را در مثلث فوقاني و الد را در مثلث تحتاني
مربع محاذي الد و نا نهادم باز الد را در ک ضرب کردم ح ۂ شد ح را در مثلث فوقاني و صفر
را در مثلث تحتاني مربع محاذي الد و ک رسم نمودم پس نه را در م ضرب نمودم و ح نه
را در مثلث مربع محاذي نه و م نوشتم و نه را در ط ضرب کردم و ب نه را نوشتم و باز نه را
در نا ضرب ساخته ب مه را نگاشتم و باز نه را در ک ضرب کرده ۂ را نوشتم و همچنین م
را در م ضرب نموده ح م را نگاشتم و م را در ط ضرب کرده و ۂ را رسم نمودم و م را در نا ضرب
ساخته لد ۂ را نگاشتم و م را در ک ضرب کرده م ک را نوشتم و باز لح را در م ضرب نموده ح ند
را نوشتم و باز در ط ضرب ساخته مب را رسم نمودم و باز در نا ضرب کرده لب ح را نهادم
و باز در ک ضرب نموده ب م را نوشتم و جمع نمودم ه ط الب ند مد الرح م رابعه شد

وهذه صورته　　　(جدول ۶۷)

طریق دیگر بطور ضرب نایم مفردات احد المضروبین را در جمیع مراتب مضروب فیه
چنانکه در طریق دویم قاعدۂ اول گفته شد ابتدا از یسار ضرب کرده ارقام حاصلات هر سطر را
علی الترتیب نویسند بحیثیتیکه مرتبۂ اول حاصل ضرب رقم یمین محاذي مرتبۂ ثاني حاصل
ضرب رقم یسار واقع شود و بعد ازان جمع سازند چنانکه در ضرب نایم می کنند مثلاً خواستم
ک مب له ثانیه را در نه الو مح م دقیقه ضرب نمایم اول له را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب
نمودم لب ک لح الم ک شد بعد ازان مب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب ساختم
لح مح مو ء ۂ گردید و بعد ازان ک را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودم ح الح نو م ک
شد و جمع نمودم نط ح بر ک ب الم ک ثالثه گردید بدینصورت

	لب	ک	لح	الم	ک
لح	مح	مو	ء	ۂ	
ح الح	نو	م	ک		
نط ح	بر	ک	ب	الم ک	ثالثه

＊ بیان بعضي فوائد ＊

＊ فائدۂ اول هر رقم را که در نط ضرب کنند آنرا
از مرفوع که بصورت او باشد ساقط کنند که باقي مطلوب است مثلاً اگر لب را در نط ضرب نمایند لب
را از لب ۂ ساقط سازند اعني بریسار آن رقم صفر نهاده آن رقم را ساقط کردم چنانکه در ضرب

جدول ۵۴ صفحہ ۱۲۴

جدول ۵۵ صفحہ ۱۴۳

٢	٦	١٢	٢٠	٨٠	صف اول منتظمہ
٣	٩	١٨	٣٠	١٢٠	صف دوم منتظمہ
٢	۴	١٢	۴٨	٨٠	صف دوم مضطربہ

مضروب فیه

دقیقه	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	مرفوع مرة
ثوانی	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	مثانی
ثوالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	مثالث
روابع	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	تواسع	مرابع
خوامس	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	تواسع	عواشر	مخامس
	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع مرة	درجه	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	

مقسوم

جدول ۵۸ مضروب صفحه ۱۶۵

	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع مرة	درجه	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	
مخامس	معاشر	متاسع	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	خوامس
مرابع	متاسع	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	روابع
مثالث	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث
مثانی	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	ثوانی
مرفوع مرة	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	دقائق
درجه	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	درجه

هر عدد درنه میکردم باقي ماند لا الح ونیز اگر فضل س راکه بران رقم است برصر فوع آنرقم
که بواحد از وکم باشد زیاده کنند هم مطلوب حاصل شود اعني ازان رقم واحد کم کرده بریسار
آن صفر نهند وفضل س راکه بران رقم است بیفزایند مثلا در مثال مذکور از لب واحد کم کردم
لا ماند وفضل س برلب که الح است آنرا افزودم لا الح شد که مطلوب است

* فائدهٔ دویم هر رقم راکه در نح ضرب کنند پس بریسار آن رقم صفر نهاده ضعف آن رقم ازو
ساقط کنند واگر در نر ضرب سازند سه امثال آن رقم ساقط نمایند

* مطلب ثالث در قسمت *

بدانکه در قسمت اعداد چنانکه نسبت مقسوم بطرف مقسوم علیه مثل نسبت خارج قسمت
بطرف واحد مي باشد همچنان درینجا نسبت مرتبهٔ مقسوم بطرف مرتبهٔ مقسوم علیه مثل
نسبت خارج قسمت بطرف درجه می باشد پس بُعد مرتبهٔ مقسوم از مرتبهٔ مقسوم علیه مثل
بُعد مرتبهٔ خارج قسمت از مرتبهٔ درجه خواهد بود درینصورت هرگاه فضل عدد مرتبهٔ مقسومین گرفته
شود اگر مقسومین دریک طرف از درجه باشد وعدد مرتبهٔ مقسومین را جمع کرده شود اگر مقسومین
در دو طرف مختلف از درجه باشند حاصل عدد مرتبهٔ خارج قسمت خواهد بود از سلسلهٔ صعودي
اگر مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه باشد والا از سلسلهٔ نزولي مثلا اگر مسادس را بر مثاني
قسمت کنند چون مقسومین بطرف سلسلهٔ صعودي واقع شده اند مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم
علیه است وفضل بین المراتب مقسومین چهار پس خارج قسمت مرابع خواهد بود واگر مثاني را بر
مسادس قسمت کنند چون مرتبهٔ مقسوم علیه فوق مرتبهٔ مقسوم است درینصورت خارج قسمت
روابع که از سلسلهٔ نزولي است خواهد شد واگر دقائق را بر ثوالث قسمت کنند چون مقسومین
از سلسلهٔ نزولي اند ومرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه است وفضل بین المرتبتین دو پس
خارج قسمت مثاني است واگر ثوالث را بر دقائق قسمت کنند خارج قسمت ثواني باشد واگر
مثاني را بر دقائق قسمت کنند خارج قسمت مثالث می شود واگر دقائق را بر مثاني قسمت نمایند
خارج قسمت ثوالث می باشد وبراي دریافت مراتب حاصل الضرب ومراتب خارج قسمت
جدولي رسم می شود که ازان سهولیت در عمل تواند شد ومرتبهٔ حاصل ضرب وخارج قسمت
از مربعات محاذي مضروبین ومقسومین معلوم توان کرد (جدول ۵۸)

وانچه درین جدول مرقوم نیست مثل مسادس وسوادس وغیر آن همبرین قیاس باید کرد
ونیز باید دانست که در ضرب مقصود حاصل کردن مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب می شود
و در قسمت مرتبهٔ اول خارج قسمت مطلوب می باشد ودیگر مراتب از آن معلوم میتواند شد
وباید دانست که طریق قسمت چنانکه در قسمت اعداد مذکور است همچنان درینجا هم
جاري می شود الا اینکه درینجا شروع قسمت از جانب یمین می کنند و مقسوم علیه را پایین
جدول بطرف یمین می نویسند بحیثیتیکه اول مقسوم علیه محاذي اول مقسوم باشد اگر مقسوم علیه
کمتر از مقسوم شود والا یک مرتبه بجانب یسار نقل کرده بنویسند وبعد ازان طلب اکثري
از مفردات نمایند اعني از واحد تا نط که آنرا در هر واحد از مقسوم علیه ضرب نموده حاصل
ضرب را از مقسوم که محاذي اوست ساقط توانند کرد و هرگاه چنین مفرد بیابند آنرا فوق جدول
ودر یمین محاذي اخیر مقسوم علیه تا هرجاکه بخواهند نویسند وحاصل ضرب را تحت مقسوم نویسند
بحیثیتیکه آخر حاصل ضرب محاذي اخیر مقسوم علیه واقع شود وآنرا از مقسوم ساقط نموده
باقي را تحت خط عرضي نویسند ویک مرتبه بطرف یمین نقل کنند وباز مفرد دیگر بصفت مذکور
طلب سازند و اگر مفردی بصفت مذکور یافته نشود بر یسار خارج قسمت صفر نهند وطریق
طلب اکثري از مفردات آنست که در جدول ستینیه نظر کنند که رقم اول مقسوم علیه را درکدام
رقم ضرب نموده از مقسوم ساقط می توانند کرد بشرطیکه در یسار آن رقم اول مقسوم علیه
هم هر رقم دیگر که باشد در ان مفرد مذکور ضرب یافته حاصل ضرب از محاذات او ساقط تواند
شد و همچنین عمل بآخر رسانند خواه اینکه مقسوم بالکل فنا شود خواه در صورت عدم فناء مقسوم
حسب ارادهٔ خود عمل آخر کنند مثلا خواستم که ج ء نط لو ثانیه را براله لو م دقیقه قسمت نمایم
بعد رسم جدول مقسوم را خلال جدول نوشتم ومقسوم علیه را تحت جدول چنانکه مذکور شد
نگاشتم وطلب کردم اکثر مفرد را بصفت مذکوره از جدول ستینیه که اگر آنرا در اله که اول
مقسوم علیه است ضرب نموده از مقسوم که ج ء محاذي اوست ساقط توانند کرد مب را یافتم
وآنرا از لو که ثاني مقسوم علیه بود نیز امتحان کردم که حاصل آنهم ساقط می تواند شد پس نوشتم
مب را فوق جدول وآنرا در مقسوم علیه بطور ضرب بسیط ضرب ساختم اعني اول آنرا در م
ضرب نمودم حاصل له ٪ شد صفر محاذي م تحت مقسوم نگاشتم وله را محفوظ داشتم وباز

مب را در لو ضرب کردم الہ نب شد لہ را که محفوظ بود بر نب افزودم مر گردید آنرا محاذي لو نوشتم و الہ را محفوظ داشتم وباز مب را در الہ ضرب ساختم بر ل گردید الہ را بر ل ا فزودم نہ شد نہ را محاذي الہ نگاشتم وبر را در یمین او نوشتم بدینصورت گردید بر نہ مرہا وآنرا از مقسوم که ح ء لط لو بود ساقط کردم و باقي را که ح لب لو ماند تحت خط عرضي نوشته یک مرتبه بجانب یمین نقل نمودم وباز طلب مفرد دیگر نمودم که اگر آنرا در الہ ضرب نمایند حاصل از ح لب نقصان نتواند شد ک را یافتم آنرا دریسار مب فوق جدول نوشتم واول آنرا در مح ضرب نمودم لوم شد م را محاذي مح نوشتم و لو را محفوظ داشتم وباز ک را در لو ضرب ساختم نب ہا گردید پس لو را که محفوظ بود محاذي لو نوشتم و نب را محفوظ کردم و ک را در الہ ضرب نمودم ح ک شد نب را که محفوظ بود بر ک افزودم و لب را محاذي الہ نگاشتم و ح در یمین او نوشتم بدینصورت شد ح لب لوم آنرا از ح لب لوہا ساقط نمودم باقي بط ک ماند آنرا بعد خط عرضي یکمرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز طلب مفرد دیگر نمودم که اگر آنرا در الہ ضرب نموده حاصل را از محاذي او که بط است ساقط توانم کرد نیافتم لهذا صفر دریسار ک فوق جدول نهادم و بط ک را یک مرتبه دیگر بطرف یمین نقل نمودم وطلب اکثر مفرد بصفت مذکور نمودم مہ را یافتم آنرا اول در مح ضرب نمودم لر ل گردید ل محاذي مح نگاشتم و لر را محفوظ داشتم وباز مہ را در لو ضرب کردم الر ہا شد پس لر را که محفوظ بود محاذي لو نگاشتم و الر را محفوظ داشتم و مہ را در الہ ضرب نمودم ح مہ شد الر را بر مہ افزودم اب گردید نب را محاذي الہ نوشتم وواحد را بر ح افزوده بط در یمین آن نگاشتم بدینصورت شد بط نب لر ل آنرا از لط ک ہا نقصان نمودم باقي ماند رالب ل وعمل را بحسب ارادۀ خود قطع کردم زیرا که اگر بخواهم باز باقي را قسمت کنم تا هرجا که بخواهم لکن چون قسمت آخر نمي شود و باقي قلیل ماند و تا رابع خارج قسمت حاصل گردید زیرا که به قسمت اول اخیر مقسوم محاذي اخیر مقسوم علیه واقع شد وهرگاه ثانیه را که اخیر مقسوم است بر دقیقه که اخیر مقسوم علیه است قسمت نمایند خارج قسمت دقیقه میشود هذه صورته (جدول ۵۹)

مثال دیگر خواستم که ح نہ نب ہ مح ل نط خامسه را بر الط مح ند ثالثه قسمت نمایم رسم جدول بطور صاحب عیون الحساب چنانکه در قسمت اعداد گفته شد نمودم ومقسوم علیه را فوق جدول نگاشتم ومقسوم را در میان جدول نهادم و خارج قسمت را دریسار نوشتم چون اول الط مح ند

ثالثه که مقسوم علیه بود محاذی ح م نب ه مح ثالثه افتاد درینصورت خارج قسمت اول که رب بود درجه برآمد والو که اخیر خارج قسمت است خامسه شد * (جدول ۶۰)

* مطلب رابع در استخراج جذر وضلع اول مضلعات *

بدانکه هر مفرد را که فی نفسه ضرب کنند جذر گویند وحاصل الضرب را مربع وهرگاه مربع را دران مفرد ضرب سازند کعب نامند وهکذا الی غیر النهایة چنانکه حال ضلع اول مضلعات عددیه است ودرهر ضرب عدد مرتبهٔ آن مفرد برمرتبهٔ آن مفرد زیاده می شود سوای درجه مثلاً اگر دقیقه را فی نفسه ضرب کنند حاصل ضرب ثوانی می شود وهرگاه ثوانی را بازدر دقیقه ضرب سازند ثوالث حاصل شود وهمچنین اگر مرفوع مرة را فی نفسه ضرب سازند مثانی حاصل شود واگر مثانی را بازدر مرفوع مرة ضرب نمایند مثالث حاصل گردد وعلی هذا بعد ذلک پس لامحالة عدد مرتبهٔ مضلعات هرمفرد از ضرب عدد مرتبهٔ آن مفرد درعدد منزل آن مضلع حاصل میشود صعودی باشد یانزولی مثلاً اگر خواهم که عدد مرتبهٔ مال مال دقیقه بدانم چون عدد مرتبهٔ دقیقه واحد نزولی است وعدد منزل مال مال چهار پس چهار را در واحد ضرب کردم هم چهار حاصل شد دانستم که عدد مرتبهٔ مال مال دقیقه روابع است که مرتبهٔ چهارم نزولی است واگر خواهم که عدد مرتبهٔ مال کعب مثانی بدانم چون عدد مرتبهٔ مثانی دو صعودی است وعدد منزل مال کعب پنج پس پنج را در دو ضرب کردم حاصل ده شد دانستم که عدد مرتبهٔ مال کعب مثانی معاشر که مرتبهٔ دهم صعودی است خواهد بود وازین بیان معلوم شد که هر مضلع از مضلعات مفرد درمرتبهٔ خواهد بود که عدد منزل آن مضلع عاد عدد آن مرتبه باشد پس هر مرتبه که آنرا عدد منزل مضلع عاد باشد منطق است والا اصم وهرگاه عدد مرتبهٔ مضلع را برعدد منزل قسمت نمایند خارج قسمت عدد مرتبه ضلع اول خواهد بود درینصورت درجه منطق است برای جمیع مضلعات زیرا که حاصل ضرب درجه فی نفسه همان درجه می باشد ومرفوع مرة ودقیقه اصلا منطق نمی تواند شد ومثانی وثوانی منطق بالمال اند ومثالث وثوالث منطق بالکعب ومرابع وروابع منطق بالمال ومال مال اند ومخامس وخوامس منطق بمال کعب ومسادس وسوادس منطق بکعب کعب ومال وکعب اند وعلی هذا القیاس وباید دانست که هرگاه بخواهند ضلع اول عددی که مضلع مفروض باشد بدانند فوق آن خط عرضی کشند ودرمیان

هر مرتبه خطوط طولاني رسم نمايند چنانكه در استخراج ضلع اول مضلعات اعدادمي نوشتند
ومراتب منطقه را بنقطه علامت كنند وخطوط طولاني را در استخراج ضلع اول كعب وغيره منقسم
بصفوف سازند ونيز در يسار خطوط طولاني ديگر خطوط طولاني بعدة منزل مضلع بكشند تا هرجا كه عمل
كردن منظور باشد وابتدا از جانب يمين كنند وهر طريقيكه در استخراج ضلع اول مضلعات عدديه است
درينجا هم همان طور عمل مي نمايند پس اگر چيزي از مضلع مطلوب الضلع باقي نماند آن ضلع
اول تحقيقي است والا تقريبي وظاهر است كه هر قدر مراتب سطر ضلع اول كه فوق جدول
نوشته مي شود در سلسلۀ نزولي خواهد افتاد ضلع اول ادق واقرب التقريبي خواهد بود وبايد كه
عدد مرتبه منطقۀ اول را بر عدد منزل مضلع مفروضه قسمت نموده خارج قسمت را كه عدد
مرتبۀ مفرد خارج اول است فوق رقم خارج اول نويسند چنانكه از مثال فهم شود ان شاء الله تعالى
مثلا خواستم كه جذر سے ط مط ك درجه بدانم آنرا در خلال جدول نوشتم وچون درجۀ منطق
جميع مضلعات است لهذا ابتداء علامت ازان نمودم دو علامت افتاد وچهار خانۀ ديگر يسار
جدول كشيدم تا جذر تقريبي ادق خارج شود بعد ازان طلب كردم اكثر مفردي را كه اگر آنرا
في نفسه ضرب كنم از سے ط كه محاذي علامت اخير است ساقط توانم كرد الد را يافتم آنرا فوق
جدول بالاى علامت وپائين محاذي آن چنانكه در استخراج جذر معمول است نوشتم
وفوقاني را در تحتاني ضرب نموده حاصل را كه طلو بود از سے ط ساقط نمودم باقي لح ماند
والد را كه فوقاني بود بر تحتاني افزودم صح شد آنرا يك مرتبه بطرف يسار نقل كردم پس صح
مقابل لح مط افتاد باز طلب مفرد ديگر كردم چنانكه معمول استخراج جذر است ما را يافتم آنرا
فوق علامت ثاني وپائين محاذي آن نوشتم وفوقاني را در تحتاني ضرب كرده حاصل را
كه لح لوا بود از لح مط ك ساقط نمودم باقي لح نط ماند باز فوقاني را بر تحتاني افزوده وجمع كرده
يك مرتبه بطرف يسار نقل نمودم وطلب مفرد ديگر بصفت مذكور نمودم م را يافتم آنرا فوق
علامت ثالث وپائين آن نهادم وضرب كرده حاصل ضرب را كه لب نه و م بود از لح نط ١١
ساقط نمودم وباقي را كه الح نح ك ماند تحت خط عرضي نكاشتم وفوقاني را بر تحتاني افزوده يكمرتبه
بطرف يسار نقل نمودم وطلب مفرد ديگر نمودم الط را يافتم آنرا همچنان نوشتم وعمل تمام كردم
وچون علامت اخير كه در يمين است بر مثاني افتاده بود وعدد مرتبۀ آنرا كه دو است هر كاه

برعدد منزل مجذور که هم د واست قسمت نمودم واحد خارج شد وآن عدد مرتبهٔ مرفوع مرة است
پس مرفوع مرة فوق الد که خارج اول است نگاشتم خارج الد ما م الط ثانیه گردید (جدول ۶۱)
فائده باید دانست که علامت جذر وکعب وغیره چنانکه در استخراج جذر اعداد از یمین
ابتدا با حاد می کنند همچنان درینجا از اخیر یسار که بمنزلهٔ آحاد است می نمایند الا اینکه درینجا
لحاظ مرتبهٔ منطقه هم میکنند اگر مرتبهٔ اخیر یسار منطقه مضلع مفروضه است پس از همان جا
علامت شروع میکنند والا هر مرتبه که منطقه آن مضلع باشد از انجا شروع علامت می سازند
مثلا اخیر یسار دقیقه واقع شده چون برای هیچ مضلع منطق نیست لهذا اگر استخراج جذر
منظور است شروع علامت از درجه خواه ثانیه خواهند نمود واگر استخراج کعب منظور شود
شروع علامت از ثالثه خواهند کرد و برای ثانیه و ثالثه خطوط جدول خالی از ارقام رسم
خواهند نمود و درینجا خواهند نهاد و برای استخراج کعب وغیره مضلعات اگر جدولی علی حده
که ستینیه باشد رسم نموده بدارند سهولیت میتواند شد اعنی از آ تا نط مجذور و مکعب و مال مال
و مال کعب وغیرآن تا هرجاکه بخواهند استخراج نموده در جدولی بنویسند چنانکه برای اعداد
ارقام تسعهٔ هندیه نوشته شده است

* مطلب خامس در تحویل ارقام ستینیه الی الهندیه وبالعکس *
صحاح باشد یا کسور و تحویل کسور از مخرجی بمخرج دیگر و بیان کسور اعشاریه
ما هریکی را در بیانی علی حده وا می نمائیم *

بیان اول در تحویل ارقام صحاح ستینیه الی ارقام الهندیه وآن بدو طریق است طریق اول آنکه
رقم اعلی مراتب ستینیه را در شصت ضرب کرده عدد یسار او بران بیفزایند و مجموع را باز در
شصت ضرب کنند وحاصل را برعدد یسار او افزوده مجموع را باز در شصت ضرب نمایند وهمچنین
تا مرتبهٔ درجات برسند تا مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که الد اله لو درجه را تحویل بارقام
هندیه نمایم الد را که بست وچهار است در شصت ضرب کردم ۱۴۴۰ شد بران بست وپنج که عدد
اله است افزودم و مجموع را که ۱۴۶۵ گردید در شصت ضرب نمودم ۸۷۹۰۰ شد سی و شش که
عدد لو است بران افزودم ۸۷۹۳۶ درجه شد وآن مطلوب است طریق دیگر اینکه از مجموع
ارقام ستینیه انچه در احاد درجه واقع شده است آنرا بارقام آحاد هندیه نویسند وباقی را بر بے بطور

قسمت اهل تنجیم قسمت سازند و در خارج هرچه در آحاد درجه واقع شود آنرا در عشرات هندیه نگارند و باز باقي را برے بهمان طریق قسمت کنند و هرچه از خارج در آحاد درجه افتد آنرا در مئات هندیه رسم نمایند و باز باقي را برے بهمان طور قسمت نمایند تا آنکه قسمت تمام شود و هیچ باقي نماند که مطلوب برآید مثلاً در مثال مذکور چون رقم آحاد درجه و است شش را در آحاد هندیه نوشتم والد اله ل را برے قسمت نمودم بدینصورت (جدول ۶۲) بد لط

را	ل	الو	ب
		ا	ب
	ل	و	
	ل	و	
	ے	ے	

ب الولم خارج شد و چون آحاد درجه خارج قسمت ح است سه را در عشرات هندیه نگاشتم و باز برے قسمت نمودم بد لط برآمد نه را در مئات هندیه نگاشتم و باز بدل را برے قسمت کردم خارج الر شد هفت را در الوف هندیه نوشتم و اک را برے قسمت نمودم خارج ح گردید هشت را در عشرات الوف هندیه رسم نمودم عمل تمام شد و مطلوب برآمد بدینصورت ۸۷۹۳۶

* بیان دویم *

در تحویل ارقام هندیه الی الستینیه و آن هم بر دو طریق است طریق اول آنکه ارقام هندیه را برشصت قسمت کنند و هرچه باقي ماند آنرا برقم درجات نویسند و باز خارج را برشصت قسمت نمایند هرچه باقي ماند آنرا برقم مرفوع مرة نگارند و همچنین باز خارج دویم را برشصت قسمت سازند و هرچه باقي ماند آنرا برقم مثاني ثبت نمایند و هکذا الی اخیر مثلاً در مثال مذکور خواستم که ۸۷۹۳۶ را تحویل برقوم ستینیه نمایم آنرا برشصت قسمت کردم بدینصورت سي و شش باقیماند لو درجه نگاشتم و ۱۴۶۵ را برشصت قسمت نمودم بدینصورت بست و پنج باقي ماند اله را در رقم مرفوع مرة نوشتم و چون بست و چهار که خارج قسمت بود برشصت قسمت نتوانست شد لهذا الد را مثاني نگاشتم الد اله لو شد که مطلوب است طریق دویم آنست که اعلی مراتب رقوم هندیه را در ده ضرب کرده حاصل را از رقم ستینیه بگیرند و بران رقم هندیه که بیمین اوست برقم ستینیه بیفزایند و مجموع را باز در ے ضرب کنند و بر حاصل رقم هندیه که بیمین اوست برقم ستینیه افزوده باز در ے ضرب سازند و همچنین تا آحاد برسند که مجموع اخیر مطلوب است مثلاً در مثال مذکور اول هشت را در ده ضرب کردم هشتاد شد و آن برقم ستینیه اک

۱۴۶۵	۲۴
۸۷۹۳۶	۱۴۶۵
۶۰	۱۲۰
۲۷۹	۲۶۵
۲۴۰	۲۴۰
۳۹۳	۲۵
۳۶۰	
۳۳۶	
۳۰۰	
۳۶	

است بران هفت از رقم هندیه که یمین هشت بود افزودم الو شد آنرا باز در ے ضرب کردم ندل شد بران نه راکه در یمین هفت بود افزودم بدلط گردید آنرا در ے ضرب نمودم ب الول شد باز بران سه راکه یمین نه بود افزودم ب الولم گشت آنرا در ے ضرب ساختم الدالهل گردید بران شش را که یمین سه بود افزودم مجموع الداله لو شد که مطلوب است وجدولی که برای تسهیل تحویل ستینیه بارقام هندیه وارقام هندیه به ستینیه مقرر شده این است جدوله (جدول ۶۳)

* بیان سیوم در کسور اعشاریه *

بدانکه صاحب مفتاح الحساب برای تسهیل عمل استخراج نسبت محیط الی القطر کسور اعشاریه مقرر نموده اعنی در ارقام ستینیه بهر مرتبه از مراتب صحاح وکسر شصت را واحد مقرر می سازند اعنی شصت ثانیه رایک دقیقه وشصت دقیقه رایک درجه وشصت درجه رایک مرفوع مرة وهکذا فرض می کنند همچنان در کسور اعشاریه ده دقیقه رایک درجه وده درجه را عشرات فرض می نمایند وهکذا مراتب صعودی ونزولی در نسبت متساوی می شوند ودرجه وسط فی النسبة می باشد وارقام این اعداد را برقم هندیه مقرر ساخته اند وکسور اعشاریه را اول الاعشار وثانی الاعشار وثالث الاعشار مینامند ودر صحاح یمین آحاد درجه مینویسند یا لفظ آحاد می نگارند ودر کسور یمین آن نام مرتبه آنرا می نگارند مثل ثانی الاعشار یا سادس الاعشار وغیر آن ونیز باید دانست که چون درجه را ده قسم کرده کسور اعشاریه مقرر کرده اند درینصورت مقدار هر اعشار اول شش دقیقه می شود وچون ثانی الاعشار عشر العشر است لهذا مقدار هر ثانی الاعشار سی وشش ثانیه می باشد وهمچنین مقدار هر ثالث الاعشار ۲۱۶ میگردد وهکذا هربار مضلعات شش می افتد واعمال ضرب وقسمت وجذر وغیره چنانکه در ارقام ستینیه می کنند هم چنان درین هم جاری می شود الا اینکه در انجا صحاح را بدرجه ومرفوع مرة ومثانی ومثالث تعبیر می سازند در ینجا آحاد وعشرات ومئات والوف اطلاق می کنند ودر کسور چنانکه در ستینیه دقیقه وثانیه وثالثه ورابعه میگویند در ینجا اول الاعشار وثانی الاعشار وثالث الاعشار وغیر آن می نامند واستخراج مراتب حاصل الضرب وقسمت وجذر وغیره بلحاظ مراتب صعودی ونزولی چنانکه در ستینیه می کنند در ینجاهم می نمایند مثلاً اگر مضروبین مفردین بیک طرف از آحاد باشد صعودی خواه نزولی مجموع عدد مراتب آنها عدد مرتبهٔ حاصل الضرب خواهد بود طرفیکه آن تفاضل واقع شود وهمچنین اگر مقسومین

بیکطرف واقع شوند عدد تفاضل مراتب مقسوم بین عدد مرتبهٔ خارج القسمت خواهد بود واگر هر دو مختلف الطرفین باشند مجموع عدد مراتب آنها عدد مرتبهٔ خارج قسمت خواهد شد پس اگر مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه است خارج قسمت از سلسلهٔ صعودی خواهد بر آمد والا از سلسلهٔ نزولی

بیان چهارم در تحویل کسور ستینیه الی الاعشاریه

باید دانست که چون تحویل صحاح ستینیه الی ارقام اعشاریه همان تحویل الی ارقام الهندیه است وآن در بیان اول گفته شد لهذا طریق تحویل کسور ستینیه الی الاعشاریه بیان کرده می شود وآن بر دو طریق است * طریق اول که صاحب مفتاح الحساب بیان فرموده باید که کسور ارقام ستینیه را در ے درجه اعنی عشر ضرب کنند پس اگر اعلی مراتب حاصل ضرب درجه باشد آنرا بجای اعشار اول نویسند والا بجای اعشار اول صفر نهند باز کسور حاصل الضرب را در ے درجه ضرب سازند ودر حاصل ضرب ثانی اگر اعلی مراتب درجه باشد بجای ثانی الاعشار نگارند والا صفر گذارند و باز کسور حاصل ضرب باقی را در ے درجه ضرب نمایند وانچه در مرتبهٔ درجه حاصل شود بجای ثالث الاعشار نگارند والا صفر نهند و همچنین تا اینکه هیچ نماند والا تا هر جا که بخواهند پس اگر باقی اخیر اکثر من النصف بود آنرا واحد فرض کنند واگر قلیل من النصف باشد آنرا بگذارند لقلة التفاوت مثلاً خواستم ح الط مد ثالثه را تحویل بکسور اعشاریه نمایم آنرا در ے درجه ضرب نمودم الد نر ک ثالثه گردید آ را که درجه بود بجای اعشار اول نوشتم والد نر ک را باز در ے ضرب نمودم ء ط لہ ک ثالثه شد ء را که درجه بود بجای ثانی الاعشار نگاشتم و باز ط لہ ک را در ے ضرب ساختم اله لہ ک ثالثه گشت آ را بجای ثالث الاعشار نهادم وله لہ ک را باز در ے ضرب کردم ء نه لہ ک ثالثه شد ء را بجای رابع الاعشار نوشتم ونه لہ ک را در ے ضرب نمودم طنه لہ ک ثالثه شد ط را بجای خامس الاعشار نگاشتم ونه لہ ک را در ے ضرب کردم ب له لہ ک گشت ب را بجای سادس الاعشار نوشتم و عمل بحسب اراده تمام کردم وچون کسور باقی اعنی له لہ ک زیاده از نصف بود لهذا واحد بر سادس الاعشار افزودم بدینصورت شد سادس الاعشار ۱۴۱۵۹۳ ودر یمین آن لفظ سادس الاعشار نگاشتم که خامس الاعشار و رابع الاعشار وغیر آن ازان ممیز توانند شد * طریق دویم که این ضعیف معمول دارد این است که چون مقدار اعشار اول شش دقیقه است ومقدار ثانی الاعشار سی وشش ثانیه وثالث الاعشار ۲۱۶ ثالثه وهکذا مضلعات شش در هر مرتبه زائد می شود پس اگر در کسور ستینیه دقیقه

باشد عدد دقایق را بر شش قسمت کنند که خارج اول الاعشار است و اگر چیزی باقی ماند یا قسمت نه پذیرد آنرا در شصت ضرب کرده بر حاصل الضرب عدد ثواني بیفزایند و مجموع را بر سی و شش قسمت سازند که خارج ثاني الاعشار است و باز باقي ثواني را در شصت ضرب نموده بر حاصل الضرب عدد ثوالث بیفزایند و بر ۲۱۶ قسمت سازند که خارج ثالث الاعشار خواهد بود و هکذا تا هر جا که بخواهند عمل تمام کنند و بهمان طریق اگر باقي اخیر زیاده از نصف باشد واحد بر خارج قسمت اخیر بیفزایند والا باقي را بگذارند مثلاً در مثال مذکور که ح لط مد ثالثه را تحویل بکسور اعشاریه نمودم اول هشت راکه عدد دقیقه بود بر شش قسمت نمودم خارج واحد بر آمد آنرا بجای اول الاعشار نوشتم و دو راکه باقي ماند در شصت ضرب کردم یکصد و بست شد و بران بست و نه که عدد ثانیه بود افزودم و مجموع راکه یک صد و چهل و نه گردید بر سی و شش قسمت نمودم خارج چهار گردید و پنج باقي ماند چهار را بجای ثاني الاعشار نوشتم و پنج را در شصت ضرب نموده بر چهل و چهار که عدد ثالثه بود افزودم سه صد و چهل و چهار شد آنرا بر دو صد و شانزده قسمت نمودم خارج واحد بر آمد آنرا بجای ثالث الاعشار نهادم و باقي راکه یکصد و بست و هشت ماند در شصت ضرب نمودم و حاصل راکه ۷۶۸۰ بود بر ۱۲۹۶ که مقدار رابع الاعشار است قسمت کردم خارج پنج گردید آنرا بجای رابع الاعشار نگاشتم و باقي راکه ۱۲۰۰ بود در شصت ضرب ساختم و ۷۲۰۰۰ راکه حاصل ضرب است بر ۷۷۷۶ که مقدار خامس الاعشار است قسمت ساختم خارج نه بر آمد آنرا بجای خامس الاعشار نوشتم و باقي راکه ۲۰۱۶ بود در شصت ضرب نمودم و حاصل راکه ۱۲۰۹۶۰ بود بر ۴۶۶۵۶ که مقدار سادس الاعشار است قسمت نمودم خارج دو بر آمد و ۲۷۶۴۸ که زائد از نصف مقسوم علیه اخیر است باقي ماند پس عمل بحسب اراده تمام کردم و واحد بر دو افزوده سه را بجای سادس الاعشار نگاشتم مطلوب بر آمد و برای دریافت مقادیر کسور اعشاریه تا عاشر الاعشار جدولي در بیان ششم که برای افراد کسور ستینیه نوشته مي شود کافي است زیراکه بعد حذف اصفار ارقام هندیه مقدار کسور اعشاریه میباشد

بیان پنجم در تحویل کسور اعشاریه الی ستینیه

و آن هم دو طریق است طریق اول اینکه صورت ارقام کسور اعشاریه را در شصت ضرب کرده حاصل را بر مخرج کسر اعشاریه قسمت سازند چنانکه شان تحویل کسور است پس صحاح خارج قسمت

اگر باشد آنرا بجای دقیقه نویسند وکسر راکه باقی ماند باز در شصت ضرب سازند وبر مخرج مذکور قسمت نمایند وصحاح خارج قسمت رابجای ثانیه نویسند وکسر باقی را باز در شصت ضرب ساخته بر مخرج مذکور قسمت سازند وصحاح خارج قسمت رابجای ثالثه نگارند و هکذا تا آخر عمل نمایند ودر هر قسمت که صحاح خارج نشود صفر گذارند مثلاً اگر در قسمت اول صحاح خارج نشود بجای دقیقه صفر گذارند واگر در قسمت ثانی صحاح بر نیاید بجای ثانیه صفر نهند وهکذا وبدانکه در مخرج کسور اعشاریه مراد مخرج کسر اخیر است اعنی اگر کسور اعشاریه تا سادس الاعشار است پس مخرج همان سادس الاعشار مراد خواهد بود واگر کسور اعشاریه تا ثالث الاعشار است مراد مخرج ثالث الاعشار خواهد بود وطریق استخراج مخرج کسور اعشاریه این است که بر یمین واحد بعده صورت اعشار صفر نهند مثلاً برای اول اعشار یک صفر نهند پس مخرج آن ده شد وبرای ثانی الاعشار دو صفر گذارند پس مخرج آن صد گردید ومخرج ثالث الاعشار هزار ومخرج رابع الاعشار ده هزار وهکذا مثلاً خواهم که ثالث الاعشار ۳۷۶ را تحویل به کسور ستینیه نمایم آنرا در شصت ضرب کردم ۲۲۵۶۰ حاصل گردید آنرا بر یک هزار که مخرج ثالث الاعشار است قسمت نمودم خارج بست ودو صحیح شد آنرا بجای دقیقه نهادم و ۵۶۰ را که باقیماند باز در شصت ضرب کرده حاصل را که ۳۳۶۰۰ بود بر یک هزار قسمت ساختم خارج سی وسه گردید آنرا بجای ثانیه نوشتم وباز ۶۰۰ راکه باقیمانده بود در شصت ضرب نموده حاصل راکه ۳۶۰۰۰ گشت بر یک هزار قسمت کردم خارج سی وشش برآمد وپنج باقی ماند آنرا بجای ثالثه نگاشتم پس بارقام ستینیه الف لج لو ثالثه شد وآن مطلوب است طریق دویم رقم اخیر یمین کسور اعشاریه را در مقدار آن کسر اخیر ضرب ساخته بر شصت قسمت کنند که باقی از جنس آن کسر به کسر ستینیه خواهد بود وباز رقم دویم کسور اعشاریه را در مقدارش ضرب نموده وبر شصت قسمت ساخته باقی را بر خارج اول بیفزایند آن کسر دویم بکسر ستینیه خواهد برآمد وهم چنین تا آخر عمل نمایند مثلاً در مثال مذکور رقم شش را که ثالث الاعشار است در ۲۱۶ که مقدار ثالث الاعشار است ضرب نمودم وحاصل راکه ۱۲۹۶ شد بر شصت قسمت نمودم خارج بست ویک شد وسی وشش باقی ماند پس سی وشش ثالثه که از جنس ثالث الاعشار است گردید باز رقم دویم را که هفت بود در سی و شش که مقدار ثانی الاعشار است ضرب نمودم و حاصل الضرب را که

منز

۲۵۲ بود بر شصت قسمت ساختم چهار خارج گردید و دوازده باقي ماند و دوازده را بر بست و یک که خارج اول بود افزودم سي و سه شد آنرا بجای ثانیه که از جنس ثاني الاعشار است نهادم و باز سه را که اول الاعشار است در شش که مقدار او بود ضرب نمودم هجده شد و بر آن چهار را که خارج قسمت ثاني بود افزودم بست و دو گردید آنرا بجای دقیقه نهادم مطلوب بر آمد فافهم

* بیان ششم در افراد کسور ستینیه *

اعني اخذ آن از مخرج واحد مثلاً خواهند که دقایق و ثواني و ثوالث را برقم هندیه از یک مخرج سازند و طریقش این است که دقایق را اگر باشد در شصت ضرب کرده حاصل را بر ثواني بیفزایند و مجموع را در شصت ضرب نموده بر ثوالث بیفزایند و باز مجموع را در شصت ضرب ساخته بر روابع بیفزایند و هکذا الی الاخیر و مخرج کسر اخیر را از ثواني و ثوالث و روابع و غیر آن حاصل نموده حاصل ضرب اخیر را بر آن منسوب سازند و رجوع باقل نمایند اگر تواند شد چنانکه شان کسر است و مخارج کسور ستینیه از مضلعات شصت اند اعني مخرج دقایق شصت و مخرج ثواني مجذور شصت و مخرج ثوالث مکعب شصت و مخرج روابع مال مال شصت و هکذا بعد ذلک است پس اگر برای استخراج مخارج کسور ستینیه مضلعیکه عدد منزل آن بعدة منزل آن کسور باشد از مضلعات شش حاصل نموده و بر یمین آن اصفار بعدة عدد منزل بیفزایند مخرج کسر مطلوبه باشد مثلاً اگر خواهند که مخرج ثوالث بدانند چون عدد منزل کسر سه است و سه عدد منزل کعب است پس بر یمین کعب شش که ۲۱۶ است سه صفر افزودم ۲۱۶۰۰۰ گردید و آن مخرج ثوالث است و همچنین هرگاه آن اصفار را ساقط کنند مقدار ثالث الاعشار از ثوالث خواهد بود اعني ۲۱۶ ثوالث مقدار ثالث الاعشار است وهکذا و ما برای تسهیل جدولی تا عواشر رسم نمودم که طالبان را مفید بود (جدول ۶۴)

* بیان هفتم در تحویل کسور هندیه الی ستینیه *

وطریقش آنست که صور ارقام کسور و مخرج را جدا جدا بارقام ستینیه تحویل سازند و بعد از آن ارقام ستینیهٔ کسر را بر ارقام ستینیه مخرج از روی جدول ستینیه قسمت کنند که خارج مطلوب است مثلاً خواستم که $\frac{۱۲۰}{۱۲۲۴}$ را تحویل بکسور ستینیه نمایم صورت ارقام کسر را تحویل بارقام ستینیه نمودم ب ، شد و صورت ارقام ارقام مخرج را تحویل کردم ک لو گردید پس

ب ہ را بر ک لو باعتبار صحاح قسمت نمودم اعني هر دو را درجه اعتبار نمودم خارج قسمت
وءء لطلو خامسه شد و باقي آنچه ماند آنرا ترک نمودم

* بیان هشتم در افراد کسور اعشاریه *

اعني تحویل آن بکسور هندیه و طریقش آنست که کسور اعشاریه را بعینه بجاي صورت
کسر هندیه نویسند و بقدر مراتب کسور اعشاریه صفر نوشته بریسار آن واحد بیفزایند که آن مخرج
کسر خواهد بود اعني اگر کسر اعشاریه اول اعشار است بریسار یک صفر واحد نویسند واگر ثاني
الاعشار است بریسار دو صفر واحد نگارند واگر ثالث الاعشار است بریسار سه صفر واحد ثبت نمایند
وهکذا مثلاً خامس الاعشار ۱۷۵۴ است پس ارقام کسور را بعینه صورت کسر قرار داده بریسار
پنج صفر واحد نگاشتم مخرج کسر شد بدینصــــــــــــــــــورت $\frac{۱۷۵۴}{۱۰۰۰۰۰}$

* بیان نهم در تحویل کسور هندیه الی الاعشاریه *

وطریقش آنست که صورت کسر را در ده که مخرج کسر اعشاریه است ضرب نموده حاصل را
بر مخرج قسمت نمایند اگر تواند شد که خارج قسمت اول الاعشار است چنانکه شان تحویل
کسور است باقي را اگر چیزي بماند باز در ده ضرب کرده حاصل را بر مخرج قسمت سازند
که خارج ثاني الاعشار است و باز باقي را اگر چیزي بماند در ده ضرب نموده بر مخرج قسمت نمایند
که خارج ثالث الاعشار شود وهکذا تا آنکه بخواهند و باقي قلیلي را هرگاه بماند ترک کنند مثلاً خواستم که $\frac{۲۲}{۸۵}$
را تحویل بکسور اعشاریه نمایم اول بست و دو را در ده ضرب کرده بر هشتاد و پنج قسمت نمودم
خارج دو بر آمد و پنجاه باقیماند آنرا باز در ده ضرب نموده بر مخرج مذکور قسمت ساختم
خارج پنج گردید و هفتاد و پنج باقیماند آنرا باز در ده ضرب کرده قسمت نمودم خارج هشت شد
و هفتاد باقیماند آنرا در ده ضرب ساخته قسمت کردم خارج هشت شد و بست باقیماند آنرا گذاشتم
پس ۲۵۸۸ رابع الاعشار بر آمد

* مطلب سادس در بیان بعض فوائد *

بدانکه منجمین را اکثر احتیاج استخراج مجذور جیوب اقواس و اوتار واجذار آنها
واستخراج اقواس از جیوب و اوتار وغیر آن مي شود لهذا براي آن بعض قواعد ي خاص
معین کرده شده است و ما هر یکي را در بیان فوائدي مي نگارم *

فائدهٔ اول اهل تنجیم محیط هر دائره را به سه صد و شصت درجه و قطر را یکصد و بست درجه قسمت می سازند چنانچه در مقدمهٔ بالا مذکور کرده شد لکن نسبت محیط الی القطر هر چند تحقیقی نیست الا آنچه صاحب مفتاح الحساب استخراج نموده ج ح کط مد ثالثه است اگر قطر واحد باشد وارشمیدس میگوید که محیط دایره سه امثال قطر واقل از سبع قطر می باشد وجمهور محاسبین نسبت محیط الی القطر را مثل نسبت هفت بطرف بست ودو قرار داده اند بهر کیف ازین اقوال مختلفه ظاهر می شود که مقدار درجات محیطیه ودرجات قطریه مفروضه اهل تنجیم با هم مختلف می باشد اعنی مقدار درجات قطریه کمتر از مقدار درجات محیطیه است چراکه نسبت سه صد و شصت که اجزاء محیطیه اند بطرف یکصد وبست که اجزاء قطریه اند نسبت سه مثل است پس بموجب نسبت مستخرجه صاحب مفتاح مقدار قطر هرگاه محیط را سه صد وشصت فرض کنند اند له مج مد که ثالثه بافراد هندیه یک صد و چهارده صحیح وشش جزء ازیازده جزء تقریبا است می شود چون اهل تنجیم استخراج اوتار وجیوب باجزاء قطریه کرده اند لهذا هرگاه بخواهند که آنرا باجزاء محیطیه بدانند پس بطریق اربعه متناسبه آنرا استخراج نمایند اعنی هرگاه اجزاء قطریه که یک صد وبست باشد مقدار وتر مفروض است پس هرگاه اجزاء قطریه اند له مج مد ثالثه باشد مقدار وتر چه خواهد بود و هم چنین هرگاه قطر بارقام هندیه سوای درجات باشد اوتار وجیوب آنرا هم از اربعه متناسبه میتوان بر آورد *

فائدهٔ ثانی هر دو قوس که مجموع آنها نود درجه باشد هریکی از آنها را تمام آن دیگر نامند وبیان جیوب واوتار وطریق استخراج آنها در باب مساحت مفصل مرقوم خواهد شد ان شاء الله تعالی

* باب پنجم در مساحت وآن مشتمل است بر دو مقدمه وچند مطالب *

مقدمهٔ اول بدانکه مساحت بالکسر لغت بمعنی پیمودن زمین است ودر اصطلاح دانستن اندازهٔ کم متصل قار است بامثال مقدار معین واحد که از جنس آن باشد و خواه بامثال ابعاض آن مقدار اعنی اجزاء کسوری مقدار مذکور وخواه بهر دو اعنی بامثال مقدار مذکور واجزای

مقادیر متصله اگرچه بالفعل اجزاء ندارد که اندازه کرده شود بواحد معینه بخلاف اعداد که بالفعل دران اجزاء موجود است لیکن صلاحیت دارد که فرض کرده شود در وا جزاء بامثال مقدار معینه *

کسوري او چنانکه خط را بذراع وشبرو قبضه وفرسخ ونصف قطر الارض که همه واحد خطي اند مساحت مي کنند وسطح را از مربع ذراع وغیره وجسم را از مکعب ذراع وغیره ودر محیطات مناطق افلاک وسطوح واجرام آنها بمحیطهٔ عظیمة الارض و بسطح کروي ارض ، وبجرم ارض مساحت می کنند ومساحت اکثر بناها از مقدار خشت ها کرده می شود ومساحت بزازین در اقمشه وپارچه اگرچه سطحی است لاکن چون صرف طول در بیع وشرا منظور می باشد لهذا بطور مساحت خطي بذراع وغیره می نمایند وچون در مقدمه ذکر حدودی چند ضرور است لهذا میگویم که چون ابعاد سه اند طول وعرض وعمق وطول عبارت است از امتدادی که اول فرض کرده شود وعرض امتداد مفروض ثاني است بحیثیتیکه قطع کند طول را بدون میلان بهیچ طرفی از دو طرف طول اعني بهیچ طرفی از دو طرف طول مائل نباشد وعمق عبارت از امتداد مفروض ثالث است که قطع کند هردو امتداد طولي وعرضي را بدون میلان بطرفی از اطراف آن هردو پس هرچه در و صرف طول باشد آنرا خط گویند وخط نزد بعضی طول محض است واز لوازم اوست که ضرورة منتهي میشود به نقطتین چراکه اگر منتهي نشود وجود غیر متناهي لازم آید وآن باطل است وطرف الخط را نقطه گویند وبعضی تعریف نقطه کرده اند که مالا جزء له اعني قبول قسمت نمیکند وبعضی گویند مالا له طول وعرض وعمق بهر تقدیر نقطه ذو وضع است اعني قابل اشارهٔ حسي است وخط بر سه قسم است مستقیم ومستدیر ومنحني مستقیم آنست که جمیع نقاط مفروضه بر آن خط محاذي ومقابل یک دیگر باشند وارسطو گوید که خط مستقیم اقصر الخطوط الواصلة بین النقطتین است اعني هرگاه درمیان دو نقطه خط واصل کشند هیچ خطی قصیرتر ازو نباشد وخاصهٔ خط مستقیم آنست که هیچ سطحی را خط واحد مستقیم یا دو خط مستقیم احاطهٔ تامه نمی کند واقسام خط مستقیم ده مشهور است ضلع وساق ومسقط الحجر وعمود وقاعده وجانب وقطر ووتر وسهم وارتفاع وتعریف هریک در محل مناسب گفته خواهد شد انشاء الله تعالی وخط مستدیر آنست که محدب بود وانحناء او بیکطرف باشد ودر تقعیر او نقطه فرض توانند کرد که جمیع خطوط مستقیمه که از آن نقطه بطرف محدب آن خط خارج شوند مساوي باشند واین را خط پرگاري نیز گویند بجهت آنکه اکثری از پرکار میکشند ومنحني آنست که انحناء او بیکطرف نباشد بل که گاهی جانبی وگاهی جانبي دیگر باشد واز خط منحني در مساحت بحث نمیکنند

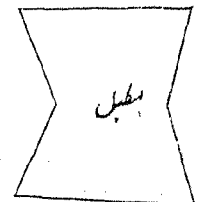
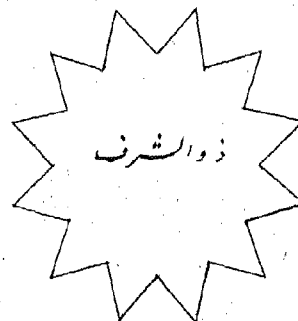
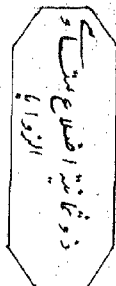
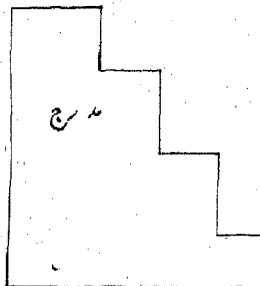
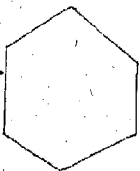
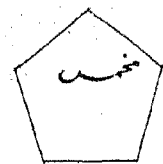
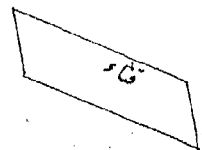
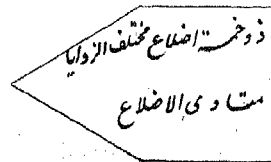
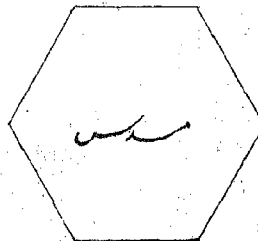
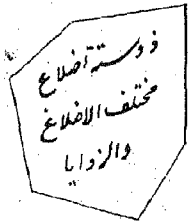
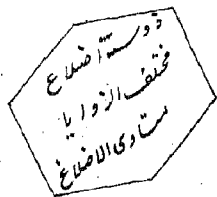
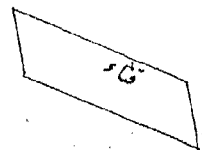
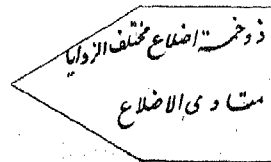
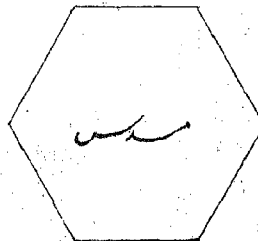
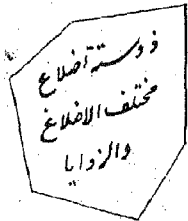
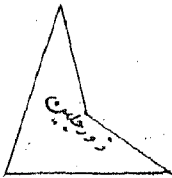
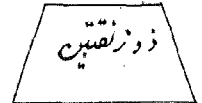
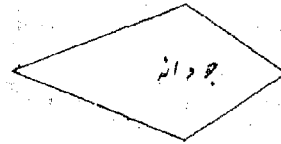
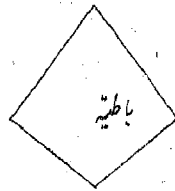
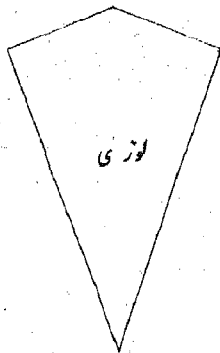
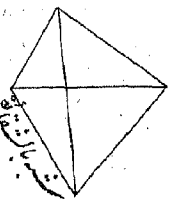
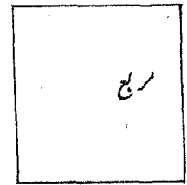
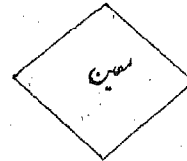
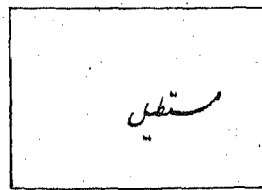
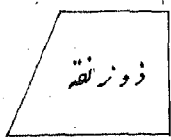
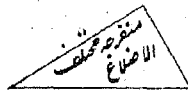
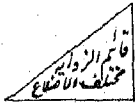
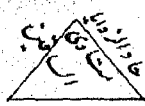
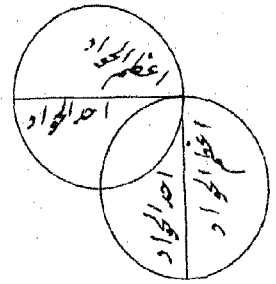
لعدم انضباطه بل که هر شکل که از خط منحني حاصل شود آنرا منقسم بمستقيم الخطوط خواه مستديرميسازند
اگر ممکن باشد بدانکه هرجاکه خط اطلاق ميکنند مراد خط مستقيم است وهرچه درطول
وعرض باشد فقط آنرا سطح گويند وازلوازم سطح است که منتهي ميشود بخط الاّ سطح کروي وآن
نيز بردوقسم است مستوي وغيرمستوي سطح مستوي آنست که جميع خطوط مستقيمه که بالاي آن
درهمه جهت کشيده شود برآن سطح منطبق باشد وبيرون ازآن سطح نيفتد وبعضي گويندکه خطوط مستقيمه
برآن سطح درجميع جهات فرض تواند شدکه مقابل ومحاذي يک ديگرباشند وبعضي گويند هرخط
مستقيم راکه برآن سطح منطبق نمايند درهرموضع آن سطح را تماس کند وغيرمستوي آنست که
چنين نباشد وغيرمستوي نيزبردوقسم است مستديرومنحني سطح مستديرآنست که اگريک سطح
مستوي آنراقطع کند دودائره حادث شوند مثل سطح کره واسطوانه ومخروط واگرچنين نباشد
منحني خوانند وهرچه درطول وعرض وعمق هرسه باشد آنراجسم گويند وجسم منتهي به سطح
ميشود واگردوخط يازياده ازآن که درسطح مستوي واقع شوند بطوريکه اگرآنها رادرجميع جهات
الي غيرالنهاية خارج کنند متلاقي يک ديگرنگردند آنهاراخطوط متوازيه گويند وهم چنين اگر
دوسطح يازياده ازآن بحيثيتي باشندکه اگرآنها رادرجهات آنها الي غيرالنهاية خارج کرده شود
ملاقي يک ديگرنشوند آن سطوح راسطوح متوازيه نامند وبعضي گويند که هرخطوط خواه سطوح
که بعد مابينهما مختلف نشود آنهارا متوازيه نامند والمآل واحد وزاويه عبارت است ازگوشه وکنج
وآن نيزبردوقسم است زاويهٔ مسطحه وزاويهٔ مجسمه زاويهٔ مسطحه منحدب ازسطح است که واقع شود
بين الخطين المتلاقيين علي نقطة بحيثيتيکه خط واحد نشود وبعضي گويندکه زاويهٔ مسطحه سطح است
که احاطه کند آنرادوخط متلاقي علي نقطة بطوريکه خط واحد نشود وزاويهٔ مسطحه رازاويهٔ بسيطه نيزگويند
وزاويهٔ مجسمه جسم است که احاطه کند آنراسطوح که ملتقي باشند علي نقطة ومتصل شوند دوسطح
ازان سطوح بريک خط بحيثيتيکه سطح واحد نشود وزاويه رابعضي محققين ازمقولهٔ کيف ميدانند
وبعضي ازمقولهٔ کم وبعضي ازمقولهٔ اضافة وبعضي ازمقولهٔ وضع وهرنقطه که برآن دوخط متصل
به يکديگرشوند يامنقطع گردند آن نقطه فصل مشترک است درميان آن هردوخط وهمچنين هرخط که برآن
دوسطح متصل بيکديگرشوند يامنقطع گردند آن خط فصل مشترک است درميان هردوسطح ونيزهرسطح
که برآن دوجسم متصل بيکديگرشوند يامنقطع گردند فصل مشترک است درميان آن هردوجسم

وگاهي نقطه فصل مشترک درميان دو سطح خواه دو جسم خواه يک خط ويک جسم خواه يک سطح ويک جسم واقع ميشود چنانکه در اتصال مثلثين ومخروطين علي رأسهما وغيرهما وبدانکه جسم فصل مشترک نمي تواند شد والا تداخل اجسام لازم آيد وآن محال است وبدانکه نيز زاويهٔ مسطحه بر دو قسم است زاويهٔ مستقيم الخطين وزاويهٔ غير مستقيم الخطين زاويهٔ مستقيم الخطين آنست که احاطه کند آنرا دو خط مستقيم وآن بر سه قسم است قائمه ومنفرجه وحاده زاويهٔ قائمه آنست که هرگاه خطي بالاي خطي قائم شود بحيثيتيکه ميلان بهيچ جانب نکند در هر دو جنب آن خط قائم دو زاويهٔ متساويه حادث شود وآن هر دو زاويتين قائمتين اند وآنرا زاويهٔ محدوده نيز خوانند وبايد دانست که حدوث دو قائمه بقيام خط علي خط بالفعل ضرور نيست چه قيام خطي بالاي خطي اعم است از ينکه خطي بر وسط خطي قائم شود يا بر طرف خطي قائم شود وهرگاه بر طرف خطي قائم شود بدينصـــورت

پس ضرور نيست که هر دو زاويهٔ متساويه حادث بالفعل شوند بلکه اگر يکي از ان دو خط خارج کرده شود زاويهٔ ديگر هم حادث خواهد شد وآن هر دو خط را عمود بر يک ديگر گويند وهر زاويه که اعظم از قائمه باشد آنرا منفرجه خوانند واگر اصغر از قائمه بود آنرا حاده نامند واصغر الحواد که آنرا احد الحواد هم گويند هيچ زاويه از مستقيم الخطين نمي تواند شد چه در اصول ثابت است که تقسيم زاويه الى غير النهاية ممکن است کما بيّنه اوقليدس في الشکل التاسع من المقالة الاولى ونيز اعظم الحواد از مستقيم الخطين نمي تواند شد زيراکه اعظم الحواد مابقي بعد اسقاط احد الحواد من القائمة است وهرگاه احد الحواد از مستقيم الخطين متعين نيست اعظم الحواد هم متعين نخواهد شد وزاويهٔ غير مستقيمة الخطين آن است که احاطه کند آنرا يک خط مستقيم ويک خط مستدير ويا هر دو خط مستدير وآن نيز سه نوع است قائمه ومنفرجه وحاده اما قائمه از خطين مستقيم ومستدير همچون قيام خطي بر محيط دائرهٔ کره که متقاطع علي القوائم فرض کنند اما زاويهٔ قائمه از مستديرين هرگاه حادث شود دو قسم است يکي آنکه حادث شود بر سطح مستدير همچون زاويه ها که از تقاطع علي القوائم دوائر افلاک وکره حادث مي شود چنانکه از تقاطع نصف النهار ومعدل النهار اما حدوث زاويهٔ قائمه از خطين مستديرين بر سطح مستوي سواي يک صورت که از برهان مثبت مي شود متصور نيست وآن چنانست که هرگاه دائره بکشند بحيثيتيکه طرف قطر آن دائره محيط دائرهٔ ديگر را تماس کند بنهجيکه از تماس ما جدا الحواد پيدا شود پس درينصورت از تقاطع دائرتين زاويهٔ قائمه حادث خواهد شد واين

قائمہ مجموع احد الحواد کہ از تماس یک دائرہ طرف قطر دائرۂ دیگر است و اعظم الحواد کہ از قطر
و محیط آن حادث گردیدہ چنانکہ در اصول مبرہن علیہ است ہذہ صورتہ　(جدول ٦٤)
بہر صورت اگر این زاویہ را معادل القائمۃ گویند وجہی دارد الا اینکہ مستقیمین الخطین از نوع
دیگر است و این از نوع دیگر و درمیان نوعین تباین کلی است و منفرجہ اعظم الانفراج و اصغر
الانفراج از این صورت بتامل منصور می شود کما لا یخفی علی المتفطن لیکن حدوث
آن ہر دو از یک خط مستدیر و دیگر خط مستقیم است چہ احد الحواد کہ تعیین آن از خط مستدیر
و مستقیم است اگر بر قائمۂ مستقیم الخطین بیفزایند منفرجۂ اصغر الانفراج شود و قس علیہ حال
اعظم الانفراج اما حادہ پس حال او ظاہر است و احد الحواد و اعظم الحواد از قسم اوست بدانکہ
در زاویۂ غیر مستقیمین الخطین باقسامہا در کتب قوم ہیچ تفصیل و تحقیق واقع نیست یا باشد
مگر بنظر این فقیر آن کتب نرسیدہ و اکثری حدوث قائمہ را صرف از خطین مستقیمین مقید میسازند
کما یظہر من حدہا و ہکذا حال المنفرجۃ و الحادۃ و لیکن انسب آنست کہ حدوث زاویہ را اعم دانند
کما بیّنہ بعض المتأخرین و در حقیقت تعریف زاویۂ قائمہ کہ کردہ اند تعریف خاص است کہ شامل
نیست انواع قائمہ را و تعریف اعم این ست کہ اگر خارج شود ہر ضلع آن احاطہ کند مع ضلع دیگر
بزاویۂ متساویۃ الاولی کہ در جنب اوست و شکل آنست کہ باحاطۂ حد و احد یا حدود حادث
شود پس اگر احاطہ کند آنرا یک خط یا زیادہ از آن آنرا شکل مسطحہ گویند و خواہ یک سطح یا زیادہ
از آن آنرا شکل مجسمہ گویند و انواع اشکال مسطحہ بسیار است از انجملہ مستقیم الاضلاع است
کہ احاطہ کند آنرا خطوط مستقیمہ و ہر یک خط را ضلع گویند و آن نیز چند قسم است یکی از آن
مثلث است کہ آنرا احاطہ کند سہ خط و آن بر سہ قسم است متساوی الاضلاع کہ ہر یک اضلاع
او متساوی باشند و مختلف الاضلاع کہ ہر یک از اضلاع او مختلف باشند و متساوی الساقین
کہ دو ضلع او متساوی باشند و باید دانست کہ در مثلث ہر زاویہ کہ علی رأس المثلث واقع است
ہر دو خط محیط آن زاویہ را ضلعین و ساقین گویند و خط ثالث را قاعدہ و ضلع عام است خواہ در مثلث
خواہ در دیگر اشکال کہ جمیع خطوط را ضلع میگویند و قاعدۂ خاص است کہ غیر از ضلعی کہ شکل
بر آن قائم شود بر ضلع دیگر اطلاق نمی کنند و ہر ضلع را بلحاظ زاویہ کہ فوق اوست و تر آن زاویہ گویند
پس قاعدہ خاص و وتر عام است و نیز مثلث باعتبار زوایا سہ قسم است مثلث قائم الزاویۃ

کہ یک زاویہ از زوایای او قائمہ باشد و مثلث منفرجۃ الزاویہ کہ یک زاویہ منفرجہ باشد و مثلث حادالزوایا کہ در ویک زاویہ ہم نہ قائمہ باشد نہ منفرجہ لہذا حادالزوایا گویند وچون ضروراست کہ در ہر مثلث دو زاویۂ حادہ باشند خواہ ہرسہ چراکہ مجموع ہرسہ زاویۂ جمیع مثلثات برابر دو قائمہ می باشد پس در مثلث قائمۃ الزاویہ یک زاویۂ قائمہ ودو حادہ می باشد ودر منفرجۃ الزاویہ یک زاویۂ منفرجہ ودو حادہ ودر حادالزوایا ہرسہ حادہ می باشند ومثلث متساوي الاضلاع ہمیشہ حادالزوایا است ومختلف الاضلاع ومتساوي الساقین قائمۃ الزاویہ ومنفرجۃ الزاویہ وحادالزوایا ہرسہ میشود پس انواع مثلث ہفت است وعمود مثلث خطی مستقیم است کہ از یکی زاویۂ آن برضلع موتر عمود واقع شود خواہ داخل مثلث باشد خواہ خارج مثلث بعد اخراج ضلع موتر باشد وآن ضلع موتر را قاعدہ گویند ومرکز مثلث نقطۂ ایست داخل مثلث کہ بُعد جمیع اضلاع از ان نقطہ مساوي بود اعني اگر آن نقطہ را مرکز فرض کردہ دائرہ در آن مثلث بکشند جمیع اضلاع را تماس کند واگرچہ فی الحقیقۃ مرکز مثلث مرکز دائرۂ ایست کہ ہرسہ زوایای مثلث را تماس میکند اگر آن دائرہ برآن مثلث کشند لکن در مساحت مثلث احتیاج بمرکز داخلۂ دائرہ است وجیب الزاویہ جیب مستوي قوسی است کہ ضلع موتر آن زاویہ وتر آن قوس باشد ومقدار زاویہ ہمان قوس است کہ وتر آن ضلع موتر آن زاویہ است ومراد از قوس قوس دائرہ است کہ بالای مثلث کشند وتفصیل این خواہد آمد انشاءاللہ تعالی دوم ذوار بعۃ اضلاع است کہ آن را چہار خط مستقیم احاطہ کند پس اگر آن ہرچہار مساوي اند وزوایا ہم متساوي باشند آنرا مربع گویند واگر زوایا مساوي نباشند آنرا معین خوانند ودرین شکل ضرور است کہ زاویتین متقابلتین متساوي باشند واگر از ان چہار خط دو دو خط متوازي متساوي باشند وزوایا ہم متساوي بوند مستطیل نامند واگر زوایا متساوي نباشند شبیہ بالمعین خوانند ودرین شکل ہم ضرور است کہ زاویتین متقابلتین مساوي باشند وخطیکہ بین الزاویتین المتقابلتین واصل شود آنرا قطر نامند واز جملۂ ذوار بعۃ اضلاع اگر دو خط متوازي باشند واحد الباقیین عمود برآن ہر دو متوازي واقع شود آنرا ذوزنقہ خوانند وخط چہارم را کہ منحرف است زنقہ گویند واگر احدی از باقیین عمود نباشد بل کہ ہر دو منحرف باشند ذوزنقتین خوانند پس اگر ہر دو متساوي اند ذوزنقتین متساویین اند والا مختلفین واگر از جملۂ

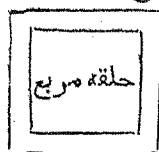
چهار خط خطین متوازیین نبود آنرا شقائقي گویند اگر از وصل قطرا قصر دو مثلث متساوي الساقین حادث شوند که قاعدهٔ آن هر دو مثلث خط واصل باشد و صاحب مفتاح الحساب آنرا ذوالیمین نام نهاده وبیان آن چنین کرده که اگرد رذ واربعة اضلاع ضلعین متجاورین متساویین باشند وهم چنین دو ضلع متجاور دیگر نیز متساوي باشند وضلعین اولین مخالف ضلعین آخرین بوند وتقاطع قطرین آن درداخل شکل وعلی القوائم باشد درینصورت زاویتین متقابلتین فقط در و متساوي خواهند شد وآن سه قسم است اگر زاویتین متقابلتین قائمه باشند معماران آنرا لوزي مي نامند واگر منفرجتین باشند در رودگران جوداله نام مي نهند واگر حادتین باشند باطیه نام مي دارند تم بیانه واگر از وصل قطرا قصر دو مثلث مختلف الساقین حادث شوند وتقاطع قطرین آن درداخل شکل وعلی القوائم بود آنرا این ضعیف شبیه بالشقائقي نام نهاده واگر از وصل خطی بین الزاویتین دو مثلث متساوي الساقین یکي اعظم و دیگر اصغر حادث شوند بحیثیتیکه اصغر داخل اعظم باشد آنرا ذورجلین خوانند ودرینصورت آنخط واصل خارج شکل واقع خواهد شد واین شکل فی الحقیقة تمام ذوالیمین الی المعین است چنانچه صاحب مفتاح بهمین عبارت تعریف ذوالرجلین نموده است وشکلی از ذواربعة اضلاع قثاء است وآن نوعی از بادرنگ است وصاحب خلاصة الحساب ذوزنقه وذوزنقتین وقثاء را از منحرفات شمرده وغیرآن را منحرفات گویند واگر زیاده از چهار خط احاطهٔ سطح کنند آنرا کثیر الاضلاع گویند وازآن جمله اگر پنج خط مساوي احاطه کرده باشند وزوایا نیز متساوي باشند مخمس گویند وهم چنین اگر شش خط مساوي احاطه کنند مسدس وهکذا الی المعشر واگر اضلاع مختلف باشند درینصورت زوایا مختلف باشند خواه مساوي ذوخمسة اضلاع گویند وهکذا الی العشرة وبعد آن لفظ قاعده بجاي ضلع بیفزایند وذواحدي عشر قاعده وذواثناعشر قاعده گویند وهکذا درمساوي الاضلاع اعني درمساوي الاضلاع چون اضلاع زیاده از ده باشند بجاي ضلع لفظ قاعده استعمال کنند چنانکه صاحب خلاصة الحساب بیان نموده است وصاحب تحریر اوقلیدس در پانزده ضلع مساوي ذوخمسة عشر ضلعا گفته است وصاحب عیون الحساب مطلقا بر کثیر الاضلاع لفظ اضلاع اطلاق نموده چنانکه ذواثناعشر ضلعاً گفته است پس تخصیص لفظ قاعده وجهی ندارد لیکن اگر براي امتیاز مساوي الاضلاع لفظ ضلع وبراي مختلف الاضلاع لفظ قاعده یا بالعکس اختیار کنند اولی واحسن است ومنجملهٔ اشکال کثیر الاضلاع که باسم خاص

مختص اند یکی مدرج وآن شکلی است که درجات او مثل درجات نردبان باشد وآنرا شکل منبری نیز گویند ودیگر مطبل وآن شکلی است که مشابه طبل باشد وطبل نقارهٔ صغیره را گویند که بوقت صید باز برای پرانیدن طائر می نوازند ودیگر وشرف بضم شین معجمه وفتح راء جمع شرفه بضم الشین وسکون الراء کنگره را گویند تا اینجا تمام شد اشکال مستقیم الخطوط وتخییل هر یک ازین اشکال از صور آنها بخوبی کرده میشود صور اشکال این است (جدول ٦٦)

واگر سطح را یک خط مستدیر احاطه کند بحیثیتیکه در داخل آن نقطهٔ مفروضه باشد که از وخطوط مستقیم مساوی بطرف آنخط مستدیر خارج تواند شد آنرا دائره گویند وآن خط مستدیر را محیط دائره وآن نقطهٔ مفروضه را مرکز وآن خطوط مستقیمهٔ خارجه را نصف قطر گویند وهر خط که مار بمرکز شود آن خط قطر و منصف دائره است وهر خط مستقیم که دائره را بمختلفین قسمت کند آن خط وتر قسمین است واجزاء محیط را قوس نامند واگر قوس و وتر احاطهٔ یک شکل کند آنرا قطعهٔ دائره گویند پس اگر آن قطعه داخل آن مرکز است اعني مرکز دائره داخل شکل بود آن قطعهٔ کبری است واگر مرکز خارج شکل باشد قطعهٔ صغری واگر قوس وقطر احاطهٔ شکل کند نصف دائره گویند وگاهي اطلاق قطعه بر آن هم می نمایند وهمچنین قطر را هم گاهی وتر میگویند پس وتر عام است وقطر خاص وجیب مستوی نصف وتر ضعف القوس است وگاهی تعریف آن باین نهج می کنند که آن عمودی است خارج از یک طرف قوس بر قطریکه مرور کند بطرف دیگر آن قوس وجیب معکوس عمودی است خارج از منتصف قوس تا منتصف وتر وضرور است که باشد جیب معکوس یک جزء از قطر اعني جزوی از قطر خواهد بود وآنرا سهم نیز گویند واکثری آنرا سهم نصف القوس می شمارند وبعضی سهم القوس میدانند وهذا انسب باسمه وجیب مستوی ربع دائره که آنرا جیب اعظم وجیب مطلق میگویند مساوی جیب معکوس است چه هر واحد نصف قطر اند وقوسی که اصغر از ربع است جیب معکوس آن اصغر از جیب مستوی است وقوسی که اعظم از ربع است فبالعکس پس جیب مستوی تجاوز از نصف قطر نخواهد کرد بخلاف جیب معکوس که گاهی از نصف قطر زیاده میشود وگاهی کم وگاهی مساوی وهذا علی قول الاکثرین واگر یک قوس ودو نصف قطر احاطهٔ سطح کند بحیثیتیکه آن هر دو واحد نشوند آنرا قطاع گویند پس اگر قوس اعظم از نصف محیط است قطاع اعظم است واگر قوس

اصغر از نصف است قطاع اصغر نامند واگر دو قوس متساوي ومختلف في جهة التحدب که اصغر ین از نصف محیط باشند احاطه کنند آنرا مسطح بیضي واهلیلجي نیز گویند واگر دو قوس متساوي که مختلف التحدب وهر واحد اکبر از نصف محیط بوند واحاطهٔ سطح کنند سطح عدسي گویند وشلجمي نیز خوانند واگر دو قوس مختلف که حدبهٔ آنها الی جهة واحدة باشد وهر دو اعظم از نصف محیط باشند نعلي گویند واگر هر دو اصغر از نصف باشند هلالي خوانند واز اشکال مسطحه که احاطه شکل مجسم راکند از مجسمات کره است اعني اگر سطح کره را تصور کنند مسطحه است واگر جسم کره تخییل کنند مجسمه است وکره جسمي است که احاطه کند آنرا سطح مستدیر که در داخل آن نقطهٔ مفروضه باشد که جمیع خطوط مستقیم خارجهٔ ازان نقطه بطرف آن سطح مساوی باشند وآن سطح را محیط کره گویند وآن نقطه مرکز کره است وآن خطوط خارجه انصاف اقطار آن کره است وخطی که از مرکز مرور کرده تا بمحیط رسد قطر کره است وقطری از اقطار بلحاظ حرکت کره محور است اعني اگر کره حرکت برآن قطر کند محوری نامند ودو طرف آنرا که دو نقطهٔ غیر متحرک است دو قطب کره وحرکت مي گویند وهرگاه کره رایک سطح مستوي قطع کند دائره حادث خواهد شد پس آن دائره اگر مرور بمرکز کند عظیمه است والا صغیره وهر دو قسم کره که از قطع حاصل شوند آنرا قطعة الکرة گویند وآن دائره قاعدة القطعه هر دو است ونقطهٔ مفروضه که جمیع خطوط خارجه ازان بطرف محیط قاعدهٔ آن قطعه مساوي باشد رأس القطعه وقطب القطعه است وخط واصل بین مرکز القاعدة والقطب ارتفاع وسهم قطعه است وآنچه از کره جدا کرده شود از توهم دوران نصف قطر از اقطار آن بر محیط صغیره بر بسیط آن مع ثبات یک طرف منطبق بر مرکز قطاع الکرة است وآن اکبر از نصف واصغر از نصف می باشد وبعبارت دیگر اگر کره را بطوری منقسم سازند که گویا یک طرف نصف قطر آنرا بر مرکز منطبق داشته طرف دیگر را بر محیط قطعهٔ صغیرهٔ کره که مفروض بر بسیط الکرة باشد گردش داده قطع کرده اند آن قطاع الکرة است پس آنچه اعظم از نصف باشد قطاع اکبر است والا قطاع اصغر وضلع الکرة آنچه که جدا شود از کره بسبب دو نصف دائرتین عظیمتین که برآن کره متقاطع شوند وآنرا اشکال تنین گویند ومنجملهٔ اشکال مجسمه اسطوانهٔ مستدیره است وآن شکلی است مجسم که احاطه کرده است او را دو دائرهٔ متساوي متوازي ویک سطح مستدیر العرض ومستقیم الطول

که واصل است درمیان محیط آن هردو دائره و آن هردو دائره قاعدهٔ اسطوانه است وخطیکه واصل شود درمیان دو مرکز آن دو قاعده آنرا سهم و محور اسطوانه خوانند پس آن خط اگر عمود برقاعدتین واقع شود اسطوانهٔ قائمه است وآنرا مساوي الاقطار وقائم الزاویه نیزخوانند واگر برهردو عمود واقع نشود اسطوانهٔ مائله است واگر بریکي عمود واقع شود وبردیگري عمود واقع نگردد اسطوانهٔ ناقصه است ومنجمله اشکال مجسمه مخروطهٔ مستدیره است وآن شکلیست مجسم که یک دائره که قاعدهٔ اوست ویک سطح مستدیر صنوبري منتهي بنقطه که راس اوست اورا احاطه کرده است وخطی که واصل است درمیان مرکز قاعده ونقطهٔ مذکوره سهم و محور اوست پس اگر آن خط عمود بر قاعده باشد مخروط قائم است واین را متساوي الساقین ومتساوي الاسواق ومتساوي الاضلاع ومتساوي الاقطار وقائم الزاویه نیزگویند واگر خط مذکور برمرکز قاعده عمود نباشد مخروط مائله است وبدانکه مخروط مستدیر را مخروط صنوبري نیزگویند وارتفاع مخروط خطی است که از راس مخروط خارج برقاعده عمود واقع شود وسطح قاطع للمخروط که متوازي قاعده باشد مخروط را دو قسم میکند مخروط اصغر که متصل راس آن باشد ودیگر مخروط ناقص که متصل قاعده باشد واسطوانهٔ مضلعه شکلیست که هردو قاعدهٔ او شکلین مستقیم الخطوط متماثلین باشند وبجاي یک سطح مستدیر سطوح ذوات الاربعة المتوازیه باشند ومخروط مضلع آنست که احاطه کند اورا قاعدهٔ مستقیم الخطوط وسطوح مثلثات که قاعده هاي آن مثلثات اضلاع قاعدهٔ اوست بدانکه این هردو تعریف خاص است وتعریف اعم اسطوانهٔ مضلعه این است که هردو قاعدهٔ او شکلین متماثلین غیرالدائرتین باشند وبجاي سطح مستدیر سطح یا سطوح مستقیم في الطول بود وتعریف اعم مخروط مضلع این است که احاطه کند اورا شکلی غیردائرهٔ که آن قاعدهٔ اوست ویک سطح یا سطوح مستقیم في الطول که تنگ شده تا بنقطه منتهي شود ونیزاز اشکال مسطحه سطح فلکیه است وآن اسطوانهٔ مجوفه مساوي الثخن است بشرطیکه ارتفاع او از قطرقاعدهٔ او زیاده باشد وقطر قاعدهٔ تجویف او ازنصف قطرقاعدهٔ او اقل بود خواه مساوي وثخن او زسمک اعني ارتفاع او اقل باشد خواه اکثر پس اگر قطر قاعدهٔ تجویف او اکثر ازنصف قطرقاعدهٔ او باشد بحیثیتیکه ثخن او اقل از ارتفاع او بود آنرا دفي نامند وآنچه ارتفاع او ازقطرقاعدهٔ او اکثر باشد آنرا انبوبه خوانند وبعضي دفي را باین عبارت تعریف

کرده اند که الذي في كرة مجوفة مساوي الثخن افرز منها قطعتان تكون قاعدتهما متساويتين متوازيتين وهذا شبيه بصورته　　صورا شكال اين است　　(جدول ٦٧)

وبعضى از اشكال مسطحه حلقه است وآن دو نوع است المربع والمستدير حلقهٔ مربع شكليست كه مابين دو مربع متوازي سطحى حادث شود هكـــــذا

حلقهٔ مربع

وثاني از اشكال مسطحه حلقهٔ مستديره است وآن شكلى است كه احاطه كند او را دو محيط دائرتين كه متحد المركز باشند اعني سطح مابين دائرتين كه بريك مركز كشند ويكى خرد وديگري كلان باشد بدينصورت　　(جدول ٦٨)

وقطاع حلقه شكلى است كه از احاطهٔ دو قوس متوازي ودو خط مستقيم كه مسامت مركز باشد واگر تا بمركز كشند خط واحد مستقيم نشوند حاصل مى شود وآن نيز مثل قطاع دائرهٔ اصغر واعظم از نصف ميتواند شد بدينصورت.　　(جدول ٦٩)

وقطعهٔ حلقه شكليست كه حاصل شود از احاطهٔ دو قوس متوازي ودو خط مستقيم كه اگريكى ازان دو خط بطرف ديگري خارج كنند يک خط مستقيم شود وآن نيز اكبر واصغر از نصف ميشود　(جدول ٧٠)

وديگر شكليست كه از قسي متساوي حاصل شود كه اگر درون او دائره بكشند اشكال هلاليات حادث شوند واين را اگر ذوي القسي نامند انسب است وهذه صورته　　(جدول ٧١)

* بيان بعضى اشكال مجسمهٔ ديگر *

بايد دانست كه اگر از يک مخروط قائم معين مجسمى كه يک راس او مركز قاعدهٔ مخروط باشد جدا كنند مجسم باقي را فضل المخروط نامند وان باقي مثل مخروط ناقص است كه از جوف آن مخروطى ديگر برآورده شده كه راس او مركز قاعدهٔ آن مخروط ناقص وقاعدهٔ او سطح اعلى آن مخروط ناقص باشد هكـــــذا　　(جدول ٧٢)

واگر از يک معين مجسم معين مجسمى ديگر كه هردو راس يكى بعينه هردو راس ديگرى باشد بيرون آورند مجسم باقي را فضل المعين نام نهند وآن گويا مركب است از دو مخروط قائم كه يكى ازآن تام وديگرى ناقص كه قاعدهٔ هردو يكى است واز جوف آن مخروطيكه راس او راس مخروط تام است وقاعدهٔ او بر سطح اعلى مخروط ناقص بيرون آورده شده هكذا صورته　(جدول ٧٣)

وچون دو مثلث وسه سطح متوازي الاضلاع بجسمى محيط شوند آنرا منشور گويند وآن

در حقیقت اسطوانهٔ مثلث القاعدتین است و دیگر از مجسمات که باحاطهٔ سطوح متماثله متساوی
الاضلاع والزوایا حاصل شود پنج قسم است قسم اول ذواربعة قواعد مثلثات متساوی الاضلاع
والزوایا وآن در حقیقت مخروط مثلث القاعده است که اضلاع او مساوی اضلاع قاعده باشند
واین قسم مجسم را در تحریر منسوب الی النار گفته قسم دویم ذوستة مربعات متساویات وآنرا مکعب
خوانند واین مجسم منسوب الی الارض است وقسم سیوم ذوثمانیة قواعد مثلثات متساوی الاضلاع
والزوایا واین مجسم منسوب بهواء است وقسم چهارم ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع
والزوایا واین منسوب بآب است قسم پنجم ذواثنا عشر قاعده مخمسات متساویات الاضلاع
والزوایا واین منسوب به سماء است واین هر پنج اقسام ممکن است که درمیان کرهٔ مفروضه واقع
شوند یا کرهٔ مفروضه درمیان آنها واقع شود پس اگر درمیان کره واقع شوند سطح کره مماس زوایای
آن مجسمات خواهد شد واگر کره درمیان آنها واقع شود سطح کره مماس مراکز سطوح قواعد خواهد بود
ونیز بعضی از مجسمات است که باحاطهٔ دو صنف از سطوح متساوی الاضلاع والزوایا حاصل شود
وممکن است که درمیان کره واقع شوند و سطح کره مماس زوایای این مجسمات باشد وممکن
نیست که کره درمیان این مجسمات واقع شود بحیثیتیکه سطح کره مماس مراکز سطوح قواعد آنها
گردد بل که درمیان این مجسمات دو کره واقع میتواند شد که سطح یک کره مماس مراکز سطوح
قواعد صنفی وسطح کرهٔ دیگر مماس مراکز سطوح قواعد صنف اخری باشد واقسام آن که مساحت
هریک از ان بطور خاص است و درین نسخه مذکور خواهد شد هفت است قسم اول ذوثمانیه
قواعد متساوی الاضلاع والزوایا که چهار از ان مثلثات وچهار مسدسات باشند قسم دویم ذو
اربعة عشر قاعده که شش از ان مربعات وهشت مثلثات باشند قسم سیوم ذواربعة عشر قاعده که شش
از ان مثمنات وهشت مثلثات باشند قسم چهارم ذواثنا وثلثین قاعده که دوازده از آن مخمسات
وبست از ان مثلثات باشند قسم پنجم ذواثنا و ثلثین قاعده که دوازده از آن معشرات وبست از آن
مثلثات باشند قسم ششم ذواربعة عشر قاعده که هشت از ان مسدسات و شش مربعات باشند
قسم هفتم ذواثنا وثلثین قاعده که دوازده از ان مخمسات وبست مسدسات باشند واشکال
مجسمات بر صفحه راست نمی آید مگر ترکیب ساختن اکثری از ان در مقدمهٔ ثانی در مسئلهٔ
چهل وششم مذکور خواهد شد انشاءالله تعالی ونیز بعضی از مجسمات است که باحاطهٔ سه

صنف از سطوح متساوي الاضلاع والزوايا حاصل شود پس آن مجسم سه کره مفروضه را محیط خواهد شد و هریکی از سه کره یک صنف راکه في الحقیقة قاعدهٔ مخروط باشند بر مرکز قاعده مماس خواهد شد اعني یک کره یک صنف سطوح را وکرهٔ دیگر سطوح صنفی دیگر را وسیومی سطوح صنف آن سیومي را برمراکز قواعد تماس خواهد کرد وانواع آن کثیر است همچون مجسمی که محاط باشد به شش مثمن وهشت مسدس ودوازده مربع وهمچنان مجسمی که محاط باشد بدوازده معشر وبست مسدس وسي مربع وغیرآن وبعضی از اشکال مجسمه طاق وازج بفتحتین وزاء معجمه وجیم است وفرق در طاق وازج این ست که عرض طاق از سبعه او زیاده میشود بخلاف ازج وآنچه که در طاق عرض است در ازج طول میگویند وآن هردو مجسم اند که احاطه کرده است آنراد وسطح مستوي ومتساوي که هردو سطح روي آن مجسم اند ودو سطح دیگر مستدیر یا قریب الاستداره ومتوازي که هردو محدب ومقعر آن مجسم است وتفصیل اقسام این از مفتاح باید طلبید

* مقدمهٔ دویم دربیان بعض مسائل هندسي،
وقواعدی که متعلق از مساحت است *

مسئلهٔ اول به شکل ه من مقالهٔ اولی در مثلث متساوي الساقین هردو زاویه که بر قاعده واقع میشوند متساوي می باشند *

مسئلهٔ دویم هرگاه دو زاویه در یک مثلث متساوي باشند هردو ضلع آن مثلث که موتر آن هردو زاویه اند متساوي خواهند بود به شکل و منه *

مسئلهٔ سیوم اگر بخواهند که تنصیف زاویه نمایند هردو ضلع راکه محیط زاویه اند مساوي فصل کنند وخط واصل بین النقطتین الفاصلتین بکشند پس مثلث متساوي الساقین حادث خواهد شد وهرگاه از زاویه خطی برنصف قاعده بکشند آن خط منصف زاویه خواهد بود به شکل ط منه *

مسئلهٔ چهارم هرگاه خطی خط دیگر را قطع کند چهار زاویه حادث خواهد شد از ان دو دو زاویه متقابلتین متساویتین خواهند بود به شکل یه منه *

مسئلهٔ پنجم هر سه زاویه هر مثلث معادل دو قائمه مي شود وهر مثلث که یک ضلع اورا اخراج کنند پس زاویهٔ خارجه مساوي هردو زاویهٔ متقابلتین که داخلتین مثلث اند خواهد بود

بشکل لب منه پس دوزاویهٔ هر مثلث از دو قائمه کمتر خواهد بود و در یک مثلث دو قائمه یا یک قائمه و یک منفرجه واقع نمی تواند شد *

مسئلهٔ ششم در هر مثلث ضلع اعظم و تر زاویهٔ اعظم میشود و ضلع اصغر و تر زاویهٔ اصغر بشکل یه منه *

مسئلهٔ هفتم مجموع دو ضلع هر مثلث اعظم از ضلع ثالث می شود بشکل ک منه *

مسئلهٔ هشتم هرگاه بر خطی دو عمود قائم شوند و هر دو طرف هر دو عمود را بخطی وصل نمایند هر چهار زوایا قائمه خواهند شد به قضیهٔ ثالث بشکل الح منه *

مسئلهٔ نهم در هر سطح ذو اربعة اضلاع قائم الزوایا ضلعین متقابلین متساوی خواهند بود به قضیهٔ رابع بشکل الح منه *

مسئلهٔ دهم اضلاع متقابلین از سطوح متوازی الاضلاع متساوی میباشند بشکل لد منه *

مسئلهٔ یازدهم هر دو سطح متوازی الاضلاع که بر قاعدهٔ واحد فی جهة واحد درمیان دو خط متوازی باشند متساوی خواهند بود بشکل له منه و هذه صورته * (شکل ۷۴)

مسئلهٔ دوازدهم هر سطح متوازی الاضلاع و مثلث که بر قاعدهٔ واحد فی جهة واحد ما بین دو خط متوازی باشند آن سطح ضعف مثلث خواهد بود بشکل ما منه و هذه صورته * (شکل ۷۵)

مسئلهٔ سیزدهم در هر مثلث قائم الزاویه مربع وتر مساوی مربعین ضلعین خواهد بود بشکل مز منه و این مسمی بشکل عروس است *

مسئلهٔ چهاردهم مسطح یک خط در خط آخر مساوی مجموع مسطحات آن خط در اقسام خط آخر است بشکل ا من ب *

مسئلهٔ پانزدهم مسطح خط در جمیع اقسام خودش مساوی مربع اوست بشکل ب من ب *

مسئلهٔ شانزدهم مسطح خط در یکی از دو قسم خودش مساوی مجموع مربع آن قسم و مسطح آن قسم در قسم آخر است بشکل ج من ب *

مسئلهٔ هفدهم هر خط را که تنصیف کنند و بر و خط دیگر علی الاستقامة بیفزایند پس مجموع مسطح آن خط مع الزیادة در زیادت مع مربع النصف مساوی مربع نصف مع الزیادة است بشکل و من ب *

مسئلهٔ هجدهم چهار امثال مسطح خط فی احد قسمیه مع مربع قسم آخر مساوی مربع خط است که بر آن بقدر قسم اول زیاده کرده باشند بشکل ح من ب *

نا

مسئلهٔ نوزدهم در هر مثلث منفرجة الزاویه مربع وتر زاویهٔ منفرجه اعظم از مربعین ضلعین می باشد بقدر ضعف مسطح قاعده در مقداری که بعد اخراج قاعده مذکور در میان زاویه وموقع عمود که از احدالزاویتین الباقیتین بکشند واقع شود اعني سوای ضلع وتر منفرجه از ضلعین دیگر یکي را قاعده فرض کنند واز احد الزاویتین که حاده اند عمود بر آن ضلع بکشند پس لا محالة آن عمود خارج از مثلث خواهد بود وقدر واقع درمیان زاویه وموقع العمود نیز خارج از مثلث خواهد افتاد بدین صورت * (شکل ۷۶)

پس ضعف مسطح آن ضلع که قاعده فرض کرده شده است در قدر واقع بین الزاویه وموقع العمود مقدار تفاضل مربع وتر بر مجموع مربعین ضلعین است بشکل یب من ب *

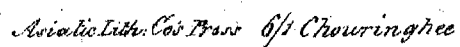
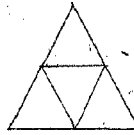
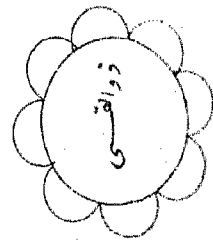
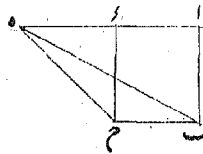
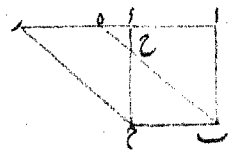
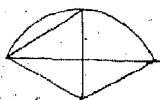
مسئلهٔ بستم در هر مثلث مربع وتر زاویهٔ حاده اصغر از مربعین ضلعین بقدر ضعف مسطح قاعده در قدر واقع بین الزاویه وموقع العمود خواهد بود چنانچه در مسئلهٔ نوزدهم گفته شد بشکل یج من ب *

مسئلهٔ بست ویکم در دائره هر خط که از مرکز بر وتر خارج کرده شود پس اگر آن خط منصف وتر شود آن خط عمود بر آن وتر است واگر عمود است منصف وتر است بشکل ج من ج *

مسئلهٔ بست ودویم در دائره زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه می شود صورته هکذا بشکل ک من ج * (شکل ۷۷)

مسئلهٔ بست وسیوم جمیع زوایای محیطیه که در یک قطعه واقع شوند متساوي خواهند بود بشکل کا من ج * (شکل ۷۸)

ونیز هر دو زاویهٔ متقابلتین از زوایای ذی اربعة اضلاع که در دائره واقع شوند معادلتین لقائمتین خواهند بود بشکل کب من ج *

مسئلهٔ بست وچهارم اگر خواهند مرکز قطعهٔ دائره بدانند پس وتر را تنصیف سازند وبالای نقطهٔ منصف عمود سهم بکشند پس لا محاله منصف قوس خواهد بود واز آن عمود تا یکطرف قوس خط واصل کشند تا مثلث قائم الزاویه حادث شود و وتر زاویهٔ قائمه خط واصل باشد بعد ازان از هر دو جانب وتر دو خط خارج نمایند که آن هر دو ملاقي شوند بحیثیتیکه زاویهٔ وتري مساوي زاویهٔ قوسي که از عمود و خط واصل حادث شده است باشد پس نقطهٔ متلاقي الخطین مرکز خواهد بود وهـــذه صورته واین متفرع بشکل ا و ج من ج است * (شکل ۷۹)

شکل ٦٧
صفحه ١٩٨
جیب معکوس
قطر
قطعهٔ صغری
وتر قاعده
مرکز
قطعهٔ کبری
قطاع اصغر
قطاع اعظم
ہلالی
نعلی
شلجمی
عدسی
شبیہ بالاہلیلجی والبیضی
وہو البیضی عند البعض
بیضی والاہلیلجی
قاعدۂ اسطوانہ مستدیرۂ قائمہ
قاعدۂ اسطوانۂ مائلہ
قاعده
قاعدۂ مخروط ناقص
قاعدۂ مخروط مائلہ
قاعدۂ مخروط قائم
سہم و محور
قاعدۂ اسطوانۂ مضلعہ
وقطع علیہ مائلہ
ومخروط مضلعۂ قائمہ ومائلہ
Asiatic Lith. Co's Press 6/1 Chowringhee

و بالحساب بموجب مسئلهٔ بست و هفتم مربع نصف و تررا بر سهم قسمت کنند خارج قسمت مع سهم قطر دائره خواهد بود پس آنرا تنصیف سازند که موقع مرکز حاصل شود اعني خطی مستقیم مقدار نصف قطر از منصف قوس بحیثیتیکه و تررا بزاویهٔ قائمه تقاطع نماید بکشند مرکز حاصل خواهد شد و نیز اگر مجموع مربع نصف وتر و مربع سهم را بر سهم قسمت کنند خارج مقدار قطر خواهد برآمد *

مسئلهٔ بست و پنجم در یک دائره یا در دائرتین متساویتین هرگاه دو وتر و قوس متساوی باشند آن هرد و قوس هم متساوی خواهند بود بشکل الز من ج *

مسئلهٔ بست و ششم در هر قطعه که نصف دائره باشد زاویهٔ محیطیهٔ قائمه و در قطعهٔ اعظم از نصف زاویهٔ حاده خواهد افتاد و اگر قطعهٔ اصغر از نصف بود زاویهٔ منفرجه خواهد افتاد بشکل ل من ج *

مسئلهٔ بست و هفتم هرگاه در یک دائره دو وتر باهم متقاطع شوند خواه یکی ازان قطر باشد یا نباشد پس هرد و وتر منقسم بدو قسم خواهد شد و مسطح قسمین هر وتر مساوی مسطح قسمین وتر آخر خواهد بود بشکل لد من ج *

مسئلهٔ بست و هشتم هرگاه دو خط از یک نقطه که خارج از دائره باشد بطرف دائره بکشند بنهجیکه یکی ازان دائره را تماس کند و دیگری قطع نماید پس مسطح جمیع قاطع در مقدار یکه خارج از دائره است مساوی مربع خط مماس خواهد بود و هذه صورته بشکل له من ج (شکل ۸۰) مسطح اج في ءا مساوی مربع اب است *

مسئلهٔ بست و نهم اگر خواهند در مثلث دائره بکشند بحیثیتیکه هرسه اضلاع مثلث مماس دائره شوند پس هرسه زاویه را تنصیف نمایند و هر جاکه آن خطوط منصف ملاقی شوند مرکز دائره خواهد بود بشکل ء من ء و این ضعیف میگوید که هر اضلاع مثلث را دو قسم نمایند بحیثیتیکه یک قسم یک ضلع مساوی یک قسم ضلعیکه مجاور اوست باشد و هردو قسم محیط یک زاویهٔ مثلث باشند و بعد ازان بر هر نقطه مقسم هر ضلع عمود خارج سازند پس نقطه ملاقی عمودها مرکز است و نیز بالحساب فضل نصف مجموع اضلاع بر هر یک ضلع بگیرند و آن تفاضلات را باهم ضرب سازند اعنی اول را در دویم و حاصل را در سیوم و حاصل ضرب را بر نصف مجموع قسمت نمایند که جذر خارج قسمت مقدار نصف قطر دائره محاط خواهد بود

وهرگاه بآن مقدار عمود بر نقطهٔ مقسم بکشند مرکز دائره حاصل شود فافهم هذه صورته (شکل ۸۱)
باید دانست که درینصورت در مثلث شش مثلث قائم الزاویه حادث میشوند که سه از ان مساوی
سه آخراند واحد الساقین آنها عمود مرکزی است و ساق آخر احد من قسمین ضلع است
وازین متفرع میشود که مثلث اول مساوی سه مستطیل است که یکی از ضلع او عمود
ودویم قسمی از قسمین متساویین ضلعین متجاورین است بلکه مساوی یک مستطیل است
که یک ضلع او عمود مرکزی و ضلع دویم او نصف مجموع اضلاع مثلث است و نیز اگر
بخواهند که علی المثلث دائره بکشند دو ضلع متجاورین را تنصیف نموده از هر دو نقطه
منصف دو عمود خارج کنند و هرجا که آن عمود ملاقی شوند مرکز دائره خواهد بود پس ببعد
خط واصل من المرکز واحد الزاویه مثلث دائره بکشند و هو المطلوب من شکل ۵ من ۴ چنانچه
در قواعد استخراج قطر کره مذکور کرده شده است *

مسئلهٔ سی ام هر دو سطح متوازی الاضلاع خواه دو مثلث که متساوی الارتفاع باشند
پس نسبت یکی بطرف دیگری مثل نسبت قاعدهٔ هر دو خواهد بود و باید دانست که ارتفاع
عبارت است از عمودیکه بالای قاعده از زاویهٔ راس المثلث کشیده شود بشکل ا من و *

مسئلهٔ سی و یکم هر دو مثلث که متشابهة الاضلاع باشند اعنی نسبت یک ضلع مثلث بطرف
دیگر ضلع او مثل نسبت یک ضلع مثلث دویم بطرف دیگر ضلع او باشد پس نسبت مثلث بطرف
مثلث مثل نسبت ضلع او بطرف ضلع مثلث آخر که نظیر اوست خواهد بود مثناة مثلاً یک مثلث است
که یک ضلع او ۳ و ضلع دیگر ۴ و ضلع سیومی ۵ و مثلث دویم است که یک ضلع او ۶ و ضلع دیگر ۸
و ضلع سیومی ۱۰ و این متشابهة الاضلاع است پس نسبت مثلث اول بطرف ثانی مثل نسبت
ضلع او بطرف ضلع مثلث دویم که نظیر اوست مثناة است و چون نسبت یک ضلع بطرف ضلع
مثلث آخر نسبت نصف است لهذا نسبت مثلث اول بطرف مثلث ثانی نسبت نصف
نصف است بشکل یح من و *

مسئلهٔ سی و دویم جمیع سطوح کثیر الاضلاع که متشابه باشند اعنی متشابهة الاضلاع بوند
منقسم بمثلثات متساوی العدة میشوند و نسبت یک سطح بطرف سطح دیگر مثل نسبت ضلع
هر دو که نظیرین باشند خواهد بود مثناة بشکل ط من و *

مسئلهٔ سی وسیوم جمیع سطوح متوازی الاضلاع که برقطر یک سطح متوازی الاضلاع[۳] واقع شوند بایک دیگر متشابه خواهند بود ونیز متشابه به سطح اعظم خواهد شد بشکل الح من و *

مسئلهٔ سی وچهارم اگرخواهم که برنقطهٔ مفروضه ازخط مفروضه زاویه مثل زاویهٔ مفروضه درست کنم برد وخط محیط زاویهٔ مفروضه دو نقطه فرض کرده آن هردو نقطه راباهم وصل کنم تامثلث پیدا شود وبر نقطهٔ مفروضه ازخط مفروضه مثلثی مثل آن مثلث بسازم پس زاویه که برنقطهٔ مفروضه حادث خواهد شد مثل زاویهٔ مفروضه خواهد بود بشکل الح من ا *

مسئلهٔ سی وپنجم اگربخواهند که برضلعی ازاضلاع مثلث عمود ازنقطهٔ زاویه که آن ضلع وتر اوست بکشند پس اگروترمذکورقاعدهٔ مثلث متساوی الساقین است یامتساوی الاضلاع نقطهٔ منصف القاعده موقع عمود خواهد بود واگرمثلث مختلف الاضلاع پس اگرضلع اطول را قاعده فرض کرده وبرنقطهٔ زاویه قوسی ببُعد احد الضلعین بلکه ببعد ضلع اقصربکشند تاوتر را که قاعده است بردونقطه قطع کند خواه آن هردونقطه داخل مثلث باشند خواه یکی داخل ویکی خارج وخط مابین النقطتین راتنصیف سازند که نقطهٔ منصف موقع العمود خواهد بود ونیز اگر ببعد نصف احدالضلعین قوس بکشند نقطهٔ تقاطع قاعده موقع العمود خواهد بود وهرگاه اززاویه برموقع العمود عمود بکشند مثلث قائم الزاویه حادث خواهد شد که وترآن ضلعی ازمثلث باشد پس اگرخواهند که مقدارعمود بدانند مربع مابین موقع العمود وضلع را ازمربع ضلع ساقط نمایند جذرباقی مقدارعمود است وهذا بالعمل وبالحساب طریق ها ست طریق اول مجموع الساقین رادرتفاضل بینهماضرب کرده حاصل الضرب رابرقاعده قسمت سازند پس خارج اگرمساوی قاعده باشد اقصرالاضلاع عمود برقاعده خواهد بود واگرخارج اقل ازقاعده یا اعظم باشد پس نصف تفاضل بین القاعده والخارج مقدارما وقع بین اقصرالساقین وموقع العمود است خواه داخل مثلث باشد درصورتیکه خارج اقل ازقاعده بود خواه خارج مثلث درصورتیکه خارج اکثرازقاعده باشد وبدانکه این قاعده سوای مثلث متساوی الاضلاع ومساوی الساقین درهر مثلث مختلف الاضلاع جاری میشود واگرچه صاحب خلاصة الحساب تخصیص نکرده است طریق

---

۳ دربعضی نسخ این کتاب بشکل الح من و ودربعضی بشکل الم من و واقع است وحال آنکه این مسئله مطلب شکل کب من و است

دویم در جمیع مثلثات احد الاضلاع را قاعده فرض کرده وفضل بین مجموع مربعین قاعده واحد الساقین وبین مربع ساق آخر را بر ضعف قاعده قسمت سازند خواه نصف فضل را بر قاعده قسمت سازند که خارج مقدار مابین ساق اول وموقع العمود است خارج باشد یا داخل طریق سیوم در جمیع مثلثات فضل نصف مجموع اضلاع علی احد الساقین را در فضل الساقین علی القاعده ضرب کرده حاصل را بر قاعده قسمت کنند وفضل بین الخارج وساق اول بگیرند که آن مقدار مابین الساق وموقع العمود است پس اگر قاعده ضلع اطول باشد وساق اطول از خارج بود موقع العمود داخل مثلث خواهد بود واگر ساق اقصر از خارج باشد موقع العمود خارج از مثلث خواهد افتاد واگر قاعده احد الاقصرین وساق مساوی خارج بود یا فضل ساق علی القاعده مساوی خارج بود پس اقصر الساقین عمود خواهد بود طریق چهارم که مختص بمثلث قائم الزاویه است ضلعین اقصرین را در یک دیگر ضرب ساخته حاصل را بر ضلع اطول که قاعده است قسمت کنند خارج عمود باشد واگر مربع یکی از دو ضلع اقصر را بر قاعده قسمت سازند خارج مقدار ما وقع بین ذلک الضلع وموقع العمود خواهد بود طریق پنجم که مخصوص مثلث حاد الزوایا متساوی الاضلاع است جذر سه ربع مربع احد الاضلاع مقدار عمود است طریق ششم مخصوص مثلث متساوی الساقین ومتساوی الاضلاع است مربع نصف قاعده را از مربع احد الساقین ساقط کنند وجذر باقی بگیرند که عمود است طریق هفتم هرگاه مقدار زوایای مثلث معلوم باشد پس جیب زاویه را در احد الضلعین المحیطین او ضرب کرده حاصل را بر شصت قسمت کنند خارج مقدار عمودی است که بر ضلع آخر واقع شود ونیز باید دانست که مقدار عمودیکه از زاویهٔ قائمه برو تر واقع شود بقدر جیب زاویتین آخرین خواهد بود وطریق استخراج جیب زاویه ومقدار زاویه در مسئلهٔ چهلم مذکور خواهد شد باید دانست که در مثلث قائم الزاویه عمودیکه از زاویهٔ قائمه برو تر کشیده شود داخل مثلث خواهد افتاد وهمچنین در منفرجة الزاویه وعمود از دیگر زوایا خارج مثلث خواهد بود ودر حاد الزوایا هر سه عمود داخل مثلث خواهد بود ونیز باید دانست که هر مثلث بسبب اخراج عمود منقسم بدو مثلث قائم الزاویه می شود تحقیقا هرگاه عمود داخل مثلث باشد وحکما هرگاه عمود خارج باشد چراکه اگر عمود خارج مثلث افتد یک مثلث قائم الزاویه اعظم حادث خواهد شد که منقسم بدو مثلث شده یکی از ان قائم الزاویهٔ اصغر

که باخراج عمود حادث شده دویم مثلث مطلوبهٔ اول ودرینصورت مثلث اول
در حکم قائم الزاویه شد که یک ساق آن عمود وساق دویم آن قسمی از قاعده که داخل
مثلث است باشد چراکه مساحت هردو مساوي مي شود وبرهان آن باندک تامل ظاهر است *
فائده باید دانست که در مثلث متساوي الاضلاع ومتساوي الساقین نصف القاعده موقع العمود میباشد
فائدهٔ دیگر هرگاه موقع العمود معلوم شد پس باید دانست که چون از عمود زاویهٔ قائمه
بالای موقع العمود حادث مي شود درینصورت هرگاه از مربع وتر آن زاویهٔ قائمه مربع
ضلع که موقع العمود است ساقط سازند باقي مربع عمود خواهد بود *

مسئلهٔ سي وششم در استخراج عمود ذوزنقه وذوزنقتین بدانکه در ذوزنقه هرگاه یک ضلع
بردو ضلع متوازي عمود مي باشد پس عمودیکه از زاویهٔ منفرجه بالای اطول متوازي بکشند
متوازي ومتساوي عمود اول خواهد بود بدینصورت * (شکل ٨١)
وذوزنقتین از دو حال بیرون نیست خواه هردو زنقه متساوي باشند یا مختلف واگر مختلف باشند
نیز یا هر سر زنقه که عبارت از جانب زاویهٔ منفرجه است بیکطرف باشد یا مختلف پس اگر ذوزنقتین
متساویتین است ضرورةً راس هردو زنقه بیک جانب خواهد بود وموقع العمودین که از زاویتین
منفرجتین خارج شوند برخط متوازي اطول خواهد افتاد ومثلثین قائم الزاویتین که از اخراج
عمودین حادث خواهد شد متساویین خواهد بود واحد الاضلاع آن هردو مثلث مساوي
بقدر نصف تفاضل ما بین خطین متوازیین خواهد شد بدینصورت * (شکل ٨٢)
درینصورت هرگاه مربع نصف تفاضل متوازیین را ازمربع احد الزنقتین ساقط کنند جذر باقي
عمود خواهد بود ودر مختلف الزنقتین باید که نصف تفاضل مربعین زنقتین را بر تفاضل متوازیین
قسمت کنند وخارج قسمت رایک مرتبه برنصف تفاضل متوازیین بیفزایند که مقدار ما بین موقع
العمود وزنقهٔ اعظم حاصل شود ویک مرتبه نقصان کنند که مقدار ما بین موقع العمود وزنقهٔ اصغر
حاصل شود وهرگاه مربع مقدار حاصل ما بین اعظم را ازمربع زنقهٔ اعظم خواه مربع مقدار حاصل
ما بین اصغر را ازمربع زنقهٔ اصغر ساقط کنند جذر باقي مقدار عمود خواهد بود *

مسئلهٔ سي وهفتم در استخراج سهم قوس از وتر وقطر معلومین هرگاه مقدار وتر قوس وقطر
دائره معلوم باشد پس مربع نصف وتر را ازمربع نصف قطر ساقط کنند وجذر باقي را هرگاه از نصف

قطر ساقط گردانند باقي مقدار سهم قوس است اگر قوس اصغر از نصف دائره باشد وباقي مذکور را برنصف قطر بیفزایند که مجموع مقدار سهم قوس اعظم من النصف خواهد بود و برهانه ماخوذ من شکل ز من ب و بمسئلهٔ بست و هفتم کتاب هذا ویظهر بالتأمل *

مسئلهٔ سي وهشتم در دانستن وتر از قوس ومحیط باید که مقدار قوس را از محیط ساقط نموده باقي را در مقدار همان قوس ضرب سازند ومضروب اول نام نهند وآنرا از حاصل الضرب ربع مربع محیط درپنج نقصان کنند وباقي را بمضروب ثاني موسوم نمایند وباز مضروب اول را در چهار ضرب نموده و حاصل را در قطر ضرب ساخته بر مضروب ثاني قسمت کنند خارج مقدار وتر قوس خواهد بود وباید دانست که چون نسبت قطر بطرف دائره و نسبت وتر بطرف قوس نسبت صمي است لهذا در ضرب و قسمت اگر کسر زائد از نصف افتد آنرا بمنزلهٔ صحیح بگیرند واگر کمتر از نصف باشد آنرا بگذارند و ساقط کنند چراکه استخراج وتر از قوس و محیط تقریبي میشود نه تحقیقي چنانکه استخراج قطر از محیط ومحیط از قطر تقریبي است نه تحقیقي واین قاعده را صاحب لیلاوتي و صاحب دستور الحساب بیان نموده است واین نحیف طریقیکه صاحب مجسطي مذکور ساخته انشاء الله تعالی درین مقدمه بیان خواهد نمود وباید دانست که چون اهل تنجیم قطر را یکصد و بست درجه ومحیط را سه صد وشصت درجه فرض مي کنند لاکن در درجات قطریه ومحیطیه تفاوت مي باشد لهذا اوتار باجزاء قطریه و اقواس باجزاء محیطیه خواهد بود پس اگر اوتار را هم باجزاء محیطیه بگیرند اربعهٔ متناسبه نمایند چنانچه در مطلب سادس حساب اهل تنجیم گفته شد *

مسئلهٔ سي ونهم در استخراج قطر از محیط ومحیط از قطر بدانکه نسبت محیط بطرف قطر وبالعکس هیچ کس نمی داند الا او سبحانه تعالی وهو علی کل شيء محیط علما واحصی کل شيء عددا ارشمیدس بیان نموده که محیط دائره زیاده از سه امثال قطر است باقل از سبع واکثر از ده جزء من احد وسبعین جزء وجمهور آنرا سبع قرار داده اند وصاحب مفتاح گوید که اگر قطر واحد یعني یک درجه باشد محیط سه درجه وهشت دقیقه وبست ونه ثانیه وچهل وچهار ثالثه خواهد بود ورابعه وغیره را طرح نموده یعني ساقط کرده بسبب دشواري عمل و نحیف مؤلف این رساله دو سه دائره از پرگار نقطي که مخصوص براي تقسیم خطوط باقسام متساوي است براي امتحان

کشیده محیط دائره گاهي زیاده از سه مثل و یک سبع میشود و گاهي سه مثل و کم از سبع میشود احتمال است که بسبب تغییر و عدم مساعدت آلات در کشیدن دائره انحراف و انحنا تفاوت شده باشد یا بسبب تباین نوعي درمیان قطر و محیط تفاوت در تعیین نسبت واقع میشود و الله اعلم بالصواب و ازین متبادر میشود که مساحت دوائر و دیگر اشکال مستدیر الخطوط که منحصر بر نسبت قطر و محیط است تقریبي خواهد بود نه تحقیقي و صاحب لیلاوتي و دستور الحساب نسبت قطر و محیط را مثل نسبت یک هزار و دویست و پنجاه با سه هزار و نهصد و بست و هفت استنباط نموده و آنرا تحقیقي گفته است و آن قریب بلکه مطابق صاحب مفتاح میشود پس هرگاه محیط را بر سه صحیح و یکسبع قسمت کنند خارج قطر خواهد بود و اگر قطر را در سه صحیح و یک سبع ضرب سازند حاصل محیط خواهد شد خواه محیط را در یک هزار و دویست و پنجاه ضرب نموده بر سه هزار و نهصد و بست و هفت قسمت کنند خارج قطر خواهد بود و اگر قطر را در سه هزار و نهصد و بست و هفت ضرب ساخته بر یک هزار و دویست و پنجاه قسمت نمایند خارج محیط خواهد شد *

مسئلهٔ چهلم در استخراج وتر و جیب قوسها از قطر بطریق صاحب مجسطي چنانکه در مسئلهٔ سي و هشتم مقدمهٔ هذا وعدهٔ بیان آن نموده شد و در آن دو گفتار است *

* گفتار اول در استخراج وتر از قطر *

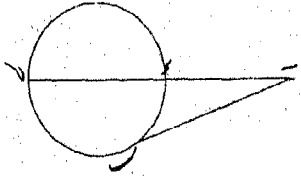
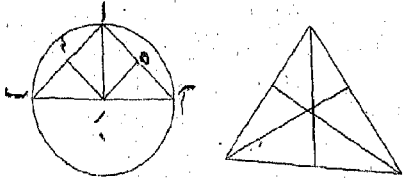
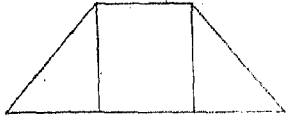
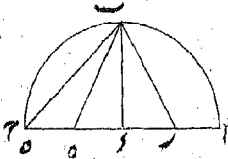
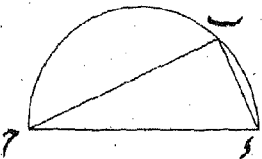
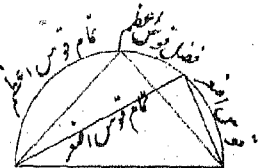
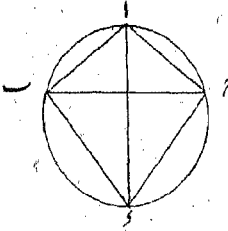
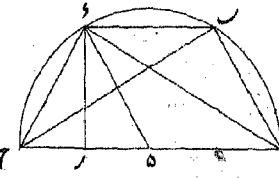
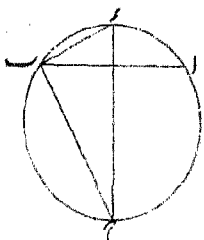
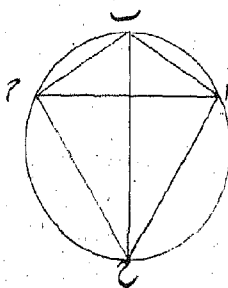
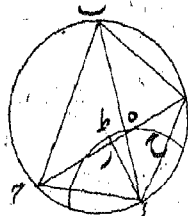
باید دانست که قطر هر دائره قوي اوتار جمیع قوسهای دائره است اعني جمیع اوتار در قطر بالقوه موجود اند ولهذا هیچ وتر از قطر زیاده نمیشود درینصورت از ضلع معشر و مخمس ابتدا کرده اعني طریق استخراج وتر قوس معشر و مخمس اول بیان میکنم که هرگاه نصف دائرهٔ ا ب ج بکشند و بر مرکز که ء است عمود قایم کنند لا محاله تنصیف قوس نصف دائره بنقطهٔ ب خواهد شد و هرگاه نصف قطر را بر نقطهٔ ه تنصیف نموده از منصف قوس نصف دائره که نقطهٔ ب است وصل کنند و ه ر را از قطر مثل ب ه نشان کنند و ب ر را هم وصل نمایند پس ء ر مقدار ضلع معشر و ب ر

باید دانست که تحقیق نزد اهل فرنگ آن است که اگر قطر دائره یک صد باشد محیط سه صد و بست و چهار صحیح و کسري خواهد بود و این ضعیف که امتحان نموده نیز قطر دائره چهل و هشت بود و محیط یکصد و پنجاه و پنج صحیح و کسري برآمده و آن مساوي سه امثال و یک ربع قطر است تقریبا

مقدار ضلع مخمس است چراکه بموجب مسئلهٔ هفتد هم مقدمهٔ هذا مسطح ح ر در رء معه مربع ءه مساوي مربع ره بلکه مربع ب ه بلکه مساوي مربع ءه و ب ء است بشکل عروس و هرگاه قدر مشترک اعني مربع ءه از هر دو ساقط شد پس ح ر در رء مساوي مربع ب ء اعني ء ح ماند پس خط ح ر منقسم علی نسبت ذات الوسط والطرفین شد بموجب شکل هفتدهم مقالهٔ ششم و چون بشکل یازدهم مقالهٔ سیزدهم ثابت است که وتر قوس مسدس مساوي نصف قطر می باشد پس ء ر بموجب شکل دوازدهم مقالهٔ مذکور وتر معشر شد و ب ء که قوي آن هر دو است ضلع مخمس شد بشکل سیزدهم مقالهٔ مذکور درینصورت مجموع مربع نصف قطر اعني ب ء و مربع ربع قطر اعني ءه مساوي مربع ب ه بلکه مربع ه ر است و هرگاه از جذر مجموع اعني ه ر بقدر ربع قطر اعني ءه ساقط کنند باقي مقدار ء ر که ضلع معشر است خواهد ماند و هرگاه جذر مجموع مربع ء ر اعني مربع ضلع معشر و مربع ب ء اعني مربع نصف قطر بگیرند مقدار ب ر که ضلع مخمس است حاصل خواهد شد و چون ب ح را وصل کنند وتر قوس ربع دائره میشود و آن مساوي جذر ضعف مربع نصف قطر است بشکل عروس و چون سه ربع مربع نصف قطر مساوي مربع ضلع مثلث می باشد بشکل یازدهم مقالهٔ مذکوره درینصورت جذر آن ضلع مثلث باشد * وهذه صورته　　(شکل ۸۳)

و نیز چون در نصف هر دائره زاویهٔ محیطیه قائمه واقع میشود درینصورت هرگاه مربع وتر قوسي که کمتر از نصف باشد از مربع قطر ساقط کنند جذر باقي مقدار وتر قوس باقي خواهد بود مثلا اگر مربع ضلع معشر را از مربع قطر ساقط کنند باقي مربع وتر قوس چهار عشر دائره خواهد بود * وهذه صورته　　(شکل ۸۴)

و اگر وتر دو قوس مختلف الوتر معلوم باشد و بخواهند که وتر فضل قوسین بدانند چون در هر ذوار بعة اضلاع که در دائره واقع میشود مجموع مسطح ضلعین متجاورین او در ضلعین متقابلین مساوي مسطح قطرین ذوار بعة اضلاع میشود و هرگاه وتر قوسي که کمتر از نصف دائره بود معلوم باشد وتر قوس باقي از نصف هم معلوم خواهد بود چنانکه بالا گفته شد و چون در نصف دائره از وترین قوسین معلومین و تر قوسین متممین آنها تا نصف را استخراج کنند یک ذوار بعة اضلاع حادث میشود که یک ضلع او قطر دائره و ضلع دیگر وتر قوس اصغر و ضلع سیوم وتر

فصل قوس اعظم علی الاصغر و ضلع چهارم وتر تمام نصف دائره از قوس اعظم واحد القطرین آن وتر قوس اعظم و دیگری وتر تمام نصف دائره از قوس اصغر می افتد وهذه صورته (شکل ۸۵)
درینصورت اگر مسطح وتر تمام نصف دائره از قوس اصغر را در وتر قوس اعظم ضرب نموده از حاصل که فی الحقیقة مسطح قطرین ذو اربعة اضلاع است مسطح وتر قوس تمام نصف دائره از قوس اعظم فی وتر قوس اصغر را که مسطح ضلعین متقابلین است ساقط کنند و باقی را بر قطر دائره قسمت کنند خارج وتر فضل قوسین خواهد بود وهمچنین اگر قوس اعظم من النصف باشد پس از قطر دائره وتر باقی تا نصف دائره از هریک قوس حاصل نموده متقابلین را باهم ضرب سازند و مجموع حاصل الضرب را بر قطر قسمت نمایند که خارج مقدار وتر فضـــــل قوسین خواهد بود
هذه صورته (شکل ۸۶)

مثلا اگر گویم که اج وتر قوس اعظم است اعنی اب ج و اب وتر قوس اصغر است پس ب ء و ج ء نیز معلوم خواهد شد و هرگاه مجموع مسطح ج ء فی اب و مسطح ب ء فی اج را براء که قطر دائره است قسمت نمایند خارج ج ب که مطلوب است خواهد بود ونیز اگر بخواهند وتر نصف قوس معلوم الوتر که کمتر از نصف دائره باشد بدانند باید که اول فضل قطر بر وتر تمام آن قوس تا نصف دائره حاصل سازند و قطر را در نصف فضل ضرب نموده جذر حاصل الضرب بگیرند که آن مقدار وتر نصف قوس مذکور است چراکه هرگاه اب ج نصف دائره بر قطر اج فرض کرده شود و قوس ب ج معلوم الوتر باشد و آنرا بر نقطهٔ ء تنصیف نمایند و وصل کنند اب و اج و اء و ب ج و ء ج و از اج که قطر است بقدر اب که وتر تمام قوس است جدا سازند بنقطهٔ ه و ء ه و ب ء را وصل نمایند پس هر دو مثلث اب ء و اء ه متساوی خواهند بود چراکه ضلع اب و اه متساوی است و اء مشترک و زاویهٔ ء اب و ه اء مساوی پس ضرورةً مثلثین مساوی اند و ء ه مساوی ء ب بلکه مساوی ء ج است و مثلث ء ه ج متساوی الساقین است و هرگاه از زاویهٔ ء بر ه ج که قاعدهٔ مثلث است عمود خارج کنند بنقطهٔ ر پس ر ج نصف ه ج خواهد بود بلکه نصف فضل اج بر اه اعنی اب است و چون در مثلث اء ج زاویهٔ ء قائمه است و در مثلث ء ر ج زاویهٔ ر قائمه است و زاویهٔ ج در هر دو مثلث مشترک پس هر دو مثلث متشابه شدند و نسبت اج که وتر زاویهٔ قائمه است بطرف ج ء که ضلع اصغر است مثل نسبت ج ء که وتر زاویهٔ قائمه است بطرف ر ج که ضلع اصغر است خواهد بود و مسطح الطرفین

مساوي مسطح الوسطين میشود فافهم بدینصورت (شکل ۸۷)

ونیز چون هر وتر که در دائره فرض کنند فصل مشترک درمیان دوقوس میشود که یکي اعظم من النصف است ودیگر اصغر من النصف وهرگاه وتر نصف قوس اصغر من النصف استخراج شد وتر نصف قوس اعظم من النصف هم بسهولیت خارج می شود چراکه اگر از نقطهٔ منصف قوس اصغر قطر دائره خارج کنند هرآئنه منتهي بر نقطهٔ منصف قوس اعظم خواهد بود پس وتر نصف قوس اعظم متمم نصف قوس اصغر شد وباین طریق وتر قوسهای نصف النصف وغیرذلک استخراج میتوان کرد چنانچه ازین شکل ظاهر است (شکل ۸۸)

واگر بخواهند که وتر مجموع دوقوس معلوم الوتر بدانند پس باید که بطوریکه در استخراج وتر فصل قوسین که یکي اعظم من النصف باشد بعمل آرند واگرچه صاحب مجسطي طریق دیگر بیان فرموده لاکن برای تسهیل همان کافي است اعني متمم هردو قوس از نصف دائره استخراج نمایند پس گویا یک ذوار بعة اضلاع حادث میشود که جمیع اضلاع او معلوم اند واحد القطرین او که قطر دائره است نیز معلوم است درینصورت مجموع مسطح وتر متمم یک قوس در وتر قوس آخر و مسطح وتر متمم قوس آخر در وتر قوس اول را بر قطر دائره قسمت نمایند که خارج وتر مجموع قوسین خواهد بود بدینصورت (شکل ۸۹)

وازین طریق استخراج جمیع اوتار قوسهای که با خودها نسبت اضعاف وانصاف دارند میتوان برآورد الا وتر ثلث قوس معلوم نمیتواند شد لهذا بطلیموس برای دریافت آن حیله برانگیخته وتر تقریبي برآورده و چون بیان آن از واجبات است لهذا میگویم که نسبت وتر قوس اطول بسوی وتر قوس اصغر اصغر است از نسبت قوسین این وترین چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۰)

مثلاً دائرۂ ا ب ح ء فرض کردم و قوس ح ب اطول است از قوس ب ا وهرگاه وصل کردم ا ب و ب ح و ا ح را و تنصیف نمودم زاویهٔ ا ب ح را بخط ب ء ووصل کردم ا ء و ح ء را و خط ب ء که تقاطع کرده است وتر ا ح را بر نقطهٔ ہ و بر مرکز ء دایرۂ دیگر رسم کردم ببعد ء ہ پس لا محاله این دایره خط ا ء را تقاطع خواهد کرد بر نقطهٔ ح وهرگاه از نقطهٔ ء عمود ء ر بر خط ا ح برآرم ضرورة دایرۂ ح ہ ازء ر متجاوز اعني بیرون خواهد بود چراکه ء ہ که وتر زاویهٔ قائمه است اعظم است از

ء ر و همچنین ا ء اعظم است از ه ء پس خط ء ر را وصل کنم بنقطهٔ ط و گویم که نسبت وتر ح ب
بطرف وتر ب ا مثل نسبت ه ح که بطرف ه ا است چه خط منصف زاویه وتر آن زاویه را منقسم
می سازد علی نسبت ضلعین بشکل نهم مقالهٔ سادس اوقلیدس درینصورت ه ح اطول از ه ا خواهد
بود ولا محاله عمود ء ر ما بین ه ح خواهد بود چرا که مثلث ا ء ح متساوی الساقین است از جهت
تساوی زاویهٔ ا ب ء و ء ب ح که از روی تنصیف حادث شده پس از عمود ء ر تنصیف وتر ا ح
وتنصیف زاویهٔ ا ء ح لازم آمد و قطاع ء ه ط اعظم است از مثلث ء ه ر و قطاع ء ه ح اصغر است
از مثلث ء ه ا و میگویم که نسبت مثلث ر ء ه بطرف مثلث ه ء ا اصغر است از نسبت قطاع ط ء ه
بطرف قطاع ه ء ح و این ظاهر است چرا که بالفرض اگر ر ء ه چهار باشد و ط ء ه پنج و ه ء ح شش و ه ء ا
هشت پس نسبت چهار بطرف هشت اصغر است از نسبت پنج بطرف شش و چون نسبت ر ء ه
بطرف ه ء ا مثل نسبت ر ه بطرف ه ا است و نسبت قطاع ط ء ه بطرف قطاع ه ء ح مثل نسبت زاویهٔ ط ء ه
بطرف زاویهٔ ه ء ح است پس هرگاه ترکیب نسبت کنم گویم نسبت را بسوی ه ا اصغر است از نسبت
زاویهٔ ط ء ح بسوی زاویهٔ ه ء ا و هرگاه تضعیف مقدمین سازم نسبت ح ا که ضعف را است بسوی ه ا
اصغر خواهد بود از نسبت زاویهٔ ح ء ا که ضعف زاویهٔ ط ء ح است بسوی زاویهٔ ه ء ا و هرگاه فضل
نسبت بگیرم پس نسبت ح ه که فضل ا ح بر ا ه است بسوی ه ا اعنی ب ء اعنی نسبت وتر قوس ح ب
بسوی وتر ب ا اصغر است از نسبت زاویهٔ ح ء ب بسوی زاویهٔ ب ء ا اعنی نسبت قوس ح ب
بسوی قوس ب ا چرا که مقدار زاویهٔ قوس است که وتر او وتر زاویه باشد و هو المطلوب و هرگاه این
مقدمه ثابت شد پس گویم که چون وتر قوس سه ربع درجه از روی استخراج اوتار انصاف
اقواس معلوم کردم و خواهم که وتر یک درجه معلوم کنم گویم که نسبت وتر یک درجهٔ قوس
بطرف وتر سه ربع درجهٔ قوس از نسبت قوسین اصغر است و چون نسبت قوسین نسبت یک مثل
و یک ثلث است پس وتر یک درجهٔ قوس از وتر سه درجهٔ قوس کمتر از یک مثل و یک ثلث خواهد بود
و هرگاه وتر سه ربع را یک مثل و یک ثلث گرفتم یک درجه و دو دقیقه و پنجاه ثانیه شد تقریبا
و همچنین چون از وتر قوس یک و نیم درجهٔ وتر قوس یک درجه را نسبت دهم گویم که وتر قوس
یک و نیم درجه از وتر قوس یک درجه اصغر است از نسبت قوسین و نسبت قوسین یک مثل و یک
نصف است پس وتر قوس یک درجه از دو ثلث وتر یک و نیم درجه زائد خواهد بود و دو ثلث وتر قوس

یک ونیم درجه هم یک درجه ودو دقیقه وپنجاه ثانیه است تقریباً پس وترقوس یک درجه از یک درجه
ودو دقیقه و پنجاه ثانیه بوجه اول کم وبوجه ثانی زائد برآمد دانستم که مقدار تفاوت قلیل است
چراکه هردو تقریباً گرفته بودیم پس وتر یک درجه را اب ح قرار دادم وازان اوتار دیگر اقواس
برآوردم واین مطابق قول صاحب مجسطی است وچون مقدار وتر از جیب میتوان برآورد
چنانکه در گفتار دویم مذکور میشود انشاء الله تعالی لهذا جدول اوتار علیحده نوشتن ضرور نیست *

گفتار دویم در استخراج جیوب وسهام قوسهای وجیب زاویه ودر آن سه بیان است *

بیان اول در جیوب بدانکه جیب مستوی قوس عبارت است از نصف وتر ضعف قوس
چنانکه بالا مذکور شد ونیز تعریف جیب بعبارت دیگر هم کرده اند که آن عمودی است
که از یک طرف قوس خارج شود بر قطر دائره که از طرف دیگر آن قوس خارج شده باشد
درینصورت ضرورة جیب بر قوس زیاده از نصف قطر نخواهد شد چنانکه وتر زیاده از قطر
نمیشود ونیز مقداریکه مابین موقع العمود ومرکز دائره باشد مساوی جیب تمام القوس است
از ربع دائره اعنی جیب قوسی است که متمم آن قوس از ربع دائره است مثلاً قوسی که سدس
دائره است هرگاه از یک طرف آن قوس عمود بر قطریکه از طرف دیگر آن قوس خارج
شده باشد استخراج نمایند آن عمود جیب قوس سدس دائره است ومقداریکه مابین موقع العمود
ومرکز دائره است مقدار جیب قوس نصف سدس است که متمم آن قوس تا ربع دائره باشد
چنانکه ازین شکل ظاهر میشود　　(شکل ۹۱)

اعنی قوس اب که اقل از ربع دائره است جیب آن عمود ب ه است که بر قطر خارج از او واقع
شده پس ه ء که مقدار مابین موقع العمود ومرکز دائره است مساوی ب ر که جیب ب ح قوس
متمم تا ربع دائره است خواهد شد چراکه شکل مستطیل حادث گردیده وهمه زوایا قائمه اند
پس باید دانست که برای نصف دائره جیب نمی باشد وجیب قوس ثلث دائره وسدس دائره مساوی
میباشد زیراکه مجموع ثلث وسدس نصف میشود چنانکه ازین شکل ظاهر میشود　　(شکل ۹۲)
مثلاً اب ثلث دائره است پس ب ح سدس خواهد بود و ب ه جیب اب ونیز جیب ب ح است
ونیز چون معلوم است که وتر ب ح قوس سدس دائره است مساوی نصف قطر می باشد و ب ر
نیز نصف قطر است وزاویهٔ ه قائمه درینصورت ر ه و ه ح مساوی خواهد بود وهر یکی ربع قطر

است پس بشکل عروس هرگاه مربع ربع قطر از مربع نصف قطر که وتر زاویهٔ قائمه است ساقط کنند باقي سه ربع مربع نصف قطر میماند چراکه مربع هر شي برابر چهار مربع نصف آن شي میشود و ربع نصف النصف است پس قدرسه ربع مربع قطر مقدار جیب ثلث دائره وسدس دائره خواهد بود وازین بیان واضح شد که جیب قوسی که زائد علی الربع است مساوي جیب قوس که متمم اوالی نصف دور باشد خواهد بود وبرای همین جیب قوسها که کمتر از ربع دائره است استخراج می کنند که جیب قوسهای زائد علی الربع بلکه زائد علی النصف هم از آن معلوم توان کرد و بلکه تعریف جیب که نصف الوتر ضعف القوس است میگویند هم بدین لحاظ است وجیب ربع دائره نصف قطر می باشد وجیب قوس ثمن دائره جذر نصف مربع نصف قطر است چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ٩٣)

چه اه ثمن دور است وهمچنین اب ثمن دور است و اح جیب اه است و ار جیب ب ا پس اح و حء هر دو مساوي اند زیراکه زاویهٔ ح وزاویهٔ ر قائمه وهمچنین زاویهٔ ءب وزاویهٔ حار قائمه است درینصورت بشکل عروس مربع اء که نصف قطر دائره است مساوي دو مربع اح که جیب ثمن دور است خواهد بود پس اح که جیب ثمن دور است جذر نصف مربع نصف قطر گردید وجیب عشر دائره نصف وتر خمس است وجیب نصف سدس دائره ربع قطر است وجیب نصف عشر نصف وتر عشر است واوتار عشر وخمس اگرچه معلوم شده اند لاکن بطریق دیگر هم معرفت جیب عشر و نصف عشر معلوم توان کرد چنانکه ازین شکل ظاهر میگردد (شکل ٩٤)

اعني اب ح نصف دائره است وب ء عمود بر مرکز و ء ح منصف بر و ء ه منصف بر ر و ب ء منصف بر ح پس هرگاه ح ر را وصل کردم و ر ط مثل ر ح نمودم و ط ح را هم وصل کردم پس خط ه ط بر نقطهٔ ء مقسوم علی نسبت ذات وسط وطرفین است و قسم اطول اعني ه ء نصف وتر سدس اعني ربع قطر است و ء ط قسم اصغر نصف وتر عشر اعني جیب نصف عشر و ح ط نصف وتر خمس اعني جیب عشر است زیراکه فی الحقیقة شکل اول گفتار اول که در بیان او تار خمس دائره و عشر دائره مذکور گردیده درینجا از روي تنصیف است پس میگویم که چون ر ط مساوي ح ر است و مربع ح ر مساوي مجموع مربع ح ء که ربع قطر و مربع ر ء که ثمن قطر است میشود بشکل عروس پس هرگاه جذر مجموع مربع ربع قطر و ثمن قطر بگیرند مقدار ر ط حاصل خواهد شد و چون از ان ثمن

قطر که رء است ساقط کنند باقی مقدار ءط که جیب نصف عشر بلکه نصف وتر عشراست خواهد بود
وهرگاه جذر مجموع مربع ءط که جیب نصف عشراست ومربع ءح که ربع قطراست بگیرند حاصل
مقدار ح ط که جیب عشر بلکه نصف وتر خمس است خواهد بود واگر بخواهند جیب مجموع
قوسین معلوم الجیبین یا جیب فضل قوسین معلوم الجیبین بدانند باید که از مربع نصف قطر مربع
احد الجیبین را ساقط کنند وجذر باقی را در جیب آخر ضرب نموده باز همچنین از مربع نصف قطر
مربع جیب آخر را ساقط نموده جذر باقی را در جیب اول ضرب نمایند ومجموع حاصل هردو
ضرب را بر نصف قطر قسمت نمایند که خارج مقدار جیب مطلوب بود وبرهان ازین دو شکل
ظاهر میشود　　(شکل ۹۵)

مثلاً خواهم که جیب مجموع قوس حا و اب بدانم پس ار که جیب حا و معلوم است و اه جیب
اب معلوم وهرگاه خطوط هردو جیب را خارج کردم بطرف طو ح وط ح را وصل کردم پس قوس
اط ضعف اح است واح ضعف اب درینصورت قوس ط ح اب ح ضعف قوس ح اب است وچون
مثلث اره ومثلث اطح متشابه اند وخط ره منصف هردو ضلع اط واح است پس خط ره نصف خط ط ح
که قاعدۂ مثلث اعظم است خواهد بود وخط ط ح وتر قوس ط ح اب ح است پس ره که نصف آن است
جیب قوس ح اب خواهد بود　　(شکل ۹۶)

مثلاً خواستم که جیب قوس فضل اح علی اب بدانم پس گویم که قوس اط ضعف اح است
و قوس اح ضعف اب و هرگاه از قوس اح ط قوس اح را ساقط کردم باقی قوس ح ط ضعف ب ح
ماند که آن فضل اح علی اب است و خط ره نصف خط ط ح است چنانکه در شکل اول مذکور
شد پس خط ره مقدار جیب ب ح است وچون در هردو شکل ارءه ذو اربعة اضلاع واقع شده
وزاویۂ ر و زاویۂ ه که متقابلتین اند قائمه اند و وتر آن که قطر ذو اربعة اضلاع است نصف قطر دائره
واقع شده واگر نقطۂ نصف وتر مذکور را مرکز فرض نموده دائره کشیده شود پس ذو اربعة اضلاع
مذکور در میان دائرۂ خورد خواهد افتاد درینصورت مسطح ضلعین متقابلین مساوی مسطح
قطرین ذو اربعة اضلاع مذکور خواهد بود وچون احد الاضلاع او جیب معلوم است و ضلع
مقابل او ضلع مثلث قائم الزاویه است که وتر آن نصف قطر دائرۂ اعظم واقع شده پس هرگاه
از مربع نصف قطر دائره مربع احد الجیبین را ساقط نموده جذر باقی بگیرند مقدار ضلع مقابل

جیب آخر خواهد برآمد و هرگاه آنرا در جیب آخر ضرب نموده بر نصف قطر مذکور که احد القطرین
ذو اربعة اضلاع است قسمت سازند خارج مقدار قطر آخر ذو اربعة اضلاع مذکور که مقدار جیب
مطلوب است خواهد بود و ازین طریق جیب قوس فضل عشر علی نصف سدس را که قوس
شش درجه بلکه سدس عشر است معلوم توان کرد و اگر بخواهند که جیب نصف قوس معلومة
الجیب بدانند پس مربع جیب معلومه را از مربع نصف قطر ساقط کرده جذر باقی را که مقدار ما بین
موقع الجیب و مرکز که فی الحقیقة جیب تمام آن تا نصف ربع است از نصف قطر ساقط سازند باقی
مقدار جیب معکوس که ضلع دویم مثلث قائم الزاویه که از جیب و وتر قوس حادث میشود
خواهد بود و وتر قوس وتر آن مثلث است پس هرگاه جذر مجموع مربع جیب و مربع باقی
قطر که جیب معکوس است بگیرند مقدار وتر قوس معلومة الجیب خواهد بود و نصف آن جیب
نصف قوس معلومة الجیب است و برهان آن از شکلی که اولا درین مقدمه مذکور است بادنی تأمل
ظاهر میشود و نیز اگر جیب معکوس را در قطر ضرب نموده جذر حاصل را تنصیف سازند و خواه
نصف جیب معکوس را در نصف قطر ضرب ساخته جذر آن بگیرند مقدار جیب نصف قوس
معلومة الجیب خواهد بود و برهان این ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۷)
چه هرگاه قوس اب قوس معلومة الجیب و جیب آن اه و وتر آن اب است و ح ء منصف قوس و ح ر عمود
بر اب واقع شده پس هرگاه از نقطهٔ ر عمود ر ح بر نصف قطر ب ء کشیدم مثلث ب ر ء و ب ر ح
متشابه و جزء و کل حادث شدند و چون از شکل اولی این مسئله مقدار ء ه که جیب تمام قوس
تا ربع دائره است معلوم است پس ه ب نیز معلوم شد و چون ب ح نصف ب ه است نیز معلوم
باشد چرا که مثلث ب ا ه و ب ر ح نیز متشابه اند و ب ر نصف ب ا است پس گوییم نسبت ب ح
ضلع اصغر بطرف ب ر وتر از مثلث اصغر مثل نسبت ب ر ضلع اصغر بطرف ب ء وتر از مثلث
اعظم است چون ب ء که نصف قطر است و ب ح که نصف ب ه است معلوم باشد پس جذر مسطح
الطرفین بگیرند که مقدار ب ر حاصل شود و ازین طریق جیب سه درجه قوس از جیب شش درجه
قوس معلوم شود و از ان جیب یک و نیم درجهٔ قوس و از ان جیب سه ربع درجهٔ قوس معلوم گردد
و بعد ازان بطوریکه وتر یک درجهٔ قوس برآورده شد جیب یک درجهٔ قوس استخراج کرده شود و علی
هذا جیوب باقی اقواس استخراج گردد و نیز اگر بخواهند ازاوتار اضعاف اقواس جیوب آنها حاصل

سازند چه جیب قوس نصف وتر ضعف آن قوس است و نیز از جیوب انصاف اقواس مقدار اوتار حاصل نمایند و ما مقدار جیوب اقواس را در جدولی برای تسهیل ثبت نمودم و هرگاه در اقواس کسر زائد از نصف خواه کمتر از نصف واقع شود اولا جیب قوس را مقابل درجات و نصف در صورت اول و صرف مقابل درجات در صورت ثانی بگیرند و بعد از ان دقائق باقی را در سطر تفاضل که در جدول مرقوم است ضرب نموده تحت آن منحطا بیک مرتبه نویسند و همچنین اگر ثوانی هم باشد آنرا در سطر تفاضل ضرب ساخته تحت حاصل الضرب دقائق نگارند منحطا بیک مرتبه و جمع سازند که جیب قوس مطلوب معلوم شود و اگر بخواهند که از جیب مقدار قوس معلوم کنند پس جیب اگر در جدول الجیب مرقوم است قوس آن به اجزاء مرقوم خواهد بود و اگر جیب در جدول یافته نشود پس در جدول طلب کنند اکثر الجیوب که نقصان او از جیب معلوم ممکن باشد پس قوس آنرا که در جدول مرقوم است بگیرند که آن درجات قوس مطلوبه است و ~~هرچه~~ بعد اسقاط اکثر الجیوب از جیب معلوم باقی ماند آنرا بر تفاضل مابین سطرین که مقابل اکثر الجیب مذکور در جدول مرقوم است قسمت کنند که خارج قسمت دقائق قوس و ثوانی و غیره قوس مطلوبه خواهد بود و اگر وتر مطلوب باشد نیز همچنین عمل نمایند و باید دانست که چون جیوب جدولی از قطر یکصد و بست استخراج کرده شده است لهذا اگر مقدار قطر متفاوت باشد اربعهٔ متناسبه نموده عمل میتوان کرد *

* بیان دویم در سهام *

بدانکه سهم عبارت است از عمودیکه از منصف قوس بر وتر کشند و آنرا جیب معکوس نیز خوانند و بعضی گویند که آن جیب معکوس و سهم برای آن وتر است و اکثری بر آنند که آن سهم و جیب معکوس نصف آن قوس است و برین تقدیر تعریف جیب معکوس و سهم بدینطریق نیز میتواند شد که آن قطعهٔ از قطر است که از طرفی از ان قوس بر جیب مستوی عمود باشد و لهذا گفته اند که جیب مستوی و جیب معکوس ربع دائره مساوی می باشد پس هرگاه جیب تمام هر قوسی تا ربع دائره اگر آن قوس کمتر از ربع باشد از نصف قطر نقصان کنند باقی جیب معکوس و سهم آن قوس خواهد بود و اگر آن قوس از ربع دائره زیاده باشد پس جیب فضل او را که بر ربع دائره است بر نصف قطر بیفزایند که مجموع مقدار سهم و جیب معکوس آنقوس خواهد بود *

* بیان سیوم در استخراج جیب زاویه و مقدار زاویه *

بدانکه هر شکل ذو زوایا منقسم بمثلثات میتواند شد و نیز ممکن است که بالای هر مثلث دائره کشیده شود که مماس هر سه زوایا باشد پس مقدار زاویه قوسی است که وتر آن قوس وتر آن زاویه بود و جیب زاویه جیب همان قوس است که مقدار زاویه باشد و این زوایا را زوایای محیطیه گویند و چون سابق بیان کرده شد که در نصف دائره زاویهٔ محیطیه قائمه می افتد اعنی قطر هر دائره همیشه وتر زاویهٔ قائمه می باشد پس مقدار قائمهٔ محیطیه قوس نصف دائره که یکصد و هشتاد درجه است خواهد بود و برای آن جیب نیست و مجموع زوایای مثلث برابر قائمتین می باشد پس دائرهٔ که بر مثلث کشیده شود مقسوم بسه صد و شصت درجه که مقدار هر سه زوایای مثلث است خواهد بود ابداً پس هرگاه مقدار اقواس موتر زوایا معلوم گردد مقدار زوایا نیز معلوم شود که بعینه همان است و نیز نسبت آن زوایا بعضها بسوی بعض معلوم گردد که همان نسبت اقواس است بعضها بسوی بعض و نیز نسبت اضلاع مثلث که اوتار آن قوسها اند معلوم شود و چون از اصول بیان کرده شده است که زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه است عند التساوی قوس پس قوس زاویهٔ محیطیه ضعف قوس زاویهٔ مرکزیه خواهد بود عند تساوی زوایا چرا که بحکم شکل سی و سیوم مقالهٔ سادسهٔ اصول ثابت است که قوس اعظم موتر زاویهٔ اعظم میشود و قوس اصغر موتر زاویهٔ اصغر پس مقدار زاویهٔ قائمهٔ مرکزیه نود درجه خواهد بود و جیب آن نصف قطر باشد درینصورت مقدار مجموع زوایای مثلث عند کونها مرکزیة بقدر یکصد و هشتاد درجه خواهد بود و هرگاه این مقدمه گفته شد میگویم که نسبت اوتار زوایا بعضها بسوی بعض مثل نسبت جیوب آنها است عند کون الزاویة مرکزیة چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ٩٨)

مثلاً گویم که نسبت $\overline{اب}$ ضلع مثلث بسوی $\overline{اح}$ ضلع دیگر مثل نسبت جیب زاویهٔ $\overline{ح}$ است بسوی جیب زاویهٔ $\overline{ب}$ زیرا که هرگاه اضلاع محیط بزاویتین مذکورتین را اخراج کنم و $\overline{حء}$ و $\overline{حه}$ و $\overline{بح}$ و $\overline{بط}$ هر چهار را متساوی فرض نمایم و بر مرکز $\overline{ب}$ و بر مرکز $\overline{ح}$ دو قوس $\overline{ءه}$ و $\overline{حط}$ بهمان ابعاد فرض رسم کنم و نیز دو عمود $\overline{هر}$ و $\overline{طک}$ بر خط مستقیم $\overline{ءح}$ بر آرم پس این هر دو عمود دو جیب هر دو زاویهٔ $\overline{ح}$ و $\overline{ب}$ خواهد بود چرا که زاویتین متقابلتین که بتقاطع خطین مستقیمین حادث میشود

متساوي مي باشد کما ثبت في مقالة اولی من الاصول و هرگاه عمود ال بر خط ب ح بر آوردم گویم که مثلث ال ح و ه ر ح متشابه است چرا که زاویۀ ل و زاویۀ ر قائمتین اند و هردو زاویۀ ح متقابلتین نیز متساوي اند پس زاویۀ ا و زاویۀ ه نیز متساوي خواهد بود پس هردو مثلث متشابه اند وهمچنین مثلث ال ب و طک ب نیز متشابهین اند پس نسبت ال ضلع اطول مثلث ال ب بسوی طک ضلع اطول مثلث طک ب مثل نسبت اب وتر بسوي طب وتر است بحکم شکل چهارم مقالۀ سادسۀ اصول وهمچنین نسبت ال بسوی ه ر مثل نسبت اح بسوی ه ح است و چون خطوط ب ط و ب ح و ح ه و ح ء مساوي اند پس دو صنف چهار رکني حاصل شوند بدینصـــــــورت

نسبة ه ر	الی ال	نسبة ال	الی طک
کنسبة ه ح	الی اح	کنسبة اب	الی ه ح

اعني نسبت اول وثاني صنف اول مانند اول وثاني صنف ثاني ونسبت ثالث ورابع صنف دویم است وهرگاه متکررین را که ال و ه ح است از هردو صنف ساقط نمودم هردو صنف سه رکني باقیماند بدینصورت

ه ر	ال	طک
اب	ح ه	اح

اعني نسبت ه ر بسوي ال مثل نسبت ه ح بطرف اح است ونسبت اب بطرف ه ح مثل نسبت ال بطرف طک است وبمساوات نسبت مضطربه نسبت ه ر جیب زاویۀ ح بسوی طک جیب زاویۀ ب مثل نسبت اب وتر زاویۀ ح بسوي اح وتر زاویۀ ب است وهو المطلوب پس هرگاه مقدار عمود ال را در ه ح که نصف قطر است اعني شصت درجه ضرب کرده بر اح که ضلع مثلث است قسمت کنم خارج مقدار طک که جیب زاویه است خواهد بر آمد واز جیب زاویه مقدار قسمیکه همان مقدار زاویه است معلوم توان کرد *

* فائده بدانکه از بیان مرقوم الصدر ظاهر است که ازین شکل مقدار زاویه عند کونها مرکزیة معلوم میشود درینصورت هر ضلع مثلث نصف قطر دائره میتواند شد چراکه نقطۀ هر سه زاویه مرکز سه دائرۀ مفروضه است و هرگاه بخواهند که هر سه زاویه را محیطیه فرض کنند مقدار هر زاویه را تضعیف سازند وباید دانست که در مثلث قائم الزاویه اگر دو ضلع معلوم باشد ضلع سیوم هم معلوم تواند شد بشکل عروس واگر یک ضلع و یک زاویه سیوای قائمه معلوم باشد ضلعین باقیین وزاویۀ باقي نیز معلوم میشود چراکه مقدار زاویۀ قائمه معلوم است پس هرگاه مقدار دو زاویه معلوم شد یکي قائمه ودیگري غیر قائمه پس مقدار زاویۀ سیوم هم بالضرور معلوم شود که آن تمام این هردو زاویه الی قائمتین است و چون وتر یک زاویه معلوم گردیده وتر دیگر

زوایا هم معلوم شود بطریق اربعهٔ متناسبه کما لا یخفی علی الفطن و اگر صرف زاویهٔ قائمه و یک زاویهٔ دیگر معلوم باشد و هیچ ضلع مثلث معلوم نبود صرف مقدار زاویهٔ باقیه و نسبت اضلاع معلوم خواهد شد و مقدار اضلاع معلوم نتواند گردید و در مثلثات منفرجة الزاویه و حادة الزاویه باستخراج عمود چنانکه مذکور شد مقدار جمیع زوایا معلوم توانند کرد فافهم و هرگاه این مقدمات دانسته شد گویم اگر مقدار زاویه معلوم باشد جیب زاویهٔ وتریه را در احد الضلعین محیطین زاویه ضرب نموده حاصل را بر شصت که مقدار نصف قطر است قسمت نمایند که خارج مقدار عمودیکه بر ضلع آخر که قاعده است واقع شود خواهد برآمد مثلاً مثلثی که یک ضلع او ده و ضلع دویم هفده و ضلع سیوم بست و یک است بدینصورت (شکل ۹۹)

پس اگر مقدار زاویه ا ب ح مثلا معلوم باشد که نح رمط ثانیه است و جیب آن مح درجه است مح را در ضلع ا ب که ده است ضرب کردم و حاصل که ۴۸۰ بود بر شصت قسمت کردم خارج هشت مقدار عمود گردید و اگر مقدار عمود معلوم باشد و مقدار زاویه معلوم نبود پس عمود را در شصت ضرب کرده بر احد الضلعین محیطین برأس العمود قسمت سازند که خارج مقدار جیب زاویه که از احاطهٔ آن ضلع و قاعده حادث میشود خواهد بود و هرگاه قوس آنرا از جدول جیب حاصل سازند مقدار زاویهٔ مذکور خواهد بود مثلاً در مثال مذکور اگر مقدار عمود که هشت است معلوم باشد و بخواهم که مقدار زاویهٔ ب بدانم پس هشت را در شصت ضرب کرده ۴۸۰ را بر ده که ضلع محیط زاویه است قسمت نمودم خارج مح درجه گردید و قوس آنرا از جدول جیب گرفتم نح رمط ثانیه برآمد و همچنین اگر یک ضلع و دو زاویه معلوم باشد و دو ضلع و یکزاویه معلوم نبود پس مقدار هر دو زاویه را از یکصد و هشتاد ساقط کنند که باقی مقدار زاویهٔ ثالث است و هرگاه ضلع معلوم را در جیب زاویه که بطرفی از ان ضلع معلوم واقع شده است ضرب نموده بر جیب زاویه که آن ضلع وتر اوست قسمت نمایند خارج ضلع موتر زاویهٔ اولی خواهد بود و همچنین اگر دو ضلع و یک زاویه که درمیان آن هر دو ضلع است معلوم باشد و باقی مجهول بود احد الضلعین را در جیب آن زاویه یک مرتبه منحطا ضرب نمایند و یک مرتبه در جیب تمام آن تا ربع دائره منحطا ضرب نمایند و حاصل اول را از ضلع آخر ساقط کنند اگر زاویهٔ حاده بود و بر ضلع آخر بیفزایند اگر زاویهٔ منفرجه باشد و مجموع را مربع ساخته مربع حاصل اول

را بیفزایند وجذر آن بگیرند که ضلع مجهول خارج شود مثلاً در مثلث مذکور اگر زاویهٔ ب
وضلع اب وب ج معلوم باشد وده را که مقدار ضلع اب است در جیب زاویه که مح درجه است
منحطا ضرب نمودم حاصل ۴۸۰ دقیقه شد وآن هشت درجه است ویازده را در جیب تمام
آن که لو درجه است منحطا ضرب کردم ۳۶۰ دقیقه وآن شش درجه است وچون معلوم بود
که زاویهٔ ب حاده است حاصل ثاني از ضلع ب ج که بست ویک است ساقط کردم باقي پانزده
ماند ومربع ان ۲۲۵) است پس مربع حاصل اول را که ۶۴) است بر آن افزودم ۲۸۹ گردید جذر آن
گرفتم ۱۷ برآمد وآن مقدار ضلع مجهول است وهمچنین اگر دو ضلع ویک زاویه که غیر زاویه
ما بین ضلعین مذکورین است معلوم باشد وباقي مجهول پس جیب زاویهٔ معلومه را در ضلعیکه
محیط زاویهٔ مذکور مع ضلع مجهول است ضرب سازند وحاصل را بر ضلع آخر که موتر آن
زاویه است قسمت نمایند پس خارج مقدار جیب زاویه که موتر آن ضلع مجهول است خواهد برآمد
پس قوس آنرا که مقدار زاویهٔ مذکور است بر مقدار زاویهٔ معلومه افزوده مجموع را از سه صد وشصت
ساقط نمایند که باقي مقدار زاویهٔ ثالث خواهد بود پس هرگاه مقدار هر سه زاویه ودو ضلع معلوم شد
ضلع ثالث هم به سهولیت میتوان برآورد اعني جیب زاویهٔ ثالث را در احد الضلعین المعلومین
ضرب نموده حاصل را بر جیب زاویه که موتر آن ضلع مذکور است قسمت نمایند که خارج
مقدار ضلع مجهول باشد مثلاً در مثلث مذکور زاویهٔ ب وضلع اب وضلع اج معلوم باشد پس
مح درجه را در ده که مقدار ضلع اب است ضرب نموده ۴۸۰ را بر هفتده که مقدار ضلع اج) است
قسمت نمودم خارج الح ند ر ثانیه شد وقوس آن الح ء الب ثانیه مقدار زاویهٔ ج) است آنرا
بر زاویهٔ ب که نح رمط بود افزودم ناسب نه گردید آنرا از یک صد وهشتاد درجه ساقط کردم
باقي مح مرمط ثانیه ماند وآن زاویهٔ ا باشد وجیب آن لط ر نط ثانیه آنرا در ضلع اب که ده است
ضرب کردم حاصل ضرب ط نب نول ثانیه شد آنرا بر جیب زاویهٔ ج که الح ند ر ثانیه است
قسمت نمودم خارج بست ویک شد وآن ضلع ب ج مطلوب است وباید دانست که چون
در استخراج جیوب وضرب وقسمت آن اکثر کسور را که اقل از نصف باشد فروگذاشت مي کنند
واگر زاید از نصف باشد آنرا کامل میگیرند لهذا في الجمله تفاوت خواهد افتاد باید که محاسب آنرا
ملحوظ داشته عمل نماید تا تفاوت کثیر در عمل واقع نشود *

جدول

رابعه	ثالثه	ثانیه	وقیقه	درجه	قوس باجزاء محیطیه
جیب باجزاء قطریه					
نذ	نه	الد	لا	٠	٠ل
نا	و	مط	ب	١	١٠
ه	كح	مد	لد	١	ال
الط	ر	لح	ه	ب	ب٠
لو	مر	ا	لر	ب	بل
د	لد	الد	ح	ج	ج٠
ر	الط	مو	لط	ج	جل
نذ	الح	ر	با	د	د٠
نخ	ط	الر	مب	د	دل
الو	لح	مه	كح	ه	ه٠
نر	م	ب	مه	ه	هل
كح	ح	يح	لو	و	و٠
لط	نخ	لا	مر	و	ول
ما	مو	كح	يح	ز	ز٠
الر	لط	كح	مط	ز	زل
الح	الح	ا	الا	ح	ح٠
نخ	مط	و	ن	ح	حل
م	ه	ط	الح	ط	ط٠
نخ	لو	ى	نذ	ط	طل
الح	د	ح	اله	ى	ى٠

مقدار جیب بعبارت	رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه
سی و یک دقیقه بست و چهار ثانیه پنجاه و پنج ثالثه پنجاه و چهار رابعه	ر	ے	لد	لا
یک درجه دو دقیقه چهل و نه ثانیه شش ثالثه یازده رابعه	ی	ر	له	لا
یک درجه سی و چهار دقیقه چهارده ثانیه سیزده ثالثه پانزده رابعه	ند	ی	لد	لا
دو درجه پنج دقیقه سی و هشت ثانیه هفده ثالثه بست و نه رابعه	م	لط	لج	لا
دو درجه سی و هفت دقیقه یک ثانیه چهل و هفت ثالثه شانزده رابعه	مل	مو	لب	لا
سه درجه هشت دقیقه بست و چهار ثانیه سی و چهار ثالثه	ی	نه	لا	لا
سه درجه سی و نه دقیقه چهل و شش ثانیه بست و نه ثالثه چهار رابعه	ه	ند	ل	لا
چهار درجه یازده دقیقه هفت ثانیه بست و سه ثالثه پنجاه و چهار رابعه	نط	مه	کط	لا
چهار درجه چهل و دو دقیقه بست و هفت ثانیه نه ثالثه پنجاه و سه رابعه	لح	لح	کح	لا
پنج درجه سیزده دقیقه چهل و پنج ثانیه سی و هشت ثالثه بست و شش رابعه	لا	ب	کز	لا
پنج درجه چهل و پنج دقیقه دو ثانیه چهل ثالثه پنجاه و هفت رابعه	لو	لز	له	لا
شش درجه شانزده دقیقه هیجده ثانیه هشت ثالثه پنجاه و سه رابعه	کو	مد	کج	لا
شش درجه چهل و هفت دقیقه سی و یک ثانیه پنجاه و سه ثالثه سی و نه رابعه	ب	کح	کا	لا
هفت درجه هیجده دقیقه چهل و سه ثانیه چهل و شش ثالثه چهل و یک رابعه	مو	نب	ط	لا
هفت درجه چهل و نه دقیقه پنجاه و سه ثانیه سی و نه ثالثه بست و هفت رابعه	لو	مح	ر	لا
هشت درجه بست و یک دقیقه یک ثانیه بست و سه ثالثه بست و سه رابعه	له	لو	ه	لا
هشت درجه پنجاه و دو دقیقه شش ثانیه چهل و نه ثالثه پنجاه و هشت رابعه	مه	ا	ج	لا
نه درجه بست و سه دقیقه نه ثانیه پنجاه ثالثه چهل رابعه	کح	لو	ا	لا
نه درجه پنجاه و چهار دقیقه ده ثانیه شانزده ثالثه پنجاه و هشت رابعه	له	مح	نز	ل
ده درجه بست و پنج دقیقه هشت ثانیه بست و سه رابعه	ب	نب	ند	ل

فائده اگر مقدار هر سه زوایای مثلث معلوم باشد و مقدار هیچ یک ضلع معلوم نبود پس هرگز مقدار ضلع معلوم نتواند شد الا اینکه احد الاضلاع را بمقدار معین فرض کنند و باقی اضلاع را ازان استخراج نمایند *

فائده چون جمیع اشکال ذوات اضلاع منقسم بمثلثات میتواند شد درینصورت هرگاه مقدار زاویه و مقدار ضلعین محیطین زاویه معلوم باشد پس مقدار خط واصل بین ضلعین که وتر آن زاویه و ضلع ثالث مثلث است نیز معلوم می تواند گردید * (جدول ۱۰۰)

مسئلهٔ چهل و یکم در معرفت قوس از محیط دائره و مقدار وتر و طریقش اینست که قطر را در چهار ضرب ساخته با مقدار وتر جمع نمایند و محفوظ دارند و باز مجذور محیط را در پنج ضرب نموده و حاصل را در ربع وتر ضرب ساخته بر محفوظ قسمت سازند و خارج قسمت را از ربع مجذور محیط نقصان کنند و جذر باقی را از نصف محیط بکاهند باقی مقدار قوس بود و باید دانست که این قاعده را صاحب دستور الحساب بیان نموده لاکن این نحیف را درین شک است چراکه نسبت قوس و وتر ضمنی است اگر از جدول اوتار یا جیوب مقدار قسی حاصل سازند مستحسن است وطریقش اینست که مقدار وتر معلوم را در یک صد و بست ضرب کرده بر مقدار قطر معلوم قسمت سازند که خارج مقدار وتر با جزاء قطریه که عند المنجمین یک صد و بست درجه است خواهد بود و هرگاه قوس آن از جدول اوتار بگیرند مقدار قوس حاصله با جزاء محیطیه که عندهم سه صد و شصت است خواهد گردید پس طریق مؤلف اینست که محیط دائره معلوم القدر را در مقدار قوس حاصله ضرب ساخته بر سه صد و شصت قسمت نمایند که خارج مقدار قوس مطلوبه با جزاء محیطیهٔ معلومه خواهد بود وطریق دانستن محیط از قطر معلومه در مسئلهٔ سی و نهم مذکور شده وطریقیکه در استخراج قوس از وتر و قطر مشهور است اینست که ثلث سبع قوس اعني حصه بست و یکم قوس حاصله بر مقدار قوس حاصله بیفزایند خواه ثلث قوس مذکور را در نسبت محیط الی القطر که بموجب حساب صاحب مفتاح ح ح الطمد ثالثه است ضرب سازند که حاصل مقدار قوس مذکور با جزاء قطریه که یکصد و بست است خواهد بود و هرگاه آنرا در مقدار نصف قطر معلومه ضرب سازند وحاصل را بر شصت قسمت کنند خارج مقدار قوس مطلوبه با جزاء قطریهٔ معلومه خواهد بود ونیز اگر نصف قطر معلوم را در نسبت محیط الی القطر که بحساب صاحب مفتاح ح ح الطمد ثالثه است

وبحساب مشهور سه و یک سبع است ضرب سازند وحاصل را در مقدار قوس که با جزاء محیطیه سه صد وشصت حاصل شده است ضرب نموده بر یکصد و بست که مقدار قطریه است قسمت سازند خارج مقدار قوس مطلوبه با جزاء قطریهٔ معلومه خواهد بود و نیز اگر نصف وتر که جیب نصف قوس مطلوبه است گرفته بهمبرین طریق عمل نمایند مطلوب حاصل میشود مثلاً اگر گوئیم که نصف قطر معلوم دوازده ذرعه و نصف وتر معلوم ولح است اعني شش ذرعه و سي وهشت شصتم ذرعه است پس مقدار محیط قطر بست وچهار ذرعه ومقدار وتر سیزده ذرعه وشانزده شصتم شد وهرگاه م نو را که مقدار وتر است در یکصد وبست درجه که ب مرفوع مرة است ضرب کرده و حاصل را که الولب درجه است بر الد که مقدار قطر معلوم است قسمت نمودم خارج اوک ثانیه شد که مقدار وتر باجزاء یکصد وبست است وقوس آن از جدول او تار (او مد دقیقه باشد باجزاء محیطیه پس بطریق خود محیط دائرهٔ معلومه را که بحساب مشهور ۲۲/۷ وبحساب صاحب مفتاح اته الم نح لو ثالثه اعني هفتاد و پنج ذرعه و بست وچهار شصتم تقریبا است در مقدار قوس حاصله که او مد دقیقه است ضرب کردم حاصل الم نا لد الا مه نو خامسه شد آنرا بر سه صد وشصت درجه که و مرفوع مرة است قسمت نمودم خارج ج م نح له مح لح ما و سادسه گردید وآن مقدار قوس مطلوبه با جزاء قطر معلومه است اعني سیزده ذرعه و پنجاه ونه شصتم تقریبا و نیز اگر ولح را که نصف وتر معلوم المقدار است در شصت ضرب کرده بر دوازده که نصف قطر معلوم المقدار است قسمت کردم خارج لہے شد وآن مقدار جیب نصف قوس مطلوبه است وقوس آن از جدول جیوب لم الب وآن نصف قوس مطلوبه است با جزاء محیطیه که سه صد و شصت باشد وهرگاه بطریق مشهور حصهٔ بست و یکم را که الہ ک باشد بر آن بیفزایم لد نرک میشود وآن مقدار نصف قوس مذکور باجزاء قطریه است که یکصد وبست باشد و بحساب صاحب مفتاح اگر ثلث لم الب را که نارکے ثانیه است در نسبت قطر الی المحیط که ح ح الط مد ثالثه است ضرب کردم حاصل لد نو الط الب ثالثه شد وآن مقدار نصف قوس مذکور باجزاء قطریه مذکور است وهرگاه آنرا در مقدار نصف قطر معلوم که ىب است ضرب کردم و بر شصت قسمت نمودم بطریق مشهور و نط الم ثانیه مقدار نصف قوس باجزاء قطریهٔ معلومه گردید و بحساب صاحب مفتاح و نط او نب ثالثه بر آمد و نیز اگر نصف قطر معلوم را که ىب است در سه و یکسبع ضرب کردم حاصل

جدول ۱۰۱ صفحہ ۲۲۵

نام ضلع مطلوب	اعداد مضروب فیہ کہ قطر دائرہ را در آن ضرب سازند
مثلث	۱۰ ۳ ۹ ۲ ۳
مربع	۸ ۴ ۸ ۵ ۳
مخمس	۷ ۰ ۵ ۳ ۴
مسدس	۶ ۰ ۰ ۰ ۰
مسبع	۵ ۲ ۰ ۵ ۵
مثمن	۴ ۵ ۹ ۲ ۲
متسع	۴ ۱ ۰ ۳ ۱
معشر	۳ ۷ ۰ ۸ ۲

لومب نا ثانیه شد وآنرا درنصف قوس که باجزاء محیطیه که لح الف است ضرب نمودم وحاصل را
که کخ الد ثانیه باشد بر یکصد و هشتاد قسمت ساختم خارج ونط الح گردید که مقدار نصف قوس
مطلوبه باجزاء قطریهٔ معلومه است مطابقاللاولی بحساب المشهور واگر نب را در رح ح الط مد
ثالثه ضرب نموده حاصل را که لرمانرمح ثالثه است در لح الف ضرب نموده حاصل را که کرمر
است بر یکصد وهشتاد قسمت نمودم خارج ونط برنب ثالثه مقدار نصف قوس برآمد وآن مطابق
طریق این نحیف است واگر بموجب قاعدهٔ صاحب لیلاوتي اول قطر را که ٢٤ بود درچهار
ضرب کرده باوترجمع نمودم امط بوثالثه شد آنرا محفوظ داشتم وباز محیط دائره بطریق صاحب
لیلاوتي حاصل نمودم اعني ٢٤ را در سه هزار ونهصد وبست وهفت ضرب کرده بر یک هزار
ودوصد وپنجاه قسمت نمودم خارج اه الح ند ثانیه شد ومربع آن که الدمد ندلا سـ بو رابعه است
در پنج ضرب کردم وحاصل را که رنح مد لب لوح ثالثه بود بازد ر ربع وترکه ح لط) است ضرب
ساختم وحاصل الضرب را که الو یا ند مد رلح لر رابعه است بر امط بو که محفوظ بود قسمت کردم
وخارج قسمت را که ندالب مراه ب ثالثه شد از ربع مربع محیط که الح ما ح لرمح ط رابعه است
ساقط نمودم باقي ط ح بو ب موط رابعه ماند جذر آنرا که الح لرلط ثانیه است از نصف محیط که لرمانر
ثانیه است ساقط نمودم باقي ند ءمح ثانیه مقدار قوس ماند وآن زیاده از مقداریکه بطریق
این نحیف وبطریق صاحب مفتاح وغیره برآمده میشود اگرچه تفاوت قلیل است فافهم*

مسئلهٔ چهل ودویم در دانستن مقدار ضلع مثلث متساوي الاضلاع ومربع ومخمس ومسدس
تا معشر که اندرون دائره باشد وطریقش اینست که قطر دائره را در ارقام های که اندرون
جدول بخانهٔ مضروب فیه نوشته شده است ضرب ساخته بر یک لکهه وبست هزار قسمت کنند
که خارج مقدار ضلع خواهد بود ونیز اگر ضلع شکل را در یک لکهه وبست هزار ضرب نموده
بر ارقام جدول قسمت کنند خارج قطر دائرهٔ محیطیه شکل خواهد بود (جدول ١٠١)

مسئلهٔ چهل وسیوم دربیان استخراج قطر کره ومحیط دائرهٔ عظیمه بالای کره که ازان جمله
چهار طریق در مجسطي مذکور است وبنای همه طرق بر شکل بستم مقالهٔ اولی از کتاب اکر
ثاوذوسیوس است وچند طریق دیگر که صاحب عیون الحساب بیان نموده ما همه را بهٔ بیان
واضح واسهل مینویسم وچون استخراج قطر کره منحصر بر عمل است واشکال مجسمه بر صفحهٔ

که سطح مستوي است راست نمي آيد لهذا تخييل صادق وتوهم واثق در ادراک آن ضرور است واين نحيف از کرۀ مجسمه امتحان نموده اول فوائد چند که درينمقام دانستن آن پر ضرور است ودر تخييل وتصوير مطالب متعلقۀ عمل مذکور معين ميشود بيان ميگردد *

فائدۀ اولي هرگاه برسطح کره دائره از پرگار بکشند بهر بعد يکه خواهند آن دائره کره را بدو قطعه منقسم خواهد کرد وقطر دائرۀ مرسومه وتر هردو قوس محيط دائرۀ عظيمۀ کره که از هردو قطعه حادث ميشوند خواهد بود *

فائدۀ دويم مقدار فتح پرگار که به بعد آن دائره برسطح کره کشيده شود مقدار وتر نصف قوس مذکور خواهد شد چرا که سطح کره مستديره است وخط واصل بين الرجلين پرگار خط مستقيم پس خط مذکور وتر نصف قوس مي افتد *

فائدۀ سيوم نقطۀ که درکشيدن دائره برسطح کره بمنزلۀ مرکز فرض کرده ميشود في الحقيقة مرکز آن دائره نيست بلکه آن نقطه بمنزلۀ قطب کره است وخط واصل درميان نقطۀ مذکور ومحيط دائرۀ مرسومه بالاي سطح کره خط مستديراست وفي الحقيقة مرکز دائرۀ مذکور درجوف کره مابين سطح دائرۀ مذکور که از قطعۀ دائره متخيل ميشود خواهد بود *

فائدۀ چهارم چون قطر دائرۀ مرسومه وتر قوس محيط دائرۀ عظيمۀ کره است وفتح پرگار درکشيدن دائرۀ مذکور بقدر وتر نصف قوس مذکور ميشود پس مقدار فتح پرگار اعظم از نصف قطر دائرۀ مذکور خواهد بود *

فائدۀ پنجم چون قطر دائرۀ مرسومه وتر قوس محيط دائرۀ عظيمۀ کره است وفتح پرگار مقدار وتر نصف قوس مذکور پس از هردو وتر هردو نصف قوس مذکور که ملتقي بر نقطۀ قطبيه متخيل ميشوند واز قطر دائرۀ مذکور يک مثلث متساوي الساقين درجوف کره حادث خواهد شد *

فائدۀ ششم قطر کره قطر دائرۀ عظيمۀ کره است وايضا خط واصل بين قطبين کره که آنرا محور نيز گويند *

فائدۀ هفتم اگر بر هردو نقطۀ طرفين خطي دو دائره ببعد يکه از نصف خط زائد باشد بکشند آن هردو دائره دوجا تقاطع خواهند کرد *　(شکل ۱۰۲)

فائدۀ هشتم اگر خواهند که بالاي خطي مفروض مثلثي متساوي الساقين بسازند بشرطيکه

مقدار ساق زائد از نصف خط مفروضه باشد پس بالای نقطه هر دو طرف خط از پرکار دو دائره بکشند ببعد یکه مقدار ساق مطلوب باشد و باز نقطهٔ تقاطع دائرتین را با هردو نقطهٔ طرف الخط وصل کنند مثلث متساوي الساقین حادث خواهد شد بدینصورت (شکل ١٠٣)

فائدهٔ نهم اگر بخواهند که بر نقطهٔ مفروضه خطی عمود بکشند باید که بر هردو طرف نقطهٔ مذکور ببعد مساوي خطی مستقیم وصل کنند بحیثیتیکه آن نقطه منصف خط مفروض شود و بالای آنخط مثلث متساوي الساقین بکشند و خطی مابین رأس المثلث و آن نقطه وصل نمایند که خط مذکور عمود خواهد بود و ازین ظاهر میشود که هر خط که از رأس مثلث متساوي الساقین برنصف الوتر بکشند آنخط عمود می باشد بدینصورت * (شکل ١٠٤)

فائدهٔ دهم اگر بخواهند که بالای مثلث دائره بکشند باید که هرد و ساق مثلث را تنصیف سازند و بر نقطهٔ منصف هرد و ساق دو عمود خارج نمایند هرجا که آن هرد و عمود ملاقي شوند مرکز دائره خواهد بود پس بر آن مرکز ببعد رأس المثلث دائره بکشند بدینصورت * (شکل ١٠٥)

فائدهٔ یازدهم هرگاه بر منصف هرد و ساق مثلث متساوي الساقین خواه بهرد و طرف ساقین مثلث مذکور بر نقطتین ملتقای وتر و عمود بجانب مقابل رأس المثلث بکشند آن هرد و عمود بریک نقطه ملاقي خواهند شد و هرد و عمود متساوي خواهند بود بشکل عروس بدینصورت * (شکل ١٠٦)

فائدهٔ دوازدهم هرگاه بر وتر قوسی از محیط دائره مثلث متساوي الساقین رسم نمایند بحیثیتیکه رأس المثلث مماس قوس باشد و بهرد و طرف ساقهای مذکور بر نقطه ملتقای وترد و عمود بکشند و از نقطهٔ ملتقای عمودین خطی تا رأس المثلث وصل نمایند آن خط قطر دائرهٔ مذکور خواهد بود و مقدار واقع بین رأس المثلث والوتر سهم قوس خواهد شد بدینصورت (شکل ١٠٧)

فائدهٔ سیزدهم وتر قوس مسدس محیط مساوي نصف قطر دائره می باشد بدانکه هرگاه این فوائد دانستي پس طریق استخراج قطر کره بیان میکنم طریق اول بالعمل که بموجب شکل بستم ازمقالهٔ اولیٰ اکرثاوذوسیوس ود رمجسطي نیز مذکور است اینست که بالای کره دائره از پرگار بهر بعد یکه خواهند بکشند و بقدر فتح پرگار خطی مستقیم بالای سطح مستوي رسم نمایند وآنرا مقدار اول نام نهند بعد ازان دائرهٔ مرسومهٔ بالای کره را شش قسم مساوي ساخته نشان کنند

وپای پرگار بر یک نشان وپای دیگر را بر نشان چهارم نهند وبقدر فتح پرگار باز خطی مستقیم بر سطح مستوي بکشند وآنرا مقدار ثاني نام نهند واین مقدار قطر دائرهٔ مرسومه است زیراکه از نشان اول تا نشان چهارم نصف دائره است وبالای خط مقدار ثاني مثلث متساوي الساقین رسم سازند که هریک ساق او بقدر مقدار اول باشد بعد ازان بر هردو ساق از نقطتین ملتقای ساقین باوتر دو عمود بجانب مقابل رأس المثلث بکشند پس لامحالة آن هردو عمود بر یک نقطه ملاقي خواهند شد پس از نقطهٔ مذکور تا رأس المثلث خطی وصل نمایند آن خط مقدار قطر کره است صورته هکذا (شکل ۱۰۸)

طریق دویم اینست که بدستور طریق اول بعد کشیدن دائره بالای کره وتعیین مقدار اول وثاني بر خط مقدار اول نصف دائره بکشند وفتح پرگار بقدر نصف مقدار ثاني نموده یک پای آنرا بر نقطهٔ یکطرف مقدار اول که بر آن نصف دائره کشیده اند بنهند واز پای دیگر بر قوس نصف دائرهٔ مذکور نشان کنند وخط واصل بکشند وبعد ازان از طرف آخر بهمان نشان خط واصل کشیده خارج نمایند واز طرف اول خط مذکور عمود خارج سازند پس یقین است که هردو خط بر یک نقطه متلاقي خواهند شد ودو مثلث قائم الزاویه حادث خواهند شد یکی اعظم خارج از نصف دائره که یک ضلع آن خط مقدار اول است ودویم خط عمود وسیوم وتر خارج از طرف آخر تا به نشان مذکور ودویم مثلث اصغر داخل نصف دائره که یک ضلع آن نصف مقدار ثاني است ودویم خط واصل بین طرف آخر مقدار اول ونشان مذکور ووتر آن خط مقدار اول است پس وتر مثلث اعظم مقدار قطر کره است وهذه صورته　　　(شکل ۱۰۹)

واین طریق هم راجع بطریق اول است زیراکه خط مقدار اول یک ضلع مثلث متساوي الساقین است که در طریق اول مرسوم میشود ونصف مقدار ثاني نصف وتر مثلث مذکور است وخط واصل ما بین طرف آخر مقدار اول ونشان مذکور عمود مثلث مذکور پس گویا مثلث اصغر که در طریق دویم میان نصف دائره واقع میشود نصف مثلث طریق اول است ومثلث اعظم که در طریق دویم است مثل احد المثلثین است که در طریق اول از خط واصل بین ملتقای عمودین ورأس المثلث حادث میشوند وبرهان این هردو طریق اینست که از خط واصل بین نقطتین قطبین کره تنصیف دائرهٔ عظیمه که مار بقطبین کره باشد میشود وچون یک قطب کره نقطهٔ رأس المثلث است پس هرگاه بر خط مقدار اول که یک ضلع مثلث ووتر قوسی از محیط دائرهٔ مذکوره وواقع در نصف

دائره است عمود بکشند زاویهٔ قائمه حادث میشود پس لامحاله آن عمود منتهي بر نقطهٔ قطب آخر خواهد گردید چراکه هر زاویهٔ قائمه که در نصف دائره از خطین خارجین از دو طرف نصف دائره و متلاقیین علی محیط حادث میشود لامحاله وتر آن زاویهٔ قائمه قطر می باشد چنانچه در اصول ثابت است ومرت الاشارة الیه في المسئلة السادسة والعشرین من هذه المقدمة طریق سیوم اینست که بعد رسم دائره بالای کره و رسم مثلث متساوي الساقین چنانکه در طریق اول ذکر یافت دائره بالای مثلث مذکور بکشند و آن مساوي دائرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود و قطر آن قطر کره باشد زیراکه چون وتر مثلث مذکور وتر قوسي از محیط عظیمهٔ کره است که مار بقطبین کره باشد پس لامحاله قوس مذکور مساوي قوسی از دائره خواهد بود که بالای آن مثلث بکشند و هرگاه دائره بر مثلث کشیده شد آن دائره مساوي محیط عظیمهٔ کره گردید فافهم وهذه صورته (شکل ١١٠) طریق چهارم بعد رسم دائره بالای کره وتعیین مقدار اول وثاني بر هر دو نقطهٔ طرفین خط مقدار ثاني دو دائره ببعد مقدار اول بکشند چنانچه در فائدهٔ هشتم در طریق رسم مثلث متساوي الساقین گفته شد و مثلث متساوي الساقین ببعد مقدار ثاني رسم نمایند بعد ازان بر نقطهٔ رأس المثلث دائرهٔ سیوم ببعد مقدار اول بکشند لامحاله این دائرهٔ سیومي آن هر دو دائرهٔ اولی را بر دو ونقطه تقاطع خواهد کرد پس نقطتین متقاطعتین هر یک دائره را باهم وصل کنند واخراج نمایند جانب مقابل رأس المثلث تاکه هر دو خط باهم متلاقي شوند پس نقطهٔ تلاقي آن هر دو خط مرکز دائره وخط واصل بین رأس المثلث وذلک النقطة نصف قطر کره است بدینصورت (شکل ١١١) واین طریق هم راجع بطریق سیوم است که گویا بر منصف هر دو ساق مثلث عمود خارج کرده میشود و نقطه ملتقای عمودین مرکز دائرهٔ عظیمهٔ کره است پس خط واصل بین رأس المثلث یا احد الطرفین وتر نصف قطر دائرهٔ عظیمهٔ کره باشد طریق پنجم بر سطحی مستوي خطی مستقیم رسم نمایند و بر آن خط دو آله که مسمی بکونیا است بکاف تازي ودر هندي زبان نزد معماران بکاف فارسي است بنهند بحیثیتیکه هر دو عمود کونیا بر آن خط باشند وکره را درمیان آن بدارند بنوعیکه آن هر دو عمود مماس کره شوند پس مقدار ما بین العمودین از خطي که بر سطحی مستوي باشد مقدار قطر کره است طریق ششم بالای سطح کره مسطره که دران یک خط مستقیم کشیده شود موازي افق بنهند و بدو طرف آن دو شاقول بدو رشته آویزان سازند بحیثیتیکه آن هر دو

رشته مماس کره شوند پس مقدار ما بین شاقولین از مسطره مقدار قطر کره است و مراد از موازي افق آن است که بر هر سطحی مستوي که آن کره را نهاده باشند سطح کره آن را بیک نقطه تماس خواهد کرد پس اگر دو خط متساوي از دو طرف بر آن نقطه وصل سازند که آن هر دو یک خط مستقیم شوند و نقطهٔ مذکور منصف خط مذکور باشد و آن هر دو شاقول بر آن خط فرود آیند وعمود شوند طریق هفتم بالحساب باستبانهٔ طریق اول است که مربع نصف قطر مقدار ثاني را از مربع مقدار اول ساقط نموده جذر باقي بگیرند که آن سهم قوسی از محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره است که مقدار ثاني وتر آن واقع شده پس بموجب مسئلهٔ بست وچهارم من هذه المقدمة مربع نصف مقدار ثاني را که فی الحقیقة مربع نصف وتر قوس است بر مقدار سهم قسمت کنند وخارج را باسهم مذکور جمع سازند حاصل قطر کره است طریق هشتم بالحساب مربع مقدار اول را که فی الحقیقة مجموع مربع نصف مقدار ثاني ومربع سهم است بر سهم قسمت سازند که خارج مقدار قطر کره است *

فائده اما چون خواهند که بر کره دائرهٔ عظیمه بکشند اول ببعد نصف قطر کره بر سطح مستوي دائره بکشند این دایرهٔ عظیمه مساوي دایرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود پس آنرا بچهار قسم مساوي منقسم سازند بقطرین متقاطعین علی القوائم وبقدر وتر یک قوس که ربع محیط دائره است فتح پرکار نمایند ویک پاي پرکار را بر قطب کره قائم کرده بپاي دیگر دائره بکشند آن دایرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود وبالحساب ظاهر است که مقدار محیط دایرهٔ عظیمه بقدر سه مثل ویکسبع قطر خواهد بود کما مر مرارا *

مسئلهٔ چهل وچهارم در استخراج ارتفاع اسطوانه ومخروط باید دانست که اگر اسطوانه ومخروط بر سطح زمین قائم باشد پس مسطره بالای رأس آن موازي افق بنهند وشاقول آویزان کرده ارتفاع را حاصل کنند چنانکه در کره گفته شد واگر اسطوانه ومخروط بر زمین قائم نباشد پس دو آلهٔ گونیا را مماس دو قطر قاعدتین خواه مماس قطر قاعده ورأس المخروط موازي یک دیگر نصب کنند که فصل ما بین دو آله مقدار ارتفاع است ونیز در مخروط مستدیره ومضلع قائمه بحساب هم استخراج ارتفاع میتواند شد چراکه ارتفاع عبارت از عمود است که از رأس المخروط بر مرکز قاعده خارج شود درینصورت بشکل عروس مربع نصف قطر قاعده را از مربع خط واصل بین محیط القاعده ورأس المخروط ساقط نمایند که جذر باقي مقدار عمود خواهد بود *

مسئلۂ چهل و پنجم در استخراج مقدار عمود و خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط تام از مخروط ناقص باید دانست که هر مخروط تام را که موازي قاعده قطع کنند پس قطع اسفل او مسمى بمخروط ناقص است و سطحی که بسبب قطع موازي قاعده حادث شود آنرا قاعدۂ اعلى و قاعدۂ صغرى گویند و قطع اعلى لامحاله مخروط تام اصغر متشابه مخروط تام اول خواهد شد و آنرا مخروط اصغر حادثه گویند پس اگر مخروط مستدیره است نسبت نصف قطر قاعدۂ مخروط اول الى خط واصل بین محیط قاعده و رأس المخروط خواه الى الارتفاع مثل نسبت نصف قطر قاعدۂ مخروط اصغر حادثه الى خط واصل بین رأس المخروط و محیط قاعدۂ او و خواه ارتفاع او خواهد بود و با بدال نسبت چنانکه در مسئلۂ رابعه مطلب سیوم باب سیوم گفته شد نسبت نصف قطر قاعدۂ مخروط اول الى نصف قطر قاعدۂ مخروط اصغر حادثه مثل نسبت خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اول الى خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اصغر خواه مثل نسبت ارتفاع مخروط اول الى ارتفاع مخروط اصغر خواهد بود و هرگاه بموجب مسئلۂ سادسۂ مطلب مذکور فضل النسبة بگیرند نسبت نصف قطر قاعدۂ مخروط اول بطرف فضل او على نصف قطر قاعدۂ مخروط اصغر مثل نسبت خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اول بطرف فضل او على خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اصغر خواهد شد درینصورت بموجب قاعدۂ اربعۂ متناسبه که انشاء الله تعالى در باب علىحده مذکور خواهد شد نصف قطر قاعده مخروط اول را اگر در خط واصل بین محیطي الدائرتین مخروط ناقص مستدیره و خواه در ارتفاع آن که في الحقیقة همان مقدار فضل او ست ضرب نموده بر فضل نصف قطر هر دو دائره قسمت کنند خارج مقدار خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اول خواه ارتفاع او خواهد بود و همچنین در مخروط ناقص مضلع بجای هر دو نصف قطر دو ضلع متوازیین هر دو قاعدۂ مخروط اول و اصغر را اعتبار کنند و باید دانست که هرگاه مقدار خط واصل مخروط اول خواه ارتفاع او معلوم باشد پس بعد اسقاط خط واصل بین القاعدتین خواه ارتفاع مخروط ناقص باقي مقدار خط واصل خواه ارتفاع مخروط اصغر خواهد بود چراکه قاعدۂ مخروط اصغر همان قاعدۂ صغرى است و همچنین در مخروط مستدیر مائله چون از خط اطول و اقصر و قطر قاعده یک مثلث حادث میشود که ساقین آن هر دو خط اطول و اقصر است

و قاعدهٔ آن قطر قاعدهٔ مخروط پس بموجب قواعد استخراج عمود مثلثات عمود آن استخراج میتوانند کرد و در مخروطات مضلعهٔ مائله متساوي الاضلاع والزوايا اگر عدد اضلاع فرد باشد قاعدهٔ مثلث حادثهٔ مذکور بقدر مجموع نصف قطر دائرهٔ داخله و نصف قطر دائرهٔ خارجه خواهد بود و در مخروطات مضلعهٔ مائله متساوي الاضلاع والزوايا که عدد اضلاع زوج باشد اگر خط اطول و اقصر بر زاویتین متقابلتین مضلعه واقع شود پس قاعدهٔ مثلث حادثه قطر دائرهٔ خارجه خواهد بود و اگر خط اطول و اقصر بر منصف ضلعین متقابلین واقع شود قاعدهٔ مثلث حادثه قطر دائرهٔ داخله خواهد شد و اگر آن هردو خط قاطع الضلعین متقابلین علی غیر نقطتي المنصف باشند اعم ازینکه آن مضلع مزدوجه باشد یا منفرده پس مربع مقدار مابین تقاطع و منصف ضلع را بر مربع نصف قطر دائرهٔ داخله افزوده جذر مجموع را تضعیف سازند که حاصل قاعدهٔ مثلث حادثه شود و همچنین اگر مقدار سهم و مقدار زاویه میل سهم که از قائمه باشد سهم را در جیب تمام زاویهٔ مذکور ضرب نموده بر شصت قسمت سازند که خارج مقدار عمود باشد و همچنین اگر مقدار زاویه میل سهم در اسطوانهٔ مائله معلوم باشد جیب آنرا در خط واصل بین قاعدتین که موازي و مساوي سهم بود ضرب ساخته بر شصت قسمت نمایند که خارج عمود خواهد بود *

مسئلهٔ چهل و ششم در ترکیب ساختن اکثری از اشکال مجسمات که در مقدمهٔ اول وعدهٔ بیان آن نموده شد و درین چند بیان است *

بیان اول

در ترکیب ساختن شکل مجسم ذوثمانیه قواعد مثلثات متساوي الاضلاع والزوايا باید که اول یک مخروط مربع القاعده متساوي الاضلاع که ضلع قاعده و ضلع مخروط مساوي باشد آراست کنند بعد ازان برهمان قاعده مخروط دیگر مثل مخروط اول قائم کنند که شکل ذوثمانیه قواعد مثلثات خواهد بود گویا که این شکل مرکب از دو مخروط متحدة القاعده است و چون هریک زاویهٔ مجسمهٔ آن مرکب از چهار زاویهٔ مسطحه است پس شش زاویهٔ مجسمه درین شکل خواهد افتاد *

بیان دویم

در ترکیب ساختن ذو عشرین قاعده مثلثات متساوي الاضلاع والزوايا اول دو مخروط مخمس القاعده که ضلع مخروط و ضلع قاعده متساوي باشند بسازند و بعد ازان برهریک ضلع

قاعدهٔ هرد و مخمس مثلث متساوي الاضلاع والزاويا قائم کنند که رأس المثلث مماس حدبهٔ زوایای قاعدهٔ مخمس باشد این ده مثلثات متساوي الاضلاع و الزاويا مابين القاعدتين خواهند بود چراکه عدد اضلاع هرد و مخمس ده است و چون سطح هرد و مخروط مخمس القاعده مرکب از پنج مثلث است درینصورت بست مثلثات مساوی الاضلاع والزوايا حادث خواهند شد و چون هریک زاویهٔ مجسمهٔ آن مرکب از پنج زاویهٔ مسطحه است پس مجموع عدد زوایای مجسمه دوازده خواهد بود و آن شکل ذو عشرين قاعده است *

بیان سیوم

در ترکیب ساختن ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات مساوي الاضلاع والزوايا اول دو سطح مخمس متساوی الاضلاع والزوایا بسازند و آن هرد و را متوازي یک دیگر بحیثیتکه زوایای هریکی محاذي منصف ضلع دیگر باشد بدارند بعد ازان برهریک ضلع هرد و مخمس که ده ضلع اند ده مخمس مساوي الاضلاع والزوایا قائم کنند بنهجیکه هریک زوایای مخمسات ملصق یک دیگر باشند درینصورت سه زاویهٔ سه مخمس یکجا مجتمع خواهند شد یعني زاویهٔ مجسمه از احاطهٔ سه زاویهٔ مسطحه حادث خواهد شد و بالکل زوایای مجسمه بست خواهند گردید و بطریق دیگر اگر خواهند اول یک شکل مکعب بسازند چراکه شکل مکعب دوازده ضلع دارد پس بر هرضلع مکعب را و تریک زاویهٔ مخمس قرارداده دوازده مخمس متساوي الاضلاع والزوايا آراست کنند که شکل ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات حادث شود *

بیان چهارم

در ترکیب ساختن اشکال ذو صنفین بایددانست که چون اشکال ذو صنفین از اشکال ذو صنف واحد مستنبط میشود لهذا اول کلیات چند که دانستن آن درین مقام پر ضرور است بیان میکنم کلیهٔ اول هر مثلث متساوي الاضلاع راکه بخطوط واصل بین انصاف اضلاع منقسم سازند چهار مثلثات متساویات که متشابه به مثلث اول باشد حادث میشوند بدینصورت (شکل ۱۱۲)
کلیهٔ دویم هرگاه در هر مثلث متساوي الاضلاع هرثلث ضلعين متجاورين را بخطی وصل کنند مثلث مذکور منقسم بیک مسدس و سه مثلث متساوي الاضلاع میشود و مساحت هریک مثلث بقدر سدس مسدس خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۳)

کلیۂ سیوم هر مربع را که بخط واصل بین منصف ضلعین متجاورین منقسم کنند یک مربع که مساحت او بقدر نصف مساحت مربع اول باشد وچهار مثلثات مساوي الساقین که هریک ساق او بقدر نصف ضلع مربع اول باشد حادث خواهد شد و ضلع مربع ثاني بقدر جذر نصف مربع ضلع اول خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۴)

کلیۂ چهارم از هرضلع مربع بقدر فضل ضلع علی نصف قطر از هریک زاویه نشان کنند و هردو نشان ضلعین متجاورین را وصل کنند یک مثمن و چهار مثلث مساوي الساقین قائم الزاویه حادث خواهد شدکه ضلع مثمن بقدر ضعف فضل نصف القطر علی نصف الضلع خواه بقدر فضل وتر علی الضلع باشدوساق مثلث بقدر فضل ضلع علی نصف الوتر خواهد بود بدینصورت (شکل ۱۱۵)

کلیۂ پنجم هر مخمس را که بخطوط واصله بین منصف ضلعین متجاورین قسمت کنند منقسم بمخمس و پنج مثلثات متساوي الساقین خواهد بود و ضلع مخمس حادثه بقدر نصف وتر زاویۂ مخمس اول وساق مثلث بقدر نصف ضلع مخمس اول خواهد شد بدینصورت (شکل ۱۱۶)

کلیۂ ششم هرگاه از نصف قطر دائرۂ محیطیۂ مخمس بقدر نصف قطر دائرۂ محاطیۂ مخمس فضل کنند و بر آن دو عمود بهردو طرف بکشند لا محاله آن هردو عمود هردو ضلعین مخمس را برد و نقطه تقاطع خواهند کرد وهرگاه بهرزاویۂ مخمس چنین عمل کنند مخمس منقسم بمعشر و پنج مثلثات مساوي الساقین خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۷)

هرگاه این کلیات معلوم شد پس الحال ضوابط ساختن اشکال ذوصنفین بیان میکنم ضابطۂ اول درترکیب ساختن بشکل ذو ثمانیه قواعد که چهار از ان مثلثات وچهار مسدسات باشند باید دانست که این شکل از ذواربعة قواعد مثلثات اخذکرده میشود چراکه هرگاه بموجب کلیۂ دویم ثلث هرضلع ازهریک زاویۂ هرمثلث قطع کنند چون مثلثات چهار اند پس چهار مسدسات باقي خواهد ماند وچون زوایای مجسمۂ شکل مذکور چهار اند وهرزاویۂ مرکب از سه زاویۂ مسطحه است پس گویا چهار مخروط مثلث القاعده ساقط شده که مقدار ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذواربعة قواعد خواهد بود و بسبب قطع مخروطات چهار مثلث در شکل مذکور حادث خواهد شد وآن شکل ذوثمانیة قواعد که اربعه مثلثات واربعه مسدسات است ضابطۂ دویم درترکیب شکل ذواربعة عشر قواعد که شش ازان مربعات وهشت مثلثات است وآن از شکل

قوس باجزاء محیطه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
ـے ل	ـے	نو	ب	ن	اله
ا ٤	ا	الو	ند	مں	اله
ا ل	ا	نز	بح	لج	الو
ب ٤	ب	لج	لج	نه	لا
ب ل	ب	نط	ـے	نز	الد
ج ٤	ج	الط	مط	اله	م
ج ل	ج	٤	الد	ا	نه
د ٤	د	ل	نه	ر	مو
د ل	ه	ا	الب	ی	نا
ه ٤	ه	لا	مں	ند	مط
ه ل	و	ب	ح	مط	ال
و ٤	و	لب	ر	م	ح
و ل	ر	ب	الو	خ	نب
ر ٤	ر	لب	لب	ر	ح
ر ل	ح	ب	لب	ار	ـے
ح ٤	ح	لب	ار	م	نه
ح ل	ط	ب	ر	صح	ال
ط ٤	ط	لب	ب	صح	ر
ط ل	ار	ا	مب	لو	ند
آر ٤	ار	لا	لو	ال	ح
ار ل	ال	٤	مں	مر	م
ال ٤	ال	ل	ر	لح	لح
ال ل	ال	نط	الد	ه	ند
الب ٤	الب	لح	له	ا	الر
الب ل	الب	نز	لط	لر	ر

تفاضل جیبین				
دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	مقدار جیب بعبارت
ل	نا	نب	ب	ده درجه پنجاه و شش دقیقه دو ثانیه پنجاه و دو ثالثه بست و پنج رابعه
ل	مح	مح	نا	یازده درجه بست و شش دقیقه پنجاه و چهار ثانیه چهل و چهار ثالثه سی و پنج رابعه
ل	مه	لز	ه	یازده درجه پنجاه و هفت دقیقه چهل و سه ثانیه بست و هشت ثالثه بست و شش رابعه
ل	م	ا	نح	دوازده درجه بست و هشت دقیقه بست و هشت ثانیه پنجاه و پنج ثالثه سی و یک رابعه
ل	لح	لح	لو	دوازده درجه پنجاه و نه دقیقه ده ثانیه پنجاه و هفت ثالثه بست و چهار رابعه
ل	لد	مو	ه	سیزده درجه بست و نه دقیقه چهل و نه ثانیه بست و پنج ثالثه چهل رابعه
ل	ل	نه	نا	چهارده درجه بست و چهار ثانیه یازده ثالثه پنجاه و پنج رابعه
ل	لو	ز	ه	چهارده درجه سی دقیقه پنجاه و پنج ثانیه هفت ثالثه چهل و شش رابعه
ل	لب	مط	نح	پانزده درجه یک دقیقه بست و دو ثانیه چهار ثالثه پنجاه و یک رابعه
ل	لح	ند	لب	پانزده درجه سی و یک دقیقه چهل و چهار ثانیه پنجاه و چهار ثالثه چهل و نه رابعه
ل	لح	ه	مز	شانزده درجه دو دقیقه سه ثانیه چهل و نه ثالثه بست و یک رابعه
ل	ط	لح	مد	شانزده درجه سی و دو دقیقه هفده ثانیه چهل ثالثه هشت رابعه
ل	ه	لح	لو	هفده درجه دو دقیقه بست و شش ثانیه پنجاه و هشت ثالثه پنجاه و دو رابعه
ل	د	ط	نب	هفده درجه سی و دو دقیقه سی و دو ثانیه هفده ثالثه هیجده رابعه
لط	نه	لح	مه	هیجده درجه دو دقیقه سی و دو ثانیه بست و هفت ثالثه ده رابعه
لط	ه	ز	لو	هیجده درجه سی و دو دقیقه بست و هفت ثانیه چهل ثالثه پنجاه و پنج رابعه
لط	مں	ند	نو	نوزده درجه دو دقیقه هفده ثانیه چهل و هشت ثالثه بست و یک رابعه
لط	لط	لح	لز	نوزده درجه سی و دو دقیقه دو ثانیه چهل و سه ثالثه هفده رابعه
لط	لد	د	ط	بست درجه یک دقیقه چهل و دو ثانیه شانزده ثالثه پنجاه و چهار رابعه
لط	لح	لو	لز	بست درجه سی و یک دقیقه شانزده ثانیه بست و یک ثالثه سه رابعه
لط	لب	م	نح	بست و یک درجه چهل و چهار ثانیه چهل و هفت ثالثه چهل رابعه
لط	لو	مز	لو	بست و یک درجه سی دقیقه هفت ثانیه بست و هشت ثالثه سی و هشت رابعه
لط	ی	مه	لح	بست و یک درجه پنجاه و نه دقیقه بست و چهار ثانیه پانزده ثالثه پنجاه و چهار رابعه
لط	د	له	ه	بست و دو درجه بست و هشت دقیقه سی و پنج ثانیه یک ثالثه بست و هفت رابعه
لح	نح	لح	و	بست و دو درجه پنجاه و هفت دقیقه سی و نه ثانیه سی و هفت ثالثه هفده رابعه

قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه					تفاضل جیبین			
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
الح ٤	الح	الو	لر	نه	الح	الح	نا	نب	لح
الح ل	الح	نه	الط	مر	نو	الح	مه	کح	کخ
الد ٤	الد	الد	له	و	ند	الح	لح	لر	لا
الد ل	الد	نب	کخ	مد	اله	الح	لا	مح	ه
اله ٤	اله	اا	اله	لب	مر	الح	الد	نا	ط
اله ل	اله	مط	ه	الح	مط	الح	ر	مو	ه
الو ٤	الو	کح	ح	ے	ی	الح	ے	لح	له
الو ل	الو	مو	کح	مح	لط	الح	?	کح	ند
الر ٤	الر	مد	اا	نو	کخ	الر	نه	مه	ط
الر ل	الر	مب	یر	مب	ب	الر	مح	ط	اا
الح ٤	الح	ے	ه	نا	الح	الر	م	الو	ط
الح ل	الح	لر	مو	ر	لب	الر	لب	له	ط
الط ٤	الط	ه	کح	نب	ما	الر	الد	لو	لط
الط ل	الط	لب	مح	الط	الر	الر	لو	ل	م
ل ٤	ل	٤	٤	٤	٤	الر	ح	ر	ما
ل ل	ل	الر	ح	ر	ما	الو	نط	نو	نو
لا ٤	ل	ند	ح	کح	الر	الو	نا	الر	نر
لا ل	لا	اا	نط	ما	الد	الو	مب	نب	لو
لب ٤	لا	مر	مب	لح	م	الو	لد	ط	ه
لب ل	لب	مد	لو	مب	نه	الو	اله	کح	نط
لج ٤	لب	م	مب	ا	ند	الو	لو	اا	الو
لج ل	لج	و	کخ	الح	ار	الو	ر	لو	مب
لد ٤	لج	لج	ه	م	ب	اله	کخ	ی	مح
لد ل	لج	نط	?	مد	ه	اله	مح	مه	مر
له ٤	لد	الد	نب	ل	لر	اله	لط	لط	ما

مقدار جیب بعبارت

بست وسہ درجہ بست وشش دقیقہ سی وہفت ثانیہ پنجاہ وپنج ثالثہ بست وسہ رابعہ

بست وسہ درجہ پنجاہ وپنج دقیقہ بست ونہ ثانیہ چہل وہفت ثالثہ پنجاہ وشش رابعہ

بست وچہار درجہ بست وچہار دقیقہ پانزدہ ثانیہ شش ثالثہ پنجاہ وچہار رابعہ

بست وچہار درجہ پنجاہ ودو دقیقہ پنجاہ وسہ ثانیہ چہل وچہار ثالثہ بست و پنج رابعہ

بست وپنج درجہ بست ویک دقیقہ بست وپنج ثانیہ سی ودو ثالثہ چہل رابعہ

بست وپنج درجہ چہل ونہ دقیقہ پنجاہ ثانیہ بست وسہ ثالثہ چہل ونہ رابعہ

بست وشش درجہ ہیجدہ دقیقہ ہشت ثانیہ دہ ثالثہ چہار رابعہ

بست وشش درجہ چہل وشش دقیقہ ہیجدہ ثانیہ چہل وسہ ثالثہ سی ونہ رابعہ

بست وہفت درجہ چہاردہ دقیقہ بست ویک ثانیہ پنجاہ وشش ثالثہ پنجاہ وسہ رابعہ

بست وہفت درجہ چہل ودو دقیقہ ہفدہ ثانیہ چہل ودو ثالثہ دو رابعہ

بست وہشت درجہ دہ دقیقہ پنج ثانیہ پنجاہ ویک ثالثہ بست وسہ رابعہ

بست وہشت درجہ سی وہفت دقیقہ چہل وشش ثانیہ ہفدہ ثالثہ سی ودو رابعہ

بست ونہ درجہ پنج دقیقہ ہیجدہ ثانیہ پنجاہ ودو ثالثہ چہل ویک رابعہ

بست ونہ درجہ سی ودو دقیقہ چہل وسہ ثانیہ بست ونہ ثالثہ بست رابعہ

سی درجہ فقط

سی درجہ بست وہفت دقیقہ ہشت ثانیہ ہفدہ ثالثہ یازدہ رابعہ

سی درجہ پنجاہ وچہار دقیقہ ہشت ثانیہ سیزدہ ثالثہ بست وہفت رابعہ

سی ویک درجہ بست دقیقہ پنجاہ ونہ ثانیہ چہل ویک ثالثہ بست وچہار رابعہ

سی ویک درجہ چہل وہفت دقیقہ چہل ودو ثانیہ سی وسہ ثالثہ چہل رابعہ

سی ودو درجہ چہاردہ دقیقہ شانزدہ ثانیہ چہل ودو ثالثہ پنجاہ وپنج رابعہ

سی ودو درجہ چہل دقیقہ چہل ودو ثانیہ یک ثالثہ پنجاہ وچہار رابعہ

سی وسہ درجہ شش دقیقہ پنجاہ وہشت ثانیہ بست وسہ ثالثہ بست رابعہ

سی وسہ درجہ سی وسہ دقیقہ پنج ثانیہ چہل ثالثہ دو رابعہ

سی وسہ درجہ پنجاہ ونہ دقیقہ سہ ثانیہ چہل وچہار ثالثہ پنجاہ رابعہ

سی وچہار درجہ بست وچہار دقیقہ پنجاہ ودو ثانیہ سی ثالثہ سی وہفت رابعہ

قوس باجزاء محیطیہ	جیب باجزاء قطریہ						تفاضل جیبین			
	درجہ	دقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	رابعہ		دقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	رابعہ
له ل	لد	ن	لا	ن	کح		اله	الط	مز	لد
لو ہ	له	یو	ا	لز	نب		اله	از	ه	از
لو ل	له	ما	الا	مح	نط		اله	ی	نط	الح
لز ہ	لو	و	لب	ب	مب		اله	ہ	اله	اله
لز ل	لو	لا	لب	الح	ز		الد	ن	الد	لو
لح ہ	لو	یو	الب	نب	مح		الد	م	یو	نخ
لح ل	لز	اا	ج	ط	ما		الد	ل	ب	له
لط ہ	لز	مه	لح	ب	یو		الد	نط	ما	الح
لط ل	لح	ط	نب	نخ	مد		الد	ط	کح	ما
م ہ	لح	لد	ب	ز	اله		الح	نخ	اط	ز
م ل	لح	نخ	ہ	مو	مب		الح	مو	نخ	نط
ما ہ	لط	اا	مح	مه	ا		الح	لز	ی	مح
ما ل	لط	مه	اله	نه	مط		الح	الو	یو	نا
مب ہ	م	ح	نب	ب	م		الح	ه	یو	اله
مب ل	م	لب	ز	الط	ه		الح	د	ط	م
مج ہ	م	نه	ما	لح	مه		الب	نب	نو	لح
مج ل	ما	کح	د	له	کح		الب	ما	لز	ما
مد ہ	ما	م	مو	ب	الط		الب	ل	لا	له
مد ل	مب	ج	لو	مد	د		الب	کح	نط	مط
مه ہ	مب	اله	له	ج	نخ		الب	ز	ا	نو
مه ل	مب	مو	مب	ه	مط		اا	نه	کح	ہ
مو ہ	مج	ط	لز	الح	مط		اا	مح	از	لو
مو ل	مج	لا	از	نا	ه		اا	لا	لب	کح
مز ہ	مج	نب	نب	لح	کح		اا	نط	ل	نط
مز ل	مد	ند	ما	ند	ز		اا	ز	الب	لط

مقدار جیب بعبارت

درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
سی و چهار درجه	پنجاه دقیقه	سی و یک ثانیه	پنجاه ثالثه	هیجده رابعه
سی و پنج درجه	شانزده دقیقه	یک ثانیه	سی و هفت ثالثه	پنجاه و دو رابعه
سی و پنج درجه	چهل و یک دقیقه	بست و یک ثانیه	چهل و سه ثالثه	نوزده رابعه
سی و شش درجه	شش دقیقه	سی و دو ثانیه	دو ثالثه	چهل و دو رابعه
سی و شش درجه	سی و یک دقیقه	سی و دو ثانیه	بست و هشت ثالثه	هفت رابعه
سی و شش درجه	پنجاه و شش دقیقه	بست و دو ثانیه	پنجاه و دو ثالثه	چهل و سه رابعه
سی و هفت درجه	بست و یک دقیقه	سه ثانیه	نه ثالثه	چهل و یک رابعه
سی و هفت درجه	چهل و پنج دقیقه	سی و سه ثانیه	دوازده ثالثه	شانزده رابعه
سی و هشت درجه	نه دقیقه	پنجاه و دو ثانیه	پنجاه و سه ثالثه	چهل و چهار رابعه
سی و هشت درجه	سی و چهار دقیقه	دو ثانیه	هفت ثالثه	بست و پنج رابعه
سی و هشت درجه	پنجاه و هشت دقیقه		چهل و شش ثالثه	چهل و دو رابعه
سی و نه درجه	بست و یک دقیقه	چهل و هشت ثانیه	چهل و پنج ثالثه	یک رابعه
سی و نه درجه	چهل و پنج دقیقه	بست و پنج ثانیه	پنجاه و پنج ثالثه	چهل و نه رابعه
چهل درجه	هشت دقیقه	پنجاه و دو ثانیه	دوازده ثالثه	چهل رابعه
چهل درجه	سی و دو دقیقه	هفت ثانیه	بست و نه ثالثه	پنج رابعه
چهل درجه	پنجاه و پنج دقیقه	یازده ثانیه	سی و هشت ثالثه	چهل و پنج رابعه
چهل و یک درجه	هیجده دقیقه	چهار ثانیه	سی و پنج ثالثه	هیجده رابعه
چهل و یک درجه	چهل دقیقه	چهل و شش ثانیه	دوازده ثالثه	بست و نه رابعه
چهل و دو درجه	سه دقیقه	شانزده ثانیه	چهل و چهار ثالثه	چهار رابعه
چهل و دو درجه	بست و پنج دقیقه	سی و پنج ثانیه	سه ثالثه	پنجاه و سه رابعه
چهل و دو درجه	چهل و هفت دقیقه	چهل و دو ثانیه	پنج ثالثه	چهل و نه رابعه
چهل و سه درجه	نه دقیقه	سی و هفت ثانیه	بست و سه ثالثه	چهل و نه رابعه
چهل و سه درجه	سی و یک دقیقه	بست ثانیه	پنجاه و یک ثالثه	پنج رابعه
چهل و سه درجه	پنجاه و دو دقیقه	پنجاه و دو ثانیه	بست و سه ثالثه	هیجده رابعه
چهل و چهار درجه	چهارده دقیقه	یازده ثانیه	پنجاه و چهار ثالثه	هفده رابعه

تفاضل جیبین				جیب باجزاء قطریه				
رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه	رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه	درجه
ب	ط	له	م	نو	لو	لط	له	مد
ب	ن	مب	م	ح	لو	مد	نو	مد
ط	له	ل	م	سے	لو	نز	لو	مه
م	ند	ز	م	لط	ما	لز	لز	مه
لز	لح	ه	م	نط	له	مه	نز	مه
د	لز	ن	لط	لو	ند	ن	ز	مو
ح	ن	لط	لط	م	لا	مح	لز	مو
لط	نز	لو	لط	مح	لا	لح	نز	مو
نه	نط	لح	لط	لب	نط	ن	لو	مز
نو	نو	ه	لط	ز	نط	د	لو	مز
مب	مح	مز	لح	لح	لو	ه	نه	مز
ا	له	لد	لح	نه	د	نخ	لح	مح
نب	لو	لا	لح	له	م	لز	لب	مح
لح	نخ	ز	لح	ز	نز	مح	ن	مح
ند	لد	ند	لز	ل	ن	لو	ح	مط
لب	نا	م	لز	لد	له	نا	لو	مط
لط	لح	لز	لز	نو	و	لب	مد	مط
نط	ل	لح	لز	له	لز	نط	ا	ن
ما	لز	ح	لز	لد	ن	ب	لط	ن
ه	ه	مب	لو	له	لح	لو	لو	ن
ب	نخ	لا	لو	لز	لح	نخ	ن	ن
ما	نا	مز	لو	لب	لو	ل	ط	نا
مب	مه	ح	لو	لح	ح	مح	مه	نا
نط	له	مط	له	نه	نخ	نا	ما	نا
له	م	له	له	ند	ط	ما	نز	نا

مقدار جیب بعبارت
چهل و چهار درجه سی و پنج دقیقه نوزده ثانیه شانزده ثالثه پنجاه و شش رابعه
چهل و چهار درجه پنجاه و شش دقیقه چهارده ثانیه بیست و شش ثالثه هشت رابعه
چهل و پنج درجه شانزده دقیقه پنجاه و هفت ثانیه شانزده ثالثه ده رابعه
چهل و پنج درجه سی و هفت دقیقه بیست و هفت ثانیه چهل و یک ثالثه نوزده رابعه
چهل و پنج درجه پنجاه و هفت دقیقه چهل و پنج ثانیه سی و پنج ثالثه پنجاه و نه رابعه
چهل و شش درجه هفده دقیقه پنجاه ثانیه پنجاه و چهار ثالثه سی و شش رابعه
چهل و شش درجه سی و هفت دقیقه چهل و سه ثانیه سی و یک ثالثه چهل رابعه
چهل و شش درجه پنجاه و هفت دقیقه بیست و سه ثانیه بیست و یک ثالثه چهل و سه رابعه
چهل و هفت درجه شانزده دقیقه پنجاه ثانیه نوزده ثالثه بیست و دو رابعه
چهل و هفت درجه سی و شش دقیقه چهار ثانیه نوزده ثالثه هفده رابعه
چهل و هفت درجه پنجاه و پنج دقیقه پنج ثانیه شانزده ثالثه سیزده رابعه
چهل و هشت درجه سیزده دقیقه پنجاه و سه ثانیه چهار ثالثه پنجاه و پنج رابعه
چهل و هشت درجه سی و دو دقیقه بیست و هفت ثانیه چهل ثالثه پانزده رابعه
چهل و هشت درجه پنجاه دقیقه چهل و هشت ثانیه پنجاه و هفت ثالثه هفت رابعه
چهل و نه درجه هشت دقیقه پنجاه و شش ثانیه پنجاه ثالثه سی رابعه
چهل و نه درجه بیست و شش دقیقه پنجاه و یک ثانیه پانزده ثالثه بیست و چهار رابعه
چهل و نه درجه چهل و چهار دقیقه سی و دو ثانیه شش ثالثه پنجاه و شش رابعه
پنجاه درجه یک دقیقه پنجاه و نه ثانیه بیست ثالثه شانزده رابعه
پنجاه درجه نوزده دقیقه دوازده ثانیه پنجاه ثالثه سی و چهار رابعه
پنجاه درجه سی و شش دقیقه شانزده ثانیه هجده ثالثه پانزده رابعه
پنجاه درجه پنجاه و دو دقیقه پنجاه و هشت ثانیه بیست و سه ثالثه بیست رابعه
پنجاه و یک درجه نه دقیقه سی ثانیه شانزده ثالثه سی و دو رابعه
پنجاه و یک درجه بیست و پنج دقیقه چهل و هشت ثانیه هشت ثالثه سیزده رابعه
پنجاه و یک درجه چهل و یک دقیقه پنجاه و یک ثانیه پنجاه و سه ثالثه پنجاه و پنج رابعه
پنجاه و یک درجه پنجاه و هفت دقیقه چهل و یک ثانیه نه ثالثه چهارده رابعه

قوس باجزاء محیطه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
س ل	نب	یح	لو	مط	مط
سا ٤	نب	کح	لز	نا	کد
سا ل	نب	مح	مد	کط	مز
سب ٤	نب	نح	لو	م	یح
سب ل	نج	یح	ید	کز	کد
سج ٤	نج	کز	لز	کد	لح
سج ل	نج	ما	مه	نط	کز
سد ٤	نج	نه	لط	ل	ند
سد ل	ند	ط	یح	که	یز
سه ٤	ند	کب	مب	کح	لط
سه ل	ند	له	نا	لح	و
سو ٤	ند	مح	مه	مط	ح
سو ل	نه	ا	کد	نح	لد
سز ٤	نه	یح	مط	ب	ند
سز ل	نه	که	نز	نح	مد
سح ٤ .	نه	لز	نا	مب	مه
سح ل	نه	مط	ل	نا	ما
سط ٤	نو	ا	یح	کب	کز
سط ل	نو	ب	ا	ا	لد
ع ٤	نو	کب	یح	لو	کب
ع ل	نو	لح	ل	لط	مح
عا ٤	نو	مح	نب	ع	ید
عا ل	نو	یح	نز	ند	لد
عب ٤	نز	ح	مح	مب	کز
عب ل	نز	یح	کب	نا	ما

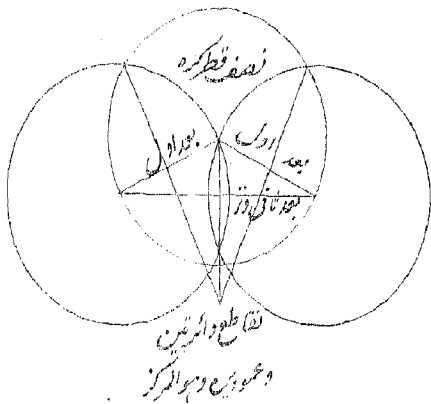
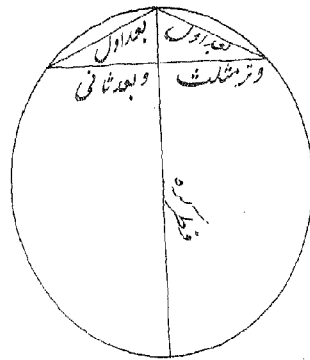
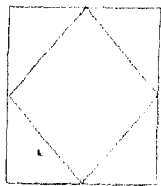
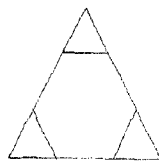
تفاضل جیبین				مقدار جیب بعبارت
دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	
نه	یا	ا	له	پنجاه و دو درجه سیزده دقیقه شانزده ثانیه چهل و نه ثالثه چهل و نه رابعه
نه	و	لح	الح	پنجاه و دو درجه بیست و هشت دقیقه سی و هفت ثانیه پنجاه و یک ثالثه بیست و چهار رابعه
ند	نب	ی	لا	پنجاه و دو درجه چهل و سه دقیقه چهل و چهار ثانیه بیست و نه ثالثه چهل و هفت رابعه
ند	لز	م	د	پنجاه و دو درجه پنجاه و هشت دقیقه سی و شش ثانیه چهل ثالثه هجده رابعه
ند	الح	د	ط	پنجاه و سه درجه سیزده دقیقه چهارده ثانیه بیست ثالثه بیست و چهار رابعه
ند	ح	الد	مز	پنجاه و سه درجه بیست و هفت دقیقه سی و هفت ثانیه بیست و چهار ثالثه سی و سه رابعه
نح	نح	ما	ل	پنجاه و سه درجه چهل و یک دقیقه چهل و پنج ثانیه چهل و نه ثالثه بیست رابعه
نح	لح	ند	الز	پنجاه و سه درجه پنجاه و پنج دقیقه سی و نه ثانیه سی ثالثه پنجاه رابعه
نح	الد	ح	مت	پنجاه و چهار درجه نه دقیقه هجده ثانیه بیست و پنج ثالثه هفده رابعه
نح	ط	ط	ه	پنجاه و چهار درجه بیست و دو دقیقه چهل و دو ثانیه بیست و هشت ثالثه پنجاه و نه رابعه
نب	ند	ا	ی	پنجاه و چهار درجه سی و پنج دقیقه پنجاه و یک ثانیه سی و هشت ثالثه چهار رابعه
نب	لط	ط	الو	پنجاه و چهار درجه چهل و هشت دقیقه چهل و پنج ثانیه چهل و نه ثالثه هشت رابعه
نب	الد	ی	ال	پنجاه و پنج درجه یک دقیقه بیست و چهار ثانیه پنجاه و هشت ثالثه سی و چهار رابعه
نب	ح	له	ه	پنجاه و پنج درجه سیزده دقیقه چهل و نه ثانیه دو ثالثه پنجاه و چهار رابعه
یا	نح	ما	ا	پنجاه و پنج درجه بیست و پنج دقیقه پنجاه و هفت ثانیه پنجاه و هشت ثالثه چهل و چهار رابعه
یا	لح	الح	لو	پنجاه و پنج درجه سی و هفت دقیقه پنجاه و یک ثانیه چهل و دو ثالثه چهل و پنج رابعه
یا	الح	ی	لط	پنجاه و پنج درجه چهل و نه دقیقه سی ثانیه یازده ثالثه چهل و یک رابعه
یا	ز	مط	ند	پنجاه و شش درجه پنجاه و سه ثانیه بیست و دو ثالثه بیست رابعه
ی	نب	الد	مح	پنجاه و شش درجه دوازده دقیقه یک ثانیه یازده ثالثه سی و چهار رابعه
ی	لز	ح	یا	پنجاه و شش درجه بیست و دو دقیقه پنجاه و سه ثانیه سی و شش ثالثه بیست و دو رابعه
ی	یا	ال	لا	پنجاه و شش درجه سی و سه دقیقه سی ثانیه سی و نه ثالثه چهل و سه رابعه
ی	ه	ند	ال	پنجاه و شش درجه چهل و سه دقیقه پنجاه و دو ثانیه چهارده رابعه
ط	ه	سر	نح	پنجاه و شش درجه پنجاه و سه دقیقه پنجاه و هفت ثانیه پنجاه و چهار ثالثه سی و چهار رابعه
ط	لد	لط	ند	پنجاه و هفت درجه سه دقیقه چهل و هشت ثانیه دوازده ثالثه بیست و هفت رابعه
ط	لح	نز	نز	پنجاه و هفت درجه سیزده دقیقه بیست و دو ثانیه پنجاه و یک ثالثه چهل و یک رابعه

قوس باجزاء محیطیہ	جیب باجزاء قطریہ				
	درجہ	دقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	رابعہ
عج ٤	نز	الب	ما	مط	لح
عج ل	نز	لا	مہ	ح	مو
عد ٤	نز	م	لب	لا	لہ
عد ل	نز	مط	د	سے	م
عہ ٤	نز	نز	لط	ح	مح
عہ ل	نح	ہ	لط	نخ	الہ
عو ٤	نح	یح	ح	ب	لر
عو ل	نح	ال	لا	ند	سے
عز ٤	نح	الر	مح	نز	ب
عز ل	نح	لد	لط	لو	لہ
عح ٤	نح	ما	نط	ن	ند
عح ل	نح	مر	مح	مد	سے
عط ٤	نح	نخ	نا	الح	ح
عط ل	نح	نط	مح	ح	لو
ف ٤	نط	ہ	ح	الح	الط
ف ل	نط	سے	لر	ما	الد
فا ٤	نط	بہ	م	م	ند
فا ل	نط	ال	الر	الہ	لہ
فب ٤	نط	الد	نز	ند	سے
فب ل	نط	الط	ب	ف	الد
فج ٤	نط	لح	ط	نخ	ح
فج ل	نط	لو	نا	لا	لہ
فد ٤	نط	م	نو	یح	مر
فد ل	نط	مح	الہ	لد	مد
فہ ٤	نط	مو	ح	یح	سر

مقدار جیب بعبارت	تفاضل جیبین			
	رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه
پنجاه و هفت درجه بیست و دو دقیقه چهل و یک ثانیه چهل و نه ثالثه سی و هشت رابعه	ح	ید	ج	ط
پنجاه و هفت درجه سی و یک دقیقه چهل و پنج ثانیه سه ثالثه چهل و شش رابعه	مط	کز	مز	ح
پنجاه و هفت درجه چهل دقیقه سی و دو ثانیه سی و یک ثالثه سی و پنج رابعه	ه	لط	لا	ح
پنجاه و هفت درجه چهل و نه دقیقه چهار ثانیه ده ثالثه چهل رابعه	ج	مح	یه	ح
پنجاه و هفت درجه پنجاه و هفت دقیقه نوزده ثانیه پنجاه و هشت ثالثه چهل و سه رابعه	مب	ند	نط	ز
پنجاه و هشت درجه پنج دقیقه نوزده ثانیه پنجاه و سه ثالثه بیست و پنج رابعه	یب	یط	مج	ز
پنجاه و هشت درجه سیزده دقیقه سه ثانیه دوازده ثالثه سی و هفت رابعه	لج	ما	کح	ز
پنجاه و هشت درجه بیست دقیقه سی و یک ثانیه پنجاه و چهار ثالثه ده رابعه	نب	ب	یب	ز
پنجاه و هشت درجه بیست و هفت دقیقه چهل و سه ثانیه پنجاه و هفت ثالثه دو رابعه	یج	یط	نه	و
پنجاه و هشت درجه سی و چهار دقیقه سی و نه ثانیه شانزده ثالثه پانزده رابعه	لط	لو	م	و
پنجاه و هشت درجه چهل و یک دقیقه نوزده ثانیه پنجاه و دو ثالثه پنجاه و چهار رابعه	یو	نا	کج	و
پنجاه و هشت درجه چهل و هفت دقیقه چهل و سه ثانیه چهل و چهار ثالثه ده رابعه	ح	مد	ز	و
پنجاه و هشت درجه پنجاه و سه دقیقه پنجاه و یک ثانیه بیست و هشت ثالثه هجده رابعه	نح	لد	نا	ه
پنجاه و هشت درجه پنجاه و نه دقیقه چهل و سه ثانیه سه ثالثه شانزده رابعه	یج	که	له	ه
پنجاه و نه درجه پنج دقیقه هجده ثانیه بیست و هشت ثالثه بیست و نه رابعه	نه	یب	یط	ه
پنجاه و نه درجه ده دقیقه سی و هفت ثانیه چهل و یک ثالثه بیست و چهار رابعه	ل	نط	ب	ه
پنجاه و نه درجه پانزده دقیقه چهل ثانیه چهل ثالثه پنجاه و چهار رابعه	ما	مد	مو	د
پنجاه و نه درجه بیست دقیقه بیست و هفت ثانیه بیست و پنج ثالثه سی و پنج رابعه	له	کح	ل	د
پنجاه و نه درجه بیست و چهار دقیقه پنجاه و هفت ثانیه پنجاه و چهار ثالثه ده رابعه	ید	یا	ید	د
پنجاه و نه درجه بیست و نه دقیقه دوازده ثانیه پنج ثالثه بیست و چهار رابعه	مد	نب	نز	ج
پنجاه و نه درجه سی و سه دقیقه نه ثانیه پنجاه و هشت ثالثه هشت رابعه	کز	لج	ما	ج
پنجاه و نه درجه سی و شش دقیقه پنجاه و یک ثانیه سی و یک ثالثه سی و پنج رابعه	یب	مب	کد	ج
پنجاه و نه درجه چهل دقیقه شانزده ثانیه سیزده ثالثه چهل و هفت رابعه	نز	ک	ط	ج
پنجاه و نه درجه چهل و سه دقیقه بیست و پنج ثانیه سی و چهار ثالثه چهل و چهار رابعه	لج	لح	نب	ب
پنجاه و نه درجه چهل و شش دقیقه هجده ثانیه سیزده ثالثه هفده رابعه	کا	نه	یه	ب

قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
فه ل	نط	مح	ند	ح	لط
فو٤	نط	نا	یح	ه	٨
فو ل	نط	نج	ر	و	لط
فز٤	نط	نه	ح	نخ	مو
فز ل	نط	نو	لد	الد	نز
فح٤	نط	نز	مح	اله	ر
فح ل	نط	نخ	مه	نخ	یه
فط٤	نط	نط	الر	و	ر
فط ل	نط	نط	نا	مو	لا

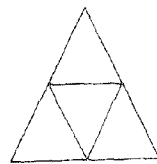
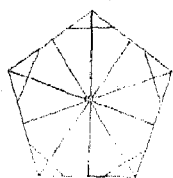
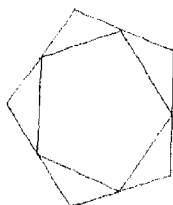
تفاضل جیبین دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
ـــ	لط	ما	الو
ـــ	ح	لو	لد
ا	مو	ـــ	ر
ا	ل	الو	ما
ا	لد	٤	ـــ
٤	نز	لح	مح
٤	ما	ر	ـــ
٤	الد	م	الد
٤	ح	یح	الط

مقدار جیب بعبارت
پنجاه و نه درجه چهل و هشت دقیقه پنجاه و چهار ثانیه هشت ثالثه سی و نه رابعه
پنجاه و نه درجه پنجاه و یک دقیقه سیزده ثانیه پنجاه ثالثه پنج رابعه
پنجاه و نه درجه پنجاه و سه دقیقه هفده ثانیه شش ثالثه سی و نه رابعه
پنجاه و نه درجه پنجاه و پنج دقیقه سه ثانیه پنجاه و هشت ثالثه چهل و شش رابعه
پنجاه و نه درجه پنجاه و شش دقیقه سی و چهار ثانیه بست و چهار ثالثه پنجاه و هفت رابعه
پنجاه و نه درجه پنجاه و هفت دقیقه چهل و هشت ثانیه بست و پنج ثالثه هفت رابعه
پنجاه و نه درجه پنجاه و هشت دقیقه چهل و پنج ثانیه پنجاه و هشت ثالثه پنجاه و پنج رابعه
پنجاه و نه درجه پنجاه و نه دقیقه بست و هفت ثانیه شش ثالثه هفت رابعه
پنجاه و نه درجه پنجاه و نه دقیقه پنجاه و یک ثانیه چهل و شش ثالثه سی و یک رابعه

شکل ۱۱۰ صفحه ۳۲۹

بعد اول
بعد اول
وتر مثلث
و بعد ثانی
قطر

شکل ۱۱۱ صفحه ۳۲۹

نصف قطر کره
بعد اول
بعد اول
بعد ثانی از
ملتقی طوق دائرتین
و هو المرکز

شکل ۱۱۲ صفحه ۳۳۲

شکل ۱۱۳ صفحه ۳۳۳

شکل ۱۱۴ صفحه ۳۳۴

شکل ۱۱۵ صفحه ۳۳۷

شکل ۱۱۶ صفحه ۳۳۷

شکل ۱۱۷ صفحه ۳۳۸

مکعب و نیز از شکل ذو ثمانیة قواعد مثلثات بعد اسقاط نصف هریک ضلع از زاویه حادث میشود
اما از شکل مکعب پس باین طریق که هرگاه بموجب کلیهٔ سیوم نصف ضلع مکعب از هریک
زاویه ساقط کنند چون شکل مکعب مرکب از شش مربعات است پس شش مربع باقي خواهد بود
وچون زوایای مجسمه مکعب هشت است و هر زاویهٔ مرکب از سه زاویهٔ مسطحه است پس
گویا هشت مخروط مثلث القاعده ساقط خواهد شد و هشت مثلث بسبب اسقاط مخروطات
حادث خواهد گردید اما از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات چون بموجب کلیهٔ اول هرگاه نصف
ضلع از هریک مثلث شکل مذکور ساقط کنند پس هشت مثلث باقي خواهد ماند که هریک ضلع
آن بقدر نصف ضلع مثلثات اول باشد وچون زوایاي مجسمهٔ ذو ثمانیة قواعد مذکور شش است
وهریک مرکب از چهار زاویهٔ مسطحه پس گویا شش مخروط مربع القاعده ساقط میشوند وبسبب
اسقاط مخروطات شش مربع حادث میشود ضابطهٔ سیوم در ترکیب ساختن شکل ذو اربعة عشر
قواعد که شش ازان مثمنات وهشت مثلثات است وآن از شکل مکعب بعد اسقاط فضل ضلع
علی نصف قطر مربع ضلع از هریک زاویه حادث میشود زیرا که شکل مکعب مرکب از شش مربع
است پس هرگاه بموجب کلیهٔ چهارم ازهر اضلاع مربعات بقدر فضل ضلع علی نصف القطر از هر
زاویه ساقط کنند باقي شش مثمنات خواهد ماند وچون زوایای مجسمه مکعب هشت است
پس گویا هشت مخروط مثلث القاعده ساقط خواهد شد که ضلع قاعدهٔ آن بقدر ضلع مثمن وضلع
مخروط بقدر فضل ضلع علی نصف القطر بود وبسبب اسقاط مخروطات مذکوره هشت مثلثات حادث
خواهد شد ضابطهٔ چهارم در ترکیب ساختن ذو اثنی و ثلثین قاعده که دوازده ازان مخمسات
وبست ازان مثلثات باشند وآن از شکل ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات و ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات
بعد اسقاط نصف ضلع از هریک زاویه حادث میشود زیرا که بموجب کلیهٔ پنجم هرگاه از هریک
مخمس ذو اثنی عشر قواعد بقدر نصف ضلع از هریک زاویه ساقط کنند باقي دوازده مخمسات
خواهد بود وچون زوایای مجسمه ذو اثنی عشر قواعد مخمسات بست وهریک زاویهٔ مرکب
از سه زاویهٔ مسطحه است درینصورت بست مخروطات مثلث القاعده که هریک ضلع قاعده
بقدر ضلع مخمس حادثه وضلع مخروط بقدر نصف ضلع مخمس اول باشد ساقط خواهد شد
وبسبب اسقاط مخروطات بست مثلثات حادث خواهد شد واز شکل ذو عشرین قاعده مثلثات

اگر دوازده مخروط صغار مخمس القاعده که رأس المخروط رأس زوایای مجسمهٔ شکل ذو عشرین قاعده بود و ضلع آن بقدر نصف ضلع مثلثات ذو عشرین قاعده باشد ساقط کنند پس بموجب کلیهٔ اول بست مثلث باقی خواهد ماند وازانجا که اضلاع مخروط پنج است دوازده مخمس حادث خواهد شد ضابطهٔ پنجم در ترکیب ساختن ذو اثنی و ثلثین قاعده که دوازده ازان معشر باشد و بست مثلث وآن از شکل ذو اثنی عشر قاعده مخمسات ماخوذ میشود باین طریق که هرگاه بموجب کلیهٔ ششم هر مخمسات را معشر سازند چونکه زوایای مجسمه بست است و هریک مرکب از سه زاویهٔ مسطحه است پس بست مخروط صغار مثلث القاعده حادث خواهد شد واگر مخروطات را قطع کرده ساقط کنند بست مثلث عند القاعده مخروطات از قطع آن حادث خواهند گردید و بموجب کلیهٔ ششم هر مخمس منقسم بمعشر خواهد شد ضابطهٔ ششم در ترکیب ساختن ذو اربعة عشر قاعده که هشت ازان مسدسات و شش مربعات باشند واین از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات ماخوذ است باین طریق که ثلث هر اضلاع قواعد را بموجب کلیهٔ دویم وصل کنند وچونکه زوایای مجسمه شش و هریک مرکب از چهار زاویهٔ مسطحه است پس شش مخروطات صغار مربع القاعده از زوایای مجسمه حادث خواهد شد آنرا ساقط کنند شش مربع حادث خواهد گردید ونیز بموجب کلیهٔ دویم هشت مسدس نمودار خواهد شد ضابطهٔ هفتم در ترکیب ساختن ذو اثنی و ثلثین قاعده که دوازده ازان مخمس باشد و بست مسدس وآن از شکل ذو عشرین قاعده بعد اسقاط ثلث ضلع از هریک زاویه حادث میشود باید دانست که از هر اشکال مذکوره که اجسام ساقط میشود این همه اجسام مخروطات اند که رأس آنها عند الزاویه است ونیز چنانکه این اشکال بعد اسقاط این مخروطات از اشکال مذکوره حادث میشود همچنین اگر مخروطات بر آن اشکال حادثه زائد کنند اشکال مذکوره حادث میتواند شد اما ترکیب ساختن ذو ثلثة اصناف قواعد ازین اشکال ذو صنفین که مذکور شد بعد تأمل بیرون خواهد آمد چونکه انواع آن کثیر است وبیان هریک بسیار طول درینمقام فروگذاشته شد تا کتاب دراز نگردد*

مسئلهٔ چهل و هفتم در استخراج قطر اقصر وقطر اطول اشکال متساوي الاضلاع والزوایا که بخاطر این نحیف رسیده باید دانست که در هر اشکال متساوي الاضلاع والزوایا دو دائره میتوان کشید یکی بالای شکل بطوریکه جمیع زوایا را مماس کند وهر ضلع وتر قوسی از دائره شود

و دیگر درون شکل که هر ضلع مماس دائره باشد و قطر دائرۀ اعظم قطر اطول است و آن عبارت است از خط واصل بین زاویتین متقابلتین در اشکال مزدوجه متساوي الاضلاع و الزوایا و قطر دائرۀ اقصر قطر اصغر است که آن مساوي خط واصل بین خطین متوازیین باشد در اشکال مزدوجه اعني شکلی که اضلاع آن زوج بود پس در اشکال منفرده که اضلاع آن فرد باشد قطر اطول و اقصر نخواهد بود چه قطر درینمحل عبارت است از خطی که بین زاویتین متقابلتین واصل شود و آن در اشکال منفرده یافته نمیشود زیرا که زاویتین متقابلتین بدون اشکال مزدوجه متحقق نیست مگر نصف قطر اقصر که عبارت از عمود مرکزي دائرۀ داخل الشکل است خواهد بود پس طریق استخراج آن اینست که دائرۀ معلومة المحیط و القطر فرض کرده محیط را بر عدۀ اضلاع شکل مفروضه قسمت کنند و وتر قوس آن استخراج نمایند که آن مقدار ضلع شکل مفروضه است که درون آن دائره خواهد افتاد و قطر اطول آن همان قطر دائره خواهد بود و ضلع های شکل مفروضه که بیک جانب از ضلعین متوازیین باشد قوس های آنها را جمع کرده و تر آن استخراج نمایند که قطر اقصر حاصل خواهد شد مثلاً در مسدس چون دو ضلع بیک جانب ضلعین متوازیین میباشد و دو ضلع بیک جانب و در مثمن سه ضلع بیک جانب و سه ضلع بیک جانب و علی هذا القیاس در جمیع اشکال مزدوجه متساوي الاضلاع و الزوایا پس در مسدس قطر اقصر وتر قوسي خواهد بود که ضعف قوس ضلع است و در مثمن سه مثل قوس ضلع و علی هذا القیاس و نصف قطر اقصر در اشکال مذکوره عمود مرکزي دائرۀ داخل الشکل است و در اشکال منفرده که مساوي الاضلاع و الزوایا باشند سهم قوس ضلع را از نصف قطر اعظم ساقط کنند که باقي مقدار عمود مرکزي خواهد بود و طریق استخراج سهم از وتر و قطر سابق گفته شده است و قطر اقصر را که ضعف عمود مرکزي است اگر هم بدینطریق حاصل کنند سهل خواهد بود و هرگاه این دانستی پس اگر استخراج قطر اقصر شکلی مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در قطر اقصر مفروضه ضرب ساخته بر ضلع مفروضه قسمت کنند و اگر استخراج قطر اعظم مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در قطر اعظم مفروضه ضرب ساخته بر ضلع مفروضه قسمت کنند و اگر استخراج عمود مرکزي مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در عمود مرکزي مفروضه ضرب ساخته بر ضلع مفروضه قسمت کنند مثلاً خواهم که قطر اقصر مسدسی که هر ضلع آن شش ذراع است بدانم ضلع مسدس

در دائره که قطر آن سي است برآوردم پانزده برآمد وقطر اقصر آن بست وشش پس شش را در بست وشش ضرب نموده بر پانزده قسمت نمودم ده صحیح ودو خمس برآمد واین قطر اقصر است وهم چنین هرگاه شش را در سي ضرب نموده بر پانزده قسمت کردم دوازده خارج شد واین مقدار قطر اطول است وقس علی هذا *

فائده بدانکه صاحب مفتاح طریق استخراج قطر اطول واقصر اشکال متساوي الاضلاع والزوایا بدین طریق بیان فرموده بالعمل اگر دو زاویهٔ شکل مساوي الاضلاع والزوایا را بدو خط تنصیف سازند نقطهٔ تقاطع خطین مذکورین مرکز دائره خواهد بود واین طریق در اشکال متساوي الاضلاع و غیر متساوي الاضلاع نیز جاري است وهرگاه در متساوي الاضلاع والزوایا که مزدوجه باشد هر دو نقطه منصف ضلعین متقابلین را باهم وصل کنند پس خط واصل مقدار قطر دائرهٔ داخله است ونصف آن نصف قطر دائرهٔ مذکوره ودر اشکال منفرده دو نقطه منصف دو ضلع را یا دو نقطهٔ زاویتین متقابلتین وآن هر دو ضلع وصل نمایند پس مقداریکه از نقطهٔ تقاطع خطین تا منصف ضلع باشد مقدار نصف قطر دائرهٔ داخله است وهم ازین متبادر میشود که مقداریکه از نقطهٔ تقاطع تا زاویه باشد در هر دو اشکال مزدوجه و منفرده مقدار نصف قطر دائرهٔ محیطیه خواهد بود و بالحساب اگر یکصد وهشتاد را که مقدار نصف دائره است بر عدد اضلاع شکل قسمت نموده جیب قوس خارج القسمة بگیرند و نیز جیب تمام آن تا ربع دائره حاصل سازند ونصف مقدار ضلع را در جیب تمام ضرب نموده حاصل را بر جیب قسمت سازند خارج مقدار نصف قطر دائرهٔ داخله خواهد بود که آن مقدار نصف قطر اقصر در اشکال مزدوجه است واگر نصف مقدار ضلع را در شصت ضرب کرده بر جیب قسمت نمایند خارج مقدار نصف قطر دائرهٔ محیطیه خواهد بود که نصف قطر اطول است در اشکال مذکوره *

فائدهٔ دیگر اگر نصف قطر اطول خواه اقصر معلوم باشد وضلع شکل مجهول بود پس نصف قطر اطول را در جیب ضرب کرده بر شصت قسمت سازند و خواه نصف قطر اقصر را در جیب ضرب نموده بر جیب تمام آن قسمت نمایند که خارج مقدار ضلع بود وهذا عکسه *

فائدهٔ دیگر در اشکال مثمن ومربع احد الاضلاع را تضعیف ساخته جذر حاصل تضعیف را بر احد الاضلاع بیفزایند که حاصل مقدار قطر اقصر خواهد بود واگر قطر معلوم بود وضلع مثمن

مجهول باشد از جذر ضعف مربع قطر اقصر قطر اقصر را ساقط کنند که باقي مقدار ضلع خواهد بود*

مطلب اول در مساحت سطوح مستقيم الاضلاع و در آن چند بيان است

بيان اول در مساحت مثلثات

بدانکه چون مساحت خاص قائم الزاويه اصل مساحت جميع مثلثات است لهذا آنرا اول بيان کرده ميشود و طريقش چنان است که احد الساقين را در نصف ساق دويم ضرب سازند و طريق مساحت بروجه عام يکي اين است که عمودي که از زاويه بر قاعده خارج شود در نصف قاعده ضرب کنند و طريق استخراج عمود در مسئلهٔ سي و پنجم مقدمهٔ ثاني مذکور شده و طريق دويم بروجه عام اينست که عمود مرکزي را در نصف مجموع اضلاع ضرب سازند و استخراج عمود مرکزي هم در مسئلهٔ بست و نهم مقدمهٔ ثاني گذشت و طريق سيوم بروجه عام اينست که نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات او که بر هر واحد از اضلاع است مرة بعد اخرى ضرب سازند و جذر حاصل بگيرند مثلا خواهم که مساحت مثلث هذا که قائم الزاويه است (شکل ۱۱۸)

و يک ساق آن شش و ساق دويم هشت و قاعده ده است بقاعدهٔ خاص بدانم پس شش را که احد الساقين است در چهار که نصف ساق دويم است ضرب کردم بست و چهار شد و بقاعدهٔ اول بروجه عام مقدار عمود را بطريق اول مسئلهٔ سي و پنجم مقدمهٔ ثاني خارج کردم اعني مجموع الساقين را که چهارده است در تفاضل آنها که دو است ضرب کرده و حاصل را که بست و هشت است برده که قاعده است قسمت کردم خارج قسمت دو صحيح و چهار خمس شد و نصف تفاضل مابين خارج و قاعده سه صحيح و سه خمس است و هرگاه مربع آنرا که دوازده صحيح و بست و چهار بست و پنجم است از سي و شش که مربع شش است ساقط کردم باقي بست و سه صحيح و يک بست و پنجم ماند و جذر آن چهار صحيح و چهار خمس مقدار عمود بر آمد آنرا در نصف قاعده که پنج است ضرب نمودم نيز بست و چهار گرديد و اگر بطريق چهارم مسئله مذکور ساقين را باهم ضرب کرده حاصل ضرب را که چهل و هشت است برده قسمت نمودم نيز خارج چهار صحيح و چهار خمس مقدار عمود شد و نيز بقاعدهٔ دويم و سويم مسئلهٔ مذکور همين مقدار عمود بر مي آيد و بطريق دويم عام عمود مرکزي بموجب مسئلهٔ بست و نهم خارج کردم اعني تفاضلات نصف

مجموع اضلاع را که برهرضلع است باهم ضرب کردم چون نصف مجموع اضلاع دوازده بود لهذا تفاضل بریک ضلع شش وبردویم چهار وبرسیوم دوشد آنرا باهم ضرب کردم چهل وهشت حاصل گردید بردوازده که نصف مجموع اضلاع است قسمت نمودم چهار خارج شد جذر آن گرفتم دومقدار عمود مرکزي برآمد آنرا درنصف مجموع اضلاع ضرب نمودم بست وچهار شد وبطریق سیوم عام نصف مجموع اضلاع را درتفاضلات آن که برهراضلاع است ضرب کردم حاصل ضرب پانصد وهفتاد وشش شد جذر آن گرفتم بست وچهار برآمد که مساحت مثلث مذکور است هکذا

مضروب اول نصف مجموع	۱۲
مضروب فیه اول تفاضل اول	۶
حاصل ضرب اول ومضروب ثاني	۷۲
مضروب فیه دویم تفاضل ثاني	۴
حاصل ضرب ثاني ومضروب ثالث	۲۸۸
مضروب فیه ثالث تفاضل ثالث	۲
حاصل ضرب ثالث که مساحت جذر آن مطلوب است	۵۷۶

مثال دیگر مثلث منفرجة الزاویه .... (شکل ۱۱۹)

که یک ضلع او یازده ودویم سیزده وسیوم بست است بطریق اول قاعدهٔ عام عمود اززاویه بموجب قاعدهٔ طریق اول وخواه طریق دویم خواه سیوم مسئلهٔ سي وپنجم استخراج نمائم پس اگر ضلع اطول را قاعده فرض کرده عمود خارج نمایم بهرسه طریق شش صحیح وسه خمس مقدار عمود برآمد ومساحت مثلث بضرب عمود درنصف القاعده شصت وشش شد واگر ضلع اصغر را قاعده فرض کرده بهرسه طریق عمود برآوردم دوازده مقدار عمود شد ومساحت شصت وشش گردید وبطریق دویم عام عمود مرکزي برآوردم چون نصف مجموع اضلاع بست ودو بود وتفاضلات آن براضلاع ۱۱ و ۹ و ۲ ومضروبات تفاضل ۱۹۸ شد آنرا برنصف مجموع اضلاع قسمت نمودم نه خارج گردید و جذر آن سه مقدار عمود مرکزي است هرگاه آنرا درنصف مجموع اضلاع ضرب ساختم شصت وشش مساحت شد وبطریق سیوم عام نصف مجموع اضلاع را درتفاضلات آن ضرب کرده جذر حاصل گرفتم

بدينصورت

مضروب يعني نصف مجموع ——— ٢١	١٦٨	حاصل اول
مضروب فيه اول يعني تفاضل اول ——— ٨	١١٧٦	حاصل ثاني
مضروب فيه دويم يعني تفاضل ثاني ——— ٧	٧٠٥٦	حاصل ثالث
مضروب فيه سيوم يعني تفاضل ثالث ——— ٦		

٦		٦		جذر
٦	٥	٣	٤	
		٦	٣	
٦	٥	٧		
٦	٥	٧		
٠	٠	٠		

مثال ديگر مثلث حاد الزاويه مختلف الاضلاع .... (شكل ١٢٠)
كه يك ساق او سيزده و يك ساق چهارده و قاعده پانزده است پس بطريق اول ودويم وسيوم از مسئلهٔ سي و پنجم عمود بر قاعده خارج كردم يازده صحيح يك خمس برآمد در نصف قاعده ضرب نمودم هشتاد و چهار مساحت مثلث شد و چون عمود مركزي برآوردم چهار برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع كه بست و يك است ضرب ساختم نيز هشتاد و چهار مساحت مثلث شد و هرگاه نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن بر هر ضلع ضرب كردم هفت هزار و پنجاه و شش شد و جذر آن گرفتم نيز هشتاد و چهار مساحت برآمد مثال ديگر مثلث متساوي الساقين منفرجة الزاويه .... (شكل ١٢١)
كه دو ساق آن ده ده اند و قاعده شانزده چون عمود زاويه بطريق دويم و سيوم و ششم از مسئلهٔ سي و پنجم برآوردم شش برآمد آنرا در نصف قاعده ضرب نمودم چهل و هشت مساحت مثلث شد و چون عمود مركزي برآوردم دو صحيح و دو ثلث برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع كه هيجده است ضرب نمودم دو هزار و سه صد و چهار گرديد و جذر آن چهل و هشت مساحت مثلث است مثال ديگر مثلث متساوي الساقين حاد الزاويه (شكل ١٢٢)
كه هر دو ساق آن ده ده است و قاعده دوازده چون بموجب طريق دويم و سيوم و ششم مسئلهٔ

سي وپنجم عمود زاويه برآوردم هشت خارج شد آنرا در نصف قاعده ضرب کردم چهل وهشت
مساحت مثلث شد وهرگاه عمود مرکزي برآوردم سه برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع
که شانزده است ضرب کردم چهل وهشت مساحت شد واگر نصف مجموع اضلاع را در
تفاضلات آن که برهر ضلع است ضرب نمودم دوهزار وسه صد وچهار شد وجذر آن چهل وهشت
مساحت مثلث است مثال دیگر مثلث متساوي الاضلاع که همیشه حاد الزوايا ميباشد (شکل ۱۲۳)
مثلاً هر ضلع او ده ده است اگر بطریق دویم وسیوم وپنجم وششم عمود زاویه برآوردم هشت
صحیح ویازده هفدهم تقریبا مقدار عمود برآمد آنرا در نصف قاعده ضرب کردم چهل وسه
صحیح ویکربع مساحت مثلث تقریبا شد واگر عمود مرکزي برآوردم دو صحیح وچهل پنجاه
ویکم تقریبا برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع ضرب نمودم چهل وسه صحیح ودوازده پنجاه
ویکم مساحت تقریبا شد وهرگاه نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن که برهر ضلع است
ضرب نمودم یک هزار وهشت صد وهفتاد وپنج شد جذر آن چهل وسه صحیح وبست وشش
هشتاد وهفتم تقریبا مساحت شد ونیز از قاعده عمود زاویه متفرع میشود که در مثلث مساوي
الاضلاع جذر سه امثال ما لمال نصف احد الاضلاع مساحت میشود چراکه هرگاه موقع العمود
نصف ضلع است پس مربع ضلع مساوي مربع نصف ضلع ومربع عمود شد بمسئلهٔ سیزدهم
مقدمهٔ ثاني پس مقدار عمود جذر سه ربع مربع ضلع گردید چراکه یک ربع مربع عدد مساوي
مربع نصف آن عدد است درینصورت هرگاه سه ربع مربع ضلع را در ربع مربع ضلع ضرب
کنند مساوي سه ما لمال نصف آنضلع خواهد بود وآن مسطح مربع نصف ضلع در مربع عمود است
پس جذر آن مساوي مسطح نصف ضلع في العمود که عبارت از مساحت مثلث است خواهد بود *

فائدهٔ اولی باید دانست که قاعدهٔ سیوم عام در مساحت مثلث که بوجه عام است از جمیع
قواعد سواي در مثلث قائم الزاويه اقرب الی الصواب واسهل است که احتیاج باستخراج عمود
نمیشود ومساحت هم تحقیقي خواه اقرب التقریبي میشود وآنچه صاحب دستور الحساب
آنرا تحقیقي باطلاق عام دانسته غلط است زیراکه مساحت باستخراج جذر حاصل میشود پس
اگر جذر تحقیقي باشد اعني جذر اگر منطق بود مساحت تحقیقي است واگر جذر اصم وتقریبي
است مساحت هم تقریبي خواهد بود وهکذا در دیگر طرق الا در طریق ثالث اقرب التقریبي

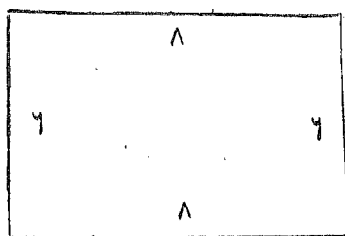
حاصل میشود بسبب اینکه درآنجا مسطح الجذرین خارج میگردد وبیان آن درباب جبرومقابله درطریق استخراج مسطح اصم الجذر مفصل مذکورشود انشاء الله تعالی *

فائدۀ دویم بنای قاعدۀ عمودي زاویه برین است که از استخراج عمود در هرمثلث دو مثلث قائم الزاویه پیدا میشود پس مساحت مثلث اول مساوي مجموع مساحت مثلثین محدثین خواهد بود و چون مساحت هرمثلث محدث حاصل ضرب عمود درنصف ما وقع بین العمود والزاویه که قسمی از دو قسم قاعده است میشود بموجب قاعدۀ مساحت مثلث قائم الزاویه پس حاصل ضرب عمود درنصف قاعده که مجموع نصفین قسمین اوست مساوي مساحت هردو مثلث محدث است وآن مساوي مساحت مثلث مطلوب است *

فائدۀ سیوم در مثلثات متساوي الساقین ومتساوی الاضلاع اگرمربع نصف قاعده را ازمربع احد الساقین ساقط کرده باقي را درمربع نصف قاعده ضرب کنند وجذر حاصل الضرب بگیرند مساحت مثلث حاصل میشود *

بیان دویم درمساحت ذواربعة اضلاع

چون اقسام ذواربعة اضلاع درمقدمۀ اولی مذکورشده است باید دانست که درجمیع ذواربعة اضلاع باتصال زاویتین دو قطر پیدا میشود وازهریک قطرآن ذواربعة اضلاع منقسم بدو مثلث میشود پس مساحت آن مساوي مجموع مساحت مثلثات اوست درینصورت اگرتقاطع قطرین علی القوائم باشد مسطح یک قطر درنصف قطرآخر مساحت ذواربعة اضلاع خواهد بود بناءً علی قاعدۀ مساحة المثلث بالعمود الزاویه واگرتقاطع قطرین علی القوائم نباشد پس برای هردومثلث که ازیک قطرحادث شوند استخراج عمودنموده مجموع عمودین را درنصف قطرخواه قطررا درنصف مجموع عمودین ضرب سازند وچون دربعض ذواربعة اضلاع که زوایا قائمه است وازقطردومثلث قائم الزاویه حادث میشوند پس بموجب قاعدۀ خاص مثلث قائم الزاویه احد الاضلاع را درضلعیکه مجاوراوست ضرب سازند اگرذواربعة اضلاع مساوی الخطوط باشد والاضلع اعظم رادراصغر ضرب نمایند پس درمربع که تقاطع قطرین وعمودین علی القوائم میشود احد القطرین رادرنصف قطرآخر ضرب سازند خواه احد الاضلاع رادرضلع مجاورضرب کنند که آن فی الحقیقة مربع احد الاضلاع است ودرینجا

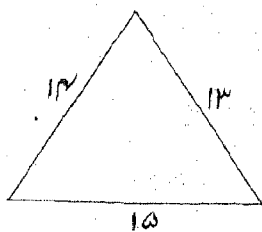
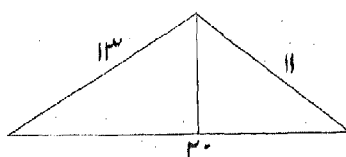
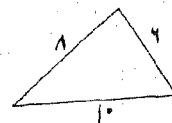
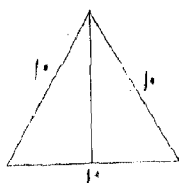
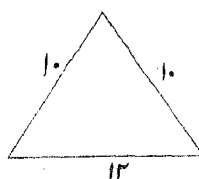
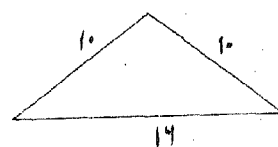
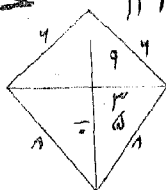
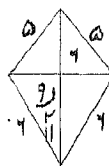
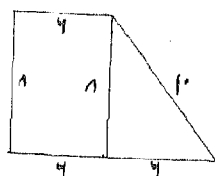
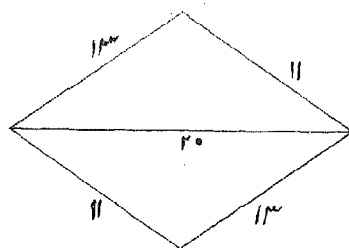
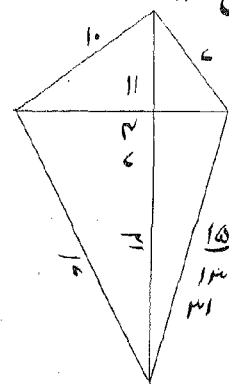
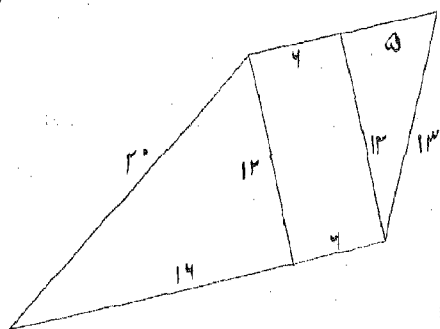
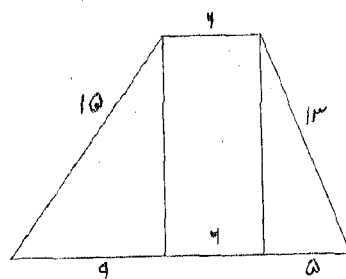
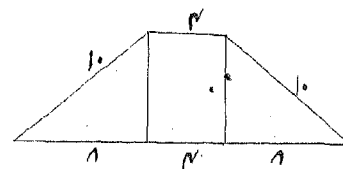
نکتۂ ایست که قطر شکل مربع اصم میباشد پس مساحت بضرب آن که حاصل خواهد شد تقریبی خواهد بود و بضرب ضلعین تحقیقی مثلاً [۴ ۴ ۴ ۴] مربعی است که هر ضلع او چهار چهار است پس مساحت آن شانزده است تحقیقاً و چون قطر آن پنج صحیح و هفت یازدهم است تقریباً پس حاصل ضرب یک قطر در نصف دیگر پانزده صحیح و یکصد و هفت جزء از یکصد و بست و یکجزء میشود تقریباً و در مستطیل چون زوایا قائمہ است و تقاطع قطرین علی القوائم نمیشود لهذا ضلعین متجاورین را در یک دیگر ضرب کنند خواه عمود احد المثلثین را در قطر ضرب سازند چرا که مثلثین متساویین حادث میشود مثلاً

	۸	
۶		۶
	۸	

مستطیل که دو ضلع متوازی او شش شش و دو ضلع دیگر متوازیین هشت هشت است پس اگر ضلعین متجاورین را باهم ضرب سازند چهل و هشت مساحت میشود و اگر عمود زاویه را که چهار صحیح و چهار خمس است در قطر که ده است ضرب نمایند هم چهل و هشت مساحت میشود و نیز در مستطیل اگر از نصف مربع قطر نصف مربع تفاضل ضلعین ساقط کنند نیز مساحت میشود مثلاً در مثال مذکور نصف مربع قطر پنجاه است و نصف مربع تفاضل ضلعین دو هرگاه دو را از پنجاه ساقط کنند نیز مساحت که چهل و هشت است باقی میماند و برهان این باندک تامل ظاهر میشود و در معین چون زوایا قائمہ نیست و تقاطع قطرین علی القوائم است لهذا احد القطرین را در نصف قطر آخر ضرب سازند مثلاً شکل معین.......................(شکل ۱۲۴)
که هر ضلع او پنج پنج است و یک قطر او هشت و قطر دیگر شش است پس احد القطرین را در نصف آخر ضرب کردم بست و چهار مساحت معین شد و اگر مثلثین را که از احد القطرین حادث میشوند مساحت نموده تضعیف کنم نیز مساحت معین است چرا که مثلثین متساویین حادث میشوند و نیز اگر مربع نصف تفاضل بین القطرین از مربع احد الضلعین ساقط کنند نیز مساحت معین میشود و برهان این هم باندک تامل ظاهر است و در شقائقی احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند و خواه از مجموع مربعین ضلعین مختلفین او مجموع مربعین هر دو تفاضل که ما بین نصف احد القطرین و دو قسم قطر آخر است ساقط کنند و نصف باقی بگیرند مساحت حاصل شود مثلاً درین شکل شقائقی　　(شکل ۱۲۵)

که دو ضلع او پنج پنج و دو ضلع شش شش و احد القطرین شش و قطر آخر نه صحیح و دو یازدهم تقریبی است پس اگر احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند بست و هفت صحیح و شش یازدهم تقریبی مساحت است و چون ضلعین مختلفین او یکی پنج و دیگر شش است و نصف احد القطرین سه است و قسمین قطر آخر یکی چهار و دویم پنج صحیح و دو یازدهم است پس اگر از مجموع مربعین ضلعین که شصت و یک میشود مجموع مربع هر دو تفاضل ما بین نصف احد القطرین و قسمین قطر آخر را که تفاضل ما بین یک قسم یک صحیح و ما بین قسم آخر دو صحیح و دو یازدهم است و مربع تفاضل اول واحد و مربع تفاضل دویم چهار صحیح و هشت یازدهم و چهار جزء از یکصد و بست و یکجزء و مجموع هر دو مربع پنج صحیح و هشت یازدهم و چهار جزء از یکصد و بست و یکجزء میشود ساقط کردم باقی پنجاه و پنج صحیح و سی و نه جزء از یکصد و بست و یکجزء ماند و نصف آن بست و هفت صحیح و هفتاد و پنج جزء از یکصد و بست و یکجزء تقریبا مساحت شد و در لوزی چون دو زاویه قائمه است پس اقصر الخطوط را در اطول ضرب سازند خواه احد القطرین را در نصف آخر ضرب نمایند مثلا درین شکل (شکل ۱۲۶)

که دو ضلع او شش شش و دو ضلع هشت هشت اند و زاویتین متقابلتین قائمه است پس شش را که ضلع اقصر است در هشت که اطول است ضرب نمودم چهل و هشت مساحت شد خواه احد القطرین را که نه صحیح و سه خمس است در نصف آخر که پنج است ضرب ساختم نیز چهل و هشت مساحت گردید و در شبیه بالشقائقی چون قطرین متقاطعین علی القوائم اند پس احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند مثلا درین شکل (شکل ۱۲۷)

که یک ضلع هفت و دویم ده و سیوم هفده و چهارم پانزده صحیح و سیزده سی و یکم تقریبا است واحد القطرین بست و یک و قطر دویم یازده صحیح و چهار سبع تقریبی است پس احد القطرین را در نصف آخر ضرب نمودم یکصد و بست و یک صحیح و یک نصف مساحت شد و در ذی رجلین دو زاویهٔ رجلین را بخط مستقیم وصل کنند و مساحت مثلث اصغر نموده از مساحت اطول ساقط کنند باقی مطلوب است یا خط واصل بین الرجلین را در نصف واصل بین رأس المثلثین که فی الحقیقة آنخط ذو رجلین را منقسم بدو مثلث میسازد ضرب سازند خواه بالعکس که حاصل مساحت است و در شبیه بالمعین چون از احد القطرین دو مثلث متساویین حادث میشود پس

عمودیکه د راحد المثلثین برقاعده خارج شود درقاعده ضرب سازند مثلاً درین شکل (شکل ۱۲۸)
که دوضلع او سیزده سیزده و دو ضلع یازده یازده اند وقطربست است پس اگر برقطر از زاویۀ منفرجه
عمود برآورده درقطرکه قاعدۀ مثلث است ضرب سازند یکصد وسي ودومساحت میشود واگر
براقصر الاضلاع که یازده است عمود برآورده دریازده ضرب سازند نیزیکصد وسي ودومساحت
میگردد ودرذوزنقه چون دوزاویه قائمه است وسیوم منفرجه وچهارم حاده است پس اگر
از زاویۀ منفرجه عمود خارج نمایند موازي ومساوي عمود اول خواهد بود که برضلعین
متوازیین عمود است وازان یک شکل مستطیل خواه مربع ویک مثلث قائم الزاویه حادث
خواهد شد درینصورت هرگاه عمود را درنصف مجموع ضلعین متوازیین ضرب سازند مساحت
ذوزنقه است مثلاً درین شکل .... (شکل ۱۲۹)
که یک ضلع متوازي شش ویک ضلع دویم متوازي دوازده وضلع سیوم که عمود برمتوازیین
است هشت وضلع چهارم که زنقه است ده پس هشت رادرنه که نصف مجموع متوازیین است
ضرب نمودم هفتاد ودومساحت شد وهمچنین درذوزنقین که خواه هردوزنقه متساویین باشند
یامختلف دوزاویه منفرجه ودوزاویه حاده خواهد بود پس هرگاه اززاویتین منفرجتین عمود
خارج کرده شود یک مستطیل خواه مربع ودومثلث قائم الزاویه حادث خواهد شد پس همچنان
عمود رادرنصف مجموع ضلعین متوازیین ضرب سازند وطریق استخراج عمود ذوزنقه درمسئلۀ
سي وششم مقدمۀ ثاني گفته شد مثلاً درین شکل ذوزنقین متساویین　　　(شکل ۱۳۰)
که احد المتوازیین چهار وموازي دویم بست وهرذوزنقه ده ده اند استخراج عمود بموجب
طریق مذکور نمودم اعني مربع نصف تفاضل متوازیین را ازمربع احد الزنقین ساقط نمودم
باقي سي وشش ماند وجذرآن شش مقدار عمود برآمد آنرا درنصف مجموع متوازیین
که دوازده است ضرب نمودم هفتاد ودومساحت شد ودرین شکل ذوزنقین مختلفین
متحد السمة .... (شکل ۱۳۱)
که احد المتوازیین شش ودویم بست واحد الزنقین سیزده ودویم پانزده است چون استخراج
عمود بموجب مسئلۀ مذکور نمودم اعني نصف تفاضل مربعین زنقین را که مربع سیزده یکصد و
شصت ونه ومربع پانزده دوصد وبست وپنج وتفاضل مابین همان پنجاه وشش ونصف آن بست

شکل ۱۱۸ صفحہ ۲۳۹
۸
۶
۱۰
شکل ۱۱۹ صفحہ ۲۴۰
۱۳
۱۱
۲۰
شکل ۱۲۰ صفحہ ۲۴۱
۱۴
۱۳
۱۵
شکل ۱۲۱ صفحہ ۲۴۱
۱۰
۱۰
۱۶
شکل ۱۲۲ صفحہ ۲۴۱
۱۰
۱۰
۱۲
شکل ۱۲۳ صفحہ ۲۴۲
۱۰
۱۰
۱۰
شکل ۱۲۴ صفحہ ۲۴۴
۵
۵
۸
۶
۵
۵
شکل ۱۲۵ صفحہ ۲۴۴
۵
۵
۶
۶
۶
شکل ۱۲۶ صفحہ ۲۴۵
۶
۶
۹
۸
۸
شکل ۱۲۷ صفحہ ۲۴۵
۱۰
۱۱
شکل ۱۲۸ صفحہ ۲۴۶
۱۳
۱۱
۲۰
۱۱
۱۳
شکل ۱۲۹ صفحہ ۲۴۶
۶
۸
۸
۱۰
۶
۶
شکل ۱۳۰ صفحہ ۲۴۶
۴
۱۰
۱۰
۸
۴
۸
شکل ۱۳۱ صفحہ ۲۴۶
۶
۱۵
۱۳
۶
۹
۵
شکل ۱۳۲ صفحہ ۲۴۷
۶
۵
۲۰
۱۲
۱۳
۱۳
۶
۱۶

وهشت است برتفاضل متوازيين كه چهارده است قسمت نمودم خارج دوگرديد آنرا هرگاه برهفت
كه نصف تفاضل متوازيين است افزودم نه مقدار مابين عمود و زنقهٔ اعظم حاصل شد وهرگاه
خارج را ازهفت نقصان نمودم پنج مقدار مابين عمود ثاني و زنقهٔ اصغر حاصل شد پس مربع
حاصل اول ازمربع زنقهٔ اعظم ساقط نمودم باقي يكصد وچهل وچهار ماند وجذر آن دوازده
مقدار عمود شد آنرا درنصف مجموع متوازيين كه سيزده است ضرب نمودم يكصد وپنجاه وشش
مساحت گرديد ودرين شكل ذوزنقين مختلفين مختلف السمة .... (شكل ١٣٢)
كه احد المتوازيين يازده وديم بست ودو واحد الزنقين سيزده ودويم بست است هرگاه عمود
برآوردم اعني چون تفاضل مابين مربعين زنقين دوصد وسي ويك است ونصف آن يكصد و
پانزده ونيم ميشود آنرا بر تفاضل متوازيين كه يازده است قسمت نمودم ده صحيح ويك نصف
خارج شد وهرگاه نصف تفاضل متوازيين را برآن افزودم شانزده مقدار مابين عمود وزنقهٔ اعظم
گرديد وهرگاه ازخارج نصف تفاضل متوازيين را ساقط نمودم پنج مقدار مابين عمود و زنقهٔ اصغر
بسمت مختلف برآمد پس مقدار عمود دوازده حاصل شد آنرا درنصف مجموع متوازيين كه
شانزده ونصف است ضرب نمودم يكصد ونود وهشت مساحت شد *

فائده بايد دانست كه اگر خطي واصل بين منصفين زنقين بكشند مساوي نصف مجموع
متوازيين خواهد بود پس اگر عمود را در خط واصل بين منصفين زنقين ضرب سازند نيز مساحت است *

فائده ديگر منحرفات هرد و مثلث راكه از قطر حادث ميشود جداجدا مساحت نموده جمع سازند *

فائده بدانكه بعضي محاسبين درمساحت منحرفات دوجاپاسه جاعرض را مساحت نموده
وجمع ساخته طول را درنصف مجموع عرض اگر دوجا پيموده باشند ودرمثلث مجموع اگر
سه جا پيموده باشند ودرربع مجموع اگر چهارجا پيموده باشند وعلى هذا القياس ضرب نموده
مساحت حاصل مي نمايند واين دوراز صواب است چراكه درشكل قليل الانحراف البته
مساحت تقريبي حاصل مي تواند شد الادركثير الانحراف بسيار تفاوت خواهد گرديد واين
عمل درمساحت كشتهاي مزارع جميع پتواريان ومتصديان بعمل مي آرند وچون حقيقت را
نميدانند معذوراند ونيز بسبب اينكه اكثر جبرونقصان برابر ميشود وتفاوتيكه درپيمايش كشتها
مي افتد چندان موجب نقصان نميشود لهذا اين عمل بسبب سهوليت جاري شده است *

بیان سیوم در مساحت کثیر الاضلاع

بدانکه طریق عام در مساحت کثیر الاضلاع آنست که آنرا منقسم بمثلثات سازند که مجموع مساحت مثلثات مساحت کثیر الاضلاع است الادر بعض کثیر الاضلاع که قواعد مخصوص برای مساحت آن معین است بیان کرده میشود *

قاعدهٔ اول در مساحت متساوی الاضلاع والزوایا مثل مخمس ومسدس ومسبع ومثمن وغیرآن بدانکه در هر شکل متساوی الاضلاع والزوایا چون ممکن است که دائره درون شکل بکشند بحیثیتیکه جمیع اضلاع او مماس دائره باشند پس نصف قطر دائره را که عبارت از عمود مرکزی است در نصف مجموع اضلاع ضرب سازند که حاصل مساحت است وباید دانست که در اشکال مزدوجه متساوی الاضلاع والزوایا اعنی در اشکالیکه اضلاع آن زوج باشند دو قطر حادث میشود یکی اقصر که خط واصل بین ضلعین متوازیین است وهمان مقدار قطر دائرهٔ مفروضه درآن شکل است پس نصف قطر اقصر مقدار عمود مرکزی است دویم قطر اطول که خط واصل بین الزاویتین متقابلتین است که فی الحقیقة آن قطر دائرهٔ اعظم است که بالای شکل کشیده شود اعنی هر زاویه مماس دائره باشد پس اگر قطر اطول را در خط واصل بین ضلعین متجاورین که عبارت از وتر زاویهٔ شکل است که ازآن یک مثلث حادث میشود ضرب نمایند حاصل ضرب در شکل مثمن مساحت است ودر دیگر اشکال مزدوجه متساوی الاضلاع والزوایا حاصل ضرب مذکور را در ثمن عدهٔ اضلاع ضرب سازند که مساحت شکل حاصل شود ونیز دربن اشکال مزدوجه از دو ضلع متوازیین وخطین واصلین من اطرافها یک شکل مستطیل حادث میشود پس اگر مساحت مستطیل را در ربع عدهٔ اضلاع ضرب نمایند نیز مساحت شکل میشود ونیز ازین متفرع میشود که مساحت مسدس مساوی مساحت مستطیل مذکور ونصف او خواهد بود ومساحت مثمن ضعف مساحة مستطیل ودر معشر مساوی ضعف مستطیل ونصف او که عبارت از دو ونیم مثل است ودر ذو اثنی عشر اضلاع مساوی سه مثل مستطیل وعلی هذا القیاس در دیگر اشکال مزدوجات متساوی الاضلاع والزوایا بزیادتی نصف مثل او خواهد بود ونیز ازین ظاهر میشود که در ذوزنقین متساویین که در مثمن بهر دو طرف مستطیل باقی میماند مساحت هر ذوزنقین مساوی نصف مستطیل است وچون مساحت

مستطیل مسطح قطر اقصر در یک ضلع مثمن است پس مساحت یک ذو زنقین مسطح قطر اقصر
که یک ضلع اطول ذو زنقین واقع شده در نصف یک ضلع مثمن خواهد بود درینصورت
مساحت مثمن از مسطح قطر اقصر و مجموع دو ضلع مثمن حاصل میشود و نیز اگر در اشکال
مزدوجه متساوی الاضلاع والزوایا اگر مربع فضل بین احد الضلع و قطر اقصر را از مربع
قطر اطول ساقط کنند باقی در شکل مثمن مساحت است و در دیگر اشکال باقی مذکور را در ثمن
عدة اضلاع ضرب سازند که حاصل مساحت شکل خواهد بود و نیز در مسدس اگر مال مال
یک ضلع را در بست و هفت ضرب سازند نصف جذر حاصل ضرب مساحت خواهد بود و هم
اگر مال مال نصف قطر اقصر را در دوازده ضرب نمایند جذر حاصل مساحت مسدس است
و هم جذر سه ربع مال مال قطر اقصر مساحت مسدس میشود و هم اگر مکعب یک ضلع
مسدس را در مجموع اضلاع ضرب ساخته ثمن حاصل ضرب بر او بیفزایند پس جذر
مجتمع مساحت مسدس است و در مثمن مربع ضلع را از مربع قطر اقصر ساقط کنند باقی مساحت
میباشد و اگر مربع ضلع مثمن را ضعف نموده جذر آنرا بر ضلع بیفزایند قطر اقصر مثمن حاصل شود
و اگر مربع ضلع مثمن و مربع قطر اقصر را جمع نمایند جذر مجموع قطر اطول مثمن میشود
بلکه در جمیع اشکال غیر مثمن نیز همچنین است بالقوه باشد یا بالفعل و اگر مربع ضلع مثمن را
بر قطر اطول قسمت کنند و مربع خارج را از مربع ضلع ساقط نمایند جذر باقی مساوی نصف
وتر زاویهٔ مثمن است اعنی نصف خط واصل بین ضلعین متجاورین و در مساوی الاضلاع
والزوایا که عدد ضلع آن فرد است مثل مخمس و مسبع وغیره اگر از دو زاویهٔ دو خط بر منصف
ضلعین که مقابل او باشد بکشند نقطهٔ تقاطع آن هر دو خط مرکز دائره خواهد بود و مقدار مابین
المرکز و منصف ضلع عمود مرکزی است و اگر فضل وتر زاویه علی نصف الضلع را در خط
واصل بین الزاویه و منصف ضلع المقابل ضرب سازند مساحت مخمس حاصل میشود و طریق
دریافت فضل وتر علی نصف ضلع مخمس این است که بر مربع ضلع ربع مربع آن بیفزایند
و جذر آن بگیرند که فضل حاصل شود و هرگاه بر فضل نصف ضلع زیاده کنند مقدار وتر
حاصل شود و هرگاه از مربع وتر مربع نصف ضلع ساقط کنند و جذر باقی بگیرند مقدار خط واصل
بین الزاویه و منصف ضلع مقابل حاصل آید چرا که هرگاه از یک زاویه خط بر منصف ضلع

مقابل بکشند هر ائنه عمود خواهد شدوزاویهٔ قائمه حادث خواهد گردید وخط واصل بین الزاویتین که وترزاویهٔ مخمس است وترزاویهٔ قائمه خواهد بود پس اگر ازمربع آن مربع نصف ضلع ساقط کنند باقی مربع خط واصل بین الزاویه و منصف خواهد ماند بشکل عروس واگرمجموع یک ضلع و نصف وتررا درمقداریکه از خط واصل بین الزاویه و منصف ضلع مقابل مابین وتروضلع مذکور واقع شود ضرب سازندنیز مساحت مخمس میشود *

تنبیه بدانکه صاحب عیون الحساب نوشته است که صاحب مفتاح استخراج مساحت اشکال متساوی الاضلاع والزوایا ازمثلث ومخمس تاذوستة عشر باینطور نموده که اگرضلع انها واحد باشدپس مساحت انهارا ازارقام ستینیه تاخامسه برآورده ومراد از ارقام ستینیه درجه ودقیقه وثانیه وثالثه ورابعه وخامسه است وآنرادرجدولی مع اضعاف انها وضع نموده وبازآنرا بطریق ارقام هندیه که مراد از کسور است از مخرج مشترک نقل کرده درهمان جدول نوشته که هرگاه ارادهٔ مساحت شکلی کرده شود مربع ضلع شکل مطلوبه رادرمساحت مرقوم الجدول که برای آن شکل است ضرب سازندمساحت مطلوب حاصل شود چراکه نسبت مربع ضلع شکل مطلوب المساحة بطرف مساحت مطلوب مثل نسبت مربع واحدکه هم واحداست بطرف مساحت مرقوم الجدول است درینصورت اگرمربع ضلع مخمس رادر(ا هم مم رح خامسه ضرب نمایند مساحت حاصل شودو همچنین درمسدس ومسبع ومثمن ومتسع ومعشروذواثنی عشرضلع وذوخمسة عشرضلع وذوستة عشرضلع مربع ضلع رادرمقدار مساحت که مرقوم الجدول است ضرب سازندکه حاصل مساحت شکل شود وباید دانست که ارقام مساحت رادرجدول اول برقوم ستینیه وهم بعبارت وهم اضعاف مساحت رابرقوم ستینیه نوشته وهمچنین درجدول ثانی ارقام مساحت رابرقوم هندیه وهم بعبارت وهم اضعاف مساحت رابرقوم هندیه نوشته تاکاتبان راسهوی وخطائی واقع نشودودرارقام هندیه کسوررا ازیک مخرج که آن الف الف است گرفته تاکه بموجب حساب منجمین نسبت کسورتاسادس الاعشاردرست شوددرینصورت باید که اگردرضلع کسرباشد آنرا ازمخرج عشربگیرندتادرضرب سهولیت واقع شود مثلاً خواستم که مساحت مسدس که ضلع اوبست ونصف ذرع باشد بدانم آنرابارقام ستینیه بدینصورت نوشتم ک ل دقیقه وآنرامربع نمودم (رلا له) دقیقه شد آنرادر(ب له نح ء الرصب) خامسه ضرب نمودم

نام شکل	مقدار مساحت شکل بر قوم ستینیه هرگاه مقدار ضلع واحد باشد: اجزاء	دقائق	ثواني	ثوالث	روابع	خوامس	مقدار مساحت بعبارت: اجزاء	دقائقها	ثوانيها	ثوالثها	روابعها	خوامسها	اضعاف ارقام ستینیه: اجزاء	دقائق	ثواني	ثوالث	روابع	خوامس
المثلث	ہ	اله	نح	ھ	مد	لز	صفر	بست و پنج	پنجاه و هشت	پنجاه	چهل و چهار	سی و هفت	ہ	نا	نز	ما	لط	مد
المخمس	ا	مح	نح	مح	ر	ح	یک	چهل و سه	سیزده	چهل و سه	هفت	هشت	ح	الو	ار	الو	مد	لو
المسدس	ب	له	نح	د	ار	مب	دو	سی و پنج	پنجاه و سه	چهار	بست و هفت	چهل و دو	ه	ما	هو	ح	نه	الد
المسبع	ح	لح	ب	ه	کح	م	سه	سی و هشت	دو	پنج	هجده	چهل	ز	لو	د	ب	لز	ار
المثمن	د	مط	مب	اد	ه	لب	چهار	چهل و نه	چهل و دو	بست	پانزده	سی و دو	ط	لط	الد	م	لا	د
المتسع	و	ب	ند	لد	کح	لو	شش	ده	پنجاه و چهار	سی و چهار	هجده	شانزده	ب	الی	نط	ح	لو	لب
المعشر	ز	ما	لط	ط	و	له	هفت	چهل و یک	سی و نه	نه	شش	سی و پنج	ه	الح	کح	کح	کح	ب
ذو اثني عشر ضلعا	یا	ا	مو	ح	نه	الد	یازده	یازده	چهل و شش	هشت	پنجاه و پنج	بست و چهار	الب	الح	لب	ز	ھ	صح
ذو خمسة عشر ضلعا	ر	لح	لب	ل	الح	لط	هفده	سی و هشت	سی و دو	سی	بست و سه	نوزده	له	ر	ه	ہ	مو	لح
ذو ستة عشر ضلعا	اا	و	لح	ما	لط	لو	بست	شش	سی و سه	چهل و یک	نوزده	شانزده	م	کح	ر	الب	لح	لب

نام شکل	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الاعشار	الاحاد	العشرات	مساحة ذوات الاضلاع الكثيرة بالكتابة	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الاعشار	الاحاد	العشرات
									هرگاه باشد از ذوات الاضلاع الكثيرة يكهزار پس مربع ضلع هزار هزار خواهند شد	ضعفها صحاح							
مثلث	٢	١	٠	٣	٣	٤	٠	٠	چهار صد وسی و سه هزار و دوازده بدلک اجزای مساحت	٤	٢	٠	٦	٦	٨	٠	٠
مخمس	٧	٧	٤	٠	٢	٧	١	٠	مثل مربع ضلع واحد و هفتصد وبست هزار چهار صد و هفتاد و هفت	٤	٥	٩	٠	٤	٤	٣	٠
مسدس	٦	٧	٠	٨	٩	٥	٢	٠	دو مثل مربع ضلع واحد و پنج صد و نود و هشت هزار و هفتاد و شش	٢	٥	١	٦	٩	١	٥	٠
مسبع	٤	١	٩	٣	٣	٦	٣	٠	سه امثال مربع ضلع واحد و ششصد وسی و سه هزار و نهصد و چهارده	٨	٢	٨	٧	٦	٤	٧	٠
مثمن	٧	٢	٤	٨	٢	٨	٤	٠	چهار امثال مربع ضلع واحد و هشتصد و بست و هشت هزار و چهار صد و بست و هفت	٤	٥	٨	٦	٥	٦	٩	٠
متسع	٥	٢	٨	١	٨	١	٦	٠	شش امثال مربع ضلع واحد و یکصد و هشتاد و یکهزار و هشتصد و بست و پنج	٠	٥	٦	٣	٦	٣	٢	١
معشر	٩	٠	٩	٤	٩	٦	٧	٠	هفت امثال مربع ضلع واحد و ششصد و نود و چهار هزار و نه صد و نه	٨	١	٨	٩	٨	٣	٥	١
ذو اثنی عشر ضلعا	٢	٥	١	٦	٩	١	١	١	یازده امثال مربع ضلع واحد و یکصد و نود و شش هزار و یکصد و پنجاه و دو	٤	٠	٣	٢	٩	٣	٢	٣
ذو خمسة عشر ضلعا	٣	٦	٣	٢	٤	٦	٧	١	هفده امثال مربع ضلع واحد و ششصد و چهل و دو هزار و سه صد و شصت و سه	٦	٢	٧	٤	٨	٢	٥	٣
ذو ستة عشر ضلعا	٨	٥	٣	٩	٠	١	٠	٢	بست امثال مربع ضلع واحد و یکصد و نه هزار و سه صد و پنجاه و هشت بالاجزاء	٦	١	٧	٨	١	٢	٠	٤

حاصل ج با ۵ الطول ۵ اول سادسه مساحت گردید واگر با رقام هندیه حاصل سازم ضلع را
بدینصورت نوشتم ۲۰ وآنرامربع کردم ۴۲۰ گردیدآنرادر ۲ ضرب نمودم حاصل ۱۰۹۱

۵	۲۵	۵۹۸۰۷۶	۸۴۱۴۳۹
۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰

مساحت گردید وکسور رااگر بخواهند تحویل بکسراقل نمایند وهذه جدوله (شکل ۱۳۳)
وبخاطر این نحیف طریق دیگرا سهل برای استخراج قطرا قصر ومرکز عمودي وقطرا عظم
گذشته که هرگاه استخراج انها بعمل آید مساحت اشکال مطلوبهٔ مذکور بهرطریق سهل وآسان
خواهد شد چنانچه در مقدمهٔ ثاني در مسئلهٔ چهل وهفتم مذکور گردیده*

قاعدهٔ دویم درمساحت اشکال مزدوجه متساوی الزوایا باید دانست که اشکال مزدوجه
متساوی الزوایا بردوقسم است یکی آنکه صرف دوضلع متوازیین متساویین اطول خواه اقصراز دیگر
اضلاع باشند وباقي جمیع اضلاع متساوي بوند دویم اینکه نصف عدهٔ اضلاع اطول ومتساوي
باشند و نصف عدهٔ اضلاع دیگر اقصر و مساوي باشند چون در قسم اول گویا ضلعین متوازیین
ازشکل متساوی الاضلاع والزوایا زائد خواه ناقص شده است وازقدر زائد خواه ناقص وقطر
اقصر یک مستطیل حاصل میشود که بقدر مساحت آن در شکل مذکور از مساحت شکل مساوی
الاضلاع زیادت خواه نقصان خواهد بود لهذا اگر دوضلع متوازیین اطول باشند تفاضل ضلع
اطول راکه بر ضلع اقصر است ضعف نموده بر مجموع اضلاع بیفزایند واگر هردوضلع متوازیین
اقصر اند ضعف تفاضل مذکور از مجموع اضلاع بکاهند وربع مجتمع درصورت اول وربع باقي را
درصورت ثاني درخط واصل بین الضلعین الاطولین خواه الاقصرین که في الحقیقة آن قطر اقصر
شکل متساوی الاضلاع والزوایا است ضرب سازند وخواه نصف مجتمع را درصورت اول
ونصف باقي را درصورت ثاني درنصف خط واصل بین الضلعین الاطولین که في الحقیقة عمود
مرکزي دائرهٔ داخلهٔ الشکل متساوي الاضلاع والزوایا است ضرب نمایند واستخراج خط
مذکورکه قطراقصراست بطوریکه درمسئلهٔ چهل وهفتم مذکورشده از روي ضلع اقصر بعمل آرند
فافهم و قسم دویم در مساحت منقسم بمثلثات میشود که مجموع مساحت مثلثات مساحة
الشکل خواهد بود*

قاعدهٔ سیوم در مساحت ذوشرفه بدانکه ذوشرفه هم برسه قسم است یکی آنکه جمیع اضلاع وزوایاي او متساوي باشند ودرینصورت از وصل بین منتهی ساقهای شرفها شکل متساوي الاضلاع والزوایا حادث خواهد شدکه هرضلع آن قاعدهٔ مثلث متساوي الساقین است وجمیع مثلثات مساوي خواهد بود وآنرا مشرف گویند ودویم آنکه زوایای شرفه متساوي باشند واضلاع مختلف بحیثیتیکه خط واصل بین ساقها متساوي بود آن رامفرس گویند درینصورت هم جمیع مثلثات متساوي لکن مختلف الساقین خواهند شد وقسم سیوم آنکه مختلف الزوایا باشد اعم ازینکه ساقها وقاعده متساوي باشند یا مختلف پس در مشرف خط واصل بین مرکز واحد من زاویة الشرفة راکه حقیقت مجموع عمود مرکزي شکل متساوي الاضلاع والزوایا وعمود مثلث حادثه است درنصف خط واصل بین منتهی ساقین که درحقیقت نصف ضلع شکل متساوي الاضلاع والزوایا ونصف قاعدهٔ مثلث حادثه است ضرب ساخته درعدهٔ شرفه ضرب نمایند که مساحت مشرف است چراکه في الحقیقة مساحت مجموع شکل متساوي الاضلاع والزوایا وجمیع مثلثات متساویات حادثه میشود وبطریق آخر خط واصل بین المرکز وزاویهٔ مقعریه را اعني زاویهٔ که از التقای ضلعین شرفین متجاورین حاصل میشود درنصف خط واصل بین زاویتین مشرفتین متجاورتین ضرب نموده درعدهٔ شرفه ضرب نمایند که نیز حاصل مساحت است وبرهان این بتامل ظاهر میشود ودر مفرس که قسم دویم است عمود مرکزي وعمود مثلثي راکه بالاي خط واصل بین منتهی ساقین خارج شود جمع نموده درنصف خط مذکور ضرب نمایند وحاصل را درعدهٔ شرفه ضرب کنند که مساحت حاصل شود *

فائده باید دانست که باقي جمیع اشکال کثیر الاضلاع را ملاحظه باید کرد که منقسم بمثلثات یا مستطیلات یا دیگر اشکال که برای مساحت آن قواعد خاص مذکور شده میشود یانه پس بهرچه منقسم شود ومساحت سهل باشد باید نمود *

مطلب دویم درمساحت سطوح مستدیره ودرآن چند بیان است

بیان اول درمساحت دائره

وآن بچند طریق میشود طریق اول نصف قطر را درنصف محیط ضرب سازند خواه قطر را در ربع محیط وخواه محیط را در ربع قطر ضرب نمایند چراکه ارشمیدس درمقالهٔ اولی گفته است که مساحت

دائره مساوي مساحت مثلث قائم الزاويه است که یکضلع او مساوي نصف قطر و ضلع دويم مساوي محيط دائره باشد طريق دويم از مربع قطر سبع و نصف سبع مربع مذکور نقصان سازند زيراکه ارشميدس در شکل ثالث از مقالهٔ اولي در تکسير دائره نوشته است که نسبت سطح دائره بطرف مربع قطر مثل نسبت يازده بطرف چهارده است و آن نقصان سبع و نصف سبع است طريق سيوم مربع قطر را در يازده ضرب نموده حاصل را برچهارده قسمت کنند خواه مربع نصف قطر را در بست و دو ضرب ساخته برهفت قسمت سازند بناءً علي قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه بلحاظ نسبت مذکور طريق چهارم بحساب صاحب مفتاح مربع قطر را در (مر ر الو) ثالثه اعني چهل و هفت دقيقه و هفت ثانيه و بست و شش ثالثه که آن مقدار نسبت مساحت دائره بطرف مربع قطر است بلکه اين عدد ربع عدد نسبت محيط الي قطر که (ج ح الط مد) ثالثه است ميشود ضرب نمايند که مساحت حاصل شود و بيان درجه و دقيقه و ثانيه و ثالثه و رابعه در باب حساب اهل تنجيم مذکور کرده شد طريق پنجم اگر مربع نصف قطر را در سه صحيح و يک سبع ضرب نمايند نيز مساحت دائره باشد و اگر مساحت دائره را در چهارده ضرب نموده بر يازده قسمت سازند خارج مربع قطر باشد و بحساب صاحب مفتاح اگر مساحت دائره را در چهارده ضرب کرده بر (مر ر الو) ثالثه اعني چهل و هفت دقيقه و هفت ثانيه و بست و شش ثالثه قسمت نمايند خارج مربع قطر باشد *

تنبيه بايد دانست که بعضي محاسبان از اهل تنجيم در مساحت دائره خطا مي کنند چراکه انها قطر دائره را يک صد و بست و محيط را سه صد و شصت شمار مي کنند چنانکه جميع اهل هيئة همين نسبت معتبر دارند لاکن تفاوت در اجزاء قطريه و محيطيه مي باشد پس غافل نبايد شد که هرگاه قطر يکصد و بست باشد محيط سه صد و هفتاد و هفت و يک سبع خواهد بود و اگر محيط سه صد و شصت باشد قطر يکصد و چهارده و شش جزء از يازده جزء خواهد بود فافهم مثال مساحت دائره هرگاه قطر دائره هفت است پس محيط بست و دو خواهد بود و مساحت آن بطريق اول نصف محيط را که يازده است در نصف قطر که سه صحيح و نصف است ضرب کردم سي و هشت و يک نصف شد و آن مساحت است و بطريق دويم از مربع قطر که چهل و نه است سبع و نصف سبع که ده و نيم شد ساقط نمودم باقي سي و هشت و يک نصف ماند و آن مساحت است و بطريق سيوم مربع قطر را در يازده ضرب نمودم پانصد و سي و نه شد آنرا بر چهارده قسمت نمودم

خارج همان سي وهشت ويک نصف شد که مساحت است وبطريق چهارم سي وهشت درجه وبست ونه دقيقه وپنج ثانيه گرديد وصاحب دستور الحساب گويد که اگر مربع قطر راده هزار ونهصد وبست وهفت ضرب کرده حاصل را بر پنجهزار قسمت سازند خارج مساحت دائره تحقيقي خواهد بود واين مطابق طريق صاحب مفتاح است لاکن تحقيقي نميتواند شد چراکه نسبت قطر با محيط صمي است وصاحب مفتاح مساحت دائره رايکي از تضعيفات نسبت محيط الى القطر وديگر از تضعيفات نسبت مساحت الى القطر بيان کرده وبراي تضعيفات آن هردو نسبت دو جدول مرقوم نموده ونيز آنرا برقوم ستينيه وهنديه مرقوم ساخته وطريقش اينست که هرگاه نصف قطر دائره معلوم باشد آنرا برقوم ستينيه خواه برقوم هنديه نويسند ودر رقوم ستينيه از يمين ودر رقوم هنديه از يسار ابتدا کرده مقابل رقم اول تضعيفات نسبت محيط الى القطر زجدول هر ارقام که از تضعيفات واقع شده اند آنرا بنويسند وبعد ازان بمقابل رقم ثاني هر اعداد که واقع شده اند آنرا تحت ارقام سابق يکمرتبه منحطا نقل کرده بنويسند وهمچنين تا آخر برسند وآنرا جمع سازند که مجموع مقدار نصف دائره خواهد بود واگر آنرا در نصف قطر مذکور ضرب سازند که حاصل مساحت دائره خواهد شد واگر همچنين مربع قطر گرفته ارقام هريکي را از جدول تضعيفات نسبت مساحت الى مربع قطر گرفته وبهمان طريق يکي تحت ديگري نوشته جمع سازند حاصل مقدار مساحت باشد مثلا اگر خواهند که مساحت دائره که نصف قطر آن هفتاد وهفت است بدانند پس اگر بطور رقم ستينيه نوشتم (ا نز) گرديد پس در جدول نسبت محيط الى القطر چون مقابل ا (ح ح الط مد) بود آنرا نوشتم وباز مقابل نز (نز الد اله الح) ثالثه بود آنرا تحت اول منحطا نوشتم وجمع نمودم بدينصـــــــــورت

مقابل ا .... ح ح الط مد

مقابل نز .... ه نز الد اله الح

حاصل (ء اند ط الح) ثالثه گرديد آنرا در (ا نز) درجه که نصف قطر است ضرب ساختم حاصل (ء ے الول ح نو) ثالثه مساحت دائره باشد واگر بطور رقم هنديه نويسم ۷۷ ومقابل هفت هر ارقام که از جدول مذکور بود نوشتم وباز تحت آن منحطا نگاشتم چراکه هردو رقم احاد وعشرات هفت است

جدول تضاعیف نسبة المحیط الی القطر

قطر	مرفوع	اجزاء	دقائق	ثوانیه	ثوالثه	قطر	مرفوع	اجزاء	دقائق	ثوانیة	ثوالثة
ا ب		ج و	ح يو	كط نط	مد كح	لا لب	ا ا	لز م	كج لا	كا نا	مد كح
ج د		ط يب	كه لج	كط نح	يب نو	لج لد	ا ا	مج مو	م مح	كا ن	يب نو
ه و		يه يح	مب ن	كح نح	م كد	له لو	ا ا	مط نج	نز ه	كا ن	م كد
ز ح		كا كه	نط ز	كح نز	ح نب	لز لح	ا ا	نو نط	يد كب	ك مط	ح نب
ط ي		كح لا	يو كد	كز نز	لو ك	لط م	ب ب	ب ه	لا لط	يط مط	لو ك
يا يب		لد لز	لج ما	كز نو	د مح	ما مب	ب ب	ح يا	مح نو	يط مح	د مح
يج يد		م مج	ن نح	كو نو	لب يو	مج مد	ب ب	يه يح	ه يج	يح مح	لب يو
يه يو		مز ن	ز يه	كو نه	ها مد	مه مو	ب ب	كا كد	كب ل	يح مز	ها مد
يز يح		نج نو	كد لب	كه نه	كح يب	مز مح	ب ب	كز ل	لط مز	ز مز	كح يب
يط ك	ها ا	نط ب	ما مط	كد ند	نو م	مط ن	ب ب	لج لز	نو د	يو مو	نو م
كا كب	ا ا	ه ط	نح و	كد ند	كد ح	نا نب	ب ب	م مج	يج كا	يو مو	كد ح
كج كد	ا ا	يب يه	يه كج	كج نج	نب لو	نج ند	ب ب	مو مط	ل لح	يه مه	نب لو
كه كو	ا ا	يح كا	لب م	كج نج	ك د	نه نو	ب ب	نب نه	ز نه	يه مط	ك د
كز كح	ا ا	كد كز	مط نز	كب نب	مح لب	نز نح	ب ج	نط ب	د يب	يح مح	مح لب
كط ل	ا ا	لا لد	و يد	كب نب	يو ها	نط س	ج ج	ه ح	كا كط	يح مح	لو ها

Printed at the Asiatic Lith. Co's Press Calcutta 18[illegible]

جدول تضاعیف نسبة مساحة الدائرة الی مربع قطرها

مربع القطر	اجزاء	دقائق	ثوانی	ثوالث	مربع القطر	اجزاء	دقائق	ثوانی	ثوالث
ا ب	٠ ا	مز لد	ز ید	کو نب	لا لب	کد که	ک ز	ن نز	کو نب
ج د	ب ج	کا ح	کب کط	یح مد	لج لد	که کو	نه مب	ه یب	یح مد
ه و	ج د	نه مب	لز مد	ی لو	له لو	کز کح	کط یو	ک کز	ی لو
ز ح	ه و	کط یو	نب نط	ب کح	لز لح	کط کط	ج ن	له مب	ب کح
ط ی	ز ز	د نا	و ید	ند ک	لط م	ل لا	لز کد	مط نز	ند ک
یا یب	ح ط	لح که	کا کط	مو یب	ما مب	لب لب	یب نط	د یب	مو یب
یج ید	ی ی	یب نط	لو مد	لح د	مج مد	لج لد	مو لج	یط کز	لح د
یه یو	یا یب	مو لج	نا نح	ل نو	مه مو	له لو	ک ز	لد ما	ل نو
یز یح	یج ید	کا ح	و یج	کب مح	مز مح	لو لز	ند ما	مط نو	کب مح
یط ک	ید یه	نه مب	کا کح	ید م	مط ن	لح لط	کط یو	د یا	ید م
کا کب	یو یز	کط یو	لو مج	و لب	نا نب	م م	ج ن	یط کو	و لب
کج کد	یح یح	ج ن	ن نح	نح کد	نج ند	ما مب	لز کد	لج ما	نح کد
که کو	یط ک	لح که	ه یج	ن یو	نه نو	مج مج	یا نح	مح نو	ن یو
کز کح	کا کا	یب نط	ک کح	مب ح	نز نح	مد مه	مو لج	ج یا	مب ح
کط ل	کب کج	مو لج	له مج	لد ٠	نط س	مو مز	ک ز	یح کو	لد ٠

Printed at the Asiatic Lith. Cos Press Calcutta 1831

جزء ثالث من جدول ۱۳۴ صفحه ۲۵۵

جدول تضاعيف نسبة مساحة الدائرة الى مربع قطرها

القطر	الكسور								
	سابعها	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الاعشار	آحاد	عشرات
۱	۵	۲	۸	۹	۳	۵	۸	۷	۰
۲	۰	۵	۶	۹	۷	۰	۷	۵	۱
۳	۵	۷	۴	۹	۱	۶	۵	۳	۲
۴	۰	۰	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۲
۵	۵	۲	۱	۹	۹	۶	۲	۹	۳
۶	۰	۵	۹	۸	۳	۳	۱	۷	۴
۷	۵	۷	۷	۸	۷	۷	۹	۴	۵
۸	۰	۰	۶	۸	۱	۳	۸	۳	۶
۹	۵	۲	۴	۸	۵	۸	۶	۰	۷
۱۰	۰	۵	۲	۸	۹	۳	۵	۸	۷

جزء رابع من جدول ۱۳۴ صفحه ۲۵۵

تضاعيف نسبة المحيط الى القطر

القطر	الكسور							
	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الاعشار	آحاد	عشرات
ا	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۳	۰
ب	۶	۸	۱	۳	۸	۲	۶	۰
ج	۹	۷	۷	۴	۲	۴	۹	۰
د	۲	۷	۳	۶	۶	۵	۲	۱
ه	۵	۶	۹	۷	۰	۷	۵	۱
و	۸	۵	۵	۹	۴	۸	۸	۱
ز	۱	۵	۱	۱	۹	۹	۱	۲
ح	۴	۴	۷	۲	۳	۱	۵	۲
ط	۷	۳	۳	۴	۷	۲	۸	۲
ى	۰	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۳

Printed at the Asiatic Lith. Cos Press, Calcutta 1831

ومجموع را در هفتاد و هفت ضرب ساختم حاصل ضرب مساحت شد بدینصــــــورت

مقابل ۷ .... ۲۱۹ ، ۹۱۱۵۱

مقابل ۷ ... . ۲۱ ، ۹۹۱۱۵۱

۲۴۱ ، ۹۰۲۶۶۱

صحاح مع واحد کسور جمع شد

۷۷

حاصل ضرب مجموع در هفتاد و هفت ۱۸۶۲۶ ، ۵۰۴۸۹۷

کسور صحاح

وهمچنین اگر مربع قطر را اعني مربع (۱۵۴) راکه (۲۳۷۱۶) است نوشتم ومقابل هر رقم آن ازجدول تضعیفات نسبت مساحت الی مربع قطر گرفته همچنان منحطا نوشتم وجمع ساختم حاصل مساحت دائره گردید بدینصورت

کسور صحاح

۱۵۷۰۷ ، ۹۶۵۰

۲۳۵۶ ، ۱۹۴۷۵

۵۴۹ ، ۷۷۸۷۷۵

۷ ، ۸۵۳۹۸۲۵

۴ ، ۷۱۲۳۸۹۵۰

۱۸۶۲۶ ، ۵۰۴۸۹۷۰۰

جمع کسور جمع صحاح مطلوب

جدول تضعیفات درجدول .... (۱۳۴)

بیان دویم در مساحت قطاع

وطریقش آنست که نصف قطر را در نصف قوس ضرب سازند وهذا ایضا ما بیّنه ارشمیدس فی الشکل الاول من مقالة تکسیر الدائرة وباید دانست که چون قطاع دو قسم است یکی اعظم ودویم اصغر پس اگر نسبت نصف قطر بطرف قوس زائد از سه مثل و یک سبع باشد قطاع اعظم است واگر کمتر ازان است قطاع اصغر مثلا قوس قطاع ع ده ونصف قطر سه است چون نسبت سه بطرف ده زائد از سه مثل و یک سبع است پس اعظم باشد وبرای مساحت آن پنج را در سه ضرب کردم پانزده شد بدینصورت .... (شکل ۱۳۵)

واگر قوس هشت صحیح و شش سبع است ونصف قطر سه چون نسبت کمتر است قطاع اصغر

باشد و براي مساحت آن چهار صحیح و سه سبع را در سه ضرب کردم سیزده صحیح و دو سبع مساحت شد بدینصورت .... (شکل ۱۳۶)

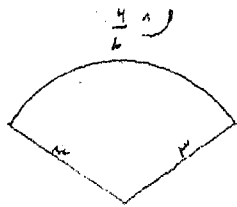
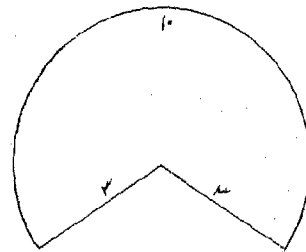
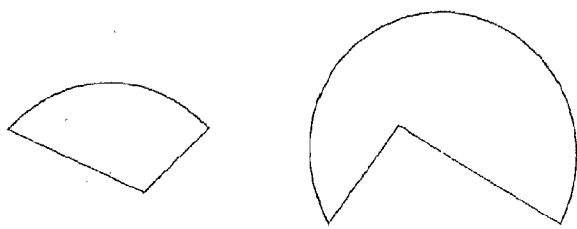
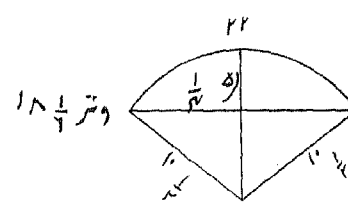
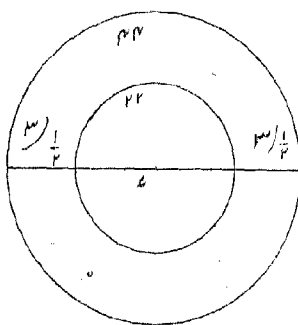
بیان سیوم در مساحت قطعه

بدانکه قطعه بر سه قسم است یکی نصف دائره دویم قطعهٔ اعظم من النصف سیوم اصغر من النصف پس مساحت نصف دائره حاصل ضرب نصف قطر در نصف قوس است و مساحت قطعهٔ اعظم و اصغر بقطاع میشود چراکه بر مساحت قطاع اعظم اگر مساحت مثلث بیفزایند مساحت قطعهٔ اعظم حاصل شود و از مساحت قطاع اصغر اگر مساحت مثلث ساقط کنند مساحت قطعهٔ اصغر حاصل شود زیراکه قطاع اعظم در حقیقت قطعهٔ اعظم است که از ان یک مثلث متساوی الساقین ساقط شده که هر دو ساق آن نصف قطر و قاعده وتر قوس است و همچنین قطاع اصغر قطعهٔ اصغر است که بر آن مثلث مذکور زائد شده پس در مساحت قطعه ضرور است از استخراج مرکز و دریافت نصف قطر تا مساحت مثلث حاصل شود و طریق استخراج آن در مسئلهٔ بست و چهارم مقدمهٔ ثاني مذکور شده مثلاً قوس قطعه بست و دو و وتر هیجده و یک سدس است و سهم پنج و یک ربع چون بموجب مسئلهٔ مذکور مقدار قطر بست و یک بر آمد که نصف قطر ده و نیم است پس مساحت قطاع یکصد و پانزده و نصف شد و چون از نصف قطر مقدار سهم ساقط کردم باقي پنج و یک ربع عمود مثلث ماند بر وتر قطعه آنرا در نصف وتر که نه و نصف سدس است ضرب ساختم حاصل چهل و هفت صحیح و یازده جزء از شانزده جزء مساحت مثلث گردید و هرگاه آنرا از مساحت قطاع ساقط نمودم باقي شصت و هفت صحیح و سیزده جزء از شانزده جزء مساحت قطعه شد زیراکه این قطعهٔ اصغر است و در قطعهٔ اعظم اگر مساحت مثلث را بیفزایند مساحت قطعه حاصل خواهد شد بدینصورت .... (شکل ۱۳۷)

بیان چهارم

در مساحت شکلی که شبیه بقطاع باشد اعني مرکب از قطعهٔ دائره و مثلث غیر مرکزي باشد زائداً یا ناقصاً بدینصورت .... (شکل ۱۳۸)

پس در مساحت آن مساحت مثلث را بر مساحت قطعه بیفزایند اگر قطعه زائده باشد و ناقص کنند اگر قطعه ناقص باشد *

شکل ۱۳۵ صفحہ ۲۵۵
۱۰
۳
۳
شکل ۱۳۶ صفحہ ۲۵۶
۳
۳
شکل ۱۳۷ صفحہ ۲۵۶
۲۲
وتر ۱۸ ½
شکل ۱۳۸ صفحہ ۲۵۶
شکل ۱۳۹ صفحہ ۲۵۷
۴۴
۲۲
۳ ½
۳ ½
۷

بیان پنجم در مساحت اهلیلجی و شلجمی و هلالی و نعلی

باید دانست که چون اینهمه اشکال مرکب از دو قطعه اند پس بخط فاصل آنها را دو قطعه نمایند و مساحت هر دو قطعه جدا جدا نمایند در اهلیلجی و در شلجمی مجموع مساحت قطعتین مساحت شکل است و در هلالی و نعلی فضل قطعهٔ اعظم علی اصغر مساحت است *

بیان ششم

در مساحت حلقهٔ مسطحه که عبارت از سطح ما بین دائرتین متوازیتین است باید که مساحت دائرهٔ صغری از مساحت دائرهٔ کبری ساقط کنند باقی مساحت حلقهٔ مسطحه است و خواه بعد بین المحیطین را در نصف مجموع محیطین ضرب سازند و خواه بعد بین المحیطین را در محیط دائره که در نصف عرض حلقهٔ مسطحه مفروض شود ضرب نمایند باید دانست که محیط دائرهٔ مذکوره لا محاله بقدر نصف مجموع محیطین خواهد بود مثلاً محیط دائرهٔ کبری چهل و چهار و قطر چهارده و محیط دائرهٔ صغری بست و دو و قطر هفت است پس از مساحت کبری که یکصد و پنجاه و چهار میشود مساحت دائرهٔ صغری که سی و هشت و یک نصف است ساقط نمودم باقی یکصد و پانزده و یک نصف مساحت حلقهٔ مسطحه ماند و همچنین اگر فضل بین المحیطین را که سه و نصف است در نصف مجموع محیطین که سی و سه است ضرب نمودم نیز یک صد و پانزده و نصف مساحت حلقه حاصل میشود بدینصورت .... (شکل ۱۳۹)

و در مساحت قطعهٔ الحلقه باید که بعد ما بین المحیطین را در نصف مجموع قوس هر دو دائرهٔ صغری و کبری ضرب سازند و در قطاع حلقهٔ مساحت اصغر را از اعظم ساقط کنند و علی هذا القیاس در مساحت جمیع سطوح که مماثل حلقهٔ مسطحه اند اعنی اگر وسط آنها خالی باشد طریق سهل این است که مساحت سطح اصغر را از مساحت سطح اعظم نقصان نمایند چنانکه در مساحت دهن حوضها و چاهها و غیر آن *

بیان هفتم

در مساحت دیگر اشکال باید دانست که دیگر اشکال را منقسم باقسام متناسبه از مثلثات و قطعات دائره و مربعات و کثیر الاضلاع بهر طریقیکه مساحت سهل شود قسمت نمایند و انواع آن بسیار است *

سه

مطلب سیوم در مساحت سطح اسطوانه و مخروط و در آن دو بیان است

بیان اول در مساحت سطح اسطوانه

بدانکه اسطوانه در لغت بمعنی ستون است و آن دو قسم است مستدیره و مضلعه و آن هر دو نیز دو قسم اند قائمه و مائله پس طریق مساحت سطح اسطوانهٔ قائمهٔ مستدیره خواه مضلعه اینست که محیط قاعده را در خط واصل بین القاعدتین که متوازی سهم باشد ضرب کنند چراکه مساحت سطح اسطوانه مثل مساحت ذوار بعة اضلاع قائم الزاویا است که یک ضلع آن محیط قاعده و ضلع دویم خط واصل بین القاعدتین متوازی سهم است چنانکه اگر کاغذی مستطیل الشکل را مستدیر کنند خواه مضلع نمایند شکل اسطوانه میشود مثلاً محیط قاعدهٔ اسطوانه بست و دو وارتفاع اعنی خط واصل بین القاعدتین موازی سهم سی است پس محیط قاعده را در ارتفاع ضرب نمودم ششصد و شصت مساحت سطح اسطوانه گردید *

فائده ارشمیدس در شکل سادس من اولی کتاب الکرة و الاسطوانة میگوید که سطح اسطوانهٔ مستدیره مساوی سطح دائره است که نصف قطرا و وسط فی النسبة باشد بین ضلع اسطوانه و قطر قاعده و وسط فی النسبة عبارت است از عددیکه نسبت احد الطرفین بطرف او مثل نسبت او بطرف آخر باشد چنانکه دو و چهار و هشت پس چهار وسط فی النسبة است و ضرور است که مربع عدد وسطی مساوی مسطح الطرفین باشد پس مربع نصف قطر دائرهٔ مذکور مساوی مسطح ضلع اسطوانه فی قطر القاعده خواهد بود و هرگاه محیط دائره بقدر سه امثال و سبع قطر است پس مسطح ضلع اسطوانه در محیط قاعده مساوی سه امثال و یکسبع مربع نصف قطر دائرهٔ مذکور شد و آن مساوی مساحت دائرهٔ مذکوره بطریق پنجم مساحت دائره که مذکور شده است و باید دانست چنانکه از خطین واصلین بین هر دو طرف قطرین قاعدتین اسطوانهٔ قائمه شکل مستطیل حاصل میشود همچنین از خطین واصلین بین هر دو طرف قطرین قاعدتین اسطوانهٔ مائله شکل شبیه بالمعین حادث میگردد پس مساحت سطح آن مثل مساحت شبیه بالمعین است که یک ضلع آن محیط قاعده و ضلع دویم خط واصل بین القاعدتین باشد و چون در مساحت شبیه بالمعین عمودی را که از زاویهٔ منفرجه بر احد الضلعین المتقابلین بکشند در آن ضلع ضرب می نمایند لهذا در مساحت سطح اسطوانه مائلهٔ مستدیره باشد یا مضلعهٔ محیط قطعتیکه خط واصل

بین القاعدتین برآن عمود باشد در آن خط واصل ضرب نمایند وچون شکل اسطوانه بر صفحه
درست نمی آید لهذا اکثر شارحین خلاصة الحساب در تصور اسطوانهٔ مائله حیرانند چنانچه
خلخالي رحمه الله میگوید که از گردش واصل بین محیطین دائرتین حدوث اسطوانهٔ مائله
متخیل نمیشود و شارح عصمة الله رحمه الله گفته که بتخییل من نمی آید که سهم اسطوانه
بر قاعده عمود نشود غایة الامر اینست که سهم مذکور بر سطحیکه اسطوانه را برآن سطح استاده
کنند رواست که عمود نشود بدینوجه که قاعدهٔ اسطوانه فرض کنند که موازي آن سطح درشرح
نیست یعنی اسطوانه را کج کرده برآن سطح استاده کرده باشند ومولوي روشن علي جونپوري رح
درشرح فارسي خلاصة الحساب دلیل اثبات آنرا ببرهان هندسي بیان فرموده اند وبدان تفاخر
نموده حقیقت اینست که جناب شارح عصمة الله رح را درموازاة شبه افتاده که ازدائرتین
متوازیتین توازي علی الاستقامة تصور نموده حالانکه درموازاة توازي علی الاستقامة
شرط نیست بلکه دراشکال معین وشبه بالمعین که موازاة ضلعین است علی الاستقامة نیست علی
الانحراف است اعني هرخطی که از احد من الاجزاء یکي از متوازیین برجزء مقابل دیگری می کشند
برهیچیک ازان متوازیین عمود نخواهد بود بخلاف توازي علی الاستقامة چنانکه درمربع
ومستطیل است که هرخط از جزء یکی بطرف جزء مقابل دیگری بکشند برهردو عمود خواهد بود
ونیز هرقدر که درموازاة انحراف خواهد شد قطر شکل اقصر خواهد افتاد ودائره ضیق خواهد شد
ودو زاویهٔ متقابلتین منفرجه ودو زاویهٔ حاده حاصل خواهد شد واین باندک تخییل ظاهر است
واگر کسی را تخییل مشکل شود باید که شکل شبه بالمعین از کاغذي تراشیده آنرا بالاستداره وصل کنند
ونیز اگر دو دائره از پرکالهای نیزهٔ بانس بسازند چنانکه آتشبازان میسازند وآن هردو را
علی سبیل توازي بالانحراف باهم از پرکالهای دیگر وصل کنند شکل اسطوانهٔ مائله بخوبي
حاصل شود وچندانکه انحراف دائرتین زیاده خواهد بود انفراج زاویتین متقابلتین واحداد
زاویتین متقابلتین زیاده خواهد شد وقطر واصل بین المنفرجتین اقصر وقطر واصل بین الحادتین
اعظم خواهد گردید وهمچنین اسطوانهٔ ناقصه است که آنرا نه صاحب خلاصة الحساب ونه صاحب
عیون الحساب ودستور الحساب وصاحب مفتاح بیان نموده صرف این نحیف آنرا بتخییل
صادق استنباط نموده اعني هردو دائرهٔ اسطوانه متساویتین باشند ومتوازیتین نباشند وسهم واصل بین

مرکزین دائرتین عمود بریکی باشد وبردیگری نباشد درینصورت هردوخط واصل بین قطرین دائرتین یکی اعظم ویکی اصغر ومتوازیتین خواهند بود ومساحت سطح آن مثل مساحت شکل ذوزنقه است که دوضلع متوازیین هردوخط واصل بین الدائرتین باشند وعمود برآن هردومحیطا حدالدائرتین وزنقهٔ محیط دائرهٔ آخر بود لهذا طریق مساحت سطح آن آنست که محیط دائره را درنصف مجموع خطین واصلین بین الدائرتین ضرب سازند مثال اسطوانهٔ مائله محیط قاعده اگرچهل وچهار وقطر سطح اسطوانه بسبب میلان هفت وخط واصل بین الدائرتین سی باشند چون قطرسطح هفت است پس محیط آن که خط واصل بین الدائرتین بروعمود شود بست ودوخواهد بود لهذا بست ودو را درسی ضرب نمودم ششصد وشصت مساحت شد مثال اسطوانهٔ ناقصه محیط قاعده بست ودو واحد من الخطین الواصلین بین الدائرتین سی وپنج والاخری بست وپنج چون نصف مجموع هردوخط سی میشود پس بست ودو را درسی ضرب نمودم نیز ششصد وشصت مساحت گردید *

بیان دویم درمساحت سطح مخروط

بدانکه مخروط نیزبردوقسم است مستدیر ومضلع وهریکی ازان خواه تام است یاناقص وقائم است یامائل ومساحت سطح مخروط مستدیر تام قائم مثل مساحت قطاع است که قوس آن مساوی محیط قاعدهٔ مخروط ونصف قطر آن مساوی خط واصل بین رأس المخروط ومحیط قاعده باشد پس خط واصل را درنصف محیط قاعده ضرب سازند ونیزارشمیدس درشکل سادس من اولی کتاب الکرة والاسطوانة میگوید که سطح مستدیر مخروط قائم مساوی دائرهٔ ایست که نصف قطرا ووسط فی النسبة بین ضلع مخروط ونصف قطر قاعدهٔ او باشد درینصورت مربع نصف قطر دائرهٔ مذکوره مساوی مسطح ضلع مخروط درنصف قطر قاعدهٔ او خواهد بود وچون نصف محیط دائره مساوی سه امثال ویک سبع نصف قطر می باشد چراکه نسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است بشکل اول من سادسهٔ اصول پس مسطح ضلع مخروط درنصف محیط قاعده مساوی سه امثال ویک سبع ومربع نصف قطر دائرهٔ مذکوره گردید وآن مساحت دائرهٔ مذکوره است پس درمساحت مخروط مستدیر تام قائم ضلع مخروط راکه عبارت ازخط واصل بین رأس المخروط ومحیط قاعده است درنصف محیط قاعده ضرب سازند وبالعکس ودرمخروط ناقص مستدیر قائم خط واصل بین الدائرتین را درنصف محیط دائرتین ضرب نمایند ودرمخروط

مستدیر تام مائل نصف مجموع خط اطول و اقصر را که واصلین بین رأس المخروط و محیط قاعده است در نصف محیط قاعده ضرب سازند و در مخروط مستدیر ناقص مائل نصف مجموع خطین اطول و اقصر مذکور را در نصف محیط دائرتین ضرب کنند و در مخروط مضلع تام و ناقص خواه قائم بود و خواه مائل مجموع مساحت مثلثات مساحت مخروط تام است و مجموع مساحت جمیع سطوح ذوار بعة اضلاع مساحت مخروط ناقص است *

مطلب چهارم در مساحت سطح کره و ابعاض آن و در آن نیز چند بیان است

بیان اول در مساحت سطح کره

طریق اول قطر کره را در محیطه عظیمهٔ کره ضرب سازند طریق دویم مربع قطر کره را در بست و دو ضرب ساخته حاصل را بر هفت قسمت سازند زیرا که مساحت سطح کره مساوي مساحت دائرهٔ ایست که نصف قطر آن مثل قطر کره باشد و نیز مساحت سطح کره مساوي مساحت چهار امثال سطح دائرهٔ عظیمهٔ کره است کما برهن علیه ارشمیدس فی الشکل الخامس والثلثین من المقالة الاولی کتاب الکرة والاسطوانة طریق سیوم مربع قطر را در چهار ضرب کرده از حاصل الضرب سبع و نصف سبع ساقط کنند طریق چهارم مربع قطر را در سه صحیح و یک سبع ضرب کنند و آن نسبت محیط دائره الی القطر است علی المشهور و خواه مربع قطر را در (ح ح الط مد) ثالثه ضرب نمایند که نسبت محیط الی القطر است بطریق صاحب مفتاح مثلا اگر قطر کره هفت بود و محیط دائرهٔ عظیمه بست و دو پس بطریق اول هفت را در بست و دو ضرب کردم یک صد و پنجاه و چهار شد و این مساحت سطح کره است و بطریق دویم چهل و نه را که مربع قطر است در بست و دو ضرب کردم و حاصل را که یک هزار و هفتاد و هشت بود بر هفت قسمت نمودم خارج یکصد و پنجاه و چهار مساحت سطح کره است و بطریق سیوم چهل و نه را که مربع قطر است در چهار ضرب کردم یکصد و نود و شش شد و از ان یک سبع و نصف سبع آن که چهل و دو میشود ساقط نمودم باقي یکصد و پنجاه و چهار مساحت سطح کره شد و بطریق چهارم چهل و نه را که مربع قطر است در سه و یکسبع ضرب کردم یکصد و چهار و پنجاه و چهار مساحت سطح کره گردید *

بیان دویم در مساحت سطح قطعهٔ کره

بدانکه مساحت سطح مستدیرهٔ قطعه مساوي مساحت دائرهٔ ایست که نصف قطر آن برابر خط

مستقیم واصل بین قطب کره و محیط قاعدهٔ قطعه بود و نیز مساوی مجموع مساحت قاعده ومساحت دائره که نصف قطر آن برابر ارتفاع قطعه اعنی سهم قطعه باشد واگر مساحت سطح کره را در مساحت دائره که نصف قطر آن ارتفاع قطعه باشد ضرب نموده جذر حاصل بگیرند نیز مساحت قطعه باشد و نیز اگر محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره را در ارتفاع قطعه که سهم است ضرب نمایند مساحت قطعه حاصل شود و نیز اگر سهم قطعهٔ کره را در سه و یکسبع ضرب نموده حاصل را در قطر کره ضرب سازند نیز مساحت قطعه حاصل شود مثال قطر قاعدهٔ قطعهٔ کره بست وچهار سهم اعنی ارتفاع نه است درینصورت برای استخراج قطر کره مربع نصف قطر قاعده را که وتر قوس محیط عظیمهٔ کره است بر سهم قسمت نمودم اعنی یکصد وچهل وچهار را بر نه قسمت ساختم خارج شانزده شد آنرا با سهم جمع نمودم بست وپنج مقدار قطر کره گردید وچون از نصف قطر قاعدهٔ قطعهٔ که نصف الوتر قوس قطر قطعه است وسهم او زاویهٔ قائمه حاصل میشود وسهم قطعهٔ کره خط واصل بین احد القطبین کره که داخل قطعه است وبین منصف وتر است پس البته وتر آن زاویه خط مستقیم واصل بین قطب الکره ومحیط قاعده خواهد بود وهرگاه بشکل عروس جذر مجموع مربع نصف الوتر ومربع سهم که دوصد وبست وپنج است استخراج نمودم جذر آن پانزده مقدار خط واصل برآمد درینصورت مساحت قطعه در مثال مذکور بطریق اول نمودم اعنی دائره فرض کردم که نصف قطر آن پانزده باشد پس محیط آن نود وچهار صحیح ودو سبع شد نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم مساحت دائرهٔ مذکور هفت صد وهفت صحیح ویک سبع گردید واین مساوی مساحت قطعه است و نیز اگر پانزده را در نسبت محیط الی القطر که سه صحیح ویک سبع است ضرب نموده حاصل را باز در پانزده ضرب نمایم هم مطلوب حاصل شود و بطریق ثانی چون قطر قاعده بست وچهار است پس محیط آن هفتاد وپنج صحیح وسه سبع شد نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم چهارصد وپنجاه ودو صحیح وچهار سبع شد وباز چون مقدار سهم نه است پس محیط دائره که نصف قطر آن نه باشد پنجاه وشش صحیح وچهار سبع خواهد بود نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم دوصد وپنجاه وچهار صحیح وچهار سبع شد پس مجموع مساحت هر دو دائره هفتصد وهفت صحیح ویک سبع گردید وآن مساوی مساحت قطعه است و بطریق ثالث چون قطر کره بست وپنج ومحیط عظیمهٔ کره هفتاد وهشت صحیح وچهار سبع ومساحت کره یک هزار

و نهصد وشصت و چهار صحیح و دو سبع است آنرا در مساحت دائره که نصف قطر آن نه باشد اعني دوصد و پنجاه و چهار صحیح و چهار سبع ضرب نمودم پنج لک و پنجاه و یک شد و جذر آن هفتصد و هفت صحیح و یک سبع تقریبي برآمد و آن مساحت قطعه است و بطریق رابع محیط عظیمهٔ کره را که هفتاد و هشت صحیح و چهار سبع است در نه ضرب ساختم هفتصد و هفت صحیح و یک سبع مساحت قطعه شد و بطریق خامس نه را که سهم قطعهٔ کره است در سه و یک سبع ضرب نمودم بست و هشت صحیح و دو سبع شد و آنرا در قطر کره که بست و پنج است ضرب کردم نیز هفت صد و هفت صحیح و یک سبع مساحت شد *

فائده باید دانست که صاحب خلاصة الحساب برای مساحت قطعه صرف یک قاعدهٔ اولی بیان نموده و در آن خط واصل بین القطب و محیط قاعده بلاقید مستقیم و منحني مذکور ساخته بجهت آنکه قطر هر دائره خط مستقیم است نه منحني و شارح خلخالي رح بر آن مناقشه کرده که خط مستقیم بر سطح کره متوهم نمیشود الا در جرم کره و استعلام آن در غایت تعذر است فقط و حالانکه استعلام آن در نهایت سهولیت است چراکه هرگاه یک رجل پرکار را بر نقطهٔ قطب کره نهاده رجل دیگر بر محیط دائره که قاعدهٔ قطعه است نهاده شود مقدار فتح پرگار مقدار خط مستقیم است که واصل بین قطب کره و محیط قاعدهٔ قطعهٔ کره باشد پس این مناقشه از شارح مذکور نهایت بعید است کما لا یخفی *

بیان سیوم

در مساحت سطح کره که بعد جداشدن دو قطعه باقي بماند پس اگر آن هر دو قطعه متوازي باشند شکل شبیه بدفي میشود و اگر متوازي نباشند شبیه پرکالي میگردد و طریق مساحت آن اینست که فضل قطر کره علی مجموع سهمین قطعتین بگیرند و آنرا در محیط عظیمهٔ کره ضرب سازند مثلاً اگر قطر کره بست و پنج است و دو قطعه ازان جدا شده اند که سهم هریکی نه است و مجموع آن هجده و فضل قطر علی المجموع هفت پس محیط عظیمه را که هفتاد و هشت صحیح و چهار سبع است در هفت ضرب نمودم پانصد و پنجاه شد و این مساحت شکل است و علی هذا اگر قطعه مختلف باشد

بیان چهارم

در مساحت سطح تنيني که آنرا ضلع الکره نیز گویند وطریق آن اینست که قطر کره را در غاية الميل بین نصفین عظیمین ضرب سازند مثلاً قطر کره یکصد و بست و غاية الميل عظیمین بست وچهار است چنانکه از تقاطع منطقة البروج ومعدل النهار است پس یکصد وبست را در بست وچهار ضرب کنند دو هزار وهشتصد وهشتاد شود این بود بیان مساحت سطوح والله اعلم *

مطلب پنجم در مساحت اجسام اسطوانه ومخروط وکره ودرآن هم چند بیان است

بیان اول در مساحت جسم اسطوانه

باید دانست که اسطوانه بر دو قسم است مستدیره ومضلعه وانواع مضلعه بسیار است مثل چبوتره که مسدس ومخمس ومثلث وغیرآن میشود وخشت وشکل مکعب وحوضها ودیوارها وامثال آن هرچه که حجم او مختلف شود بلکه جمیع سطوح قاطعهٔ او موازي قاعدهٔ او باشند وهمه متشابه ومتماثل یک دیگر از روي قدر ووضع شوند واعم است ازینکه قاعدهٔ اسطوانه موازي افق باشد اعني بر سطح زمین قائم بود یا موازي افق نبود اعني بر سطح زمین قائم نبود بلکه ضلع آن بر سطح قائم بود مثل دیواري که بصورت تبر باشد اعني حجم آن بر سطح زمین زیاده بود ور أس کم بود آنهم داخل اسطوانهٔ مضلعه است چرا که درینصورت قاعدهٔ اسطوانه که شکل مثلث یا ذو زنقتين یا ذو زنقه وغیرآن هرچه باشد بر سطح زمین عمود خواهد بود ودر مساحت آن چند طریق است *

طریق اول در مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیره ومضلعه عموما باید که مساحت یک سطح قاعده را در خط واصل بین القاعدتین ضرب سازند

فائده اگر درمیان شکلی خالي باشد چون حوض وچاه وخواه طاق وغیرآن باید که هرشکلی درآن حادث شده باشد مساحت نموده از مساحت اسطوانه ساقط کنند وهمچنین اگر زائد باشد

تنین اژدها وآن شکلی است که بر سطح کره هرگاه دو دائرهٔ عظیمه متقاطع ومتقارب واقع شوند از تقاطع آن شکلی شبیه به تنین حاصل میشود چنانچه از تقاطع دائره جوزهر وحامل فلک قمر حادث شده اند وازین تشبیه یک محل تقاطع را رأس ودیگر مقابل را ذنب میگویند *

زائد نمایند وباید دانست که قاعدهٔ اسطوانه درمساحت مراد ازان است که خط واصل بین القاعدتین
برآن عمود باشد پس دراسطوانهٔ مائله قاعدهٔ موجود معتبر نخواهد بود بلکه قاعدهٔ معتبره محیط
قطعي ازان اسطوانه است که خط واصل برآن عمود باشد چنانکه درمساحت سطح اسطوانهٔ مائله گفته
شد ونیز دراسطوانهٔ ناقصه چون جمیع خطوط واصل بین القاعدتین مساوي نمی باشد لهذا نصف
مجموع خط اطول واقصررا گرفته مساحت قاعده را که آنخطوط برو عمود باشند درنصف
آن مجموع ضرب سازند*

طریق دویم که مخصوص مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه است مساحت سطح
مستدیرهٔ اسطوانه را درربع قطر قاعده ضرب سازند*

طریق سیوم مخصوص جسم اسطوانهٔ مضلعه که قاعدهٔ او شکل متساوي الاضلاع والزوایا باشد
باید که مساحت سطح مضلع مذکور درربع قطر اقصر که عبارت از ربع قطر دائره داخلة الشکل است
ضرب سازند وبرهان اینهمه باندک تامل ظاهر است*

فائده باید دانست که عامهٔ مساحان از قسم معماران وغیره که مساحت دیوارها وغیره
از ابنیه می نمایند درمساحت دیوار که قاعدهٔ شکل مستطیل است طول را که في الحقیقة
یک ضلع قاعده اسطوانه است در ارتفاع ضرب نموده حاصل را درعرض که عبارت از ضلع
ثاني قاعده است ضرب می نمایند واگر شکل دیوار بصورت تبر باشد اعني عرض رأس او کمتر بود
درنصف مجموع عرض رأس وعرض بناء ضرب میکنند وارتفاع همان خط را که واصل بین رأس دیوار وبناء
آنست معتبر میدارند واین خطاست چراکه ارتفاع عبارت از عمود است وهرگاه عرض رأس دیوار
وعرض بناي آن مختلف شد آن خط واصل عمود نخواهد بود لیکن چون بسبب اینکه مقدار
عرض دیوار قلیل می باشد ودر استخراج عمود اندکي دقت است لهذا تفاوت قلیل را جائز داشته
براي سهولیت بدین طریق عمل میکنند مثال اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه اگر محیط قاعده بست و
دو وقطر هفت وارتفاع سي است پس مساحت قاعده را که سي وهشت ونصف است درسي ضرب
کردم یکهزار ویکصد وپنجاه وپنج مساحت جسم اسطوانه شد وبطریق دویم چون مساحت سطح
مستدیره ششصد وشصت است آنرا درربع قطر که یک صحیح وسه ربع است ضرب نمودم نیز
حاصل یکهزار ویکصد وپنجاه وپنج گردید مثال اسطوانهٔ مائلهٔ مستدیره اگر محیط قاعده چهل

وچهار و قطر اسطوانه هفت است پس محیط قطعه که خط واصل بین القاعدتین بر آن قطعه عمود باشد بست ودو خواهد بود و مساحت قاعدهٔ آن سي وهشت ونصف میشود وچون ارتفاع سي باشد سي وهشت ونصف را در سي ضرب کنند که مساحت جسم اسطوانهٔ مائله حاصل شود مثال اسطوانهٔ مستدیرهٔ ناقصه اگر محیط قاعده بست ودو واطول الخطین الواصلین بین القاعدتین سي وپنج واقصر الخطین بست وپنج است چون مساحت قاعده سي وهشت ویک نصف و نصف مجموع الخطین مذکور سي پس حاصل ضرب آن یکهزار ویکصد وپنجاه وپنج مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیرهٔ ناقصه شد مثال اسطوانهٔ مضلعهٔ قائمه چبوترهٔ ایست مسدس اعني متساوي الاضلاع والزوایا که ارتفاع آن دو درعه است و هریک ضلع آن شش درعه پس قطر اقصر آن ده صحیح ودو خمس خواهد بود درینصورت مساحت قاعده را که نود وسه صحیح وسه خمس است در دو که ارتفاع است ضرب نمودم یکصد وهشتاد وهفت صحیح ویک خمس شد وبطریق سیوم چون مساحت سطح هفتاد ودو است آنرا در ربع قطر اقصر که دو صحیح وسه خمس است ضرب نمودم حاصل یکصد وهشتاد وهفت صحیح ویک خمس مساحت جسم شد وچون اشکال اسطوانهٔ مضلعه بسیار است لهذا همبرین امثال قیاس باید کرد *

بیان دویم در مساحت جسم مخروط ودر آن چند طریق است *

طریق اول در مساحت جسم مخروط تام مستدیره باشد یا مضلعه قاعدهٔ اول باید که ارتفاع مخروط را در ثلث مساحت قاعده ضرب نمایند خواه بالعکس چرا که مساحت مخروط مساوي ثلث مساحت اسطوانهٔ متحدة القاعده والارتفاع میباشد کما ثبت في الشکل السادس والتاسع من مقالة اثنی عشر اصول وطریق استخراج ارتفاع اسطوانه ومخروط در مقدمهٔ ثاني گفته شد قاعدهٔ دویم برارتفاع مخروط سبع ثلث آن افزوده مجموع را در مربع نصف قطر قاعده ضرب سازند *

طریق دویم در مساحت جسم مخروط ناقص قاعدهٔ اول باید که مساحت جسم مخروط اصغر را از مساحت جسم مخروط تام نقصان کنند که باقي مساحت جسم مخروط ناقص است قاعدهٔ دویم که صاحب دستور الحساب در مساحت جسم مخروط ناقص مستدیره و مضلع گفته که مربع قطر قاعده اعلی واسفل راجمع نموده حاصل ضرب هردو قطر برو بیفزایند ویک سبع ونصف آن از مجموع ساقط سازند وباقي را در ثلث ارتفاع ضرب کنند حاصل مساحت جسم مخروط ناقص است مؤلف گوید که

صاحب دستور الحساب درین قاعده تعمیم نبوده غلط کرده است چه در مخروط مضلعهٔ ناقصه
هرگز درست نمیشود چراکه در مخروط مضلع نسبت قطر با مجموع اضلاع مثل نسبت قطر با محیط
دائره نمیتواند شد قاعدهٔ سیوم که این فقیر استخراج کرده و شامل است مخروط ناقص مضلعه
و مستدیره را مساحت قاعدهٔ عظمی و صغری را جمع نمایند و باز مساحت صغری را در نسبت
قطر قاعدتین ضرب سازند اگر مخروط مستدیر باشد و در نسبت ضلعین متوازیین قاعدتین
ضرب سازند اگر مخروط مضلعه باشد و حاصل را بر مجموع مساحت قاعدتین افزوده مجموع را
در ثلث ارتفاع ضرب نمایند که حاصل ضرب مساحت جسم مخروط ناقص است قاعدهٔ چهارم
صاحب ترجمهٔ لیلاوتی نوشته که مضروب و مضروب فیه مساحت قاعدتین را جدا جدا
نوشته و مجموع مضروب هردو قاعده را در مجموع مضروب فیه هردو ضرب سازند و حاصل
الضرب مساحت هردو قاعده را افزوده مجموع را در ارتفاع ضرب نمایند که حاصل مساحت
مخروط ناقص است مستدیر باشد خواه مضلع مثال مخروط مستدیر تام محیط قاعده بست
و دو و قطر هفت و ارتفاع سی است پس مساحت قاعده را که سی و هشت و نصف است
در ده که ثلث ارتفاع است ضرب کردم سه صد و هشتاد و پنج شد و آن مساحت جسم مخروط است
و نیز بر ارتفاع مخروط سبع ثلث افزودم سی و یک و سه سبع شد آنرا در مربع نصف قطر که دوازده
و یک ربع است ضرب نمودم همان مساحت شد مثال مخروط مضلع تام که قاعدهٔ او مسدس
است هر ضلع او شش درعه و قطر اصغر ده صحیح و دو خمس و ارتفاع دوازده پس مساحت
قاعده را که نود و سه صحیح و سه خمس است در چهار که ثلث ارتفاع است ضرب نمودم سه صد
و هفتاد و چهار صحیح و دو خمس مساحت جسم مخروط مضلع شد مثال مخروط مستدیر
ناقص محیط قاعده بست و دو و قطر هفت و ارتفاع پانزده و محیط قاعدهٔ صغری یازده و قطر سه و
نیم است پس بقاعدهٔ اول استخراج ارتفاع مخروط تام نمودم اعنی قطر قاعدهٔ عظمی را در
ارتفاع ضرب ساختم یکصد و پنج شد آنرا بر فضل قطر قاعدهٔ عظمی علی قطر قاعدهٔ صغری که سه
و نصف است قسمت نمودم خارج سی شد و آن مقدار ارتفاع مخروط تام است پس ارتفاع مخروط
اصغر هم پانزده باقی ماند و مساحت جسم مخروط تام سه صد و هشتاد و پنج و مساحت جسم مخروط
اصغر چهل و هشت و یک ثمن گردید و هرگاه مساحت جسم مخروط اصغر را از مساحت جسم

مخروط تام ساقط نمودم باقي سه صد و سي و شش و هفت ثمن مساحت جسم مخروط ناقص ماند
و بطريق صاحب دستور الحساب مربع قطر قاعدۀ عظيمه چهل و نه است و مربع قطر قاعدۀ صغرى
دوازده و يک ربع مسطح قطرين بست و چهار و يک نصف و مجموع آن هشتاد و پنج و سه ربع شد
از ان يک سبع و نصف سبع آن که هجده و سه ثمن است ساقط نمودم و باقي را که شصت و هفت و
سه ثمن ماند در ثلث ارتفاع که پنج است ضرب نمودم سه صد و سي و شش و هفت ثمن مساحت
جسم مخروط ناقص گرديد و بقاعدۀ سيوم که مؤلف استخراج کرده است چون مساحت قاعدۀ
عظمى سي و هشت و نصف و مساحت قاعدۀ صغرى نه صحيح و پنج ثمن است و نسبت بين القطرين
ضعف است پس مساحت قاعدۀ صغرى را در نسبت قطرين ضرب نموده اعني ضعف ساخته
بر مجموع مساحت قاعدتين افزودم شصت و هفت صحيح و سه ثمن شد آنرا در ثلث ارتفاع که پنج است
ضرب نمودم حاصل همان مساحت شد و نيز بقاعدۀ چهارم چون در مساحت قاعدۀ عظمى مضروب
سه و نصف و مضروب فيه يازده و در مساحت قاعدۀ صغرى مضروب يک صحيح و سه ربع و
مضروب فيه پنج صحيح و يک نصف است پس مجموع مضروب هر دو را که پنج و يک ربع ميشود
در مجموع مضروب فيه هر دو که سيزده و يک نصف است ضرب کردم حاصل هشتاد و شش و
پنج ثمن شده آنرا بر مجموع مساحت قاعدتين افزودم و مجموع را که يکصد و سي و چهار
و سه ربع شد بر شش قسمت کردم بست و دو صحيح و يازده بست و چهارم گرديد آنرا در پانزده که
ارتفاع است ضرب ساختم حاصل سه صد و سي و شش و هفت ثمن مساحت گرديد مثال مخروط
مضلع ناقص مسدس القاعده که ضلع قاعدۀ عظمى شش درعه و قطر اقصر او ده صحيح و دو
خمس است و ضلع قاعدۀ صغرى سه درعه و قطر اصغر او پنج صحيح و يک خمس و ارتفاع شش پس
بقاعدۀ اولى استخراج ارتفاع مخروط تام نمودم اعني ضلع عظمى را که شش بود در ارتفاع ضرب
ساخته سي و شش را که حاصل ضرب است بر سه که فضل ضلعين است قسمت نمودم خارج
دوازده مقدار ارتفاع مخروط تام شد و مقدار ارتفاع مخروط اصغر شش گرديد و چون مساحت
قاعدۀ عظمى نود و سه و سه ثمن است و مساحت قاعدۀ صغرى بست و سه و دو خمس است
پس مساحت مخروط تام سه صد و هفتاد و چهار و دو خمس شد و مساحت مخروط اصغر چهل
و شش و چهار خمس و بعد اسقاط مساحت مخروط اصغر از مساحت مخروط تام سه صد و بست

وهفت وسه خمس باقي ماند وآن مساحت مخروط ناقص است وبقاعدهٔ سیوم که مؤلف استخراج
نموده چون نسبت ضلعین قاعدتین نسبت ضعف است لهذا مساحت قاعدهٔ صغری را تضعیف
نموده بر مجموع مساحت قاعدتین افزودم یکصد وشصت و سه وچهار خمس شد آنرا در ثلث
ارتفاع که دو است ضرب نمودم سه صد وبست وهفت وسه خمس مساحت مخروط ناقص گردید
وبقاعدهٔ چهارم چون در مساحت قاعدهٔ عظمی مضروب هجده ومضروب فیه پنج ویک خمس
ودر مساحت قاعدهٔ صغری مضروب نه ومضرب فیه دو وسه خمس است پس مجموع مضروب
هردو راکه بست وهفت میشود در مجموع مضروب فیه هردو که هفت وچهار خمس است ضرب
نمودم وحاصل راکه دوصد وده وسه خمس است برمساحت قاعدتین افزودم ومجموع راکه سه صد و
بست وهفت وسه خمس گردید برشش قسمت نمودم وخارج را در شش که ارتفاع است ضرب ساختم
همان سه صد وهفت وسه خمس مساحت مخروط ناقص گردید *

بیان سیوم در مساحت جسم کره

ودرآن چند طریق است طریق اول نصف قطرکره را در ثلث محیط اعني سطح کره ضرب کنند
خواه بالعکس طریق دویم قطرکره را در سدس محیط ضرب سازند خواه بالعکس طریق سیوم قطرکره را
در محیط ضرب کرده بر شش قسمت کنند طریق چهارم قطرکره را در دو ثلث مساحت دائرهٔ عظیمه
ضرب کنند خواه بالعکس طریق پنجم سدس محیط دائرهٔ عظیمه را در مربع قطر ضرب نمایند خواه بالعکس
طریق ششم مکعب قطر را در یازده ضرب کرده حاصل را بر بست ویک قسمت سازند طریق هفتم از
مکعب قطر سه سبع وثلث سبع ساقط کنند طریق هشتم بر نصف مکعب قطر ثلث سبع او بیفزایند طریق نهم
نصف مکعب قطر را در بست ودو ضرب کرده حاصل را بر بست ویک قسمت نمایند طریق دهم
بحساب صاحب مفتاح مکعب قطر را در سدس نسبت محیط الی قطر ضرب سازند وسدس نسبت
محیط الی القطر نزد صاحب مفتاح سي ویک دقیقه وبست وچهار ثانیه وپنجاه وهفت ثالثه وبست
رابعه است کما مرّ طریق یازدهم بر نصف مکعب قطر بست ویکم حصهٔ او بیفزایند که مجموع
مساحت جسم کره است طریق دوازدهم از مکعب قطر یک سبع ونصف سبع ساقط نموده ثلث
باقي را از باقي ساقط کنند که باقي مساحت است طریق سیزدهم سدس مکعب قطر را در نسبت محیط
الی القطر که (ح ح الط مد) ثالثه است ضرب سازند طریق چهاردهم دو ثلث مکعب قطر را

درنسبت مساحت دائرہ الی مربع قطرکہ (مرر الو) ثالثہ است ضرب سازند مثلاً قطرکرہ ہفت است پس عظیمۂ او بست و دو و محیط کرہ یکصد و پنجاہ وچہار شد پس مساحت عظیمہ سی وہشت صحیح ویک نصف است بطریق اول نصف قطرراکہ سہ ونیم است در ثلث محیط کرہ کہ پنجاہ ویک صحیح ویک ثلث است ضرب نمودم یک صد وہفتاد ونہ صحیح ودو ثلث مساحت شد وبطریق دویم قطرکرہ راکہ ہفت است درسدس محیط کرہ کہ بست وپنج صحیح ودوثلث است ضرب نمودم نیز یک صد وہفتاد ونہ صحیح ودوثلث مساحت شد وبطریق سیوم قطرکرہ راکہ ہفت است در محیط کرہ کہ یکصد وپنجاہ وچہار است ضرب نمودہ حاصل را کہ یک ہزار وہفتاد وہشت است برشش قسمت نمودم خارج ہمان مساحت کرہ گردید وبطریق چہارم قطرکرہ راکہ ہفت است در دوثلث دائرۂ عظیمۂ اوکہ بست وپنج ودوثلث است ضرب نمودم ہمان مساحت کرہ شد وبطریق پنجم سدس عظیمہ راکہ سہ صحیح ودوثلث است درمربع قطرکہ چہل ونہ است ضرب نمودم حاصل ہمان مساحت شد وبطریق ششم مکعب قطرراکہ سہ صد وچہل وسہ است دریازدہ ضرب کردہ حاصل راکہ سہ ہزار وہفت صد وہفتاد وسہ باشد بربست ویک قسمت نمودم خارج ہمان مساحت کرہ شد وبطریق ہفتم ازمکعب قطرکہ سہ صد وچہل وسہ است وسبع آن چہل ونہ پس سہ سبع وثلث سبع مکعب قطرراکہ یک صد وشصت وسہ ویک ثلث باشد ساقط نمودم باقی ہمان مساحت شد وبطریق ہشتم برنصف مکعب قطرکہ یک صد وہفتاد ویک ونصف است ثلث سبع آن راکہ ہشت صحیح ویک سدس است افزودم ہمان مساحت شد وبطریق نہم نصف مکعب قطررا دربست ودو ضرب کردم سہ ہزار وہفت صد وہفتاد وسہ شد آنرا بربست ویک قسمت نمودم خارج ہمان مساحت شد وبطریق دہم کہ ازمساحت افلاک تعلق دارد ہرگاہ مکعب قطرراکہ سہ صد وچہل وسہ است درسی ویک دقیقہ وبست وچہار ثانیہ وپنجاہ وہفت ثالثہ وبست رابعہ ضرب کردم حاصل یک صد وہفتاد ونہ صحیح وسی وپنج دقیقہ وسی ونہ ثانیہ وچہل وپنج ثالثہ وبست رابعہ شد وبطریق یازدہم برنصف مکعب قطرکہ یک صد وہفتاد ویک ویک نصف است وبست ویکم حصۂ او ہشت صحیح ویک سدس است افزودم ہمان مساحت شد وبطریق دوازدہم ازمکعب قطرکہ سہ صد وچہل وسہ است سبع ونصف سبع آن کہ ہفتاد وسہ ونصف است ساقط نمودم

وازباقي كه دو صد و شصت و نه و يك نصف ماند ثلث آنرا كه هشتاد و نه و پنج سدس است ساقط نمودم باقي همان مساحت ماند *

فائده بايد دانست كه مساحت جسم كره مساوي چهار امثال مساحت مخروط است كه قاعدهٔ او مساوي عظيمهٔ كره و ارتفاع او مساوي نصف قطر كره باشد كما برهن عليه ارشميدس في الشكل السادس والثلثين من اولى كتاب الكرة و نيز مساحت سطح كره مساوي مساحت چهار امثال سطح دائرهٔ عظيمهٔ كره است كما في الشكل الخامس والثلثين منه وچون مساحت مخروط حاصل الضرب مساحت قاعده در دو ثلث ارتفاع است درينصورت هرگاه ثلث ارتفاع مخروط اعني ثلث نصف قطر كره را در چهار امثال قاعده اعني سطح كره ضرب كرده شود مساحت كره خواهد بود ضرورةً و نيزازين مستنبط ميشود كه مساحت جسم كره مساوي ضعف مساحت مخروط است كه قاعدهٔ او مساوي عظيمهٔ كره و ارتفاع او مساوي قطر كره باشد و نيز چون مخروط و اسطوانه متساوي القاعده و الارتفاع باشد مخروط ثلث اسطوانه ميشود كما برهن عليه اوقليدس في الشكل السادس والتاسع من مقالة اثني عشر پس مساحت جسم كره مساوي دو ثلث اسطوانه خواهد بود كه قاعدهٔ او مساوي عظيمهٔ كره و ارتفاع او مساوي قطر كره باشد و نيز مساحت كره مساوي مساحت اسطوانه است كه قاعدهٔ او مساوي عظيمهٔ كره و ارتفاع او دو ثلث قطر كره باشد وازين فائده برهان جميع قواعد مساحت كره استنباط ميتواند شد فافهم *

بيان چهارم در مساحت جسم قطاع كره و تبين كره

بايد كه نصف قطر كره را در ثلث مساحت سطح مستديرهٔ آنها ضرب سازند بايد دانست كه قطاع كره مركب از قطعهٔ كره و مخروطي است كه قاعدهٔ او قاعدهٔ قطعهٔ كره و ضلع او نصف قطر كره باشد پس درينجا سطح مستدير عبارت از سطح قطعهٔ كره است كه جزء قطاع واقع شده چراكه ارشميدس در شكل چهل و هفتم من اولى كتاب الكرة بيان نموده كه قطاع كره مساوي مخروطي است كه قاعدهٔ او مساوي سطح قطعهٔ كره و ارتفاع مساوي نصف قطر كره باشد و نيز اگر مربع قطر كره را درسهم ضرب نموده باز در يازده ضرب كنند و حاصل را بر بست و يك قسمت نمايند مساحت قطاع شود چراكه بطريق ششم مساحت جسم كره مكعب قطر را بر بست و يك قسمت مينمايند و نسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است كما ثبت في اوقليدس مثال قطاع اعظم قطعهٔ كره كه

درآن قطاع است قطر قاعدۂ او هشت و سهم او نیز هشت وقطر کره ده است پس مساحت سطح مستدیر آن که فی الحقیقة مساحت سطح قطعۂ کره است دوصد و پنجاه و یک وسه سبع میشود وثلث آن هشتاد و سه و هفتده بست ویکم است و هرگاه نصف قطر کره راکه پنج است در ثلث سطح مستدیر ضرب کردم چهارصد و نوزده ویک بست ویکم حاصل شد و آن مساحت جسم قطاع است ونیزمربع قطر کره راکه یک صد است درهشت که سهم است ضرب نمودم هشتصد شد وآنرا در یازده ضرب نموده حاصل راکه هشت هزار و هشتصد میشود بر بست ویک قسمت نمودم خارج چهارصد و نوزده ویک بست ویکم مساحت جسم وقطاع گردید مثال تنین کره قطر کره ده وغایة المیل دائرتین عظیمتین هشت است پس قطر کره رادر غایة المیل ضرب نمودم هشتاد مساحت سطح تنین شد وثلث آنرا که بست وشش صحیح ودوثلث است در نصف قطر کره که پنج است ضرب نمودم یکصد وسی وسه ویک ثلث مساحت جسم تنین کره شد *

بیان پنجم در مساحت جسم قطعۂ کره

ودرآن چند طریق است طریق اول بایددانست که هرگاه مساحت مخروط راکه درقطاع کره است اگر ازمساحت قطاع اصغر ساقط کنند باقی مساحت قطعۂ اصغرکره است وهرگاه مساحت مخروط رابرمساحت قطاع اعظم بیفزایند مساحت قطعۂ اعظم میشود چراکه قطاع مرکب از مخروط است زائده اوناقصه *

طریق دویم ارشمیدس درشکل هشتم از مقالۂ ثانیه کتاب الکرة والاسطوانه بیان کرده که قطعۂ کره مساوی مخروطی است که قاعدۂ او مساوی قاعدۂ قطعه بود وارتفاع اوخطی باشد که نسبت او بطرف ارتفاع قطعۂ کره مثل نسبت مجموع نصف قطر کره و ارتفاع قطعۂ باقیه بطرف ارتفاع قطعۂ باقیه باشد و چون مساحت جسم مخروط حاصل الضرب ارتفاع درثلث مساحت قاعده است پس ارتفاع قطعه رادرمجموع نصف قطر کره وفضل القطر علی الارتفاع ضرب ساخته وحاصل رابرفضل القطر علی الارتفاع قسمت نموده خارج رادرثلث مساحت قاعده ضرب سازند که حاصل مساحت قطعه است مثلاً قطعۂ کبری ازکرۂ که ارتفاع اوهشت وقطر قاعدۂ اونیزهشت است وقطر کره ده درینصورت ارتفاع مخروط قطاع اعظم که فضل ارتفاع علی نصف قطر است سه خواهد بود وهرگاه بطریق اول چون مساحت قطاع چهارصد ونوزده ویک بست ویکم است وبرای مساحت مخروط سبع ثلث ارتفاع برارتفاع افزودم مجموع سه صحیح ویک سبع شد

آنرا در مربع نصف قطر قاعده که شانزده است ضرب نمودم پنجاه صحیح وشش بست ویکم مساحت مخروط شد آنرا بر مساحت قطاع افزودم مجموع چهارصد وشصت ونه ویک ثلث مساحت قطعۀ کبری شد وبطریق دویم چون قطر کره ده است ونصف آن پنج وفضل القطر علی الارتفاع دو است پس مجموع نصف قطر وفضل مذکور راکه هفت است در ارتفاع ضرب ساختم وحاصل الضرب راکه پنجاه وشش است بر دو که فضل القطر علی الارتفاع است قسمت نمودم خارج بست وهشت شد وچون مساحت قاعدۀ قطعه پنجاه صحیح ودوسبع است پس بست وهشت را در ثلث مساحت قاعده که شانزده صحیح وشانزده بست ویکم است ضرب نمودم حاصل چهارصد وشصت ونه ویک ثلث مساحت قطعه شد وهمچنین اگر قطعۀ صغری است که ارتفاع آن دو وقطر قاعده هشت است پس بطریق اول چون مساحت قطاع یکصد وچهار صحیح وشانزده بست ویکم شد ازان مساحت مخروط راکه پنجاه صحیح وشش بست ویکم است ساقط نمودم باقی پنجاه وچهار صحیح وده بست ویکم مساحت قطعۀ صغری شد وبطریق دویم چون قطر کره ده است ونصف آن پنج وفضل القطر علی الارتفاع هشت است پس مجموع نصف القطر وفضل مذکور راکه سیزده میشود در ارتفاع که دو است ضرب ساختم وحاصل راکه بست وشش شد بر هشت که فضل القطر علی الارتفاع است قسمت نمودم وخارج راکه سه صحیح ودو ثمن باشد در ثلث مساحت قاعده که شانزده صحیح وشانزده بست ویکم است ضرب ساختم حاصل پنجاه وچهار صحیح وده بست ویکم مساحت قطعه گردید *

بیان ششم در مساحت فضل المعین وفضل المخروط

باید که در مساحت فضل المعین عمودی از رأس مخروط تام بر ضلعی من الاضلاع مخروط ناقص خارج کنند خواه آن عمود داخل شکل واقع شود یا خارج وثلث عمود را در مساحت سطح مستدیر که درمیان قاعدۀ مشترکه وسطح اعلی مخروط ناقص واقع شده است ضرب سازند که حاصل مساحت است ودر مساحت فضل المخروط عمود از مرکز قاعده بر ضلعی از اضلاع آن خارج کرده ثلث عمود را در سطح مستدیر مخروط ناقص ضرب سازند که حاصل مساحت فضل مخروط است *

مطلب ششم در مساحت اجسام ذو سطوح متساوی الاضلاع والزوایا ودرآن چند بیان است

بیان اول در مساحت ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع والزوایا

باید دانست که ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع فی الحقیقة مخروطی است مثلث القاعده وگویا مؤلف است از چهار مخروط مثلث القاعده که هر چهار مثلث قواعد آن مخروطات اربعه است ورأس آنها مجتمع بر مرکز کرهٔ مفروضه که محیط ذو اربعة قواعد مذکوره باشد وچون بشکل شانزدهم مقالهٔ اثنی عشر من اوقلیدس ثابت است که مقدار ارتفاع ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع دو ثلث قطر کرهٔ مفروضه که محیط او باشد میشود ومربع قطر کرهٔ مذکوره مساوی یک ونیم مثل مربع ضلع اوست درینصورت مربع ضلع او مساوی دو ثلث مربع قطر کره باشد وعمود خارج من احد زوایای او بر احد الاضلاع که وتر زاویهٔ مذکوره باشد جذر نصف مربع قطر خواهد بود کما لا یخفی پس هرگاه قطر کره معلوم باشد وبخواهند که مساحت ذو اربعة قواعد مذکوره که داخل کرهٔ مذکوره فرض کرده شود بدانند پس مقدار عمود برآورده آنرا در نصف احد الاضلاع ضرب سازند که آن مساحت احد القواعد است وآنرا در ثلث ارتفاع ضرب سازند که مساحت ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع که فی الحقیقة مخروط است خواهد بود ونیز بوجه ثانی اگر جذر دو تسع مربع قطر را در جذر سدس مربع قطر ضرب نموده حاصل را در ثلث قطر ضرب سازند مساحت حاصل شود مثلاً کرهٔ ایست که قطر آن هجده است درینصورت ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع که درآن کره واقع خواهد شد ارتفاع آن دوازده خواهد شد که دو ثلث قطر است وچون مربع قطر سه صد وبست وچهار است ودو ثلث آن دو صد وشانزده پس جذر آن که چهارده صحیح ودو ثلث وکسری است مقدار ضلع اوست وچون نصف مربع قطر یکصد وشصت ودو است پس جذر آن دوازده صحیح وسه ربع مقدار عمود گردید وهرگاه آنرا در نصف ضلع ضرب کنند حاصل نود وسه صحیح ویک نصف وکسری مساحت قاعده شد وهرگاه آنرا در ثلث ارتفاع که چهار است ضرب نمایند سه صد وهفتاد وچهار صحیح ویک ثمن مساحت ذو اربعة قواعد مذکوره که فی الحقیقة مخروط است میشود وبوجه ثانی چون دو تسع مربع قطر هفتاد ودو است وسدس مربع قطر پنجاه وچهار وهرگاه مسطح آن نمودم سه هزار وهشتصد وهشتاد وهشت شد وجذر آن گرفتم شصت ودو صحیح وبست ودو جزء از شصت ویک جزء گردید

و این مقدار مسطح جذر د و تسع مربع قطر د ر جذر سد س مربع قطر است چرا که مسطح مربعین مساوی مربع مسطح جذرین میشود پس آنرا د ر ثلث قطر که شش است ضرب نمودم سه صد و هفتاد و چهار صحیح و ده جزء از شصت و یک جزء گردید و این مقدار تفاوت بسبب اخراج جذر تقریبی است و اگر صرف مربعات د ر هر د و طریق نموده د ر آخر جذر بر آورند هیچ تفاوت نمیشود چنانچه ٣٧٤ مقدار مساحت می بر آید بلکه اگر قطر معلوم باشد کعب کعب آنرا بر ٢٤٣ قسمت نمایند که جذر خارج مساحت جسم است و اگر ضلع معلوم باشد کعب کعب آنرا د ر هجده ضرب کرده بر ١٢٩٦ قسمت سازند که جذر خارج مساحت باشد *

فائده بدانکه صاحب مفتاح برای استخراج ضلع ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات که د ر کره واقع شود میگوید که قطر کره را د ر چهل و هشت دقیقه و پنجاه و نه ثانیه و بست و هشت ثالثه و پانزده رابعه و چهل و یک خامسه ضرب کنند و برای استخراج ارتفاع ضلع را د ر همان د قائق و ثوانی مذکوره ضرب کردم خارج چهارده صحیح و یکدقیقه و پنجاه ثانیه و بست و هشت ثالثه و چهل و د و رابعه و هجده خامسه مقدار ضلع شد و هرگاه آنرا باز د ر همان د قائق و ثوانی و ثوالث ضرب سازند مثلاً د ر مثال مذکور قطر کره را که هجده است د ر د قائق و ثوانی مذکوره ضرب کردم حاصل چهارده صحیح و چهل و یکدقیقه و پنجاه ثانیه و بست و هشت ثالثه و چهل و د و رابعه و هجده خامسه مقدار ضلع شد و هرگاه آنرا باز د ر همان د قائق و ثوانی ضرب کردم حاصل د وازده شد که مقدار ارتفاع است و نیز اگر ضلع معلوم باشد پس جذر د و ثلث مربع ضلع مقدار ارتفاع خواهد بود و نیز اگر قطر کره را د ر (مب اله له ح نح) خامسه ضرب نمایند حاصل عمود مثلث باشد *

بیان د ویم د ر مساحت جسم مکعب

باید دانست که قطر مکعب مساوی قطر کرهٔ مفروضهٔ محیط مکعب است و مربع قطر مذکور مساوی مجموع مربع احد الاضلاع و مربع قطر احد القاعدتین مکعب خواهد بود و چون مربع قطر احد القاعدتین مکعب مساوی مجموع مربعین ضلعین مکعب است پس مربع قطر مکعب اعنی مربع قطر کره مساوی سه مربع ضلع شد کما برهن علیه اوقلید س فی شکل سابعه عشر من مقالة اثنی عشر د رینصورت اگر قطر کره خواه قطر مکعب معلوم باشد جذر ثلث مربع او مقدار ضلع خواهد بود و مکعب ضلع مساحت جسم است و اگر قطر کره را د ر (لد لح الر لط الط)

خامسه ضرب نمایند حاصل مقدار ضلع باشد و اگر ضلع را برآن قسمت کنند خارج مقدار قطر بود مثلاً اگر گوییم قطر کره خواه قطر مکعب دوازده صحیح و یک ثمن است پس مربع آن یکصد و چهل و هفت شد و ثلث آن چهل و نه و جذر آن هفت پس هفت مقدار ضلع مکعب برآمد ومکعب آن سه صد و چهل و سه مساحت جسم مکعب شد *

بیان سیوم

در مساحت جسم ذو ثمانیه قواعد مثلثات متساویات الاضلاع و آن مؤلف از دو مخروط مربع القاعده است که قاعده هر دو متحد و ارتفاع هر واحد بقدر نصف قطر کرهٔ محیطهٔ مفروضه است درینصورت هر ضلع او وتر ربع قوس محیط عظیمهٔ کرهٔ مفروضه خواهد بود و بلکه مؤلف از هشت مخروطات مثلث القاعده است که هر مثلث قاعدهٔ هر مخروط است و رأس آنها مجتمعة عند المرکز کرهٔ مفروضه باشد درینصورت مربع قطر کره مساوي دو مثل مربع ضلع خواهد بود کما بیّنه اوقلیدس في شکل ثامن عشر من مقالة اثنی عشر پس هرگاه نصف مربع قطر کره را در ثلث قطر ضرب سازند خواه مربع قطر را در سدس قطر ضرب نمایند خواه بالعکس وخواه مربع ضلع را در ثلث قطر ضرب سازند وخواه قطر را در (مب اله له حج) خامسه ضرب نمایند که حاصل ضرب مساحت شکل است و اگر ضلع شکل معلوم باشد جذر ضعف مربع ضلع بگیرند که قطر کره خواهد بود مثلاً اگر قطر کرهٔ محیطه ده است پس مقدار ضلع شکل جذر پنجاه که هفت صحیح و یک پانزدهم است وعلی العکس اگر مقدار ضلع هفت صحیح و یک پانزدهم معلوم باشد وهم مقدار قطر کرهٔ محیطیه ده خواهد بود درینصورت نصف مربع قطر کره را که فی الحقیقة مربع ضلع ومساحت قاعدهٔ مخروط است در ثلث قطر ضرب کردم اعني پنجاه را در سه صحیح و یک ثلث ضرب ساختم حاصل یکصد وشصت و شش صحیح و دو ثلث مساحت جسم شد و خواه یکصد را که مربع قطر است در سدس قطر که یک صحیح و دو ثلث باشد ضرب نمودم حاصل همان مساحت گردید واین فقیر گوید که اگر قطر کره معلوم باشد پس جذر یک سي وششم کعب کعب آن مساحت شکل است واگر مقدار ضلع معلوم باشد پس جذر دو تسع کعب کعب آن مساحت شکل است فافهم *

بیان چهارم

در مساحت جسم ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع و الزوایا

و آن گویا مؤلف است از بست مخروطات مثلث القاعده که رأس آنها مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطه باشد و چون بشکل نوزدهم مقالهٔ اثنی عشر اوقلیدس ثابت است که هرگاه قوسی از دائرهٔ عظیمهٔ کره که سهم آن بقدر خمس قطر کره باشد حاصل سازند پس وتر نصف قوس مذکور جذر مجموع مربع سهم و مربع نصف الوتر قوس مذکور خواهد بود بشکل عروس و هرگاه دائرهٔ ثانیه بکشند که نصف قطر آن بقدر وتر نصف قوس مذکور باشد و در آن مخمس بسازند مقدار ضلع مخمس مذکور مساوی ضلع ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع و الزوایا خواهد بود و چون مربع ضلع مخمس هر دائره مساوی مجموع مربع ضلع معشر و مربع نصف قطر آن دائره که ضلع مسدس است میشود و ضلع معشر دائرهٔ ثانیهٔ مذکوره مساوی باقی از نصف قطر کره بعد اسقاط جذر خمس مربع نصف قطر کره است و نصف قطر دائرهٔ ثانیه مساوی جذر خمس مربع نصف قطر کره است درینصورت هرگاه جذر نصف عشر مربع قطر که فی الحقیقة جذر خمس مربع نصف قطر است از نصف قطر ساقط کنند باقی مقدار ضلع معشر دائرهٔ ثانیه است و هرگاه مربع آنرا بر خمس مربع قطر کره که فی الحقیقة مربع نصف مربع قطر دائرهٔ ثانیه بلکه مربع ضلع مسدس دائرهٔ مذکوره است بیفزایند مجموع مربع ضلع مخمس دائرهٔ ثانیه که مساوی ضلع ذو عشرین قاعده است خواهد بود پس جذر آن بگیرند که ضلع ذو عشرین قاعده حاصل شود و نیز اگر جذر خمس مربع قطر کره را در یک درجه و ده دقیقه و سی و دو ثانیه و سه ثالثه و پنجاه و سه رابعه و چهل و پنج خامسه و بست و دو سادسه که فی الحقیقة وتر خمس دائره است اگر نصف قطر واحد فرض کرده شود ضرب نمایند نیز مقدار ضلع ذو عشرین قاعده حاصل شود و باید دانست که صاحب عیون الحساب صرف تا خامسه برای ضرب نوشته است لاکن در استخراج قطر از ضلع که بطریق قسمت است سادسه را نیز مذکور ساخته و چون قسمت عکس ضرب است لهذا معلوم میشود که شاید درینجا کاتب سادسه را سهوا گذاشته باشد و ایضا اگر قطر کره را در سی و یک دقیقه و سی و دو ثانیه و سی و هفت ثالثه و پنجاه و چهار رابعه و سیزده خامسه که فی الحقیقة وتر نصف قوسی از دائره است که سهم آن چهار خمس قطر باشد و مقدار واحد فرض کرده شود بلکه قطر دائرهٔ ثانیه است ضرب سازند

حاصل مقدار ضلع ذو عشرین قاعده باشد ونیز این فقیر میگوید که اگر چهار خمس قطر کره را
در یک خمس قطر ضرب سازند و مربع خمس قطر برآن بیفزایند پس جذر آن مقدار نصف قطر
دائرهٔ ثانیه خواهد بود و هرگاه ضعف آنرا در هفتاد هزار و پانصد و سی و چهار ضرب ساخته حاصل
الضرب را بر یکصد و بست هزار قسمت کنند خارج ضلع ذو عشرین قاعده خواهد بود ونیز اگر
مربع قطر کره محیطه را در هشت هزار و نهصد و هشتاد ضرب نموده حاصل را بر سی و دو هزار
و چهارصد قسمت کنند خارج مربع ضلع ذو عشرین قاعده خواهد بود پس جذر آن بگیرند که مقدار
ضلع حاصل شود تقریبا و این قاعده را هم نحیف استنباط نموده است ونیز اگر ضلع را در ۷۷۷٦۰۰۰۰
ضرب نموده بر ۴۰۹۱۹۰۲۳۳ قسمت کنند خارج قطر کره باشد و اگر مقدار ضلع معلوم باشد پس ضلع
را بر یک درجه و ده دقیقه و سی و دو ثانیه و سه ثالثه و پنجاه و سه رابعه و چهل و پنج خامسه و بست
و دو سادسه قسمت کنند و مربع خارج را در پنج ضرب سازند حاصل مربع قطر کرهٔ محیطه باشد
ونیز اگر ضلع را بر سی و یک دقیقه و سی و دو ثانیه و سی و هفت ثالثه و پنجاه و چهار رابعه و سیزده
خامسه قسمت کنند خارج قطر کرهٔ محیطه شود و هرگاه مقدار ضلع و مقدار قطر کرهٔ محیطه معلوم شد
پس ثلث مربع ضلع را از ربع مربع قطر کرهٔ محیطه ساقط نموده جذر باقی بگیرند که مقدار نصف
قطر کرهٔ محاطه بالجسم خواهد بود و آن مقدار ارتفاع مخروطات عشرین است ونیز اگر قطر کرهٔ
محیطه را در بست و سه دقیقه و پنجاه ثانیه و بست و دو ثالثه و چهل و یک رابعه و بست و هفت خامسه
ضرب نمایند حاصل مقدار نصف قطر کرهٔ محاطه بالجسم که ارتفاع مخروطات است خواهد بود
و هرگاه مقدار ضلع و مقدار ارتفاع معلوم شد پس مجموع مساحت قواعد را در ثلث ارتفاع ضرب نمایند
خواه مساحت یک قاعده را در ثلث ارتفاع ضرب نموده حاصل را در بست ضرب سازند خواه
بالعکس که حاصل مساحت جسم شود مثلا اگر قطر کرهٔ محیطه بست و پنج است پس بطریق اول
استخراج ضلع نمودم اعنی چون مربع قطر شش صد و بست و پنج است و نصف عشر آن سی و یک
صحیح و یک ربع میشود پس جذر آنرا که پنج صحیح و هفت دوازدهم است از نصف قطر که دوازده
صحیح و یک نصف است ساقط کردم باقیماند شش صحیح و یازده دوازدهم و مربع آنرا که چهل
و هفت صحیح و یک صد و بست و یک جزء از یک صد و چهل و چهار جزء است بر یکصد و بست و پنج
که خمس مربع قطر است افزودم مجموع یکصد و هفتاد و دو صحیح و یک صد و بست و یک جزء

از یک صد وچهل وچهار جزء گردید وجذر آن سیزده صحیح ویک سبع شد تقریبا وآن مقدار ضلع است
وبطریق دویم چون خمس مربع قطر یکصد وبست وپنج است وجذر آن یازده صحیح ویک
سدس است تقریبا وهرگاه آنرا دریک درجه ودهٔ دقیقه وسی ودو ثانیه وسه ثالثه وپنجاه وسه
رابعه وچهل وپنج خامسه وبست ودو سادسه ضرب نمودم حاصل سیزده درجه وهفت دقیقه
وسی وهشت ثانیه وسه ثالثه وسه رابعه وشانزده خامسه وسی وپنج سادسه وچهل سابعه شد تقریبا
واین کسر قریب یک سبع است وبطریق سیوم قطر کره راکه بست وپنج است در سی ویک دقیقه
وسی ودو ثانیه وسی وهفت ثالثه وپنجاه وچهار رابعه وسیزده خامسه ضرب نمودم حاصل سیزده
درجه وهشت دقیقه وسی وپنج ثانیه وچهل وهفت ثالثه وسی وپنج رابعه وبست وپنج خامسه
گردید تقریبا واین کسر هم قریب یک سبع است وتفاوت درمیان کسرهر دو طریق بسبب جذر
تقریبی است که در طریق دویم جذر خمس مربع قطر گرفته شده است وبطریق چهارم چون
چهار خمس قطر بست است ویک خمس قطر پنج پس بست را در پنج ضرب نمودم یکصد شد
وبرآن مربع پنج که بست وپنج است افزودم یکصد وبست وپنج شد وجذر آن یازده صحیح
ویک سدس است تقریبا ضعف آنرا در هفتاد هزار وپانصد وسی وچهار ضرب نمودم حاصل
۱۵۷۵۲۵۹ شد آنرا بر یک صد وبست هزار قسمت نمودم خارج سیزده صحیح ویک سبع شد
تقریبا وهرگاه مقدار ضلع برآمد پس استخراج ارتفاع نمودم اعني چون ضلع سیزده صحیح
ویک سبع است ومربع آن یکصد وهفتاد ودو صحیح وسی وشش جزء از چهل ونه جزء است وثلث
آن پنجاه وهفت صحیح وهشتاد وپنج جزء از یکصد وچهل وهفت گردید آنرا از ربع مربع قطر که
یکصد وپنجاه وشش صحیح ویک ربع است ساقط نمودم باقیماند نود وهشت صحیح ونود ونه
جزء از یکصد وچهل وهفت جزء وجذر آن نه صحیح وچهارده جزء از پانزده جزء تقریبا گردید
که مقدار ارتفاع مخروطات است ونیز اگر قطر کره راکه بست وپنج است در بست وسه دقیقه
وپنجاه ثانیه وبست ودو ثالثه وچهل ویک رابعه وبست وهفت خامسه ضرب نمودم حاصل
نه درجه وپنجاه وپنج دقیقه وپنجاه ونه ثانیه وبست وهفت ثالثه وشانزده رابعه وپانزده خامسه
مقدار ارتفاع گردید واین کسر هم چهارده جزء از پانزده جزء است تقریبا پس هرگاه مقدار ارتفاع
هم معلوم شد مساحت قاعده نمودم چون ضلع مثلث سیزده صحیح ویک سبع است پس مساحت

مثلث متساوی الاضلاع هفتاد وچهار صحیح و چهار خمس گردید تقریبا آنرا در بست ضرب کردم یک هزار و چهار صد و نود وشش مساحت سطح بسیط شد وثلث آنرا که چهارصد ونود وهشت صحیح ود وثلث است در ارتفاع که نه صحیح وچهارده پانزدهم است ضرب ساختم چهارهزار ونهصد وپنجاه وسه صحیح ودو خمس مساحت جسم شد و این نحیف میگوید که اگر مقدار قطر معلوم باشد پس مربع قطر را در بست و پنج ضرب نموده بر نود قسمت سازند که خارج مقدار مربع ضلع خواهد بود و اگر مربع قطر را در هفده ضرب نموده بر یکصد و بست قسمت نمایند خارج مقدار مربع ارتفاع مخروطات خواهد بود و اگر مال مال قطر را در هفتاد و پنج ضرب نموده بر پنج هزار و یکصد و هشتاد و چهار قسمت نمایند خارج مقدار مربع مساحت قاعدهٔ مخروط خواهد برآمد و اگر مال مال قطر را در پنج صحیح و دوصد وپنجاه و پنج جزء از سه صد و بست وچهار جزء ضرب سازند حاصل مربع مساحت بست قاعدهٔ مخروطات خواهد بود و اگر مال مال قطر را در شش صد و بست و پنج ضرب نموده برنهصد و هفتاد و دو قسمت سازند خارج مربع ثلث مساحت بست قاعدهٔ مخروطات خواهد برآمد و اگر کعب کعب قطر را در ده هزار وششصد وبست وپنج ضرب ساخته بریک لک وچهار هزار ونهصدوهفتادوشش قسمت سازند خارج مربع مساحت جسم ذو عشرین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود و اگر مقدار ضلع معلوم باشد پس مربع ضلع را در سه صحیح وسه خمس ضرب نمایند که حاصل مربع قطر است و اگر مربع ضلع را در هفده ضرب نموده بر سی قسمت کنند خارج مقدار مربع ارتفاع است و اگر مال مال ضلع را در سه ضرب کرده بر شانزده قسمت نمایند خارج مقدار مربع مساحت قاعدهٔ مخروط است و اگر مال مال ضلع را در هفتاد و پنج ضرب سازند حاصل مربع مساحت بست قاعدهٔ مخروطات است و اگر مال مال ضلع را در هشت صحیح ویک ثلث ضرب سازند حاصل مقدار مربع ثلث مساحت بست مخروطات مذکور است و اگر کعب کعب ضلع را در چهار صحیح وسیزده هجدهم ضرب سازند حاصل مقدار مربع مساحت جسم ذو عشرین قاعده است و این مساحت اقرب التقریبی باشد مثلا در مثال مذکور چهار هزار و نهصد و هفتاد صحیح و نه هزار و چهار صد و پنجاه وچهار جزء از نه هزار و نهصد وچهل و یک جزء میشود فافهم *

بیان پنجم در مساحت ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات متساویات الاضلاع والزوایا

و آن مرکب از دوازده مخروطات مخمس القاعده که رأس آنها عند مرکز کره مجتمع باشد

بدانکه بموجب شکل بستم مقالهٔ اثنی عشر اوقلیدس ثابت است که مقدار ضلع ذواثنی عشر قواعد مخمسات که در کره باشد مساوی قسم اعظم ضلع مکعب آن کره است اگر ضلع مکعب را مقسوم برنسبت ذات وسط وطرفین نمایند و وتر زوایای مخمس مساوی ضلع مکعب خواهد بود وچون ضلع مکعب جذر ثلث مربع قطر کره است و بموجب مسئلهٔ سادس وعشرون من مطلب سیوم باب سیوم هرگاه از جذر مجموع مربع خط و مربع نصف الخط مقدار نصف الخط ساقط کنند باقی مقدار قسم اعظم خط مقسوم علی نسبت ذات وسط وطرفین میباشد و مربع نصف الخط مساوی ربع مربع خط است بموجب مسئلهٔ رابع وعشرون مطلب مذکور درینصورت هرگاه از جذر مجموع ثلث مربع قطر و ربع ثلث مربع قطر که جذر پنج دوازدهم مربع قطر میشود جذر یک دوازدهم مربع قطر را ساقط کنند باقی مقدار ضلع مخمس خواهد بود و نیز اگر قطر کره را در بست و یک دقیقه و بست وچهار ثانیه وسی وسه ثالثه وسی وچهار رابعه وهفده خامسه ضرب سازند حاصل مقدار ضلع مخمس است و هرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محیطه سطح مخمس را از مربع نصف قطر کرهٔ محیطه ساقط کنند باقی مقدار مربع نصف قطر کرهٔ محاطه که ارتفاع مخروط است خواهد بود کما یظهر بشکل العروس و نیز اگر قطر کره را در بست وسه دقیقه و پنجاه ثانیه و بست و دو ثالثه وچهل ویک رابعه و بست وهفت خامسه ضرب سازند حاصل مقدار ارتفاع مخروط باشد پس مساحت مخمس را در دوازده ضرب ساخته حاصل را در ثلث ارتفاع ضرب نمایند وخواه بالعکس که مساحت جسم حاصل شود و اگر مقدار ضلع مخمس معلوم باشد و آنرا بر بست ویک دقیقه و بست وچهار ثانیه وسی وسه ثالثه وسی وچهار رابعه و هفده خامسه قسمت کنند خارج مقدار قطر کرهٔ محیطه شود مثلا قطر کرهٔ محیطه بست وچهار است و مربع آن پانصد و هفتاد وشش پس دوازدهم مربع قطر چهل وهشت گردید و پنج امثال دوازدهم مربع قطر دو صد وچهل است و هرگاه جذر چهل وهشت را که شش صحیح و دوازده سیزدهم است از جذر دو صد وچهل که پانزده صحیح ویک نصف است ساقط نمودم باقی هشت صحیح وهجده سی ویکم مقدار ضلع مخمس گردید و نیز هرگاه قطر کرهٔ محیطه را که بست وچهار است در بست ویک دقیقه و بست وچهار ثانیه وسی وسه ثالثه وسی و

در نسخ با ینظر رافقه شد و اینعقده در اوقلیدس در مقالهٔ سیزدهم در شکل نهم مذکور است

چهار رابعه وهفده خامسه ضرب نمودم خارج هشت درجه وسي وسه دقيقه وچهل ونه ثانيه وبست وپنج ثالثه وچهل ودو رابعه وچهل وهشت خامسه مقدار ضلع مخمس شد وهرگاه بموجب مسئلهٔ چهل ودويم مقدار ضلع مخمس را در يكصد وبست هزار ضرب نمودم وحاصل را كه (۱۰۲۹۶۷۷) و ۱۳/۳۱ است برهفتاد هزار وپانصد وسي وچهار قسمت نمودم خارج چهارده صحيح وپنج تسع وربع تسع مقدار قطر دائرهٔ محيطه مخمس گرديد وهرگاه از مربع نصف قطر دائرهٔ مذكوره كه پنجاه وسه است مربع نصف ضلع مخمس راكه هجده صحيح ويازده بست وهفتم است ساقط كردم وباقي كه سي وچهار صحيح وشانزده بست وهفتم ماند جذر آن گرفتم پنج صحيح وهفت تسع وچهارده پانزدهم تسع مقدار عمود مركزي كه نصف قطر دائرهٔ محاطهٔ سطح مخمس است برآمد كما اشرنا اليه في المقدمة الثانية في المسئلة الاربعين پس مقدار عمود مركزي را در نصف مجموع اضلاع مخمس كه بست ويك صحيح وچهارده سي ويكم است ضرب نمودم حاصل يكصد وبست وشش صحيح ودو وبست وهفتم وسه خمس بست وهفتم تقريبا مساحت مخمس گرديد وهرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محيطهٔ مخمس راكه پنجاه وسه است از مربع نصف قطر كرهٔ محيطه كه يكصد وچهل وچهار است ساقط نمودم نود ويك باقي ماند وجذر آن نه صحيح وده نوزدهم مقدار ارتفاع مخروط كه نصف قطر كرهٔ محاطه است گرديد وهرگاه قطر كره راكه بست وچهار است در بست وسه دقيقه وپنجاه ثانيه وبست ودو ثالثه وچهل ويك رابعه وبست وهفت خامسه ضرب نمودم حاصل نه درجه وسي ودو دقيقه ونه ثانيه وچهار ثالثه وسي وچهار رابعه وچهل وهشت خامسه مقدار ارتفاع مخروط شد پس مساحت راكه يكصد وبست وشش صحيح ودو وبست وهفتم وسه خمس بست وهفتم است در دوازده ضرب نمودم وحاصل را كه يك هزار وپانصد وسيزده صحيح وچهار بست وهفتم وخمس بست وهفتم است در ثلث ارتفاع مذكور كه سه صحيح ودو جزء از پنجاه وهفت جزء است ضرب كردم حاصل چهار هزار وهشتصد وچهار صحيح وبست وشش بست وهفتم تقريبا مساحت جسم شد ونيز اين ضعيف ميگويد كه اگر مقدار قطر معلوم باشد پس كعب كعب قطر را در ۳۷۲۷ ضرب نموده بر ۳۰۸۱۶ قسمت سازند وجذر خارج قسمت بگيرند كه آن مساحت جسم است واگر مقدار ضلع معلوم باشد پس كعب كعب ضلع را در ٥٨ صحيح ۳۳۰۹/۳۸۵۲ كسر

ضرب ساخته جذر حاصل بگیرند که مقدار مساحت جسم است چنانچه در مثال مذکور ۴۸۰۷ صحیح وکسری مقدار مساحت میشود وآن اقرب التقریبي است فافهم *

مطلب هفتم در مساحت اجسام ذو صنفین ودر آن هفت بیان است

بیان اول در مساحت جسم ذو ثمانیه قواعد که چهار از ان مثلثات وچهار مسدسات باشند

چون در مقدمهٔ ثاني در مسئلهٔ چهل وششم دربیان چهارم بعد بیان کلیات چند مرقوم شده که این شکل از شکل ذوار بعة قواعد مثلثات مأخوذ میشود وضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور ثلث ضلع ذوار بعة قواعد مثلثات خواهد بود پس ضلع ذوار بعة قواعد سه مثل ضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور باشد درینصورت اگر از مساحت ذوار بعة قواعد که هرضلع او سه مثل ضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور شد مساحت چهار مخروطات مثلث القاعده که هریک از ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذوار بعة قواعد بلکه مساوي ضلع ذو ثمانیه قواعد باشد ساقط کنند باقي مساحت شکل ذو ثمانیه قواعد مذکور خواهد بود ونیز چون نسبت مساحت شکل ذو ثمانیه قواعد مذکور بطرف مساحت مخروطات مسقطه مثل نسبت بست وسه بطرف چهار است ومجموع آن بست وهفت میشود درینصورت اگر از مساحت ذوار بعة قواعد مثلثات چهار بست وهفتم آن ساقط کنند مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور خواهد بود مثلا اگر ضلع ذو ثمانیه قواعد چهار صحیح وهشت تسع باشد پس ضلع ذوار بعة قواعد مثلثات بقدر سه مثل آن که چهارده صحیح ودو ثلث است خواهد بود پس مساحت ذوار بعة قواعد چنانکه مذکور شد سه صد وهفتاد وچهار صحیح ویک ثمن گردید تقریبا پس مساحت چهار مخروطات مثلث القاعده راکه هریک از ضلع قاعده وضلع مخروطات او چهار صحیح وهشت تسع باشد حاصل نمودم پنجاه وپنج صحیح وسه تسع ودو ثلث تسع گردید آنرا از مساحت ذوار بعة قواعد ساقط کردم باقي سه صد وهجده صحیح وشش تسع تقریبا مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور شد ونیز اگر از مساحت ذوار بعة قواعد چهار بست وهفتم آنرا که مساوي مساحت مخروطات مسقطه است ساقط کردم نیز باقي مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور ماند *

بیان دویم در مساحت ذوار بعة عشر قواعد که شش از ان مربعات وهشت از ان مثلثات باشند

بایددانست که چون این شکل مأخوذ از شکل مکعب وخواه از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات است کما اشرنا الیه في المقدمة الثانیة پس اگر از شکل مکعب مأخوذ فرض کنند چون بموجب کلیهٔ سیوم

بيان چهارم مسئلهٔ چهل و ششم مقدمهٔ ثاني ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذكور بقدر جذر نصف
مربع ضلع مكعب است درينصورت اگر مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد را ضعف نموده جذر آن بگيرند
آن ضلع مكعب خواهد بود و هرگاه از مساحت آن مساحت هشت مخروطات متساويات مثلث القاعده
كه ضلع قاعدهٔ او مساوي ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذكور باشد ساقط كنند باقي مساحت شكل
مذكور خواهد بود و نيز اگر از مساحت مكعب سدس آن ساقط كنند باقي مساحت ذو اربعة
عشر قواعد است چراكه مساحت مخروطات مسقطه بقدر سدس مساحت مكعب مي باشد و اگر
ذو اربعة عشر قواعد را از شكل ذو ثمانيه قواعد مثلثات مأخوذ نمايند پس بموجب كليهٔ اولي مسئلهٔ مذكوره
ضلع ذو اربعة عشر قواعد نصف ضلع ذو ثمانيه قواعد مذكور خواهد بود درينصورت ضلع ذو اربعة
عشر قواعد را ضعف نموده مساحت ذو ثمانية قواعد حاصل سازند و ازان مساحت شش مخروطات
مربع القاعده كه هر يك ضلع قاعده و ضلع مخروط مساوي ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذكور بلكه
مساوي نصف ضلع ذو ثمانيه قواعد باشد ساقط كنند باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذكور
خواهد بود و چون مساحت ذو اربعة عشر قواعد مساوي يک مثل و دو ثلث مساحت مخروطات
مسقطه است پس اگر از مساحت ذو ثمانيه قواعد سه ثمن آن ساقط كنند باقي مساحت ذو اربعة عشر
قواعد مذكور خواهد بود مثلاً ضلع شكل ذو اربعة عشر قواعد دوازده است پس اول آنرا اگر
از شكل مكعب مأخوذ كنم چون مربع ضلع شكل يكصد و چهل و چهار و ضعف آن دو صد و هشتاد
و هشت است پس جذرش شانزده صحيح و سي و دو سيوم مقدار ضلع مكعب شد و مساحت مكعب
چهار هزار و هشت صد و هشتاد و هفت صحيح و نه سي و سيوم گرديد و هرگاه مساحت هشت
مخروطات متساويات مثلث القاعده كه ضلع قاعدهٔ آنها دوازده كه مساوي ضلع ذو اربعة
عشر قواعد است و ضلع مخروط هشت صحيح و شانزده سي و سيوم كه مساوي نصف ضلع مكعب
است باشد نمودم هشت صد و چهارده صحيح و كسري شد آنرا از مساحت مكعب ساقط نمودم
باقي چهار هزار و هفتاد و سه صحيح و كسري كم مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذكور ماند و نيز
اگر از مساحت مكعب سدس آنرا كه مساوي مساحت مخروطات مسقطه است نمودم باقي مساحت
ذو اربعة عشر قواعد ماند و اگر ذو اربعة عشر قواعد را از ذو ثمانيه قواعد مثلثات مأخوذ كردند
پس چون ضلع ذو اربعة عشر قواعد دوازده است پس ضلع ذو ثمانيه قواعد بست و چهار شده

و مساحت آن نمودم کما صرح في موضعه شش هزار و پانصد و شانزده صحیح و سي و شش جزء از شصت و هفت جزء گردید بعد ازان مساحت شش مخروطات مربع القاعده که هریک از ضلع قاعده و ضلع مخروط دوازده باشد نمودم دو هزار و چهار صد و چهل و سه صحیح و بست و یک جزء از سي و سه جزء شد تقریبا آنرا ازمساحت ذو ثمانیة قواعد مذکوره ساقط کردم باقي چهار هزار و هفتاد و دو صحیح و بست و هشت سي و سیوم مساحت ذو اربعة عشر قواعد ماند تقریبا و تفاوت بین المساحتین قلیل است ونیز اگر ازمساحت ذو ثمانیة قواعد سه ثمن آنرا که مساوي مساحت مخروطات مسقطه است ساقط نمودم نیز باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد ماند *

فائده چون مساحت مخروطات مربع قاعدهٔ مذکوره مساوي نصف مکعب قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ مربع است پس اگر ازمساحت ذو ثمانیة قواعد نصف مکعب قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ مربع راکه في الحقیقة نصف مساحت شکل مکعب است ساقط کنند نیز باقي مساحت شکل ذو اربعة عشر قواعد خواهد بود و نیز چون مساحت مخروطات مربع القاعده مساوي مسطح قطر قاعده في مساحة القاعده است پس اگر آنرا ازمساحت ذو ثمانیة قواعد ساقط کنند نیز باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد خواهد بود و نیز چون شکل ذو اربعة عشر قواعد گویا مرکب از چهارده مخروطات است که قاعدهٔ آنها قاعدهٔ شکل و رأس آن مخروطات مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطه است وضلع ذو اربعة عشر قواعد مساوي نصف قطر کرهٔ اوست درینصورت اگر مربع نصف قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعده را از مربع ضلع ساقط کنند باقي مربع نصف قطر کرهٔ محاطه باصناف قاعدهٔ مذکوره خواهد بود و آن ارتفاع مخروطات آن قواعد است پس اگر ثلث مساحت قواعد هر صنف را جدا جدا در ارتفاع صنف خودش ضرب سازند نیز مجموع مساحت ذو اربعة عشر قاعده شود فافهم و نیز چون ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور مساوي نصف قطر کرهٔ محیطه و مساحت قاعدهٔ مربع آن مساوي مربع ضلع است درینصورت اگر جذر ضعف مربع ضلع راکه في الحقیقة نصف مربع قطر کره است در مربع ضلع که ربع مربع قطر است ضرب کرده محفوظ دارند و بعد ازان جذر ثلث مربع قطر را در ضلع ضرب کرده حاصل را در جذر سدس مربع قطر ضرب ساخته بر محفوظ بیفزایند مجموع مساحت شکل میشود مثلاً در مثال مذکور ضعف مربع ضلع راکه دو صد و بست و هشت است جذر گرفتم شانزده صحیح و سي و دو سي و سیوم شد تقریبا آنرا در مربع ضلع

که یکصد و چهل وچهار است ضرب نمودم حاصـــــــــــــــــل ۲۴۴۳ صحیح ۳۱/۳۳ کسر گردید آنرا محفوظ داشتم وباز مربع ضلع را در ثلث مربع قطر که (۱۹۲) است ضرب نموده حاصل راکه (۲۷۶۴۸) است در سدس مربع قطرکه (۹۶) است ضرب نمودم (۲۶۵۴۲۰۸) شد جذر آن گرفتم چراکه جذر مسطح مربعین مساوي مسطح الجذرین میشود پس ۱۶۲۹ صحیح ۵۶۷/۳۲۵۹ کسر حاصل شد آنرا بر محفوظ افزودم حاصل جمع چهار هزار و هفتاد ودو صحیح و بست و هشت سي و سیوم تقریبا مساحت گردید و این ضعیف میگوید که جذر پنج کعب کعب وپنج تسع کعب کعب ضلع همیشه مساوي مساحت شکل ذو اربعة عشر قواعد مذکوره است وبرهان این از اعمال اصم الجذر ظاهر است واین مساحت تحقیقي یا اقرب التقریبی خواهد بود مثلا در مثال مذکور چون مقدار ضلع دوازده است وکعب کعب آن (۲۹۸۵۹۸۴) است پس پنج کعب کعب وپنج تسع کعب کعب (۱۶۵۸۸۸۰۰) گردید وجذر آن (۴۰۷۲) صحیح ۷۶۱۶/۸۱۴۵ کسر واین کسر اقرب التقریبی است چراکه از بست وهشت سي وسیوم زیاده است *

بیان سیوم در مساحت ذو اربعة عشر قواعد که شش از آن مثمنات وهشت مثلثات باشند

باید دانست که چون این شکل مأخوذ از شکل مکعب است وبموجب کلیهٔ چهارم بیان چهارم مسئلهٔ چهل وششم ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکوره مساوي ضعف فضل نصف قطر المربع علی نصف ضلع المربع است و ضلع مربع همان ضلع شکل مکعب است درین صورت مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد مساوي ضعف مربع فضل ضلع شکل مربع علی نصف قطرش خواهد بود پس اگر مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد را تنصیف نموده جذرش را ضعف سازند وبر ضلع ذو اربعة عشر مذکور بیفزایند حاصل مقدار ضلع مکعب خواهد بود واگر از مساحت مکعب هشت مخروطات متساویات مثلث القاعده که ضلع قاعده مساوي ضلع ذو اربعة عشر قواعد و ضلع مخروط بقدر جذر نصف مربع ضلع مذکور باشد ساقط کنند باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکوره خواهد بود مثلا ضلع شکل ذو اربعة عشر قواعد هفده است پس مربع آنراکه دوصد وهشتاد ونه بود تنصیف نمودم یکصد وچهل وچهار ویک نصف شد وهرگاه جذر آنرا که دوازده وکسري است تضعیف نموده بر ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکوره افزودم چهل ویک مقدار ضلع مکعب شد پس مساحت مکعب شصت وهشت هزار ونهصد وبست ویک گردید وچون مساحت هشت مخروطات

مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ آنها هفده وضلع مخروط دوازده باشد نمودم دوهزار وسه‌صد وسیزده صحیح ونوزده چهل وپنجم شد آنرا ازمساحت معکب ساقط نمودم باقي شصت وشش هزار وشش صد وهفت صحیح وبست وشش چهل وپنجم تقریبا مساحت ذوار بعة عشر قواعد مذکوره برآمد فتأمل*

بیان چهارم درمساحت ذواثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان مخمسات وبست مثلثات باشد

بایددانست که چون این شکل مأخوذ ازشکل ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات ونیز ازشکل ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات است پس اگرازشکل ذواثنی عشر مخمسات مأخوذ کنند چون بموجب کلیهٔ پنجم بیان چهارم مسئلهٔ چهل وششم مقدمهٔ ثاني ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره بقدر نصف وتر زاویهٔ مخمس شکل ذواثنی عشر قاعده می باشد ووترزاویهٔ مخمس ذواثنی عشر قاعده که فی الکره باشد مساوي ضلع مکعب الکره است کما اشرنا الیه في موضعه ونیز چون ربع مربع وتر برمربع وتر افزوده جذر آن بگیرند وجذر ربع مربع وتررا ازان ساقط کنند باقي مقدار ضلع مخمس است کما اشرنا الیه ایضا پس هرگاه ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره را تضعیف نمایند وبرمربع آن ربع مربع آنرا افزوده وازجذر مجموع مقدار ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره راکه جذر ربع مربع تضعیف خود است ساقط نمایند باقي مقدار ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود ونیز اگر ربع مربع ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره را برمربع آن افزوده وازجذر مجموع جذر ربع مربع راساقط سازند باقي مقدار نصف ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود درینصورت اگرازمساحت ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مساحت بست مخروطات مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ آنها بقدر ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره وضلع مخروط بقدر نصف ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات باشد ساقط کنند باقي مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود واگرشکل ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره را مأخوذ ازشکل ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات فرض کنند چون بموجب کلیهٔ اول بیان مذکور ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره بقدر نصف ضلع ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات میشود پس ضلع ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات ضعف ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره باشد درین صورت اگرازمساحت ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده راکه ضلع قاعده وضلع مخروطا وبقدر نصف ضلع ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات بلکه مساوي ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره باشد ساقط کنند باقي مساحت ذواثنی

وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود مثلاً اگر ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره شش صحیح ودوازده
سیزدهم است آن را مأخوذ از ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات فرض کردم پس ضعف آن را که
سیزده صحیح ویازده سیزدهم مقدار وتر زاویهٔ مخمس ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات است
مربع نمودم یک صد ونود ودو شد وربع مربع آن را که مساوی مربع ضلع ذواثنی وثلثین
قاعده وچهل وهشت است بر مربع افزودم مجموع دوصد وچهل شد جذر آن گرفتم پانزده صحیح
وپانزده سی ویکم بر آمد ازان مقدار ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره راکه شش صحیح ودوازده
سیزدهم است ساقط نمودم باقی هشت صحیح وهجده سی ویکم مقدار ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ
مخمسات ماند وچون مساحت آن بموجب قاعدهٔ بیان پنجم مطلب ششم چهارهزار وهفتصد ونود
وپنج صحیح وپنجاه وپنج هشتاد ویکم تقریبا میشود پس مساحت بست مخروطات مثلث القاعده
راکه دوصد وچهارده صحیح وهجده هشتاد ویکم است ازان ساقط نمودم باقی چهارهزار وپانصد
وهشتاد ویک صحیح وکسری تقریبا مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره ماند ونیز اگر مأخوذ از
ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات فرض نمودم ضلع ذوعشرین قاعده سیزده صحیح ویازده سیزدهم که ضعف ضلع
ذواثنی وثلثین قاعده است گردید ومساحت آن بموجب قاعدهٔ بیان چهارم مطلب ششم پنجهزار
وهفتصد وهشتاد ویک تقریبا گردید پس مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده راکه یکهزار
ودوصد صحیح وکسری است تقریبا ازان ساقط نمودم باقی چهارهزار وپانصد وهشتاد ویک صحیح
وکسری تقریبا مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره ماند ونیز این نحیف میگوید که جذر ۱۳ صحیح ۲۱/۴۰۰ کسر
کعب کعب ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره مقدار مساحت دوازده مخروطات (
مثلث القاعده است پس هرگاه مساحت دوازده مخروطات از مساحت ذوعشرین قاعده که جذر
۳۰۲ صحیح ۳/۵۰۰ کسر) کعب کعب ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره است ساقط نمایند باقی مساحت
ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود *

بیان پنجم در مساحت ذواثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان معشرات وبست مثلثات باشند
باید دانست که چون این شکل از ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مأخوذ است بموجب
کلیهٔ ششم بیان چهارم مسئلهٔ چهل وششم مقدمهٔ ثانی ومکرر مذکور شد که وتر زاویهٔ مخمس ذواثنی عشر
قاعدهٔ مخمسات که فی الکره باشد مساوی ضلع مکعب الکره است وهرگاه از زاویهٔ مخمس

بموجب کلیهٔ مذکوره مثلث متساوي الساقین فصل کنند قاعدهٔ مثلث مذکور موازي وتر زاویهٔ مخمس خواهد بود پس نسبت وتر زاویهٔ مخمس بطرف ضلع مخمس مثل نسبت قاعدهٔ مثلث مذکور بطرف احد الساقین مثلث خواهد بود و چون نسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است پس بالترکیب نسبت مجموع نصف وتر مخمس و ضلع مخمس بطرف ضلع مخمس مثل نسبت مجموع نصف قاعدهٔ مثلث و احد الساقین آن بطرف احد الساقین مثلث مذکور خواهد گردید و هرگاه بموجب کلیهٔ مذکوره ظاهر است که هریک مخمسات ذو اثنی عشر قاعده منقسم بمعشر و پنج مثلثات متساوي الساقین میشود پس ضلع معشر مساوي قاعدهٔ مثلث است و هریک ضلع مخمس منقسم بسه قسم میشود که قسم وسطی آن ضلع معشر مساوي قاعدهٔ مثلث است و هردو قسم طرفین مساوي ساقین مثلث بلکه مساوي اضلاع مخروطات مثلث القاعده باشد بلکه نصف ضلع مخمس مساوي مجموع نصف قاعدهٔ مثلث و ساق مثلث مذکور شد و چون وتر زاویهٔ مخمس مساوي وتر چهار عشر دائرهٔ محیطهٔ مخمس است چراکه هریک ضلع مخمس وتر دو عشر دائره است و نصف دائره پنج عشر است پس هرگاه از مربع قطر دائرهٔ محیطهٔ مربع وتر یک عشر ساقط کنند باقي مربع چهار عشر دائره که وتر زاویهٔ مخمس است خواهد ماند چراکه در نصف دائره زاویهٔ قائمه واقع میشود کما صرح في موضعه و بعد این تمهیدات میگویم که اگر ضلع شکل ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره معلوم باشد آنرا در (۷۰۵۳۴) ضرب نموده بر (۹۳ کسر ۱۱۷ ۵۱۱۳۱۲۶ صحیح قسمت سازند که خارج قسمت مقدار ضلع مخروطات مسقطه است و هرگاه ضعف خارج را بر ضلع ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره بیفزایند مجموع مقدار ضلع ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود پس از مساحت ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مساحت بست مخروطات مثلث القاعده را ساقط کنند باقي مساحت شکل ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود و نیز چون نصف قطر محاط قواعد معشره که ارتفاع اثنی عشر مخروطات معشر القاعده است مساوي نصف قطر محاط کرهٔ ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات است پس هرگاه مربع آنرا مع مربع نصف قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ معشر جمع کنند جذر مجموع مساوي نصف قطر کرهٔ محیطهٔ شکل ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد شد و هرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محیطه قاعدهٔ مثلث را از مربع نصف قطر کرهٔ محیطهٔ مذکوره ساقط نمایند باقي مربع نصف قطر کرهٔ محاط قواعد مثلثات خواهد ماند که ارتفاع مخروطات عشرین مثلث القاعده است چراکه شکل ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره هم

فی الحقیقة مرکب از سی ودو مخروطات است که رأس آنها مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطه باشد
پس هرگاه ارتفاع هریک صنف مخروطات معشرالقاعده ومثلث القاعده معلوم شد مساحت سطوح
هریک صنف قاعده را در ثلث ارتفاع خودش ضرب ساخته جمع نمایند که حاصل الجمع مساحت
ذواثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره است مثلا مقدار ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره (۳ صحیح ۲۲/۲۷)
وبست ودوبست وهفتم است پس بطریق اول آنرا در (۷۰۵۳۴) ضرب نمودم وحاصل را که (۲۶۹۰۷۴ صحیح ۱۷۰ کسر) است
بر (۱۱۴۱۲۶) صحیح ۹۳ کسر قسمت نمودم خارج دو صحیح وده بست وهفتم مقدار ضلع مخروطات ۱۱۷
۱۱۷ مسقطه شد آنرا ضعف نمودم چهار صحیح وبست بست وهفتم گردید بر ضلع ذواثنی
وثلثین قاعدهٔ مذکوره افزودم هشت صحیح وپانزده بست وهفتم مقدار ضلع مخمس برآمد ومساحت
آن بموجب بیان پنجم مطلب ششم چهار هزار هفتصد ونود صحیح وبست ودو بست وهفتم است
وهرگاه مساحت بست مخروطات مثلث القاعده را که ضلع قاعده مساوی ضلع ذواثنی وثلثین
قاعدهٔ مذکوره وضلع مخروط ده صحیح وده بست وهفتم باشد نمودم سی وهفت صحیح ویک
ثلث گردید آنرا ساقط نمودم باقی چهار هزار وهفتصد وپنجاه وسه صحیح وسیزده بست وهفتم مساحت
ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره ماند وبطریق دویم چون نصف قطر کرهٔ محاطه ذواثنی عشر قاعدهٔ
مخمسات نه صحیح وده نوزدهم است وآن مساوی ارتفاع اثنی عشر مخروطات معشر القاعده است پس
مساحت دوازده مخروطات معشر القاعده نمودم چهار هزار ودوصد وشصت وچهار ویک سی وهشتم
تقریبا شد وهرگاه نصف قطر کرهٔ محاطه اثنی عشر قواعد معشره نه صحیح وده نوزدهم ومربع آن
نود ویک است پس مربع نصف قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ معشر را که سی وهشت صحیح وهشت ونصف
هشتادویکم است برآن افزودم مجموع یکصد وبست ونه صحیح وهشت ویک نصف هشتاد
ویکم مربع نصف قطر محیطهٔ شکل ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره شد وهرگاه مربع نصف قطر
دائرهٔ محیطهٔ مثلث را که چهار صحیح وهفتاد هشتادیکم است ازان ساقط نمودم باقی یکصد وبست
وچهار صحیح ونوزده ونصف هشتادویکم مربع نصف قطر کرهٔ محاطهٔ قواعد مثلثات ماند جذر آن
گرفتم یازده صحیح وچهار بست وهفتم مقدار نصف قطر کرهٔ محاطه که ارتفاع مخروطات مثلث
القاعده است برآمد پس مساحت بست مخروطات مثلث القاعده چهارصد وشصت وهشت
صحیح وشش بست وهفتم شده آنرا با مساحت مخروطات معشر القاعده جمع نمودم چهار هزار

وهفتصد وسي ودو صحيح وشش بست وهفتم ويک سي وهشتم مساحت ذواثني وثلثين قاعدة مذکوره شد وتفاوت بين المساحتين بسبب جذرهاي تقريبي است واگر غلطي در حساب است هرکس را توفيق ياري دهد اصلاح نمايد وخرده نگيرد *

بيان ششم در مساحت ذواربعة عشر قاعده که هشت ازان مسدسات وشش مربعات باشند

بايد دانست که چون اين شکل از ذوثمانيه قواعد مثلثات مأخوذ است پس بموجب کلية دويم بيان چهارم مسئلة چهل وششم مقدمة ثاني ضلع شکل ذوثمانيه قواعد مساوي سه مثل ضلع ذواربعة عشر قاعدة مذکوره خواهد بود درينصورت هرگاه ضلع ذواربعة عشر قواعد مذکوره را سه مثل نموده مساحت ذوثمانيه قواعد مثلثات حاصل کنند وازان مساحت شش مخروطات مربع القاعده که ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذوثمانيه قواعد مثلثات بلکه مساوي ضلع ذواربعة عشر قاعدة مذکوره باشد ساقط کنند باقي مساحت ذواربعة عشر قاعدة مذکوره خواهد بود مثلاً ضلع ذواربعة عشر قاعدة مذکوره چهار است پس ضلع ذوثمانيه قواعد مثلثات دوازده شد ومساحت آن بموجب بيان سيوم مطلب ششم هشتصد وشانزده است وهرگاه مساحت شش مخروطات مربع القاعده را که هشتاد ونه صحيح وسه خمس است ساقط کردم باقي هفتصد وبست وشش صحيح ودو خمس مساحت ذواربعة عشر قواعد مذکوره ماند *

بيان هفتم در مساحت ذواثني وثلثين قاعده که دوازده ازان مخمسات وبست مسدسات باشند

بايد دانست که چون اين شکل از ذوعشرين قاعدة مثلثات مأخوذ است وبموجب کلية دويم بيان مذکور ضلع ذوعشرين قاعده سه مثل ضلع ذواثني وثلثين قاعدة مذکوره ميشود درينصورت هرگاه ضلع ذواثني وثلثين قاعدة مذکوره را سه مثل نموده مساحت ذوعشرين قاعدة مثلثات حاصل کنند وازان مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده راکه ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذوعشرين قاعده بلکه مساوي ضلع ذواثني وثلثين قاعدة مذکوره باشد ساقط کنند باقي مساحت ذواثني وثلثين قاعدة مذکوره خواهد بود مثلاً ضلع ذواثني وثلثين قاعدة مذکوره چهار است پس ضلع ذوعشرين دوازده شد ومساحت آن بموجب بيان چهارم مطلب ششم سه هزار وهشتصد ونود ودو صحيح ويک تسع تقريبا گرديد ومساحت مخروطات مخمس القاعده دوصد وسي ويک صحيح وشش سبع است آنرا ساقط کردم سه هزار وشش صد وشصت صحيح وشانزده شصت وسيوم تقريبا باقيماند واين مساحت ذواثني وثلثين قاعدة مذکوره گرديد فافهم *

بیان هشتم در فائدهٔ کلیه که برای مساحت اجسام ذوصنفین مفید است

باید دانست که چون هریک از اجسام ذوصنفین هم مرکب از مخروطات است که قواعد آنها قواعد جسم است و رأس المخروط مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطهٔ جسم باشد پس اگر قطر کرهٔ محیطهٔ جسم معلوم شود ارتفاع مخروطات برآورده اگر مساحت کنند اولی وانسب خواهد بود فافهم *

مطلب هشتم در مساحت باقی اجسام که اشکال آنها منضبط نیست

باید دانست که چنانکه اجسام ذوصنفین از اجسام ذوصنف واحد مأخوذ میشود همچنین ممکن است که اجسام ذوثلثة اصناف از ذوصنفین مأخوذ شوند وذواربعة اصناف از ذوثلثة اصناف وغیرآن پس در مساحت چنین اجسام اگر شکل مأخوذ منه معلوم باشد از مساحت شکل مأخوذ منه مساحت مخروطات مسقطه را اسقاط کنند واگر مأخوذ منه معلوم نباشد پس قطر کرهٔ محیطهٔ آنرا بالعمل معلوم کردهٔ چنانکه در دریافت قطر کره گفته شد وهر صنف را قواعد مخروطات فرض کرده مساحت کنند که مجموع مساحت مخروطات مساحت جسم خواهد بود ودیگر اجسام که مرکب از مجسمین یا از مجسمات که مذکور شده اند یا بعضی ناقص و زائد بود یا مؤلف از دونوع بود چنانکه در اشکال کنبدهای مساجد ومقابر ودیورهای اهل هند وسقفهای حمام وغیره پس مساحت هرنوع اجسام را جمع نموده مساحت ناقصه را نقصان کنند و زائده را بیفزایند واگر تجاویف باشد مساحت تجاویف را بکاهند چنانکه در مساحت طاقها ودرها وتجاویف کنبذ وغیرآن وتفصیل آن تطویل لا طائل است واما مساحت بعضی اجسام که آنرا سطوح ناهموار احاطه کرده باشند اگر آنرا درحوضی پرآب بیاندازند و هرقدر که زیادتی آب شود آنرا نشان کرده آن جسم را برآرند بازلامحاله آب کمی خواهد کرد پس مساحت فضل زائد علی الناقص بگیرند که آن مساحت جسم است فافهم *

مطلب نهم در مساحت بعضی اجسام بالوزن و بالعکس اعنی دریافت وزن از مساحت اجسام

باید دانست که هرگاه دوجسم مختلف الوزن باشند اعنی یکی از خشت خواه سنگ است ودیگری از چوب خواه حدید وغیرآن پس نسبت یکی بطرف دیگری عند تساوی حجم آنها مثل نسبت ثانی بطرف اول عند تساوی وزن آنها خواهد بود مثلا اگر حجم ده من حدید مساوی حجم یک من چوب باشد اعنی شکل مکعب که ضلع او یک ذرعه باشد مثلا از حدید بسازند که وزن آن ده من بود وشکلی دیگر مکعب که ضلع او هم یک ذرعه بود از چوب بسازند که وزن

او یک من بود پس اگر شکلی از چوب بهر شکلی بسازند که وزن اوده من بود درینصورت حجم اوده مثل حجم شکل حدید خواهد بود و قدماء نسبت بین الاوزان بعضی اجسام مثل طلا ونقره وسیماب وسرب وجسته وغیره فلزات را برآورده اند چنانکه ازین قطعهٔ نصاب معلوم میشود *

* قطعهٔ نصاب *

زروي جسته هفتاد ویکدرم سیماب * چهل شش است وزارزیزسي و هشت شمار *
ذهب صد است وسرب پنجه ونه وآهن چل * برنج ومس چل و پنج است ونقره پنجه و چار *

* قطعهٔ دیگر *

نه فلز مستوي الحجم را چون برکشي * اختلاف وزن دارد هریکی بي اشتباه *
زرلکن زیبق الم اسرب دهن ارزیزچل * فضه ند آهن یکی مس و شبه مه صفره ماه *

جـــــــــدوله مع تحقیق اللغة (جدول ۱۴۰)

فائده طریق دانستن وزن طلا ونقره در مرصع آلات ومینا کار باید که اول وزن آن چیز بطریق متعارف دریافت نمایند بعده پلهٔ میزان راکه درآن پله آن چیز باشد در آب غرق کنند وپلهٔ سنگ را بیرون دارند وبه سنجند وباید که آب آنقدر باشد که درسنجیدن پله از آب بیرون نیاید درینصورت صرف وزن طلا ونقره حاصل خواهد شد ووزن جواهر ولاکهه ومینا وغیره نخواهد آمد وغالبکه حال جمیع فلزات همچنین باشد لیکن بتجربه نرسیده است * الاستعجاب * اگر ظرفی پرآب کنند ودرآن بتدریج ریزهٔ زر ونقره مثل روپیه واشرفي وزنجیر طلا وغیره که بتدریج درآب داخل تواند شد ومتحرک نه افتد هرچند که ظرف مذکور از طلا ونقره مملو شود آب بیرون نخوهد افتاد *

فائده باید دانست که فلزات تسعهٔ مذکوره بنسبت یکدیگر اجسام اثقل اند وبسبب ثقل ذاتي خود میل بمرکز دارند الابموانع وجسم کثیف نسبت بجسم لطیف زیاده مانع میشود لهذا عقلا ترازوی هوائي وآبي ترتیب داده وزن هریک اجسام می کنند وترازوي هوائي آنست که هردو پلهٔ او درهوا باشد زیراکه هوا لطیف است جسم ثقیل را مانع ازمیلان نمیشود پس درهر پله که جسم ثقیل خواهد بود زود فروتر خواهد شد وهمچنین ترازوي آبي که هردو پلهٔ آن برروی آب باشند وچون آب هم جسم لطیف است لهذا ازود جسم ثقیل فروتر خواهد شد وهرگاه یک پلهٔ ترازو درهوا و پلهٔ دیگر درآب باشد چون آب بنسبت هوا کثیف است هرآینه پلهٔ آبي في الجمله از پلهٔ

هوائی کمتر فرو خواهد گردید و بدین سبب وزن پلهٔ آبی کم خواهد بود و چون در جمیع فلزات طلا اثقل است در ینصورت وزن احجار وفیروغیره بشمول آن هیچ قدر نمیدارد چنانکه ابوریحان بیرونی امتحان نموده اعنی اگر ظرفی باریک گردن پر آب کنند ودر آن صد مثقال طلا بیند ازند بقدر پنج مثقال آب از ان ظرف بیرون خواهد آمد واگر صد مثقال سیماب خواه سرب خواه دیگر فلزات بیندازند در هر یک آب زیاده از پنج مثقال علی الاختلاف بیرون خواهد شد ودر احجار اگرچه یاقوت نیلی سنگین است لاکن بوزن طلا نمیرسد ودیگر اجسام نسبت بطلا نهایت خفیف اند وجدولی که صاحب مفتاح مع زیادتی وزن بعضی اجسام غیر فلزات نوشته است این ست (جدول ۱۴۱)

باید دانست که هرگاه مساحت جسمی معلوم الوزن مطلوب شود وزن معلوم او را بر وزن مکعب یک ذراع از ان تقسیم کنم که خارج مساحت اوست و وقتی که مساحت معلوم باشد واراده کنم که وزن معلوم کنم پس مساحت او را در وزن مکعب یک ذراع از ان ضرب کنم که حاصل وزن اوست (جدول ۱۴۲)

فصـــــــــــــــل در بیان بعضی فوائد که فی الجمله از مساحت علاقه دارند

پوشیده نماند که مساحت بیشتر از ذراع ونیزه ورسن درین دیار رواج دارد چونکه مساحت بعضی اجسام از اوزان میشود چنانکه مذکور شد مادرین فصل اکثر آلات مساحت ومقادیر اوزان وغیره بیان میکنیم

فائدهٔ اولی در بیان مقادیر اوزان باید دانست که نزد اطباء هر وزن که کمتر از رطل باشد معروف باوزان صغار است ومافوق آن معروف بکبار وکیل که عبارت از پیمانه باشد از جملهٔ اقسام ثانی است واختلاف هریک در اوزان صغار وکبار بحسب امکنه واز منه ومصطلحات واقع شده آنچه از کتب معتبره متحقق شد بجدول مرقوم میشود که در اخراج تسهیل افتد وباید دانست که حبّه وطسوج وقیراط ودانگ بحسب درهم فضی ودرهم ومثقال ذهبی باهم مختلف می باشد چه اجزاء مذکورهٔ درم کمتر از اجزاء مثقال است ونزد اهل تجربه ثابت شده که قدری از فضه که در مقدار مساوی با ذهب باشد وزن ذهب سه سبع زیاده بر وزن فضه می باشد ونیز مقدار درهم باعتبار قدیم وجدید مختلف است ومقدار مثقال غیر مختلف است جدوله هذا ۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ (جدول ۱۴۳)

وبیان اوزان صغار وکبار دو بیان دارد اوزان هند که حکیم فتح الله گیلانی سنجیده سیر شاهی بوزن یک دام است که پیسه باشد ویک دام بوزن طبی پنج درم است وهر درمی بست نخود وسطاست تانگ یک دام است دانگ چهار نخود است وشش دانگ یک مثقال که بست وچهار نخود باشد وپنج دانگ یک درم

۳۶	سفید روی	و روی مطلق قسمی است که از مس و سرب آمیخته بهم رسد آنرا در هندی بھنگار گویند
۱۷	سیماب	آنرا زیبق بکسر زاء معجمه و سکون یاء تحتانی و فتح باء موحده و قاف هم گویند و بهندی پاره است
۳۸	قلعی	آنرا ارزیز بالفتح و سکون راء مهمله و کسر زاء معجمه و سکون یاء تحتانی و زاء معجمه آخر و بهندی رانگه گویند
۱۰۰	زر	و آن ذهب و طلاست و بهندی سونا گویند
۵۹	سرب	آنرا سیسه بهر دو سین مهمله خوانند
۴۵	برنج	و آن شبه بفتح شین معجمه و فتح باء موحده و هاء مختفی در هندی پیتل معروف و نزد بعضی جست است و آن بر چند قسم میسازند که هر یکی از مس و توتیا
۴۵	مس	هندی تانبا
۵۴	نقره	و آن فضه بکسر فاء و تشدید ضاء معجمه و هاء مختفی است و هندی روپا
۴۰	آهن	هندی لوها و در عربی حدید معروف است

وزن مکعب ذراع الید بالمثاقیل و دقائقها و مرفوع الی السوی ارقام جمل

الاجسام	آحاد	عشرات	مئات	الوف	عشرات الوف	مئات الوف	دقائقها	مرفوع	دقائق المثاقیل
عود والخلاف	۱	۲	۵	۱	۱	۰	مل	ماح ب ا	مد
زیت	۹	۳	۳	۶	۲	۰	ے	مارج نط	ے
شمع	۲	۰	۲	۷	۲	۰	لط	مارلح لب	لط
آب	۵	۰	۶	۸	۲	۰	م	مارنو مه	م
خمر	۸	۴	۲	۹	۳	۰	نه	ماح ر لج	نه
خل الخمر	۰	۷	۳	۹	۲	۰	ما	ماح ط ل	ما
حلتیت البقر	۶	۱	۹	۱	۳	۰	ل	ماح نا نو	ل
عسل	۶	۱	۶	۹	۳	۰	له	ماماما نو	له
رصاص	۹	۰	۳	۹	۰	۲	لط	مانح الط	الط
حدید	۳	۰	۴	۱	۲	۲	و	اال ح	و
شبه	۱	۹	۱	۵	۴	۲	لو	اح و لا	لو
نحاس	۷	۴	۸	۶	۴	۲	م	اح هد مو	م
صفره	۳	۰	۴	۲	۵	۲	لح	اے وهج	لح
اسرب	۸	۳	۸	۳	۲	۳	ه	الط زنج	ه

Printed at the Asiatic Lith. Co's Press Calcutta 1831

وزن مکعب ذراع بالرطل البغدادی

جنس	الوزن بالرقوم الهندسية						الوزن برقوم الجمل		
	آحاد	عشرات	میئات	الوف	مثاقیل زائده	دقائق مثاقیل	مرفوع مرة	مثاقیل زائده	دقائقه
عود خلاف	٨	٢	١	٠	١	مد	سح	١	مد
زیت	٢	٩	٢	٠	٥٩	ے	ءنب	نط	ے
شمع	٢	٠	٣	٠	٢٢	لط	٥ب	الب	لط
آب	٧	١	٣	٠	٧٥	م	٥سر	عله	م
خمر	٤	٢	٣	٠	٤٨	نه	٥الد	صح	نه
خل خمر	٦	٢	٣	٠	٣٠	ها	٥الو	ل	ها
حليب البقر	٤	٥	٣	٠	٥٦	ل	٥ند	نو	ل
عسل	٠	٤٠	٤	٠	١٦	له	را	لو	له
رصاص	٥	٠٢	٣	٢	٥٨	الط	لح مه	نح	الط
حدید	٠	٦	٤	٢	٣	و	ماها	م	و
شبه	٤	٢	٧	٢	٣١	الو	مه الد	لا	الو
نحاس	٣	٥	٧	٢	٧٧	م	مه نم	عز	م
صفره	٤	٠	٨	٢	٤٣	الح	مومد	مح	الح
اسرب	٨	٩	٥	٣	١٠	٥	تطخ	نخ	٥

J.B.Tassin lith.

الاجسام	مثاقیل آن	دوانق آن	طسوجات آن	مجنس بر یک طسوج	مرفوع آن بسوی حساب جمل	مثاقیل آن	دوانق آن	طسوج آن	حبات آن	مجنس بکلها الی الطساسیج	مرفوع آن بسوی حساب
اوزان آنها که مساوی می شود حجم صد مثقال زر یا غیر آن از هر جسم و مجنس طسوان						اوزان اجسام متساوی الحجم بر تقدیر یکه طلا صد مثقال یا صد اوقیه یا غیره باشند و مجنس ط					
طلا	ه	ا	ب	۱۲۶	ب و	قه	ا	ا	ا	۲۴۰۰	م ا ا
زیبق	یه	ب	ا	۱۴۷	ب نز	عا	ا	ا	لج	۱۸۰۸	لج لج لج
اسرب	ح	ه	ء	۲۱۲	ح لب	نط	ب	ب	الہ	۱۳۲۴	لح مو الہ
فضه	ط	ی	ا	۲۳۳	ح لح	ند	ء	ا	ا	۱۲۹۷	الا لز ا
صفره	یا	ب	ء	۲۷۲	ی لب	مو	ا	ح	مو	۱۱۱۱	لح لا مو
نحاس	یا	ح	ء	۲۷۶	ی لو	مه	ب	ح	مب	۱۰۹۱	لح یا مب
سیسم	یا	ی	ء	۲۸۰	ی م	مه	ء	ء	ء	۱۰۸۰	لح ء ء
حدید	ب	ه	ب	۳۱۰	ه سی	م	ح	ح	الط	۹۷۵	لو له الط
رصاص	یح	ی	ء	۳۲۸	ه لج	لج	ب	ا	نز	۹۲۱	له لا نز
یاقوت الاکحل	اله	ا	ب	۶۰۶	سی و	از	ی	ح	ا	۳۹۹	ح لط ا
مینا	اله	ب	ب	۶۱۰	سی سی	از	ح	ح	مه	۴۹۵	ح له مه
یاقوت الاحمر	الو	ء	ء	۶۲۳	سی الد	از	ا	ء	لز	۴۸۴	ح ی لز
لعل	الز	ه	ب	۶۷۰	یا سی	لج	ی	ح	لا	۴۵۱	ز لا لا
زمرد	لو	ب	ء	۸۷۲	مد لب	ید	ب	ب	مز	۳۴۶	ه مو مز
لاجورد	لز	ا	ء	۸۹۲	مد نب	ید	ء	ح	ا	۳۳۹	ه لط ا
لؤلؤ	لج	ح	ء	۹۲۳	له الد	یح	ح	ح	لو	۳۲۷	ه الز لو
عقیق	لط	ء	ء	۹۳۶	له لو	یح	ب	ح	و	۳۲۳	ه لح و
بسد	لط	ء	ح	۹۳۹	له لط	یح	ب	ب	ا	۳۲۲	ه لب ا
بلور وجزع	م	ء	ء	۹۶۰	لو ء	یح	ء	ح	مه	۳۱۵	ه له مه
زجاج	م	ا	ء	۹۶۴	لو ی	یح	ء	ا	مب	۳۱۳	ه یح مب
آبنوس	مو	ه	ء	۱۱۲۴	لح مد	یا	ا	ا	ب	۲۶۹	ی الط ب
عاج	سا	ء	ء	۱۴۶۴	الد الد	ح	ح	ب	لح	۲۰۶	ح الو لح
عسل						ز	ا	ب	ل	۱۷۴	ب نز ل
حلتیت البقر						ه	ه	ء	له	۱۴۰	ب از له
خل خمر						د	ب	ا	الب	۱۲۹	ب ط الب
خمر یعنی شراب انگور						ه	ب	ء	مه	۱۲۸	ب ح مه
ماء						ه	ا	ب	ء	۱۲۶	ب و ء
شمع	قه	ا	ء	۲۵۲۴	مب ی	ی	ء	ح	مط	۱۱۹	ا نط مط
زیت						ی	ه	ء	ا	۱۱۶	ا لو ا
عود الخلاف	رمح	ء	ح	۵۹۵۵	الط له	ب	ء	ب	مه	۵۰	ء مه مه

J. B. Tassin lith.

جدول مقادیرا وزانیکه صاحب لیلاوتي وغیره نوشته است وبیشتر در هند مشهور و رواج دارد

سرخ	دو جو است	درم یعنی دام	شش پن باشد
پل	سه سرخ است	اشرفي	یازده ماشه
دهرن	هشت پل	درم شرعي	سه ماشه ویك سرخ وده برنج
گدیانك	دو دهرن	فلوس قدیم	بست ویك ماشه
ٹهك	چهارده پل	فلوس عالمگیري	چهارده ماشه
ماشه	پنج سرخ	سرخ	بست بسوه
کهوکهه	شانزده ماشه	بسوه	دو برنج
پل	چهار کهوکهه	ٹانك هندوستاني	بست وچهار سرخ ومثقال مشهور ازوبده و سرخ بیفزایند
گهونگچي	یعنی گرچي قریب به سه جومیانه	ٹانك ولایتي	سه سرخ ویك حبه ۲۴ دانه
کوڑی	را پرانك گویند	حبه	دو دانه و سه پاو دانه
دسنگ	ده کوڑی	ٹانك جواهري	سه و نیم برنج
کاکنی	دو دسنگ	سیر شاهجهاني	چهل دام است
پن	چهار کاکنی	سیر جهانگیري	سي و شش دام
سیر عالمگیري	چهل وچهار دام	توله	دوازده ماشه ودر دکهن پنج درم و سه قیراط
سیر اکبري	سي دام	ماشه مشهور	هشت رتي یعني سرخ
من شاهجهاني	چهل آثار	رتي	هشت برنج
من جهانگیري	سي وشش آثار	توله دکهن	۵ درم و ۳ قیراط خواه ۳ مثقال و ۳ قیراط
من اکبري	سي آثار	دام یعني بهلولي	پیسه نیز گویند بست و پنج جیتل
خروار في من شاهجهاني	ده من شاهجهاني	جیتل	بست و پنجم حصهٔ پیسه

كذا وجد في النسخة

است که بست نخود است تولچه دونیم مثقال است که شصت نخود باشد من طبي یک سیر کبري است
که بوزن سي دام باشد چهار مثقال بوزن یک پیسه است که عرف سیرشاهي گویند پنج تانگ بوزن
یک پیسه است تحقیق اوزان اصح که مؤلف گنج بادآور بوزن هند مناسبت داده می نویسد سرخ
که بزبان هندي گهونگچي ورتي گویند هشت برنج است که نزد اطباء سه جو میانه است ماشه هشت
سرخ توله دوازده ماشه یعني دونیم مثقال وهفت سرخ تانگ سي ودو سرخ سیرشاهي که دام بهلولي
وپیسه باشد پنج تانگ که یک توله و هشت ماشه میشود دانگ ودانق چهار رتي ویک سدس رتي
یعني ششم حصهٔ رتي درهم ودرم سه ماشه ویک رتي مثقال چهار ماشه وسه نیم رتي استار طبي یک توله
وهشت ماشه که یک سیرشاهي باشد رطل بغدادي نوزده سیرشاهي من مکي چهل سیرشاهي حبه
یک جو میانه در کوچکي وکلاني طسوج که بفارسي تسو گویند دو جو قیراط چهار جو اوقیه ووقیه هفت ونیم
مثقال که دو توله و نه ماشه وپنج سرخ پاو بالا میشود عدیله نصف پیسه است که ده ماشه باشد کثیرا
دوکرا چهارم حصهٔ پیسه است که پنج ماشه باشد دمري هشتم حصهٔ پیسه است که دو نیم ماشه است
والله اعلم بالصواب *

فائدهٔ ثانئ دربیان جدول مقادیر مساحت وآلات آن وغیره (جدول ۱۴۴)

فائدهٔ سیوم در دانستن مساحت وغیره در پارچه یک ذراع را شانزده گره ویک گره را شانزده
بحر ویک بحر را شانزده بحرین ویک بحرین را شانزده شعیر ویک شعیر را شانزده شعیرین ودر سنگ
یک ذراع بست بسوه ویک بسوه بست بسوانسي ویک بسوانسي بست خام ویک خام بست
خامین ودر چوب یک ذراع بست وچهار تسو ویک تسو بست وچهار تسوانسي ویک تسوانسي
بست وچهار خام ویک خام بست وچهار خامین ودر زمین مزروع سه ذراع را یک بسوه وبست
وپنج ذراع را یک دوري وبست بسوه را یک بیگهه ودوصد دوري رایک کروه وچهار کروه را
یک جوجن پس یک جوجن هشت صد دوري باشد پس یک بیگهه سه هزار و ششصد ذراع
شاه جهاني بود و وزن روپیهٔ عالمگیري یازده ونیم ماشه واشرفي یازده ماشه وسنگ مرمرفي ذراع
مکسر پنجاه من وسنگ سرخ سي من وسنگ غلوله را مقداري مقرر نیست پهري خرید وفروخت میشود
وپهري سي وهشت ذراع ویازده ونیم بسوه است وچونه في پهري بست ویک پیمانه ویک ونیم پاو پیمانه بود
و وزن پیمانه دوازده من وبست آثار وخاک في ذراع پنج من وبست وچهار آثار درحساب می آید *

کیفیت مساحت درجات طولی بفاصلهٔ یک یک درجهٔ عرضی از خط استوا بطریقیکه نزد حکماء فرنگ متحقق شده * (جدول ۱۴۵)

مطلب دهم در دانستن ارتفاع مرتفعات

بدانکه مرتفع بر دوگونه است یکی آنکه اگر از ان مرتفع عمود بر سطح ارض کشند تا موقع العمود ومسقط الحجر آن میتوان رسید مثل منارها و دیوارها و اشجار ها و غیره دویم آنکه بموقع العمود ومسقط الحجر آن نمیتوان رسید مثل جبالها و پشتها و دیگر اشکالهای مخروطی و غیره پس طریق دریافت ارتفاع هر دو را در دو بیان وامی نمایم *

بیان اول در دریافت ارتفاع مرتفعیکه تا موقع العمود آن میتوان رسید

وطریقش چنان است که چوبی مستقیم که آنرا شاخص گویند بر وجه ارض که سطح او برابر باشد قائم نصب کنند و خود بفاصلهٔ اندکی از چوب استاده نظر بر رأس المرتفع کنند چنانکه شعاع نظر آن چوب را تقاطع نموده بر رأس المرتفع افتد پس جای که تقاطع واقع شود آنرا نشان نمایند وارتفاع محل تقاطع چوب را پیموده فضل ارتفاع بر قامت خود حاصل سازند ومابین موقف قدم خود و موقع العمود آن مرتفع را مساحت نموده در مقدار فضل ارتفاع علی القامة ضرب سازند و حاصل را بر مقدار مابین موقف خود و اصل چوب قسمت کنند و بر خارج مقدار قامت خود بیفزایند که حاصل مقدار ارتفاع مرتفع خواهد بود چراکه درینجا چهار مقادیر متناسبه بهم رسید اول مابین موقف خود و اصل چوب دویم مابین موقف خود و موقع العمود مرتفع سیوم فضل چوب علی القامة چهارم مقدار فضل ارتفاع مرتفع علی القامة و نسبت اول بطرف دویم مثل نسبت سیوم بطرف چهارم است و چهارم مجهول است درینصورت مسطح الوسطین را بر طرف معلوم قسمت کنند که خارج مطلوب شود و دلیل برین اربعهٔ متناسبه آنست که هرگاه از نقطهٔ بصر خطی موازی خط مابین موقف و موقع العمود مرتفع میکشند یک مثلث قائم الزاویه حادث میشود که یک ضلع آن مقدار فضل ارتفاع مرتفع علی قامت قائس خواهد بود و دیگر خطی که از نقطهٔ بصر موازی خط مابین موقف و موقع العمود مرتفع فرض شده و آن مساوی خط مابین موقف و موقع العمود است سیوم خط شعاعی از نقطهٔ بصر تا رأس المرتفع مفروض وآن وتر زاویهٔ قائمه خواهد بود پس درین مثلث نسبت تقاطع ضلعین از چوب که مقدار فضل

کیفیت مساحت درجات طولی بفاصلہ یکیک درجہ عرضی از خط استوا بطریقی کہ نزد حکمای فرنگ متحقق شدہ

درجات	مقدار		درجات	مقدار		درجات	مقدار		درجات	مقدار		درجات	مقدار		درجات	مقدار	
	میل	پارٹ		میل	پارٹ		میل	پارٹ		میل	پارٹ		میل	پارٹ		میل	پارٹ
۱	۵۹	۹۶	۱۷	۵۷	۳۰	۳۳	۵۰	۳۲	۴۹	۳۹	۳۱	۶۵	۲۵	۳۹	۸۱	۹	۳۸
۲	۵۹	۹۴	۱۸	۵۷	۴	۳۴	۴۹	۷۴	۵۰	۳۸	۵۷	۶۶	۲۴	۴۱	۸۲	۸	۴۵
۳	۵۹	۹۲	۱۹	۵۶	۷۳	۳۵	۴۹	۱۵	۵۱	۳۷	۶۳	۶۷	۲۳	۴۵	۸۳	۷	۳۲
۴	۵۹	۸۶	۲۰	۵۶	۳۸	۳۶	۴۸	۵۴	۵۲	۳۷	—	۶۸	۲۲	۴۸	۸۴	۶	۲۸
۵	۵۹	۷۷	۲۱	۵۶	—	۳۷	۴۷	۹۳	۵۳	۳۶	۱۸	۶۹	۲۱	۵۱	۸۵	۵	۲۳
۶	۵۹	۶۷	۲۲	۵۵	۶۳	۳۸	۴۷	۲۸	۵۴	۳۵	۲۶	۷۰	۲۰	۵۲	۸۶	۴	۱۸
۷	۵۹	۵۶	۲۳	۵۵	۲۳	۳۹	۴۶	۶۳	۵۵	۳۴	۴۱	۷۱	۱۹	۵۴	۸۷	۳	۱۴
۸	۵۹	۴۰	۲۴	۵۴	۸۱	۴۰	۴۶	—	۵۶	۳۳	۵۵	۷۲	۱۸	۵۵	۸۸	۲	۹
۹	۵۹	۳۰	۲۵	۵۴	۳۸	۴۱	۴۵	۲۸	۵۷	۳۲	۶۷	۷۳	۱۷	۵۴	۸۹	۱	۵
۱۰	۵۹	۸	۲۶	۵۴	—	۴۲	۴۴	۹۵	۵۸	۳۱	۷۹	۷۴	۱۶	۵۳	۹۰	—	
۱۱	۵۸	۸۹	۲۷	۵۳	۴۴	۴۳	۴۴	۲۸	۵۹	۳۰	۹۰	۷۵	۱۵	۵۳			
۱۲	۵۸	۶۸	۲۸	۵۳	—	۴۴	۴۳	۱۶	۶۰	۳۰	—	۷۶	۱۴	۵۱			
۱۳	۵۸	۴۶	۲۹	۵۲	۴۸	۴۵	۴۲	۴۳	۶۱	۲۹	۴	۷۷	۱۳	۵۰			.
۱۴	۵۸	۲۲	۳۰	۵۱	۹۶	۴۶	۴۱	۶۸	۶۲	۲۸	۱۲	۷۸	۱۲	۴۸			
۱۵	۵۸		۳۱	۵۱	۴۳	۴۷	۴۱	—	۶۳	۲۷	۳۴	۷۹	۱۱	۴۵			
۱۶	۵۷	۶۰	۳۲	۵۰	۸۸	۴۸	۴۰	۱۵	۶۴	۲۶	۳۰	۸۰	۱۰	۴۲			

ا موقف القائس

اب قامت قائس = ط

و اصل چوب

ز علامت اولی

زو مقدار از علامت اولی تا اصل چوب = ف

ح علامت ثانیہ

حو مقدار از علامت ثانیہ تا اصل چوب = م

حه فضل ارتفاع علامت ثانیہ علی قامۃ القائس = م - ط

ط موقع العمود

او مابین موقف واصل چوب = ل

اط مابین موقف قائس وموقع العمود = ع

طد ارتفاع المرتفع = م

طك قامت قائس

دك فضل ارتفاع مرتفع علی قامت القائس

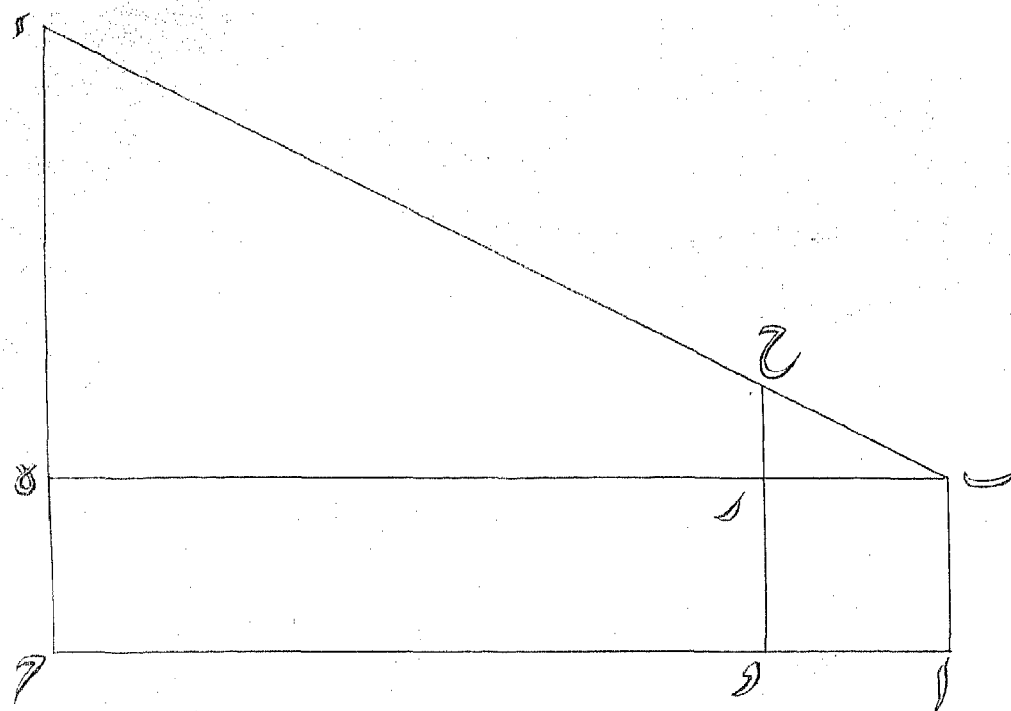
= م - ط

ارتفاع چوب علی القامة است یک مثلث متشابه مثلث اول حاصل خواهد شد که یک ضلع
آن فضل چوب علی القامة ودویم مقدار مابین چوب و نقطهٔ بصر از خط موازی خط ما بین
موقف وموقع العمود که آن مساوی مابین موقف واصل چوب است سیوم ما بین چوب
بصر از خط شعاع که تا رأس المرتفع میرود پس نسبت خط ما بین موقف واصل چوب بطرف فضل
چوب علی القامة مثل نسبت خط ما بین موقف وموقع العمود بطرف فضل ارتفاع مرتفع
علی القامة است مثلا طول قامت قائس دو ذراع است وطول چوب من موقع تقاطع شعاع النظر
سه ذراع وما بین موقف قائس وموقع العمود مرتفع ده ذراع وما بین موقف قائس واصل چوب دو ذراع
پس فضل ارتفاع چوب علی القامة را که واحد است در ده ضرب کردم وحاصل را که هم ده است
بر دو که مقدار مابین موقف قائس واصل چوب است قسمت کردم پنج خارج شد ودبرآن افزودم
که مقدار قامت قائس بود پس هفت مقدار ارتفاع مرتفع گردید وهذه صورته* (جدول ۱۴۶)
وطریق دیگر اینست که آینه بر زمین نهند بوجهی که در آن رأس المرتفع دیده شود پس مقدار
ما بین آینه وموقع العمود مرتفع را در مقدار قامت خود ضرب کنند وحاصل را بر مقدار ما بین آینه وموقف
خود قسمت سازند که خارج مقدار ارتفاع مرتفع است چرا که درینجا هم چهار مقادیر متناسبه بهم
میرسند یکی مابین موقف وآینه ودیگر ما بین آینه وموقع العمود مرتفع سیوم قامت خود چهارم
ارتفاع مرتفع ونسبت اول بطرف دویم مثل نسبت سیوم بطرف چهارم است وچهارم مجهول
پس مسطح الوسطین را برطرف اول که معلوم است قسمت می کنند که حاصل مطلوب شود ودلیل
برین اربعهٔ متناسبه اینست که هرگاه ناظر درآینه نظر می کند زاویهٔ شعاع و زاویهٔ انعکاس مساوی
می باشد پس دو مثلث متشابه حاصل میشود یکی آنکه یک ضلع او ارتفاع مرتفع وضلع دویم ما بین
آینه وموقع العمود سیوم خط انعکاس که از زاویه تا رأس المرتفع میرود ومثلث دویم آنکه یک ضلع
او قامت قائس وضلع دویم ما بین موقف وآینه وسیوم خط شعاعی بصر هردو مثلث قائم الزاویه اند
چرا که هرگاه یک زاویهٔ قائمه ودویم زاویهٔ شعاعی وانعکاس از هردو مثلث مساوی اند پس زاویهٔ
سیوم هم متساوی وهردو مثلث متشابه خواهند بود وبطریق دیگر از ظل آفتاب دریافت ارتفاع
نمایند وآنچنان است که چوبی مستقیم بر سطح زمین نصب کنند وسایهٔ آنرا مساحت نمایند پس مساحت
سایهٔ مرتفع را در مقدار ارتفاع چوب ضرب ساخته بر مقدار ظل چوب قسمت کنند چرا که

درینجا هم چهار مقادیر متناسبه بهم رسیده یکی مقدار ظل چوب دویم مقدار ارتفاع چوب سیوم مقدار ظل مرتفع چهارم مقدار ارتفاع مرتفع وچهارم مجهول است وطریق آخر وقتی که آفتاب بچهل و پنج درجه از دائرهٔ ارتفاع بالای افق برسد ظل مرتفع را مساحت کنند که مساوی ارتفاع مرتفع خواهد بود چراکه هرگاه ارتفاع شمس چهل و پنج درجه در سطح افق میشود ظل هر چیز برابر ارتفاع آن میباشد وارتفاع شمس از اسطرلاب دریافت میتوان نمود طریق آخر شظیهٔ اسطرلاب را که عبارت از رأس عضاده است بر چهل و پنج درجه ارتفاع بنهند و خود استاده شده از ثقبتین رأس المرتفع را به بینند و بعد از ان مابین موقف خود وموقع العمود مرتفع را مساحت کرده مقدار قامت خود را برآن بیفزایند که مجموع مقدار ارتفاع مطلوب است وسرّش اینست که هرگاه ارتفاع شمس چهل و پنج درجه می باشد سایهٔ هر چیز برابر برآن چیز می باشد کما مر ذکره واینجا شعاع بصر بمنزلهٔ شعاع شمس است پس مابین موقف قائس و موقع العمود مرتفع سایه برابر بر فضل ارتفاع مرتفع علی القامة است وچون مقدار قامت را برآن بیفزایند ارتفاع مرتفع حاصل شود فافهم وبیان اصطلاحات اسطرلاب وطریق عمل آن درینجا تطویل لاطایل است

این عبارت در حاشیهٔ کتاب بود

درست این است که هرگاه قامت قائس را در علامت اولی ضرب کرده برفضل مجموع قامت قائس وعلامت اولی علی علامت ثانیه قسمت سازند خارج مقدار ارتفاع مرتفع خواهد بود وشاید صاحب دستور الحساب از سهو قسمت علی العلامتین نوشته است چراکه هرگاه بموجب شکل ذیل ارتفاع مرتفع را = م و علامت اولی را ف فرض نمایم چون بسبب علامت اولی دو مثلث متشابهین حادث شدند که ضلعین مثلث اعظم یکی ارتفاع مرتفع = م دویم مابین موقف وموقع العمود که آنهم مجهول است وآن را فرض کردم = ع ودر مثلث دویم یک ضلع مقدار علامت اولی که معلوم است = ف و ضلع ثانی مابین موقف واصل چوب که آن را = ل فرض کردم درینصورت م : ع :: ف : ل بلکه م ل = ع ف بحسب اربعهٔ متناسبهٔ اولی گردید وهرگاه ناظر استاده شده رأس المرتفع را ببیند پس نسبت علامت ثانیه واتصال خط که موازی قاعده از نقطهٔ بصر بطرف ارتفاع مرتفع خارج گردد دو مثلث متشابهین حادث خواهند شد چراکه خط موازی علامت ثانیه تقاطع خواهد نمود ونسبت فضل علامت علی قامت ناظر وضلعین مثلث اعظم یکی م ـ ط ودویم موازی قاعده = ع

(ودر)

اب — هو قامة القائس مقداره ٣

حد — هو الارتفاع مقداره ح

ده — فصل ارتفاع المرتفع على القامة مقداره ه

بد — خط واصل

اح — ما بين الموقف وموقع العمود مقداره ١٠

اد — ما بين الموقف واصل چوب مقداره ٣

دح — ارتفاع چوب مقداره ٣

زح — فصل چوب على القامة مقداره ١

ا — موقف اول

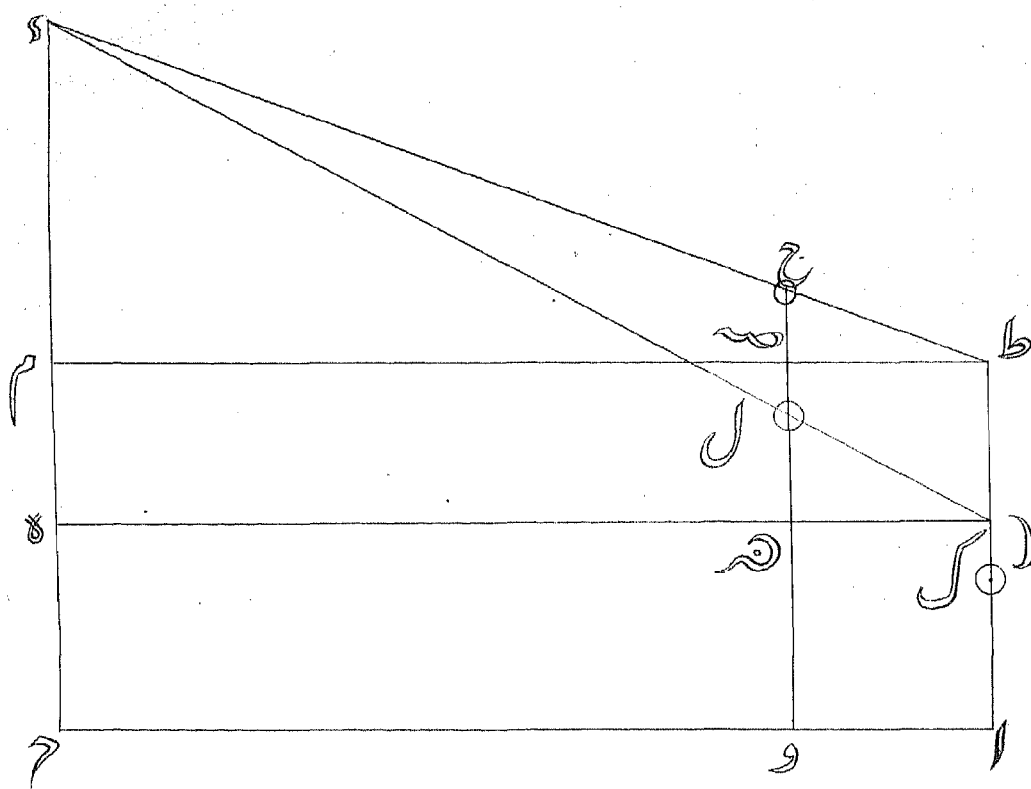
ک — موقف ثانی

اک — مقدار ما بین الموقفین = ب ط = لا م = ط

اب — مقدار قامت ناظر از موقف اول = د ہ = ح لا = ق

ک ط — مقدار قامت ناظر از موقف ثانی = ہ

او — ما بین موقف اول و اصل چوب = ل

ل — علامت اولی

ح — علامت ثانیہ

ل ہ — فضل ارتفاع علامت اولی علی قامت ناظر = قہ

ح ہ — فضل ارتفاع علامت ثانیہ علی قامت ناظر = ق

ح ص — فضل ح ہ علی ص ہ ای فضل ح ہ علی اک ای م

او — ما بین موقف اول و اصل چوب = ل

اح — ما بین موقف اول و موقع العمود = ب لا = ط م = ع

لا د — ارتفاع المرتفع الی قامت ناظر = م

ح د — ارتفاع مرتفع الاجموع قامت ناظر و ما بین الموقفین = م - ط

بیان دویم در دریافت ارتفاع مرتفعاتیکه تا مسقط الحجر آن نمیتوان رسید

وطریقش صاحب دستور الحساب چنین نوشته که شاخص چوبی مستقیم که از قامت ناظر طویل باشد بر سطح ارض قائم کنند و از وجه ارض نظر بر رأس المرتفع نمایند و چشم ناظر متصل سطح ارض باشد پس لامحاله خط شعاع بصری آن چوب را تقاطع خواهد کرد باید که بر محل تقاطع نشان کنند و باز راست استاده شده نظر بر رأس المرتفع اندازند و باز بمحل تقاطع شعاع بصری که بمرتبهٔ دویم واقع شود بر چوب نشان نمایند و مقدار قامت خود را در ارتفاع علامت اولی ضرب نموده حاصل را بر فصل ما بین العلامتین علی ارتفاع علامت اولی قسمت سازند که خارج مقدار ارتفاع مرتفع است و باید دانست که این طریق بموجب

و در مثلث اصغر یک ضلع = علامت ثانیه الا قامت ناظر = ح ـ ط و ضلع دویم = ما بین موقف و اصل چوب = ل و درینصورت م ـ ط : ع :: ح ـ ط : ل بلکه م ل ـ ط ل = ع ح ـ ع ط بحسب اربعهٔ متناسبهٔ ثانیه بلکه (ع ح + ط ل = م ل + ع ط) و هرگاه معادلهٔ اولی را که بحسب اربعهٔ متناسبهٔ اولی حاصل شده است ازین معادله ساقط کردم بدینصورت شد

ع ح + ط ل = م ل + ع ط

ع ف = م ل

ع ح + ط ل ـ ع ف = ع ط

بلکه ط ل = ع ط + ع ف ـ ع ح بلکه ط ل = (ط + ف ـ ح) × ع بلکه

ع = ط ل / (ط + ف ـ ح)

و هرگاه مقدار (ع) را در معادلهٔ اربعهٔ متناسبهٔ اولی تبدیل نمودم م ل = ط ف ل / (ط + ف ـ ح)

بلکه م = ط ف / (ط + ف ـ ح) = ارتفاع مرتفع کما فی .... (شکل ۱۴۷)

و بطریق دیگر اگر ناظر مرتبهٔ اولی استاده شده رأس المرتفع را ببیند و بر محل تقاطع چوب نشان نموده علامت اولی فرض نماید و باز بر همان موقف چیزی مثل کرسی بلند نهاده بر آن استاده شود بحیثیتیکه نقطهٔ موقف دوم موازی نقطهٔ موقف اول باشد و باز رأس المرتفع را ببیند و بر محل تقاطع چوب علامت ثانیه نهند درینصورت هم مثلثین متشابهین مثل طریق اول حادث خواهند شد مگر درینجا ط که مساوی قامت ناظر فرض کرده شده بود درینجا مساوی مقدار ارتفاع کرسی خواهد افتاد و م مساوی مقدار ارتفاع مرتفع الا قامت ناظر خواهد گردید و هرگاه (م) خواهد برآمد مقدار قامت ناظر بیفزایند که ارتفاع مرتفع حاصل شود کما فی .... (شکل ۱۴۸)

برهان و امتحان هرگز راست نمی آید الا در بعضی مرتفعات اتفاقا مطابق باشد چنانکه در مثالیکه صاحب دستور الحساب نوشته لاکن بطلان این قاعده بچند طریق ظاهر است اول اینکه از عبارت او مفهوم میشود که از مقدار علامت اولی مراد ارتفاع علامت اولی از اصل چوب است و مراد از علامت مقدار ثانی مقدار مابین العلامتین است واینهم خلاف ما تقرر قوم است دویم اینکه نسبت فصل العلامتین الی القامة مثل نسبت مقدار علامت اولی الی ارتفاع مرتفع ضروری نیست چراکه ظاهر است که اگر چوب را بفاصلهٔ قلیل قائم کنند مقدار ما بین العلامتین که مقدار علامت ثانیه است نهایت قلیل خواهد بود درینصورت ممکن است که فصل العلامتین زائد از قامت ناظر بود پس هرگاه قامت ناظر را در علامت اولی ضرب کرده بر فصل العلامتین قسمت کنند خارج کمتر از علامت اولی خواهد برآمد و هذا خلف وطریقش چنانکه صاحب خلاصة الحساب از اسطرلاب بیان نموده بدانکه مقیاس را گاهی بدوازده قسم متساوی قسمت میکنند و گاهی بهفت قسم متساوی پس ظلی را که از مقیاس اول یعنی مقسوم بدوازده قسم حاصل شود ظل اصابع گویند و آنکه از مقیاس دویم حاصل شود آنرا ظل اقدام خوانند ونیز مقیاس را گاهی بر سطح افق استاده کنند بوجهی که بجمیع جوانب مقیاس بر سطح مذکور زوایای قائمه پیدا شوند و گاهی بوجهی دارند که موازی سطح افق باشد وسر آن بطرف آفتاب بود پس ظلی را که از وضع اول مقیاس حاصل آید ظل مستوی خوانند وظلی راکه از وضع دویم حاصل شود ظل معکوس گویند ودر بعضی اسطرلاب هرچهار اقسام ظل مرسوم می باشد ودر بعضی بعضی از چهار اقسام مذکوره چون اقسام ظل دریافتی بدانکه طریق دریافت ارتفاع مرتفعیکه بموقع العمود آن نمیتوان رسید آنست که سر مرتفع را از هردو ثقبتین عضاده به بینند وملاحظه کنند که شظیهٔ تحتانی اعنی رأس العضاده که تحتانی است برکدام خط از خطوط ظل افتاده است ونشان کنند موضع قدم خود را و بگردانند شظیهٔ فوقانی را تا یک قدم یا اصبعی زیاده یا کم گردد پس اگر شظیهٔ تحتانی بر خطوط ظل معکوس افتاده بود وقدمی یا اصبعی زیاده کرده باشند خواه شظیهٔ مذکوره بر خطوط ظل مستوی افتاده بود وقدمی یا اصبعی کم گردد درینصورت پیشتر باید رفت بطرف مرتفع تا رأس المرتفع را دیگر بار از هردو ثقبتین بیینند واگر شظیهٔ مذکوره بر خطوط ظل معکوس افتاده بود وقدمی یا اصبعی کم کرده اند یا شظیهٔ مذکوره بر خط مستوی افتاده بود وقدمی یا اصبعی زیاده کرده اند درینصورت پس پشت خود باید رفت واز مرتفع دورتر باید شد تا رأس المرتفع را

بار دیگر با یدد ید و هر گاه رأس المرتفع با ردویم ببینند پس ما بین هرد و موقف خود را مساحت کنند و حاصل مساحت را در هفت ضرب سازند اگر ظل اقدام بود یا در دوازده ضرب کنند اگر ظل اصابع بود که مجموع حاصل ضرب و مقدار قامت قائس مقدار ارتفاع مرتفع است و پوشیده نماند که زیادتی قامت وقتی ضروراست که قائس استاده ببیند و اگر چشم بر زمین ملاصق کرده ببیند حاجت زیادتی قامت نیست بلکه اگر نشسته ببیند همان مقدار که چشم از زمین بلند است اضافه کردن می باید *

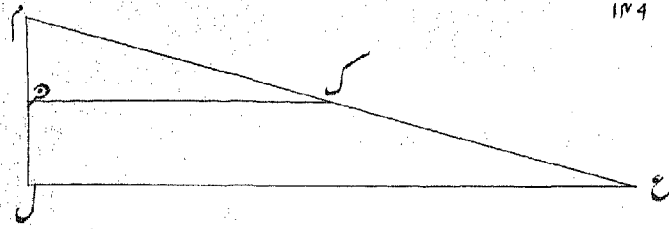
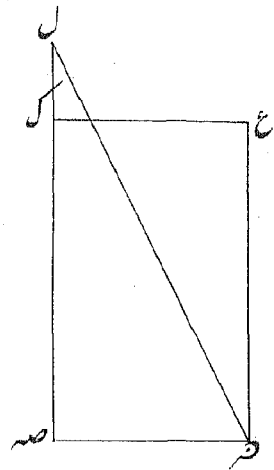
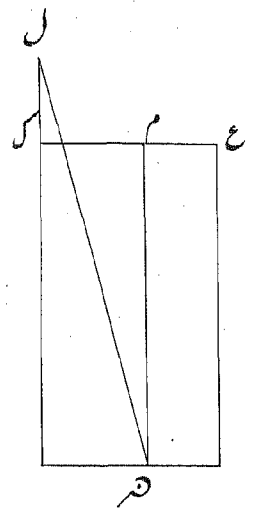
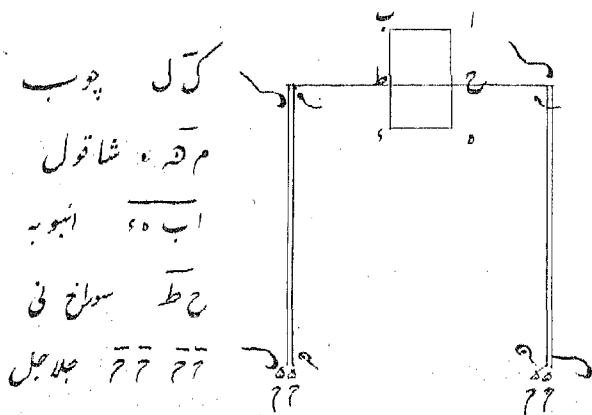
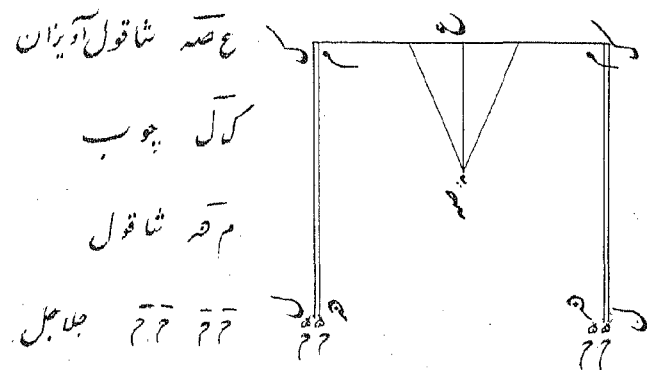
مطلب یازدهم در دانستن عروض انهار

وطریق آن آنست که چوبی مستقیم بر کنارهٔ نهر استاده کنند بحیثیتیکه زاویهٔ قائمه حادث شود و چوب دیگر از ان چوب بزاویهٔ قائمه خارج کنند بطوریکه اگر از رأس چوب اول نظر بر کنارهٔ دیگر نهر اندازند خط شعاعی بر رأس چوب ثانی بگذرد درینصورت دو مثلث متشابه قائم الزاویه حادث خواهد شد که احد الاضلاع مثلث اول مقدار چوب اول و ضلع ثانی مقدار عرض نهر و ضلع ثالث خط شعاعی بصر که از رأس چوب اول خارج شده بر کنارهٔ دیگر برسد و در مثلث دیگر یک ضلع مقدار قطعی از چوب اول و ضلع دویم مقدار چوب ثانی و ضلع سیوم مقداری از خط شعاعی بصر که از رأس چوب اول خارج شده بر رأس چوب ثانی رسیده پس نسبت چوب ثانی بطرف قطعی از چوب اول که ضلع مثلث دویم است مثل نسبت عرض نهر بطرف مقدار چوب اول خواهد بود و هرگاه مقدار چوب ثانی را در مقدار چوب اول ضرب نمایند و حاصل را بر مقدار قطعی از چوب اول که ضلع مثلث دویم است قسمت نمایند خارج مقدار عرض نهر خواهد بود و اگر ما بین اصل چوب اول و کنارهٔ نهر چیزی تفاوت باشد مقدار تفاوت را از خارج القسمة ساقط کنند که باقی مقدار عرض نهر خواهد بود و نیز اگر چوب اول را بر بلندی نصب کرده باشند مقدار ارتفاع بلندی بر مقدار چوب اول افزوده عمل ضرب و قسمت نمایند مثلا طول چوب اول پنج ذراع و مقدار چوب ثانی هفت ذراع و مقدار قطعهٔ چوب اول که عبارت از ما بین رأس چوب اول و موضع اخراج چوب ثانی است دو است پس پنج را در هفت ضرب نمودم وسی و پنج را برد و قسمت کردم خارج هفده و نصف مقدار عرض نهر باشد و اگر تفاوت ما بین اصل چوب و کنارهٔ نهر یک ونیم باشد آنرا ساقط کردم شانزده مقدار عرض نهر گردید و همچنین اگر مقدار چوب اول سه و مقدار ارتفاع بلندی که بر آن چوب اول را نصب کرده اند دو بود پس گویا مقدار چوب اول پنج شده و هذه صورته (جدول ۱۴۹)

وبطریق دیگر برکنارهٔ نهر استاده از هرد وثقبتین عضادهٔ اسطرلاب کنارهٔ دیگر را نظر کنند وبعد ازان بطرف دیگر راست یا چپ یا خلف روی خود را بهرطرفیکه زمین هموار بود بگردانند واز همان هرد وسوراخ عضاده که اسطرلاب بحال خود باشد نظر نمایند جائیکه نظر بر زمین بافتد آنرا نشان کنند وما بین موقف خود وآن نشان را مساحت کنند که مساوی عرض نهر خواهد بود ونیز بابین هرد وطریق مساحت زمینی که بسببی از اسباب پیمایش آن نمیتوان نمود دریافت توان کرد *

مطلب دوازدهم در دانستن اعماق چاها وچقرها

وطریقش آنست که اگر چاه وچقر بصورت اسطوانهٔ مستدیره خواه مخروط ناقص اسفلا واعلاء باید که برسر چاه چوبی مستقیم بنهند وچیزی ثقیل درخشنده در رسن بسته آزان چوب آویزان کنند که بطبع خود در قعر چاه رود پس بر کنارهٔ چاه استاده نظر بر آن شي درخشنده نمایند درینصورت خط شعاعي بصر البته آن چوب را تقاطع نموده بر آن شي خواهد رسید پس محل تقاطع چوب را نشان کنند درینجا نیز دو مثلث متشابه قائم الزاویه حادث میشود که در مثلث اول یک ضلع مقدار ما بین موقف ومحل آویزان شدن رسن که از آن شي ثقیل درخشنده آویزان کرده اند وآن مساوي وموازي خطی است که در سطح قعر چاه در نقطهٔ موقع شي با نقطهٔ موازي موقف باشد وضلع دیگر خطی مستقیم از بصر ناظر تا نقطهٔ موازي موقف که بر سطح قعر چاه مفروض میشود وآن مساوي مجموع عمق چاه وقامت ناظر است وموازي رسن وضلع سیوم خط شعاعي بصر که بمنزلهٔ وتر آن مثلث است ودر مثلث دویم یک ضلع مقدار ما بین موقف ونقطهٔ تقاطع خط شعاعي بصر از چوب است ودویم ضلع قامت ناظر وضلع سیوم مقدار خط شعاعي بصر تا نقطهٔ تقاطع ونسبت مقدار ما بین موقف ومحل تقاطع بطرف قامت ناظر مثل نسبت مقدار ما بین موقف ومحل آویزان شدن رسن بطرف مجموع عمق چاه وقامت ناظر است پس مقدار ما بین موقف ومحل آویزان شدن رسن را در قامت ناظر ضرب کرده بر مقدار ما بین موقف ونقطهٔ تقاطع قسمت نمایند واز خارج القسمة مقدار قامت ناظر را بکاهند که باقي عمق چاه خواهد بود هکذا (شکل ۱۵۰)

ونیز اگر چاه بصورت اسطوانهٔ مستدیره باشد حاجت بآویزان کردن شي ثقیل درخشنده نیست چراکه هرگاه بر سر چاه چوبی مستقیم نهاده وبر سر چاه بطرفی از چوب استاده شده نظر به قعر چاه نمایند بحیثیتیکه شعاع بصر بر نقطهٔ موازي طرف آخر چوب افتد ومحل تقاطع شعاع بصر وچوب را نشان کنند

شکل ۱۴۹
صفحہ ۳۰۱
ع ل عرض النہر = ۱۴½ * ل م چوب اول = ۵ * ھ ک چوب ثانی = ۲
ھ م مابین راس چوب اول وموضع اخراج چوب ثانی = ۲ * ع م خط شعاع بصر*
شکل ۱۵۰ صفحہ ۳۰۲
ع ک چوب
ک ل قامت ناظر
م ھ رسن
ل ھ خط شعاع بصر
شکل ۱۵۱ صفحہ ۳۰۲
ع ک چوب
ک ل قامت ناظر
ل ھ خط شعاع بصر
ھ ص قعر چاہ
شکل ۱۵۲ صفحہ ۳۰۳
ع ص شاقول آویزاں
ک ل چوب
م ھ شاقول
ح ح ح ح جلاجل
ک ل چوب
م ھ شاقول
اب ء ہ انبوبہ
ح ط سوراخ نی
ح ح ح ح ح ح جلاجل

و مقدار چوب را در قامت خود ضرب کرده بر مقدار مابین موقف و نقطهٔ تقاطع قسمت کنند و از خارج قسمت مقدار قامت را ساقط نمایند باقي مقدار عمق چاه خواهد بود هکذا (شکل ۱۸۱)
و نیز اگر چوب را بر سر چاه گذاشته و شي ثقیل در خشنده آویزان کرده آن شي را از هرد و سوراخ عضادهٔ اسطرلاب به بینند و محل تقاطع شعاع بصر و چوب را نشان کنند و ضرب و قسمت چنانکه مذکور شد نمایند و از خارج قسمت مقدار قامت ناظر ساقط کنند و نیز اگر ما بین محل آویزان شدن رسن و نقطهٔ تقاطع شعاع بصر را در قامت خود ضرب کرده بر ما بین موقف و نقطهٔ تقاطع قسمت نمایند خارج مقدار عمق چاه خواهد بود و باید دانست که طریق اسهل اینست که آن رسن را که از ان شي ثقیل آویزان کرده اند پیمایش نمایند که همان مقدار عمق چاه است و نیز در اعمال مذکوره آویزان کردن شي ثقیل درخشنده برای آن است که بخوبي بنظر آید و الّا درخشندگي ضرور نیست*

مطلب سیزدهم در وزن ارض

یعني دریافتن نشیب و فراز زمین برای اجرای آب مثل قنوات و کاریزکه آنرا پین گویند و بدر رو آب وغیره و آن بچند طریق است اول آنست که صفحهٔ مثلث الشکل متساوی الساقین از مس و نحو آن بسازند و بهرد و طرف و تر آن که قاعدهٔ مثلث و ضلع سیوم است دو حلقه باشد و از منصف قاعدهٔ که موقع العمود زاویه متساوی الساقین است شاقول آویزان کنند و در آن دو حلقهٔ رسني به اندازند و هر دو طرف رسنها را با دو چوب مستقیم به بندند بحیثیتیکه صفحهٔ مذکوره در وسط باشد و مي باید که در هرد و چوب هم دو شاقول آویزان باشند و دو و خواه چهار چهار جلاجل در هر چوب نصب نمایند بطوریکه هرگاه آن چوب را بزاویهٔ قائمه استاده کنند آن جلاجل موازي یک دیگر شوند و جلاجل جمع جلجل و آن صفحهٔ مدوره از مس خواه برنج باشد مثل صفحهای اسطرلاب و آن چوب را بدست دو شخص بدهند که آن هرد و چوب را راست قائم نمایند یکي بجائي که از انجا اجرای آب منظور است و دوم بطرفي که اجرای آب بآنصوب منظور باشد و راستي چوبها از شاقول و جلاجل امتحان شود یعني شاقول برابر چوب افتد چنانکه معماران راستي دیوارها را بدان امتحان مي کنند و نیز صفحهای جلاجل موازي یکدیگر شوند (شکل ۱۸۲)
باید دانست که چوب راست بزاویهٔ قائمه باشد و الا بهر طرف که مائل باشد از ان سو راست کنند و نظر کنند در شاقول که از منصف قاعدهٔ مثلث آویزان است اگر رسن

شاقول بر زاویهٔ مثلث افتد باید دانست که هرد و موضع چوب مساوي وهموار اند واگر بطرفی مائل باشد پس زمین آنطرف پست خواهد بود درینصورت باید که رسن طرف آخر را اندکی از چوب فرود آرند تاکه شاقول بر زاویهٔ مثلث برسد وهرقدر رسن را از چوب فرود خواهند آورد همان مقدار تفاوت پستي وبلندي موضعين خواهد بود وآن مقدار را جائی بنویسند وباز شخص اول را که بر موضع مجری آب استاده بود بگویند که همچنان چوب را بدست گرفته بطرفیکه اجرای آب منظور است پیشتر رود وچوب را بزاویهٔ قائمه استاده کنند وپستي وبلندي آنموضع را همچنانکه گفته شد دریافت نمایند وبنویسند وهمچنین تا جائیکه اجرای آب منظور است برسند وحساب کنند اعني پستي وبلندي هرسمت راکه جداجدا نوشته باشند جمع کرده اقل را از اکثر ساقط کنند پس اگر موضع مجری آب تا موضعیکه اجرای آب تا آنجا منظور است متساوي باشد آب بدشواري خواهد رسید واگر موضع مجری آب بلند وموضع دیگر پست باشد آب بسهولیت خواهد رسید واگر بالعکس باشد اجرای آب بدان سو محال خواهد بود وباید دانست که عادت مساحان جاري برین است که ریسمانی که درهرد وحلقهٔ مثلث مي اندارند مقدار درازي پانزده دست مي باشد وهردوچوب بمقدار پنج یا بست ونیز صفحهٔ مثلث را اگر از چوب بسازند میتواند شد الا اینکه هرقدر ثقیل خواهد بود یکجا قائم واستوار خواهد ماند وهرقدر که خفیف الوزن خواهد شد احتمال تحریک است طریق دویم اگر بخواهند بجای صفحهٔ مثلث نی در رسن آویزان کنند بحیثیتیکه در وسط طولاني آن سوراخ سازند ودر آن آب بریزند پس اگر آب از هرد وسوراخ نی جاري شود دلیل همواري ومساوات زمین موضعین چوب است واگر از یک طرف جاري شود پس طرف آخر مرتفع خواهد بود وقدر بلندي آنرا چنانکه درطریق اول مذکور شد دریابند اعني رسن را از سرچوب اندکی فرود آرند تا آب از هرد وجانب بریزد که مقدار فرود آوردن رسن از چوب مقدار بلندي زمین است *

فائده ازین دوطریق مقدار نشیب وفراز هرزمین معلوم میتواند شد طریق سیوم اگر بخواهند که آب چاه را یا آب نهر که کنارهٔ او مرتفع است قطع کرده درموضعی جاري کنند باید که عضادهٔ اسطرلاب را برخط مشرق ومغرب بنهند وچوبی که مساوي عمق چاه یا مساوي ارتفاع کنارهٔ نهر مع قامت قائس باشد بدست شخصی بدهند که بطرفیکه اجرای آب منظور است

برود وچوب را راست بزاویۀ قائمه استاده کنند پس اگر سرچوب از ثقبتین عضاده دیده شود اجرای آب بسهولیت خواهد شد والاّ دشوار یا محال خواهد بود واگر موضع مطلوب بمسافت بعیده باشد که سر چوب از ثقبتین نمیتوان دید پس بسر چوب فتیله روشن کنند ودر شب عمل نمایند اعني فتیلۀ روشن را از هردو سوراخ عضاده ببینند اگر بنظر آید آب بسهولیت میتواند رفت والاّ بدشواري وباید دانست که گاهي بُعد مسافت بسبب صغاري موجب عدم رؤیت میشود اعني بصر آنرا احساس نمیتواند کرد وگاهي صرف بُعد مسافت موجب عدم رؤیت میشود چنانکه اشیائیکه بفاصلۀ ده کروه باشند یازیاده از آن اگرچه طویل وعظیم باشند بنظر نمي آیند حتی جبالها بسبب بُعد مسافت دیده نمیشوند پس دراینجا اول مراد است نه ثاني تاغلط نیفتد چراکه دروجه ثاني یقین است که هرگاه رأس الخشبه بنظر نخواهد آمد فتیله هم بنظر نمیتواند آمد ودروجه اول في الحقیقت صرف بُعد مسافت موجب عدم رؤیت نیست بلکه یکي باریکي چشم دویم عجز بصر سیوم بُعد مسافت پس بین المسافتین فرق بسیار است فافهم طریق چهارم برای اجرای بدر رو آب درمکانات وغیره چنانکه معمول معماران است وآنها مثلثی متساوي الساقین از چوب میسازند وشاقول از زاویۀ متساوي الساقین آویزان مي کنند وهردو ساقین را برسطح زمین مي نهند پس اگر رسن شاقول برمنصف قاعده افتد زمین هموار ومساوي است والاّ اگر بطرفی مائل باشد رجل آنطرف را مرتفع میسازند ومقدار ارتفاع را محفوظ دارند وباز رجل ساق اول را پیشتر برند وهمچنین نشیب وفراز راتاجائیکه مطلوب است دریافته چنانکه درطریق اول گفته شد عمل مي نمایند طریق پنجم که صاحب خلاصة الحساب درحاشیۀ منهیه بیان نموده وآن این است که مقدار عمق چاه خواه ارتفاع کنارۀ نهر رابقامت خود قیاس کنند که چند امثال است وبموقف اول اعني کنارۀ چاه یانهر علامت گذارند وخود بطرفیکه اجرای آب منظور است بروند واسطرلاب بدستور طریق سیوم بدست باشد ورأس العلامة راببینند وازجائیکه بنظر آید درآنجا علامت ثانیه نهند وباز پیشتر روند وبدستور رأس علامت ثانیه رابه بینند وازجائیکه بنظر آید علامت ثالثه گذارند وپیشتر روند وهمچنین تاآنکه آن علامات بقدر امثال مفروضۀ قامت شود پس بدانند که درآنجا آب بسهولیت میتواند رفت *

باب ششم دراستخراج مجهولات بطریق اربعۀ متناسبه

مقدمه بدانکه هرگاه چهار مقادیر متناسبه باشند اعني نسبت اول بطرف دویم مثل نسبت سیوم بطرف چهارم بود آنرا اربعۀ متناسبه گویند واول ورابع راطرفین وثاني وثالث راوسطین خوانند وسطح

الطرفین مساوي مسطح الوسطین میشود وبالعکس پس هرگاه احدی از طرفین مجهول باشد مسطح
الوسطین را بر طرف معلوم قسمت نمایند واگر احدی از وسطین مجهول شود مسطح طرفین را
بروسط معلوم قسمت سازند که خارج مجهول خواهد بود ونیز این نحیف میگوید که اگر درصورت
اول احد الوسطین را برطرف معلوم قسمت کرده خارج راد روسط آخر ضرب نمایند ودرصورت ثاني
احد الطرفین را بروسط معلوم قسمت نموده خارج راد رطرف آخر ضرب کنند نیز حاصل مطلوب
باشد ونیز بایدد انست که چون دراربعهٔ متناسبهٔ اول نظیر ثالث وثاني نظیر رابع است پس
هرگاه احدی از اولین با آخرین مجهول باشد نظیر مجهول را مقسوم علیه ونظیر معلوم را مقسوم
قرارداده قسمت نمایند ومعلوم را برخارج قسمت باز قسمت سازند که خارج ثاني مجهول خواهد بود
مثلاً اگر گویم نسبت سي بطرف ده مثل نسبت هجده بطرف مجهول است پس ده راکه نظیر
مجهول است مقسوم علیه وسي راکه نظیر هجده معلوم است مقسوم قرارداده قسمت کردم
خارج سه شد پس هجده را بر سه قسمت نمودم خارج شش برآمد وآن مطلوب است وهمچنین
اگر هجده را مجهول فرض کنم پس سي راکه نظیرا وست مقسوم علیه قرارداده ده راکه نظیر شش
معلوم است برسي قسمت کردم خارج یک ثلث گردید شش را بریک ثلث قسمت نمودم خارج
هجده شد که مطلوب است وبایددانست که خارج قسمت اول عدد نسبت مقسوم علیه بطرف
مقسوم است درینصورت هرگاه نظیر مقسوم را برهمان خارج قسمت قسمت سازند خارج دویم بهمان
نسبت ازمقسوم ثاني خواهد برآمد فافهم وصاحب لیلاوتي طرف اول را پرمان نام نهاده ووسط اول را
پهل پرمان ووسط دویم را اچهیا وطرف آخر راپهل اچهیانام گذاشته وبدانکه این باب کثیر النفع است
واستخراج جمیع سوٴالات که درآن نسبت هندسي متحقق تواند شد ازین میشود الادر سوٴالیکه
نسبت عددي یاجذري باشد استخراج آن ازین باب دشوار است چراکه مراد از متناسبه تناسب
هندسي است ونسبت عددي مراد ازنسبت تزاید عددي است مثل سه وچهار وپنج وشش این
هرچهار عدد نسبت تزاید عددي دارند ودرینها نسبت هندسي متحقق نیست وهمچنین جذررا
بامجذور نسبت خاص است درغیرا ومتحقق نمیشود مثل نسبت دو بطرف چهار ونسبت
سه بطرف نه که این هر چهار عدد نسبت جذریت ومجذوریت دارند لاکن نسبت هندسي
درینها متحقق نیست درینصورت ضروراست که اول درسوٴال نظر کنند اگر درآن نسبت

هندسي متحقق تواند شد استخراج آن از طريق اربعهٔ متناسبه ممكن است و الّا فلا ونيز در سؤال
سائل تصرف بطوری بايد کرد که چهار متناسبه حاصل شوند تا استخراج بسهوليت شود
وطريق تصرف بانواع است علی الخصوص لحاظ نسبت ضرور که ابدال واقع شود يا ترکيب
بالفصل ويا جمع ويا تاليف وچون گاهی در سؤالهای اربعهٔ متناسبهٔ اول وثالث مضاعف خواه منقسم
بعددی يا اعداد ديگر ميشود وهمچنين ثاني ورابع و بدين سبب نسبت مؤلفه خواه منقسمه حاصل
ميگردد وآنرا صاحب دستور الحساب ستهٔ متناسبه وثمانيهٔ متناسبه وعشرهٔ متناسبه و اثنی عشر متناسبه
وغير آن نام نهاده وما طريق تصرف هر يکی را در مطلبی جداگانه بيان کنم*

مطلب اول در طريق تصرف سؤالات اربعهٔ متناسبه

بدانکه سؤالات اربعهٔ متناسبه خواه متعلق بزيادت ونقصان می باشد خواه متعلق بمعاملات
پس اگر سؤال متعلق بزيادت ونقصان باشد عددی فرض کرده در آن بحسب سؤال تصرف نمايند
وآنرا ماخذ وطرف اول نامند وآنچه بتصرف بحسب سؤال حاصل شود آنرا وسط اول گويند واخير
سؤال سائل را طرف آخر قرار دهند و وسط دويم را که مجهول است استخراج نمايند وبايد دانست که مراد
از زيادت ونقصان زيادت ونقصان علی نسبت هندسي است نه عددي تا غلط نيفتد ونيز بايد دانست
که حتی الامکان عدد مفروض را از سؤال سائل اخذ کنند چنانچه از امثله معلوم شود واگر متعلق
بمعاملات است در سؤال نظر بايد کرد که کدام نسبت از نسبتهای اربعهٔ متناسبه که در مطلب سيوم باب سيوم
مذکور گرديده ميدارد پس همان طريق اربعهٔ متناسبه درست بايد کرد واستخراج بايد نمود ونيز گاهی
در سؤالات اعداد طرفين مساوي ميشوند وگاهی اعداد وسطين متساوي می افتند درينصورت ظاهر
است که درصورت اول مسطح الطرفين مجذور عدد احد الطرفين ودرصورت ثاني مسطح الطرفين
مجذور احد الوسطين خواهد بود پس درصورت اول اگر مجهول در طرف باشد جذر مسطح الوسطين بگيرند
واگر مجهول در احد وسطين باشد جذر مسطح الطرفين بگيرند واستخراج مجهول نمايند کما سيجيء مثاله.
ونيز اگر سؤال مرکب از چند سؤال باشد اربعهٔ متناسبه آنرا مرکب سازند واگر سؤال از جمع وتفريق باشد
جمع وتفريق نمايند وعلی هذا خلاصه اينکه بهر طريقيکه تصرف در سؤال تواند شد بعمل آورده استخراج
مطلوب سازند ونيز لازم است که اگر در سؤال کسر باشد پس اعداد طرفين و وسطين را مجنس نمايند
که در ضرب وقسمت سهوليت واقع شود مثلاً کدام عدد است که او را در پنج ضرب کرده از حاصل

ثلث آنرا نقصان کرده وباقي را برده قسمت کنند وبرخارج قسمت نصف وثلث وربع عدد مجهول بیفزایند شصت وهشت گردد چون سؤال متعلق بزیادت ونقصان است وهرعدد راکه ماخذ فرض کنم میتواند شد لاکن چون سائل زیادت نصف وثلث وربع عدد مجهول میگوید لهذا مخرج مشترک آنرا ماخذ فرض کردن اولی می نماید پس دوازده راکه مخرج مشترک بود ماخذ فرض کرده بحسب سؤال تصرف نمودم وضرب ونقصان وقسمت نموده عمل تمام کردم هفتده وسط اول شد بدینطریق

مضروب	مضروب فیه	حاصل الضرب	ثلث حاصل الضرب	باقي بعد نقصان ثلث
١٢	٥	٦٠	٢٠	٤٠

خارج قسمت برده	مجموع نصف وثلث وربع دوازده	حاصل مجموع
٤	١٣	١٧

پس اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ١٢/١٧ | —/٦٨ اعني نسبت دوازده بطرف هفتده مثل نسبت عدد مجهول بطرف شصت وهشت است پس وسط دویم مجهول شد مسطح الطرفین راکه هشتصد وشانزده است برهفتده که وسط معلوم است قسمت نمودم خارج چهل وهشت گردید وآنمطلوب است مثال دیگر شخصی از شخصی پرسید که ازشب چه قدر گذشته باشد جواب داد که ثلث گذشته مساوي ربع باقي است پس مقدار شب گذشته وشب باقي چه قدر خواهد بود چون سؤال متعلق بزیادت ونقصان است وثلث وربع مساوي است لهذا گذشته را سه وباقي را چهار فرض کردم تاکه ثلث گذشته برابر ربع باقي شود ومجموع راکه هفت است ماخذ قرار دادم پس اگر مجهول شب گذشته فرض کنم وسط اول سه باشد واگر شب باقي را مجهول فرض نمایم وسط اول چهار خواهد بود ووسط دویم مقدار معین از شب است که در آن این کلام واقع شده از روي طوالت وقصریت که همیشه مختلف می باشد مثلا در آن شب که این کلام واقع شد مقدار طوالت لیل چهارده ساعت بود ومجهول شب گذشته پس اربعهٔ متناسبه بدینصورت گردید ٧/٣ | ١٤ اعني نسبت هفت بطرف سه مثل نسبت چهارده بطرف مقدار شب گذشته است چون احدالطرفین مجهول شد مسطح الوسطین راکه چهل ودو است برهفت قسمت نمودم خارج شش برآمد وآن مقدار ساعت شب گذشته است مثال دیگر جنسي في روپیه بست وسه آثار مي ارزد دوصد روپیه را چه قدر باشد چون متعلق بمعاملات است واربعهٔ متناسبه آن ظاهر است بدینصورت ١/٢٣ | ٢٠٠ اعني نسبت واحد بطرف بست وسه مثل نسبت دوصد بطرف مجهول است پس مسطح الوسطین را بطرف معلوم قسمت کردم خارج قسمت (٤٦٠٠) آثار شد آنرا برچهل که مقدار من است قسمت کردم یکصد وپانزده من شد مثال دیگر في روپیه سه آنه یازده ونیم آثار برنج مي ارزد

پس پنجاه وچهار من وبست وپنج ونیم آثار راچه قیمت باشد چون درسؤال کسرواقع است اعنی
سه آنه درقیمت ونصف آثار درجنس لهذا همجنس کردم اربعهٔ متناسبه شدبدینصورت آنه ۱۹/۲۳ نصف آثار | ۴۳۷۱ نصف آثار
واحدالوسطین مجهول است پس مسطح الطرفین را بروسط معلوم قسمت نمودم وخارج
قسمت راکه مقدار قسمت ازجنس آنه بود برشانزده قسمت کردم دوصد وبست وپنج روپیه ده آنه
ونوزده جزء ازبست وسه جزء آنه گردید مثال دیگر درتبدیل کردن صرف یک قسم روپیه که ناقص است
ازروپیهٔ دیگرقسم که اعلی است مثلاً فی صد پنج روپیه است پس اگر پانصد روپیه ازقسم ناقص باشد
چه قدر ازقسم اعلی خواهد شد چون درین سؤال درپانصد روپیه گویا اصل صرف مجتمع است وسائل
تفریق آن می خواهد درینصورت ضرورشد که ترکیب النسبة نمایند واربعهٔ متناسبه بدینصورت سازند
۱۰۵/۱۰۰ | ۵۰۰ چون احدالطرفین مجهول است پس مسطح الوسطین رابرطرف معلوم قسمت کنند
خارج چهارصد وهفتاد وشش صحیح وبست جزء ازیکصد وپنج جزء میشود وآن سه آنه وکسری است
بقاعدهٔ تحویل کسور مثال دیگرسه شخص شریک شده بقیمت یکصد وبست روپیه جنسی خریدکردند
بدین تفریق که یکی بست روپیه داد ودویم چهل روپیه وسیوم شصت روپیه وآن جنس رابچهارصد
روپیه فروختند پس درچهارصد روپیه حصهٔ هریک چه باشد چون مقصود سؤال ازجمع وتفریق
حصهٔ هریک است درینصورت برای هریک حصهٔ یکیک اربعهٔ متناسبه نمودم برای اول بدینصورت شد
۱۲۰/۲۰ | ۴۰۰ چون احدالطرفین مجهول است مسطح الوسطین راکه هشت هزاراست برطرف معلوم
قسمت نمودم خارج شصت وشش صحیح ودوثلث روپیه شد وآن ازروی تحویل کسرده آنه
ودوثلث آنه است وبرای دویم بدینصورت ۱۲۰/۴۰ | ۴۰۰ یکصد وسی وسه روپیه پنج آنه یک ثلث
آنه است خارج گردید وبرای سیوم بدینصورت ۱۲۰/۶۰ | ۴۰۰ دوصد روپیه خارج شد مثال دیگرشخصی
صد درم داشت وجنسی خریدکرد وفروخت بنفعی معین وبازازمجموع زراصل ونفع بازهمان
جنس خریدکرد وبهمان نسبت نفع فروخت یکصد وبست ویک روپیه جمع شد پس مقدار
نفع اول ونفع دویم چه باشد جواب چون سوال ازجمع وتفریق است ودراربعهٔ متناسبه وسطین
متساوی میشوند بدینصورت ۱۰۰/سوداول | سوداول/۱۲۱ چون مجهول که سوداول است شامل وسطین واقع است
لهذا جذرمسطح الطرفین گرفتم یکصد وده برآمد وآن مجموع نفع اول ویکصد است پس یکصد را
نقصان نمودم ده روپیه نفع اول شد ویازده روپیه نفع ثانی گردید مثال دیگرسه قسم طلا است که

صح

ده ماشه از یک قسم عیار او شش است وچهار ماشه از قسم دیگر عیار او هفت وهفت ماشه از قسم سیوم عیار او نه است ومجموع را مخلوط ساختم پس عیار مجموع چه باشد چون سؤال هذا مشتمل بر تفصیل وترکیب است لهذا اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۲۱ | ۱۰ و ۴ و ۷ / ۶ و ۷ و ۹ اعني نسبت بست ویک که مجموع اوزان است بالتفصیل بطرف شش وهفت ونه که عیار هر سه قسم است مثل نسبت ده وچهار وهفت که اوزان اقسام طلا است بالترکیب بطرف مجهول خواهد بود واحد الطرفین مجهول است پس مسطح الوسطین را بالتفصیل وترکیب گرفتم اعني ده را در شش ضرب کردم شصت شد وهفت را در چهار ضرب نمودم بست وهشت گردید وهفت را در نه ضرب ساختم شصت وسه شد وهمه را جمع نمودم یکصد وپنجاه ویک مسطح الوسطین بالتفصیل والترکیب شد آنرا بر بست ویک قسمت نمودم خارج هفت صحیح وچهار جزء از بست ویک جزء گردید وآن عیار مجموع است وهمچنین اگر بعد گداختن چیزي در وزن کم شد مثلاً در مثال مذکور اگر بگویند بعد گداختن شانزده ماشه باقیماند پس اربعهٔ متناسبه بدینصورت گردید ۱۶ | ۱۰ و ۴ و ۷ / ۶ و ۷ و ۹ پس مسطح الوسطین را که یکصد وپنجاه ویک بود بر شانزده قسمت کنند که خارج نه صحیح وهفت شانزدهم عیار باقي خواهد بود وعلی هذا اگر عیار مجموع خواه باقي بعد گداختن معلوم باشد ووزن مجموع خواه وزن باقي را مجهول کنند نیز بهمین صورت استخراج میتوانند کرد اعني مسطح الوسطین را بر مقدار عیار قسمت سازند ونیز اگر در اقسام ریزهای طلا عیار یک ریزه مجهول باشد وعیار مجموع معلوم پس از مسطح الطرفین اعني مسطح مقدار عیار در مجموع اوزان مسطح الوسطین معلوم را ساقط کرده باقي را بر احد الوسطین که مجهول العیار است قسمت سازند مثلاً در مثال مذکور اگر گویند که در ریزهاي اقسام طلا هفت ماشه را عیار معلوم نیست ومجموع اوزان بست ویک است وعیار مجموع هفت صحیح وچهار بست ویکم است پس از مسطح الطرفین که یک صد وپنجاه ویک میشود مسطح الوسطین معلوم را که حاصل الضرب ده در شش وچهار در هفت است ساقط نمودم باقي شصت وسه ماند آنرا بر هفت که مجهول العیار است قسمت نمودم خارج نه گردید وآن مطلوب است ونیز اگر وزن یک قسم طلا مجهول باشد درینصورت وزن مجموع هم مجهول خواهد بود مثلاً در مثال مذکور اگر گویند یک قسم ده ماشه که عیار او شش است وقسم دویم چهار ماشه که عیار او هفت است ومقدار قسم سیوم مجهول است مگر عیار او نه است وعیار

مجموع هفت صحیح وچهار بست ویکم است وبخواهم مقدار وزن مجهول بدانم پس اربعهٔ متناسبه
کردم بدینصورت ۶ و ۷ و ۹ | ۱۴ | ۱۰ و ۱۴ ، ۷ ۴ ۲۱ وازمسطح الطرفین که یکصد صحیح وچهارده بست ویکم است
مسطح الوسطین معلوم را ساقط نمودم اعني مسطح ده در شش و مسطح چهار در هفت راکه
مجموع هشتاد وهشت است ساقط کردم باقي (۱۲) صحیح و چهارده بست ویکم ماند و چون
در اربعهٔ متناسبه مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین میشود و درینجا بسبب مجهول بودن
وزن یک قسم طلا فضل مسطح الطرفین بر مسطح الوسطین گردید و این فضل بسبب عیار طلا
مجهول الوزن است واگر طرف اخیر را در مجهول ضرب کرده و مقدار باقي را بر آن افزوده شود
مساوي مسطح مجهول در عیارش خواهد بود پس ظاهر است که این مقدار باقي مساوي مسطح
فضل عیار مجهول علی العیار الخارج که طرف اخیر است در مجهول است لهذا مقدار باقي
مذکور را بر فضل عیار مجهول علی العیار الخارج که یک صحیح و هفده بست و یکم است قسمت
نمودم خارج هفت شد که مجهول بود واگر گویم مقدار وزن قسم دویم مجهول است اعني ده
و هفت معلوم است پس اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت ۶ و ۹ و ۷ | ۱۷ | ۱۰ و ۷ ، ۷ ۴ ۲۱ ومسطح الطرفین یکصد
وبست ودو صحیح وپنج بست ویکم ومسطح الوسطین معلوم یکصد وبست وسه است و درینصورت
مسطح الوسطین معلوم را فضل بر مسطح الطرفین حاصل آمد پس فضل مسطح الوسطین را که
شانزده بست و یکم است بر فضل عیار خارج علی العیار المجهول که چهار بست و یکم است
قسمت نمودم خارج چهار شد وآن مطلوب است مثال دیگر چهار قسم از طلا است که عیار یکی
ازان چهار است وعیار قسم دویم شش وعیار قسم سیوم هشت وعیار قسم چهارم ده ومیخواهم
که طلای عیار نه حاصل کنم پس قدر ازین هر یک چه باشد چون درین سؤال ظاهر است که اگر
بموجب طریق استخراج مقدار یک قسم مجهول که مقدار اقسام آن معلوم باشد چنانچه بالا مذکور شده
از جملهٔ چهار اقسام مقدار سه اقسام را هر چه بخواهند فرض نمایند ومقدار چهارم مجهول سازند وبهمان
طریق استخراج کنند میتوانند شد چرا که آخر تعدیل هر قسم از یک قسم حاصل میشود مثلاً درین سؤال
مقدار قسم اول را ده وقسم ثاني را پنج وقسم ثالث را نه فرض کردم ومقدار چهارم را مجهول و اربعهٔ متناسبه
کردم بدینصورت ۴ و ۶ و ۸ و ۱۰ | ۲۱۴ | ۱۰ و ۵ و ۹ ، ۹ پس از مسطح الطرفین که دوصد وشانزده است مسطح الوسطین
معلوم بالتفصیل ساقط کردم هفتاد و چهار ماند آنرا بر فضل عیار مجهول علی العیار المطلوب

که واحد است قسمت کردم خارج هفتاد وچهار مقدار وزن مجهول شد پس اگر از قسم اول ده ودویم پنج وسیوم نه وچهارم هفتاد وچهار بگیرند عیار مجموع نه خواهد بود وعلی هذا در جمیع اجناس که مختلف الاقسام باشند ومخلوط شوند قیمت ووزن مجموع از قیمت ووزن هریک اجناس حاصل میشود وهمچنین استخراج درجات ادویه از حار وبارد ویابس ورطب که اگرچند ادویه مختلف درجات را مجتمع سازند درکدام درجهٔ حار یا بارد ویابس ورطب خواهد بود ازین طریقها سهل میتوانند شد مثال دیگر شخصی مقداری شراب از قسم اعلی که بقیمت هشت روپیه في رطل تیار شده بود بامقداری از قسم ادنی که بقیمت سه روپیه في رطل تیار کرده بود آمیخته وبقیمت نه روپیه في رطل فروخت وانتفاع بحساب في صد سه روپیه حاصل آمد پس چه قدر از قسم اعلی وچه قدر از قسم ادنی آمیخته بود چون درین سؤال ظاهر است که چون قیمت قسم اعلی هشت روپیه وقیمت قسم ادنی سه روپیه است وقیمت فروخت نه روپیه پس در قسم اعلی انتفاع یک روپیه ودر قسم ادنی انتفاع شش روپیه میشود دربنصورت نسبت مجموع هشت مقدار قسم اعلی وسه مقدار قسم ادنی بطرف یک مقدار قسم اعلی وشش مقدار قسم ادنی که از روي انتفاع میشود مثل نسبت صد بطرف سي است بحسب السؤال پس اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت

۸ مقدار اول و ۳ مقدار ثاني	۱۰۰
۱ مقدار اول و ٦ مقدار ثاني	۳۰

وچون مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین میشود ومسطح الطرفین (۲۴۰) مقدار اول و (۹۰) مقدار ثاني ومسطح الوسطین (۱۰۰) مقدار اول و (٦۰۰) مقدار ثاني است وهرگاه متداخلین را ساقط کردم (۱۴۰) مقدار اول مساوي (۵۱۰) مقدار ثاني شد ولازم آمد که پانصد وده عدد وزن مقدار اول ویکصد وچهل عدد وزن مقدار ثاني باشد واگر رجوع باقل صحیح کرده شود (۵۱) رطل مقدار قسم اول و (۱۴) رطل مقدار قسم ثاني میشود فافهم مثال دیگر دو مثلث متساوي الساقین ومتشابهین اند اعني ساق یکی بطرف قاعدهٔ او مثل نسبت ساق دیگری بطرف قاعدهٔ اوست وقاعدهٔ یکی دوازده وقاعدهٔ دیگری هشت وفضل بین ساق هردو شانزده است اعني ساق مثلث اعظم بقدر شانزده ذراع از ساق مثلث اصغر زیاده است پس میخواهم مقدار ساق هردو مثلث بدانم اربعهٔ متناسبهٔ اول نوشتم بدینصورت

ساق مثلث اعظم	ساق مثلث اصغر
قاعدهٔ مثلث اعظم	قاعدهٔ مثلث اصغر

وآنرا ابدال نسبت بموجب مسئلهٔ رابعهٔ مطلب سیوم باب سیوم نمودم اربعهٔ متناسبه دیگر شد

بدینصورت

ساق مثلث اعظم	قاعدهٔ مثلث اعظم
ساق مثلث اصغر	قاعدهٔ مثلث اصغر

وباز آنرا بموجب مسئلهٔ سادس مطلب مذکور فضل النسبة گرفتم اربعهٔ متناسبهٔ دیگر شد بدینصورت

١٦	١٤
٨	

وچون احد الوسطین مجهول است مسطح الطرفین را بر وسط معلوم قسمت نمودم خارج سی و دو شد که مقدار ساق مثلث اصغر است وهرگاه شانزده برآن افزودم مقدار ساق مثلث اعظم چهل وهشت گردید *

مطلب ثانی در طریق تصرف ستهٔ متناسبه

بدانکه در اربعهٔ متناسبه اگر اول وثالث خواه ثانی ورابع مضاعف یا منقسم بعددی دیگر شود ودر سؤال صرف عدد اضعاف مذکور کنند بدینصورت

١٠٠ اول	٥٠٠ ثالث
١ عدد اضعاف اول	٧ عدد اضعاف ثالث
٤ ثانی	١٤٠ رابع

پس درینجا نسبت مؤلفه خواه منقسمه حاصل میگردد وبیان نسبت مؤلفه ومنقسمه در مسئلهٔ اثنی عشر مطلب سیوم باب سیوم گذشت واین قسم اربعهٔ متناسبه را صاحب دستور الحساب ستهٔ متناسبه نام نهاده وحال آنکه آن هر شش با هم متناسب نیستند بلکه فی الحقیقة اربعهٔ متناسبه علی نسبة مؤلفه خواه منقسمه است پس طریق عمل این است که هریکی از طرفین ووسطین را در عدد اضعاف آنها ضرب کرده طرفین ووسطین سازند واربعهٔ متناسبه درست کنند وچون در سؤال عدد اضعاف اول وثالث خواه عدد اضعاف ثانی ورابع مذکور خواهد شد ونیز ممکن است که خواه احدی از طرفین خواه وسطین مجهول واقع شود وخواه احدی از اعداد اضعاف آنها درینصورت سؤالهای ستهٔ متناسبه منحصر بدوازده قسم میشود ونیز چون در اربعهٔ متناسبه مسطح الطرفین مساوی مسطح الوسطین است درینصورت اگر احدی از طرفین خواه وسطین مجهول باشند وعدد اضعاف مجهول معلوم باشد پس عدد اضعاف طرف مجهول را در طرف معلوم خواه عدد اضعاف وسط مجهول را در وسط معلوم ضرب نموده طرف ووسط قرار دهند واگر عدد اضعاف احدی از طرفین خواه وسطین مجهول باشد وطرفین ووسطین معلوم پس طرفین خواه وسطین معلومین را با هم ضرب کرده طرف ووسط مقرر نمایند واربعهٔ متناسبه نموده استخراج کنند چنانکه از امثله واضح میشود مثال اگر فی صد سه روپیه درماه سود قرار داد است پس بست وپنج روپیه را برای شش ماه چقدر خواهد بود اول ستهٔ متناسبه نوشتم بدینصورت

١٠٠	٢٥
١	٦
٣	

بعد ازان اول را در عدد اضعاف او ضرب کردم یکصد شد وثالث را در عدد اضعاف او ضرب نمودم یکصد

وپنجاه شد اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۱۰۰/۳ | ۱۵۰ چون احد الطرفین مجهول است مسطح الوسطین
را بطرف معلوم قسمت ساختم خارج چهار صحیح و یک نصف شد و همچنین اگر طرف اول
مجهول باشد ستهٔ متناسبه بدینصورت نوشتم ۱/۳ | ۲۵/۶ ۴/۱/۲ پس عدد اضعاف اول را در رابع
ضرب کرده یک طرف قرار دادم اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت ۳ | ۱۵۰/۴ ۱/۲
و مسطح الوسطین را بر طرف معلوم قسمت نمودم و اگر ثالث مجهول باشد ستهٔ متناسبهٔ او
بدینصورت خواهد شد ۱۰۰/۱/۳ | ۶/۴ ۱/۲ چون وسط مجهول است عدد اضعاف وسط مجهول را در وسط
معلوم ضرب نموده یک وسط قرار دادم و اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت ۱۰۰/۱۸ | ۴ ۱/۲ و مسطح الطرفین را
بر وسط معلوم قسمت نمودم و اگر عدد اضعاف ثالث مجهول فرض کنم ستهٔ متناسبه بدینصورت
باشد ۱۰۰/۱/۲ | ۲۵/۴ ۱/۲ چون عدد اضعاف ثالث تعلق بوسط دارد و آن مجهول است لهذا وسطین معلومین را
باهم ضرب کرده یک وسط قرار دادم اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت ۱۰۰/۷۵ | ۴ ۱/۲ مسطح الطرفین را
بر وسط معلوم قسمت کردم مثال دیگر شخصی بشانزده درم سه صد انبه خرید کرد و دیگری بیک درم
سی انار گرفت خواستند که باهم مبادله کنند پس بعوض ده انبه چند انار مبادله شود چون درین مثال
مقدار قیمت مختلف است لهذا اربعهٔ متناسبهٔ صحیح نمی تواند شد پس ضرورةً مقدار قیمت هر دو جنس را
مساوی کردم اعنی انار هم شانزده درم را فرض نمودم خواه انبه را بیک درم فرض کنم و بهمان نسبت
عدد آنها را هم زائد و ناقص کردم چون ستهٔ متناسبهٔ اول بدینصورت بود درم ۱۶/۳۰۰/۱۰ | ۱/۳۰ هرگاه قیمت هر دو را
مساوی کردم بدینصورت شد درم ۱۶/۳۰۰/۱۰ | ۱۶/۴۸۰ پس اگر بخواهم بموجب قاعدهٔ که بالا مذکور شد اربعهٔ متناسبه
سازم خواه هر دو خانهٔ متساویین را ساقط کنم و اربعهٔ متناسبه نمایم پس در طریق اول بدینصورت
خواهد شد ۴۸۰۰/۱۰ | ۷۶۸۰ و طریق ثانی بدینصورت ۳۰۰/۱۰ | ۴۸۰ مسطح الوسطین را بر طرف معلوم
قسمت کردم خارج شانزده شد مثال دیگر شخصی فی صد چهار روپیه در ماه سود مقرر نموده است
و هزار روپیه بعد از ده ماه ادا کرد پس منجملهٔ آن اصل چقدر و سود چقدر باشد چون سؤال از جمع
و تفریق تعلق دارد که ترکیب النسبة است لاکن مقدار عدد اضعاف طرف اول مساوی عدد
اضعاف طرف ثالث نیست لهذا هر دو را مساوی فرض نموده ستهٔ متناسبه کردم بدینصورت
۱۴۰/۱۰/۱۴۰ | ۱۰۰۰/۱۰ چرا که هرگاه سود صد روپیه برای ده ماه حساب کردم چهل شد و مجموع یکصد و
چهل گردید پس نسبت بالترکیب صحیح شد اعنی نسبت یکصد و چهل برای ده ماه بطرف چهل

مثل نسبت یکهزار برای ده ماه بطرف مجهول است وچون درینجا هم حد اوسط را اگر ساقط کنم باقي اربعهٔ متناسبه می ماند واگر بطریق اول استخراج نمایم نیز میتواند شد پس اربعهٔ متناسبه بدوصورت شد اول ۱۴۰ ۱۴۰ | ۱۰۰۰ دوم ۱۱۲۰۰ ۱۴۰ | ۱۰۰۰۰ مسطح الوسطین رابرطرف معلوم قسمت کردم خارج دوصد و هشتاد وپنج صحیح وپنج سبع مقدار سود گردید وباقي اصل ماند مثال دیگر سه شخص باهم شده مبلغ نود وچهار روپیه ازشخصی مهاجن قرض گرفتند واول سودفي صد پنجروپیه قرارداد ودویم سه روپیه وسیوم چهار روپیه بعدازان شخص اول بعدازهفت ماه زراصل حصهٔ خود مع سود ادانمود وثاني بعدازده ماه وثالث بعدازپنج ماه وهریک راسود برابردین شد پس حصهٔ هریک درنود وچهار روپیه چقدر بود چون درین سؤال قرارداد سود مختلف است ودرآخرتساوي واقع شده ونیزایام میعاد هریک مختلف است لهذا اول ماخذ فرض کردن ضرورشدتااربعهٔ متناسبه صحیح شود اول برای اول یکصد راماخذ قرارداده وسود او رابرای هفت ماه استخراج نمودم سي وپنج برآمد پس برای ثاني استخراج کردم که سي وپنجروپیه سود ده ماه برای چقدر روپیه خواهدشد بدینصورت ستهٔ متناسبه شد ۱ ۱۰۰ ۳ | ۱۰ ۳۵ واربعهٔ متناسبهٔ آن بدینصورت ۱۰۰ ۳۰ | ۳۵ ومسطح الطرفین رابروسط معلوم قسمت نمودم خارج یکصد وشانزده صحیح ودوثلث شد وبرای ثالث همبرین طریق نمودم ستهٔ متناسبه ۱ ۱۰۰ ۴ | ۵ ۳۵ اربعهٔ متناسبه ۱۰۰ ۲۰ | ۳۵ خارج یکصد وهفتاد وپنج شدومجموع هرسه سه صد ونودویک صحیح ودوثلث شد پس حالا اگربخواهم که مقدار سود استخراج کنم اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۳۹۱ ۲/۳ ۳۵ | ۹۴ مسطح الوسطین رابرطرف معلوم قسمت کردم خارج هشت روپیه شش آنه هشت گنده شد واگربخواهم مقداراصل هریک بدانم پس برای هریک اربعهٔ متناسبه کردم برای اول بدینصورت شد ۳۹۱ ۲/۳ ۱۰۰ | ۹۴ وبرای ثاني بدینصورت ۳۹۱ ۲/۳ ۱۱۶ ۲/۳ | ۹۴ وبرای ثالث بدینصورت ۳۹۱ ۲/۳ ۱۷۵ | ۹۴ مسطح الوسطین هریک رابرطرف معلوم قسمت نمودم خارج برای اول بست وچهار شد وبرای ثاني بست وهشت وبرای ثالث چهل ودو ومجموع هرسه نود وچهار است فافهم *

مطلب سیوم در ثمانیهٔ متناسبه وعشرهٔ متناسبه واثنی عشرهٔ متناسبه

بدانکه درثمانیهٔ متناسبه وغیره اعداداضعاف الاضعاف اول وثالث خواه ثاني ورابع مذکورمیشود چنانکه درستهٔ متناسبه بود وآنراصاحب دستورالحساب باین نامها موسوم کرده وگرنه فی الحقیقة

همان اربعۀ متناسبه است وطریق آنها مثل طریق ستۀ متناسبه بعمل می آید چنانکه ازمثال فهم شود انشاء الله تعالی مثال ثمانیۀ متناسبه چادری است که طول او هشت ذراع وعرض اوسه ذراع وهشت عدد ازان بصد روپیه می ارزد واگر چادری دیگر ازهمان قسم پارچه که طول اوسه ونیم ذراع وعرض نیم ذراع باشد آنرا بچند میتوان گرفت اول ثمانیۀ متناسبه نوشتم بدینصــــــــــــــــــــــــــــــــــورت

طرف اول ۸	۷/۲ وسط دویم
عدد اضعاف ۳	۱/۲ عدد اضعاف
عدد اضعاف ۸	۱ عدد اضعاف
وسط اول ۱۰۰	طرف آخر

چون احدالطرفین مجهول است لهذا بضرب طرف اول ووسط دویم دراعداد اضعاف اربعۀ متناسبه بدینصورت شد ۱۹۲/۱۰۰ | ۷/۲ مسطح الوسطین راکه یکصد وهفتاد وپنج است بریکصدونود ودو قسمت کردم اعني منسوب ساختم وهمچنین اگر اعداد اضعاف مجهول باشد بطریقیکه درستۀ متناسبه گفته شد اربعۀ متناسبه نموده استخراج میتوان کرد مثال عشرۀ متناسبه چوبی است که طول اوشانزده ذراع وعرض اوسه ربع ذراع وارتفاع اونیم ذراع وسي عدد به پنجاه درم می ارزد پس چوبی دیگراز همان قسم که طول اوده ذراع وعرض اونیم ذراع وارتفاع ربع ذراع باشد بست عدد ازان بچند توان خرید عشرۀ متناسبه نوشتم بدینصــــــــــــــــــــــــــــــــورت

۱۶	۱۰
۳/۴	۱/۳
۱/۲	۱۴ ۱
۳۰	۲۰
۵۰	

چون احدالوسطین مجهول است طرف اول رادراعداد اضعاف اوضرب نمودم ووسط دویم رادراعداد اضعاف او واربعۀ متناسبه بدینصــــــــــــورت شد ۱۸۰/۵۰ | ۲۵ ومسطح الوسطین راکه (۱۲۵۰) است برطرف معلوم که (۱۸۰) است قسمت نمودم خارج شش صحیح وهفده جزء ازهجده جزء گردید مثال اثنی عشرۀ متناسبه اگرازان هردوقسم چوب که درمثال عشرۀ متناسبه گذشت چوب اول رااز دوکروه مسافت آوردیم واجرت آن دودرم دادیم وچوب دیگراز دوازده کروه می آرم پس اجرت اوچقدرخواهد بود اثنی عشرۀ متناسبه نوشتم بدینصورت

طول ۱۶	۱۰
عرض ۳/۴	۱/۲
ارتفاع ۱/۲	۱/۴
عدد ۱	۱
کروه ۲	۱۲
اجرت ۲	

چون احدالطرفین مجهول است طرف اول رادراعداداضعاف اوووسط دویم رادراعداد اضعاف او ضرب نمودم واربعۀ متناسبه ساختم بدینصورت ۱۲/۲ | ۱۵ مسطح الوسطین راکه سي است برطرف معلوم که دوازده است قسمت نمودم خارج دوصحیح ویک نصف شد *

فائده بدانکه صاحب لیلاوتی اربعۂ متناسبه رانیری راشک وستۂ متناسبه راپنچ راشک وثمانیۂ متناسبه را سپت راشک وعشرۂ متناسبه رانو راشک واثنی عشر متناسبه را کادس راشک نام نهاده است ودر هریکی از آنها هرخانه که مجهول واقع شود عدد خانۂ مقابل او را درخانۂ مجهول نقل می کنند واعداد محاذی هریک سمت را باهم ضرب مینمایند وحاصل الضرب اعداد سمت مجهول را برحاصل الضرب اعداد قسمت میسازند وفی الحقیقة این طریق سهل است مثلاً در اربعۂ متناسبۂ هذا

۶۸	۱۷
	۱۲

بدینصورت نوشتم

۶۸	۱۷
	۱۲

وشصت وهشت را در دوازده ضرب نموده برهفده قسمت کردم ودر ستۂ متناسبۂ هذا

۵۰۰	۱۰۰
۷	۱
	۴

بدینصورت نگاشتم

۵۰۰	۱۰۰
۷	۱
۴	

وپانصد را در هفت ضرب کرده حاصل را در چهار ضرب نمودم وبریکصد قسمت ساختم وهمچنین در ثمانیۂ متناسبه وغیرآن ودر مبادلۂ جنسین صرف اعداد خانۂ قسمت را اگر مختلفین باشند باهم تبدیل میسازند فقط *

فائده بدانکه نسبت متناسبه در سه اعداد وخواه چهار اعداد بلکه زیاده از آن علی الولاء میباشد چنانکه در مسئلۂ ثامن وعاشر مطلب سیوم باب سیوم مذکور شده اعني در اعداد ثلثۂ متناسبه نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثاني بطرف ثالث می باشد ودر حقیقت آنهم اربعۂ متناسبه است که وسط تکرار یافته وچون خاصه اش یکی آنست که مسطح الطرفین مساوي مربع وسط میشود پس اگر وسط مجهول باشد جذر مسطح الطرفین بگیرند واگر احد الطرفین مجهول باشد مربع وسط را برطرف معلوم قسمت کنند وهمچنین در جمیع اعداد متناسبه علی الولاء که عدد آنها فرد بود مثلاً خمسۂ متناسبه وسبعۂ متناسبه مسطح الطرفین اولین مساوي مربع وسط می باشد وهمچنین مسطح طرفین ثانیین اعني درخمسۂ متناسبه مسطح اول في خامس ومسطح ثاني في رابع هردو متساوي ومساوي مربع ثالث میباشد ودر سبعۂ متناسبۂ مسطح اول في سابع ومسطح ثاني في سادس ومسطح ثالث في خامس هرسه متساوي ومساوي مربع رابع می باشد پس درین اعداد هرکه مجهول باشد یکی یا دو درخمسۂ متناسبه وزیاده از آن درزیاده از آن هم بطریق اربعۂ متناسبه وثلثۂ متناسبه استخراج میتوان نمود وهمچنین درچهار اعداد متناسبه علی الولاء چون خاصه اینست که مسطح مربع اول في الرابع مساوي مکعب ثاني میشود ومسطح اول في مربع رابع مساوي مکعب ثالث است پس اگر از آن چهار یا دو مجهول باشد از طریق استخراج ثلثۂ متناسبه واربعۂ متناسبه وخواه از روي خاصه اش استخراج میتوان نمود

وهمچنین اگر سلسلهٔ متناسبه خواه ثمانیهٔ متناسبه علی الولاء باشد وازان یکی خواه دو خواه سه وخواه زیاده ازان در زیاده ازان مجهول بود ازطریق استخراج ثلثهٔ متناسبه واربعهٔ متناسبه استخراج میتواند شد فافهم مثال ثالثهٔ متناسبه شخصی بمبلغ ده هزار روپیه جنسی خرید کرد وبانتفاع معین فروخت بعده باز جنس مذکور بهمان مبلغ که مع اصل وانتفاع بود خرید کرده بهمان انتفاع فروخت مرتبهٔ دویم مع اصل وانتفاع دوازده هزار ویک صد بدست آمد پس مقدار انتفاع اول چه باشد چون درینجا وسط مجهول است مسطح طرفین گرفتیم ۱۲۱۰۰۰۰۰۰ شد جذرش گرفتیم یازده هزار برآمد وآن مقدار مجموع اصل وانتفاع اول است واگر گویند که مرتبهٔ ثالث باز جنس مذکور را ازمجموع بقدر انتفاع که مرتبهٔ دوم بود خرید کرده بهمان نرخ فروخت ومجموع انتفاع مرتبهٔ سیوم ۱۳۳۱۰) است ومقدار مجموع اصل وانتفاع مرتبهٔ اول ومرتبهٔ دوم معلوم نیست چون این اربعهٔ متناسبه علی الولاء است پس مربع اول را که رأس المال اعنی ده هزار است در رابع که مجموع اصل وانتفاع مرتبهٔ ثالث اعنی ۱۳۳۱۰) است ضرب نمودیم حاصل ۱۳۳۱۰۰۰۰۰۰۰۰ گردید وضلع کعب آن گرفتیم ۱۱۰۰۰ برآمد وآنمقدار مجموع اصل وانتفاع اول است واگر مربع رابع را که ۱۷۷۱۶۱۰۰) است در اول که ده هزار است ضرب نمایم حاصل ۱۷۷۱۶۱۰۰۰۰۰۰ مقدار مکعب ثالث باشد وهرگاه کعب آن برآرم مقدار مجموع اصل وانتفاع مرتبهٔ ثانی که عدد ثالث است برآمد وآن ۱۲۱۰۰) است وهمچنین در خمسهٔ متناسبه وغیر آن *

باب هفتم در استخراج مجهولات بطریق عکس
وتحلیل وآنرا تعکس وتعکیس وتعاکس نیز خوانند

وطریقش آنست که عکس سؤال سائل نمایند اعنی از اخیر سؤال شروع عمل کنند واگر سائل تضعیف کرده تنصیف سازند خواه بالعکس واگر ضرب نموده قسمت کنند خواه بالعکس واگر مجذور ساخته جذر بگیرند خواه بالعکس واگر زائد نموده نقصان نمایند خواه بالعکس تا اینکه مجهول خارج شود وگاهی برای این عمل فرض ماخذ ضرور میشود پس لازم است که هرعددی که بحسب سؤال لیاقت ماخذیت داشته باشد آنرا ماخذ فرض نمایند وعمل کنند وگاهی تعکس بتبدیل عددین واقع میشود وگاهی بضرب مختلفین وگاهی بتبدیل فصل عددین وگاهی بتبدیل ضرب مختلفین وعلی هذا انواع تصرف آن بسیار است خلاصه اینکه محاسب بحسب

سؤال هر تصرفیکه مناسب داند سیوای قواعد معینهٔ اربعهٔ متناسبه وخطائین وجبر ومقابله بعمل آرد بشرطیکه آن تصرف از روي برهان صحیح باشد پس بایددانست که عمل بالعکس در جمیع سؤالات جاري نمیتواند شد الا در سؤالهائیکه متعلق بزیادت ونقصان وضرب وقسمت است مثال کدام عدد است که اگر برآن دو ثلث آن عدد وبست افزود کرده شود سه مثل آن عدد گردد چون درین سؤال ظاهر است که دو ثلث عدد وبست مساوي ضعف عدد میشود پس یک ثلث وده مساوي آن عدد است وده مقدار دو ثلث عدد است پس مقدار عدد پانزده شد مثال دیگر کدام عدد است که اگر برآن پنج مثل او زیاده کرده شود مجموع مساوي حاصل الضرب آن عدد در دو ثلث آن عدد شود چون درین سؤال ظاهر است که شش مثل عدد اعني حاصل الضرب عدد مجهول در شش مساوي حاصل الضرب آن عدد در دو ثلث آن عدد است پس شش مقدار دو ثلث آن عدد شد ونه عدد مجهول است مثال دیگر کدام عدد است که اگر از ان نصف ساقط کنند واز باقي ثلث باقي وازان ربع باقي وازان خمس باقي وازان سدس باقي بیندازند هشت باقیماند چون سائل در آخر بعد اسقاط سدس هشت باقي اظهار میکند پس معلوم شد که هشت باقي مساوي پنج سدس است لهذا هشت خمس بر هشت افزودم نه صحیح وسه خمس شد وبرآن ربع آن افزودم چراکه بعد اسقاط خمس هرچه باقیمانده است چهار خمس است مجموع دوازده صحیح گردید وبرآن ثلث او افزودم چراکه بعد اسقاط ربع مانده است وبرآن نصف زیاده کردم که بعد اسقاط ثلث باقیمانده بود بست وچهار گردید وآنرا ضعف گردانیدم چراکه نصف ساقط شده بود چهل وهشت مقدار عدد مجهول برآمد مثال دیگر شخصي تجارت کرد ودر مرتبهٔ اول انتفاع بقدر اصل ویک روپیه شد ومرتبهٔ ثاني که از مجموع اصل وانتفاع تجارت نمود وانتفاع مرتبهٔ دویم بقدر اصل دویم ودو روپیه گردید وهمچنین در مرتبهٔ سیوم انتفاع بقدر اصل سیوم وسه روپیه شد ومال اوده مثل مال اول گردید پس مال اول چه باشد چون ازین سؤال ظاهر است که مال او هر مرتبه تضعیف گردید ودر مرتبهٔ سیوم هشت مثل مال اول شد وزیادتي عددٔ روپیه هر مرتبه مع تضعیفات جمع نمودم یازده شد چراکه مرتبهٔ اول یک روپیه بود پس از تضعیفات آن در مرتبهٔ سیوم چهار روپیه شد وچون در مرتبهٔ دویم دو روپیه بود وتضعیف آن در مرتبهٔ سیوم چهار گردید ومرتبهٔ سیوم سه روپیه بود آن همه راکه جمع نمودم یازده شد درینصورت ظاهر شد

که یازده مقدار ضعف مال اول است آنرا تنصیف نمودم پنج روپیه و نصف مقدار مال اول برآمد مثال دیگر دو شخص گرد کوه دور گشت کردند یکی ازان روز اول یک فرسخ قطع نمود و روز دویم دو فرسخ و روز سیوم سه فرسخ و همچنین هر روز تزآید واحد واحد قطع مسافت میکرد و دویمی هر روز پانزده فرسخ قطع نمود و هر دو در ایام مساوي دوره را تمام کردند پس مقدار ایام سیر آنها و مقدار دورهٔ کوه چه باشد جواب چون ظاهر است که سیر شخص اول بروز پانزدهم مساوي سیر شخص دویم شد و بعدازان هر روز زیادتي کرد و نیز ظاهر است که هر قدر سیر شخص اول تا چهارده روز کم شده بود در چهارده روز دیگر از روي زیادتي مساوي خواهد شد پس مقدار ایام سیر بست و نه باشد که مجموع پانزده و چهارده است و هرگاه از روي جمع اعداد متوالي تا بست و نهم جمع کردم چهارصد و سي و پنج فرسخ مقدار دورهٔ کوه برآمد فافهم مثال دیگر زید و عمرو و بکر باهم بودند زید از عمرو و بکر گفت که ثلث مال من مع نصف مال شما هر دو مساوي یکصد و چهل و چهار است و عمرو با زید و بکر گفت که خمس مال من مع ربع مال شما مساوي شصت و شش است و بکر با زید و عمرو گفت که سبع مال من مع سدس مال شما مساوي چهل و هفت است پس اگر خواهم مقدار مال هریک بدانم اول بحسب سؤال نوشتم

	زید	عمرو	بکر
	مال $\frac{1}{3}$	مال $\frac{1}{2}$	مال $\frac{1}{2}$
	مساوي ۱۴۴		

	زید	عمرو	بکر
	مال $\frac{1}{4}$	مال $\frac{1}{5}$	مال $\frac{1}{4}$
	مساوي ۶۶		

	زید	عمرو	بکر
	مال $\frac{1}{6}$	مال $\frac{1}{6}$	مال $\frac{1}{7}$
	مساوي ۴۷		

و هر سه صورت را کامل کردم اعني مال هریکی را صحیح نمودم پس

در صورت اولی

زید	عمرو	بکر
مال ۲	مال ۳	مال ۳
مساوي ۸۶۴		

و در صورت ثانیه

زید	عمرو	بکر
مال ۵	مال ۴	مال ۵
مساوي ۱۳۲۰		

و در صورت ثالثه

زید	عمرو	بکر
مال ۷	مال ۷	مال ۶
مساوي ۱۹۷۴ شد		

بعد ازان از مجموع صورتین اولیین که

زید	عمرو	بکر
مال ۷	مال ۷	مال ۸
مساوي ۲۱۸۴ است		

صورت ثالثه را ساقط کردم باقي دو مال بکر مساوی ۲۱۰ شد پس مال بکر یکصد و پنج شد و بعد ازان مقدار مال بکر از هر سه صورت اولیین ساقط نمودم

در صورت اولی			و در صورت ثانیه	
زید	عمرو		زید	عمرو
مال ۲	مال ۳		مال ۵	مال ۴
مساوي ۶۴۹			مساوي ۷۹۵	

گردید پس اول را از ثاني ساقط کردم باقي

زید	عمرو
مال ۳	مال ۱

مساوي ۲۴۶ شد

پس یک مال زید مساوی ۸۲ الا $\frac{۱}{۳}$ مال عمرو گشت بعد ازان بحسب سؤال بموجب گفتهٔ زید درست کردم چون مال زید ثلث بود و مال عمرو و بکر نصف پس بدینصورت شد مال زید ۲۷ و $\frac{۱}{۳}$ الا مال عمرو $\frac{۱}{۹}$ و مال عمرو $\frac{۱}{۲}$ و بکر ۵۲$\frac{۱}{۲}$ که مجموع آن مال عمرو $\frac{۷}{۱۸}$ و ۷۹ و $\frac{۵}{۶}$ است مساوي ۱۴۴ شد متداخلین را ساقط نمودم $\frac{۷}{۱۸}$ مال عمرو مساوي شصت و چهار صحیح و یک سدس شد درینصورت مال عمرو یکصد و شصت و پنج برآمد و بعد ازان باز بحسب سؤال بموجب گفتهٔ زید عمل کردم مال زید $\frac{۱}{۳}$ عمرو ۸۲$\frac{۱}{۲}$ بکر ۵۲$\frac{۱}{۲}$ که مجموع $\frac{۱}{۳}$ مال زید و یکصد و سي و پنج مقابل و مساوي یکصد و چهل و چهار شد متداخلین را ساقط نمودم پس ثلث مال زید مساوي نه عدد شد آنرا در سه ضرب نمودم مال زید بست و هفت خارج شد پس مال زید ۲۷ و مال عمرو ۱۶۵ و مال بکر ۱۰۵) است و هو المطلوب و نیز بطریق دیگر استخراج کردم هرگاه کامل ساختم

بدینصـــــــــــــــــــــورت شد

	زید	عمر	بکر	مساوی
صورت اول	۲	۳	۳	۸۶۴
صورت دویم	۵	۴	۵	۱۳۲۰
صورت سیوم	۷	۷	۶	۱۹۷۴
	۱۴	۱۴	۱۴	۴۱۵۸

وچهارده امثال هریک مساوي ۴۱۵۸ گردید پس اعداد را برآن قسمت نمودم خارج دوصد و نود
و هفت شد و مساوي مجموع یکیک امثال مال هرسه است پس هرگاه آنرا در سه ضرب کردم
حاصل الضرب که هشتصد ونود و یک است مساوي سه امثال مال هرسه گردید و ازان صورت
اولی را که مجموع دو مثل مال زید و سه مثل مال عمرو و سه مثل مال بکراست ساقط نمودم بست
و هفت ماند وآن مساوي مال زید برآمد و همچنین اگر مجموع یک یک امثال مال هرسه را در پنج
ضرب نمودم ۱۴۸۵ شد وازان صورت دویم را ساقط کردم باقي یکصد و شصت و پنج مساوي مال
عمرو گردید و هرگاه آنرا در هفت ضرب کردم از حاصل الضرب که (۲۰۷۹) است صورت ثالثه را
ساقط نمودم باقي یکصد و پنج مساوي مال بکر شد فافهم * مثال دیگر سه شخص باهم بودند و یک سگ
همراه بود شبي نان پخته هرسه بخواب رفتند و بعد ازان یکی از خواب بیدار شد و نانها را
سه حصه مساوي نمود یکی فاضل آمد بسگ داد و یک حصه خود خورد و باقي را برای دیگر یاران
گذاشت و بخواب رفت بعد ازان دیگری بیدار شد و نانهای باقي را سه حصه مساوي نمود
یکی فاضل برآمد بسگ داد و یک حصه خود خورده خواب نمود بعد ازان سیومي برخاست و نان
باقي را سه حصه مساوي نمود یکی فاضل برآمد بسگ داد و یک حصه خود خورده پا دراز کشید
هرگاه وقت صبح هرسه برخاستند دیدند که نان موجوداست باز هرسه آنرا سه حصه مساوي نمودند
یکی فاضل آمد بسگ دادند و هریک یکیک حصه خوردند پس میخواهم که عدد نان را بدانم
که چند بود چون ازین سؤال ظاهراست که هر مرتبه عدد نان بعد اسقاط واحد برسه قسمت می پذیرد
و نیز ضروراست که سیوای مرتبهٔ اولی هرمرتبه عدد نان باقي زوج باشد چراکه هرمرتبه دو حصه
باقي میماند لهذا از روي سؤال عدد مرتبهٔ اخیر را چهار فرض کردم که عدد زوج است و بعد اسقاط

واحد بر سه قسمت می پذیرد بعده نصف آنرا مع الواحد که بسگ داده بودند افزودم هفت شد چون این عدد زوج نبود لهذا تضعیف نموده و برآن افزودم تاکه بصفت مذکوره عدد حاصل شود در مرتبهٔ دویم شانزده برآمد باز نصف آنرا مع الواحد برآن افزودم بست و پنج شد آنهم عدد فرد بود لهذا آنرا هم تضعیف نمودم و دو افزودم پنجاه و دو در مرتبهٔ سیوم حاصل گردید و برآن نصف او مع الواحد افزودم هفتاد و نه گردید چون مافوق آن دیگر مرتبه نبود لهذا دانستم که همین عدد نان است * مثال دیگر زید با عمرو و بکر گفت که دو ثلث مال من مع نصف مال شما ۱۸۳) است و عمرو با زید و بکر گفت که سه خمس مال من مع ربع مال شما ۱۱۱) است و بکر با زید و عمرو گفت که چهار سبع مال من مع سدس مال شما ۸۷) است پس مال هریک چه باشد

اول بحسب سؤال نوشتم

زید	عمرو	بکر	مقابلهٔ عدد
$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	۱۸۳ =
$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۳}{۵}$	$\frac{۱}{۴}$	۱۱۱ =
$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۴}{۷}$	۷۷ =

بعد ازان هر سه را کامل نمودم هکذا

زید	عمرو	بکر	مقابلهٔ عدد
۴	۳	۳	۱۰۹۸ =
۵	۱۲	۵	۲۲۲۰ =
۷	۷	۲۴	۳۶۵۴ =

و بعد ازان برای هریک از زید و عمرو و بکر مال واحد واحد فرض کردم و مقابله نمودم بدینصورت شد

زید	عمرو	بکر	مقابله
۱	۱	۱	۳۶۶) الا $\frac{۱}{۳}$ زید

بعد ازان این را در پنج ضرب نموده از صورت کاملهٔ دویم ساقط نمودم بدینصورت

زید	عمرو	بکر	مقابلهٔ عدد
۵	۱۲	۵	۲۲۲۰ =
۵	۵	۵	۱۸۳۰ = الا $\frac{۵}{۳}$ زید
*	۷	*	۳۹۰ = و $\frac{۵}{۳}$ زید

پس باقی ماند هفت مال عمرو مساوی ۳۹۰ عدد و $\frac{۵}{۳}$ زید و بعد ازان باز هر واحد مال هر یک را در هفت ضرب کرده از صورت کاملۂ سیوم ساقط کردم بدینصورت

زید	عمرو	بکر	مقابلۂ عدد
۷	۷	۲۴	= ۳۶۵۴
۷	۷	۷	= ۱۲۵۶۲ الا $\frac{۷}{۳}$ زید
*	*	۱۷	= ۱۰۹۲ و $\frac{۷}{۳}$ زید

پس باقیماند هفده مال بکر مساوی ۱۰۹۲ عدد و هفت ثلث مال زید چون دیدم که اگر مال واحد عمرو و بکر را متعین سازم کسر زیاده می افتد لهذا برای هر دو مخرج مشترک گرفتم اعنی یکصد و نوزده که بر هفت و بر هفده هم قسمت می پذیرد پس آنرا در مقابلۂ کاملۂ اولی ضرب نمودم حاصل شد بدینصورت

زید	وعمرو	وبکر	مقابله
۴۷۶	۳۵۷	۳۵۷	۱۳۰۶۶۲

وچون هفت مال عمرو مساوی ۳۹۰ عدد و $\frac{۵}{۳}$ زیداست پس سه صد و پنجاه و هفت مال عمرو را استخراج نمودم که مساوی ۱۹۸۹۰ عدد و ۸۵ مال زید شد و همچنین مال بکر مساوی ۲۲۹۳۲ عدد و ۴۹ مال زید گردید پس مجموع مالها را مقابله نمودم ۶۱۰ مال زید و ۴۲۸۲۲ مساوی ۱۳۰۶۶۲ گردید ومتداخلین را اسقاط نمودم ۶۱۰ مال زید مساوی ۸۷۸۴۰ برآمد عدد را بر عدد مال زید قسمت نمودم خارج یکصد و چهل و چهار شد که آن مقدار مال زیداست و هرگاه مقدار مال زید معلوم شد پس مال عمرو بر آوردم نود مقدار مال عمرو و همچنین هشتاد و چهار مقدار مال بکر خارج شد فافهم * مثال دیگر شخصی جنسی خرید کرد بحساب فی عدد ده روپیه و فروخت بحساب فی عدد دوازده روپیه و انتفاع بقدر چهار جذر رأس المال شد پس رأس المال چه باشد چون محصل سؤال هذا این است که کدام مجذور است که چهار امثال جذرا و مساوی خمس او باشد چهار را در پنج ضرب نمودم بست شد پس بست امثال جذر مساوی مجذور گردید درینصورت مجذور بست که چهار صداست همان رأس المال است * مثال دیگر شخصی پنج شتر بار کرد و بر یکی بار گران شد بار آنرا کم کرده بر دیگران بقدر مثل بار آنها افزود اعنی بار آنها را ضعف کرد پس بر دویمی بار گران آمد آنرا نیز کم کرده بهمان طریق بار دیگران را تضعیف نمود پس بر سیوم هم بار گران گردید آنرا هم کم کرده دیگران را تضعیف نمود و همچنین بر چهارم و پنجم گران شد و هر بار تضعیفات

بعمل آمد وبمرتبهٔ آخری بار همه مساوي شد پس مقدار بار هریک اول چقدر بود واز روی مساوات چقدر باشد چون از ین سؤال معلوم شد که هریک چهار مرتبه تضعیفات یافته وچون اول یک مثل افزود گردید لهذا عدد شتر راکه پنج است در واحد ضرب نمودم حاصل همان پنج شد و بعد ازان آنرا چهار مرتبه تضعیف نمودم اعني پنج را در مضلعات اثنین که مخرج نصف است تا منزل چهارم ضرب کردم بدینصورت ۵ و ۱۰ و ۲۰ و ۴۰ و ۸۰ وبعد ازان برهریک مالکعب واحد راکه منزل پنجم است افزودم که یک مثل است درینصورت گویا واحد هم درهر مرتبه نفس خود ضرب یافته پس حاصل عدد بارشتران که اول بود گردید ۶ و ۱۱ و ۲۱ و ۴۱ و ۸۱ وبعد ازان بحسب سؤال سائل عمل نمودم مرتبهٔ اولی بدینصورت ۱۲ و ۲۲ و ۴۲ و ۸۲ و ۲ وبازمرتبهٔ دویم همچنان کردم ۲۴ و ۴۴ و ۸۴ و ۴ و ۴ وهمچنین مرتبهٔ سیوم بعمل آوردم ۴۸ و ۸۸ و ۸ و ۸ و ۸ وهمچنین مرتبهٔ چهارم عمل ساختم ۹۶ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۶ ومرتبهٔ پنجم عمل نمودم ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ مال همه مساوي گردید وازین قاعده مستنبط شد که عدد مضلع مجموع مضاف ومضاف الیه که منزل او بقدر عدد شتر باشد عدد مساوات است اعني چون زیادتي یک مثل بیان نموده پس یک مضاف ولفظ مثل که هم بمنزلهٔ واحد است مضاف الیه واقع شد ومجموع آن دو است درینصورت عدد مضلع پنجم دو که منزل مالکعب است سي ودو میشود وآن عدد مساوات است وهمچنین اگر گویند که هر بار هفت مثل افزود کرده چون درینجا هفت مضاف ولفظ مثل مضاف الیه است ومجموع آن هشت میشود ومضلع پنجم آن (۳۲۷۶۸) است وآن عدد مساوات بار شترها ست وبراي مقدار بار اول هریک پنج را در مضاف که هفت است ضرب کرده باز در مضاف الیه که هم واحد است ضرب ساخته حاصل راکه سي وپنج شد در مضلعات هشت تا منزل چهارم ضرب نمودم بدینصورت شد ۳۵ و ۲۸۰ و ۲۲۴۰ و ۱۷۹۲۰ و ۱۴۳۳۶۰ وچون مالکعب واحد هم واحد است پس واحد برهریکی افزودم بدینصورت باراول شترها شد ۳۶ و ۲۸۱ و ۲۲۴۱ و ۱۷۹۲۱ و ۱۴۳۳۶۱ واگر گویند که یک نصف مثل هریک افزودم چون الحال یک نصف مضاف ویک مثل مضاف الیه است ومجموع سه نصف میشود ومضلع پنجم آن دوصد وچهل وسه سي ودویم که هفت صحیح ونوزده سي ودویم است عدد مساوات بارگردید وهرگاه یک نصف را درعدد شتر ضرب نموده درعدد مضاف الیه که واحد است ضرب نمودم دو صحیح ویک نصف شد

آنرا در مضلعات سه نصف تا منزل چهارم ضرب ساختم و ما لکعب واحد که هم واحد است بر هریک
افزودم بدینصورت شد ۳ و ۴ و ۶ و ۹ و ۱۳
۱ ۳ ۵ ۷ ۲۱
۲ ۴ ۸ ۱۶ ۳۲
مقدار حمل اول است فافهم *

مثال دیگر کدام دو عدد داند که چون از مجموع مجذور آن هردو واحد ساقط کنند باقي مجذور عددي بود و صاحب دستور الحساب از ليلاوتي براي اين چند طريق بيان نموده اول اينکه عددي فرض کنند و مجذور آنرا در هشت ضرب نموده يکي از ان نقصان سازند اگر نقصان تواند شد والا تفاضل واحد بر آن عدد بگيرند و نصف باقي خواه تفاضل را بر همان عدد قسمت سازند خارج قسمت عدد اول از عددين مطلوبين باشد و باز مجذور خارج را تنصيف نموده واحد بر و بيفزايند مجموع عدد دويم مطلوب بود مثلا اول ½ فرض کردم و مربع آن ربع است آنرا در هشت ضرب نمودم دو صحيح شد واحد از ان ساقط نمودم واحد باقيماند نصف آنرا بر نصف قسمت نمودم واحد خارج شد و اين عدد اول است و باز چون مربع واحد هم واحد است لهذا بر نصف آن واحد افزودم يک و نيم شد و اين عدد ثاني است و امتحانش صحيح ميشود بايد دانست که اين قاعده محض غلط است معلوم نيست که چه طور اين قاعده در ليلاوتي مرقوم گرديده چرا که سواي در عدد نصف که در مثال مذکور شد در ديگر اعداد جاري نيست مثلا اگر اول عدد چهار فرض کنم و مربع آن که شانزده است در هشت ضرب نمايم يکصد و بست و هشت ميشود و واحد از ان کم کرده نصف باقي را که شصت و سه صحيح و يک نصف است بر چهار قسمت کنم خارج پانزده صحيح و هفت ثمن باشد و آن عدد اول است و هرگاه مربع آنرا که دو صد و سي و هشت صحيح و پنجاه و هفت شصت و چهارم ميشود تنصيف نموده واحد بيفزايم يک صد و بست صحيح و بست و هشت و نيم شصت و چهارم ميشود و اين عدد دويم و حالانکه امتحانش غلط ميشود *

قاعدهٔ دويم عددي فرض کنند و مجذور المجذور آنرا در هشت ضرب نموده واحد بيفزايند که عدد اول باشد و مکعب عدد اول را در هشت ضرب سازند عدد دويم شود مثلا اول دو فرض کردم و مجذور المجذور آنرا که شانزده است در هشت ضرب کرده واحد افزودم يک صد و بست و نه عدد اول شد و باز مکعب دو را که هشت است در هشت ضرب نمودم شصت و چهار عدد دويم گرديد و اين قاعده صحيح است و در امتحان درست مي آيد *

قاعدهٔ ديگر از انجا که در ميان مربعين متواليين تفاضل فرد واقع ميشود بحيثيتيکه از ان واحد کم کرده

تنصیف نمایند جذر مربع اول حاصل میشود پس هر مربعی که زوج باشد جذر آنرا عدد اول فرض کنند واز مربع آن عدد دو ساقط کرده تنصیف سازند که عدد دویم باشد واین قاعده را نحیف استنباط کرده *

قاعدهٔ دیگر اگر عددی را فرض کرده تضعیف کنند و واحد را برآن عدد قسمت سازند وخارج را با عدد مفروض جمع کرده عدد اول به اندازند وواحد را عدد دویم فرض کنند هم مطلوب حاصل شود *

باب هشتم در استخراج مجهولات بقاعدهٔ خطائین

باید دانست که مآل خطائین درحقیقت اربعهٔ متناسبه است وبهمین سبب سؤالاتیکه از اربعهٔ متناسبه بر نمی آیند از خطائین نیز بر نمی توانند آمد وبسبب غرابت ظاهری عقلاء این فن قاعدهٔ هذا را علی حده مقرر کرده اند وکسانیکه برهان وحقیقت این قاعده را نمیدانند تعجب می کنند بلکه بعضی از معجزات یکی از انبیاء نقل میسازند چنانکه صاحب دستور الحساب میگوید که این معجزهٔ یکی از انبیاء علیهم السلام است وطریقش یکی اینست که اول عددی فرض نمایند هرچه خواهند ودران بحسب سؤال سائل تصرف کنند از زیادت ونقصان وضرب وقسمت وغیرآن چنانکه در اربعهٔ متناسبه مأخذ فرض کرده تصرف می کنند پس اگر اخیر تصرف مطابق سؤال سائل باشد فهو المطلوب والا تفاضل بینهما بگیرند وخطاء اول نام نهند وباز عدد دویم فرض سازند هرچه خواهند ودرآن هم بحسب سؤال تصرف کنند اگر مطابق سوال افتد فهو المطلوب والا تفاضل بینهما بگیرند وخطاء ثانی نام گذارند وخطاء ثانی را در مفروض اول و خطاء اول را در مفروض ثانی ضرب نموده هردو حاصل ضرب را محفوظین خوانند پس اگر هردو خطاء زائدین یا ناقصین باشند فضل بین المحفوظین را بر فضل بین الخطائین قسمت کنند واگر هردو خطاء مختلفین باشند مجموع محفوظین را بر مجموع خطائین قسمت نمایند که خارج مطلوب است *

طریق دویم فضل بین المفروضین را درصورتیکه خطائین زائدین یا ناقصین باشند در اقل الخطائین ضرب ساخته وحاصل را بر فضل بین الخطائین قسمت نموده خارج را از اقل المفروضین نقصان نمایند اگر خطائین زائدین باشند وبر اکثر المفروضین بیفزایند اگر خطائین ناقصین بوند ودرصورتیکه خطائین مختلفین باشند فضل بین المفروضین را در احد الخطائین ضرب کرده وحاصل را بر مجموع خطائین قسمت نموده خارج را بر مفروض خطاء مضروب بیفزایند اگر

خطاء ناقص باشد واز مفروض بکاهند اگر خطاء زائد باشد که مطلوب حاصل گردد * طریق سیوم
فضل بین المفروضین را درصورتیکه خطائین زائدین یا ناقصین باشند در مجموع خطائین ضرب
نموده بر فضل بین الخطائین قسمت سازند واگر مختلفین باشند در فضل بین الخطائین ضرب ساخته
بر مجموع خطائین قسمت کنند وخارج را بر فضل بین المفروضین افزوده نصف مجموع را از اکثر
المفروضین ساقط کنند اگر خطاء زائد اعظم باشد و بر اقل المفروضین بیفزایند اگر خطاء ناقص اعظم بود
خواه فضل بین الخارج و بین المفروضین را تنصیف ساخته از مفروضیکه خطاء او اقل و زائد
باشد نقصان سازند خواه بر مفروضیکه خطاء او اقل و ناقص بود بیفزایند که مطلوب حاصل شود *
طریق چهارم فضل بین المفروضین را در ما اعطاه السائل ضرب ساخته بر فضل بین الخطائین
قسمت نمایند اگر خطائین زائدین یا ناقصین باشند و بر مجموع خطائین قسمت کنند اگر مختلفین
بوند که مطلوب برآید و باید دانست که در سؤالیکه زیادت وکمی عددی نخواهد بود این قاعده
درست خواهد افتاد واگر کمی و زیادت عددی خواهد بود ازین قاعده استخراج نخواهد شد چراکه
در آنجا نسبت هندسی نمی ماند و برهان قاعده اینست که منشاء خطاء یا زیادت مفروض
علی المطلوب است یا نقصان مفروض از مطلوب پس درصورتیکه خطاء زائد است مفروض
هم زائد خواهد بود واگر خطاء ناقص است مفروض هم ناقص خواهد بود وهرگاه در مفروضین
تصرف مناسب سؤال بعمل آمده پس نسبت زیادت مفروض اول علی المطلوب یا نقصان
آن از مطلوب بطرف زیادت یا نقصان مفروض ثانی مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثانی
خواهد بود پس اگر خطائین زائدین اند نسبت زیادت مفروض اول که بر مطلوب است بطرف
زیادت مفروض ثانی بر مطلوب مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثانی است وهرگاه بموجب
مسئلهٔ سادسهٔ مطلب سیوم باب سیوم فضل النسبة گرفته شود نسبت فضل ما بین هردو زیادت
مفروضین که فی الحقیقة فضل المفروضین است بطرف زیادت اقل المفروضین مثل نسبت
فضل بین الخطائین بطرف اقل الخطائین خواهد بود ودرین اربعهٔ متناسبه ثانی مجهول است
وهمچنین اگر خطائین ناقصین باشند نسبت نقصان مفروض اول از مطلوب بطرف نقصان
مفروض ثانی من المطلوب مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثانی خواهد بود واز روی
فضل النسبة نسبت فضل ما بین هردو نقصان مفروضین که فی الحقیقة فضل المفروضین است

بطرف نقصان اکثر المفروضين مثل نسبت فضل الخطائين بطرف اقل الخطائين خواهد بود
ودرين اربعهٔ متناسبه هم ثاني مجهول است واگر خطائين مختلفين اند نسبت زيادت مفروض
زائد بطرف نقصان مفروض ناقص مثل نسبت خطاء زائد بطرف خطاء ناقص است وهرگاه بموجب
مسئلهٔ خامسه مطلب مذکور ترکيب النسبة کرده شود نسبت مجموع زيادت ونقصان مفروضين
که في الحقيقة فضل المفروضين است بطرف زيادت يا نقصان مثل نسبت مجموع الخطائين
بطرف احد الخطائين زائد يا ناقص خواهد بود اعني نسبت فضل المفروضين بطرف زيادت مثل نسبت
مجموع الخطائين بطرف خطاء زائد ونسبت فضل المفروضين بطرف نقصان مثل نسبت مجموع
الخطائين بطرف خطاء ناقص است چون اين هرسه اربعهٔ متناسبه زائدين وناقصين ومختلفين
معلوم شد ومسطح الطرفين مساوي مسطح الوسطين است استنباط قاعدهٔ ويم گرديد پس حالا ميگويم
که درصورت اولى اعني درخطائين زائدين احد المحفوظين که مسطح اکثر الخطائين في اقل
المفروضين است عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائين في المطلوب والزيادة ومسطح
فضل الخطائين في المطلوب والزيادة ومحفوظ آخر که مسطح اقل الخطائين في اکثر المفروضين
است عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائين في المطلوب وفي الزيادة المذکورة وفي فضل
المفروضين وهرگاه دانسته شد که مسطح اقل الخطائين في فضل المفروضين مساوي مسطح فضل
الخطائين في زيادت مذکوره است درينصورت بعد اسقاط متداخلين باقي مسطح فضل الخطائين
في المطلوب ماند وآن فضل المحفوظين است پس آنرا بر فضل الخطائين قسمت کنم که خارج
مطلوب شود وهمچنين در خطائين ناقصين مسطح احد المحفوظين که مسطح اکثر الخطائين في
اکثر المفروضين است عبارت است از مسطح اقل الخطائين في المطلوب الا النقصان ومسطح
فضل الخطائين في المطلوب الا النقصان ومحفوظ آخر عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائين
في المطلوب الا النقصان المذکور وفضل المفروضين وچون دانسته شد که مسطح اقل الخطائين
في فضل المفروضين مساوي مسطح فضل الخطائين في النقصان المذکور است درينصورت بعد
اسقاط متداخلين باقي مسطح فضل الخطائين في المطلوب ماند وآن فضل المحفوظين است
درينصورت هم هرگاه فضل المحفوظين را بر فضل الخطائين قسمت سازند مطلوب برآيد ودر خطائين
مختلفين چون احد المحفوظين که مسطح خطاء ناقص في مفروض زائد است عبارت است از مسطح

فيج

مفروض ناقص في خطاء ناقص وفضل المفروضين في خطاء ناقص و محفوظ آخر مسطح مفروض ناقص
في خطاء زائد است و در صدر ثابت شده که مسطح فضل المفروضين في خطاء ناقص مساوي مسطح
قدر نقصان في مجموع الخطائين است درينصورت مجموع محفوظين عبارت است از مجموع مسطح
مفروض ناقص في مجموع الخطائين ومسطح قدر نقصان في مجموع الخطائين وآن مسطح مطلوب
في مجموع الخطائين است درينصورت مجموع محفوظين را برمجموع خطائين قسمت سازند
که مطلوب برآيد وبرهان قواعد مذکوره همه ازين بيان باندک تأمل ظاهر ميشود *

فائده بايد دانست که بعضي اين عمل راعمل کفه نام نهاده اند واول صورتي مثل دو کفهٔ ميزان
کشند بدينصورت وما اعطاه السائل رافوق تقاطع خطين نويسند ومفروضين را
در هردو کفه نگاشته حاصل آخر تصرف را نيز در همان کفه مي نگارند وخطاء زائد رافوق کفه وخطاء ناقص را
تحت کفه مينويسند واين طور مستحسن است

مثالش اگر گويند کدام عدد است که اگر ثلث
وربع آن ساقط کنند باقي ده ماند پس بعد نوشتن
صورت کفه اول دوازده فرض کردم وچون

مفروض اول ۱۰ مفروض ثاني
هو ۱۲ ۵ ۶ ۱/۴ هو ۱۵
خطاء اول ناقص ۵ ۳ ۳/۴ خطاء ثاني ناقص

ثلث آن چهار وربع آن سه ومجموع هفت است آنرا از دوازده ساقط کردم باقي پنج ماند آنرا در همان کفه
نهادم وچون از عطاء سائل کم بود مقدار فضل بينهما راکه پنج است تحت کفهٔ مذکور نوشتم که خطاء اول
ناقص است باز پانزده را فرض کردم ومجموع ثلث وربع آن که هشت صحيح وسه ربع است ساقط کردم باقي
شش صحيح ويکربع ماند آن را هم در همان کفه نگاشتم چون آنهم از عطاء سائل کم بود فضل گرفته سه
صحيح وسه ربع را تحت کفه نوشتم که خطاء ثاني ناقص است پس بطريق اول خطاء اول را در مفروض
ثاني ضرب کردم هفتاد وپنج محفوظ اول شد وخطاء ثاني را در مفروض اول ضرب ساختم چهل وپنج
محفوظ ثاني گرديد وچون خطائين ناقصين اند لهذا فضل بين المحفوظين راکه سي است برفضل بين
الخطائين که يک صحيح ويک ربع است قسمت نمودم بست وچهار صحيح خارج شد وآن مطلوب
است وبطريق دويم فضل بين المفروضين راکه سه است در اقل الخطائين که سه صحيح وسه ربع است
ضرب نمودم وحاصل راکه يازده صحيح ويک ربع بود برفضل بين الخطائين که يک صحيح ويک
ربع است قسمت نمودم خارج نه گرديد آن را براکثر المفروضين که پانزده بود افزودم بست وچهار شد

وهوالمطلوب وبطريق سيوم فضل بين المفروضين راكه سه است در مجموع خطائين كه هشت صحيح وسه ربع است ضرب كردم بست وشش صحيح ويک ربع گرديد آنرا بر فضل بين الخطائين كه يک صحيح ويک ربع بود قسمت نمودم خارج بست ويک شد وآنرا بر فضل بين المفروضين افزودم بست وچهار گرديد وهرگاه نصف آن را بر اقل المفروضين افزودم همان بست وچهار كه مطلوب بود برآمد ونيز اگر فضل بين الخارج وفضل بين المفروضين راكه هجده است تنصيف نموده نه را بر پانزده كه خطاء اوافل بود افزودم هم بست وچهار گرديد وبطريق چهارم ده راكه عطاء سائل است در فضل بين المفروضين كه سه است ضرب نموده حاصل راكه سي بود بر فضل بين الخطائين قسمت كردم هم بست وچهار برآمد واگر در مثال مذكور مفروض اول سي وشش باشد پس پنج خطاء اول زائد خواهد بود و بعد ازان مفروض ثاني سي فرض نمايم پس خطاء ثاني زائد $\frac{1}{2}$ دو صحيح ويک نصف باشد بدينصـــــورت

خطاء ثانی زائد ۲ $\frac{1}{2}$		خطاء اول زائد ۵
مفروض ثانی	۱۲ $\frac{1}{2}$ ۱۰ ۱۵	مفروض اول
هو ۳۰		هو ۳۶

پس بطريق اول محفوظ اول بود ومحفوظ ثاني ۱۵۰ وفضل بين المحفوظين شصت است وهرگاه آن را بر فضل بين الخطائين كه دو صحيح ويک نصف است قسمت نمودم خارج بست وچهار گرديد وبطريق دويم فضل بين المفروضين راكه شش است در اقل الخطائين ضرب نمودم پانزده شد آن را بر فضل بين الخطائين قسمت نمودم خارج شش گرديد آن را از اقل المفروضين ساقط نمودم باقي بست وچهار ماند كه مطلوب است وبطريق سيوم فضل بين المفروضين را در مجموع خطائين ضرب نمودم چهل وپنج شد آن را بر فضل بين الخطائين قسمت نمودم خارج هجده گرديد آن را بر فضل بين المفروضين افزوده تنصيف ساختم دوازده شد آنرا از اكثر المفروضين ساقط نمودم بست وچهار ماند وهو المطلوب ونيز اگر فضل بين الخارج وفضل بين المفروضين راكه دوازده است تنصيف نموده شش را از سي كه خطاء اواقل است ساقط نمودم نيز باقي بست وچهار ماند وبطريق چهارم ده راكه عطاء سائل است در شش كه فضل المفروضين است ضرب نموده حاصل را بر فضل بين الخطائين قسمت كردم نيز مطلوب برآمد واگر مفروض اول را سي وشش ومفروض ثاني را پانزده مقرر كنم پس خطاء اول پنج زائد

وخطاء ثاني سه صحیح وسه ربع ناقص خواهد بود بدینصورت

۵		۱۰	
۳۶	۱۵	۶ $\frac{1}{4}$	۱۵
		۲ $\frac{3}{4}$	

پس بطریق اول محفوظ اول یکصد وسي و پنج و محفوظ ثاني هفتاد وپنج وچون مجموع محفوظین راکه دوصد و ده است برمجموع خطائین که هشت صحیح وسه ربع است قسمت نمودم خارج بست وچهار شد وبطریق دویم فضل بین المفروضین راکه بست ویک است اگر در پنج که خطاء زائد است ضرب کرده ویکصد وپنج را بر مجموع خطائین قسمت نمودم خارج دوازده شد آنرا ازسي وشش ساقط نمودم چراکه پنج خطاء زائد بود باقي بست و چهار ماند واگر در سه صحیح وسه ربع ضرب کرده هفتاد و هشت صحیح و سه ربع را بر مجموع خطائین قسمت نمودم خارج نه شد آنرا بر پانزده افزودم چراکه مضروب فیه خطاء ناقص بود مطلوب برآمد وبطریق سیوم فضل بین المفروضین راکه بست ویک است در فضل بین الخطائین که یک صحیح ویک ربع بود ضرب کردم وحاصل راکه بست وشش صحیح ویک ربع شد بر مجموع خطائین قسمت کردم وخارج راکه سه است برفضل بین المفروضین افزوده وتنصیف ساخته دوازده را ازسي وشش ساقط نمودم چراکه خطاء زائد اعظم بود مطلوب برآمد ونیز اگر فضل بین الخارج وفضل بین المفروضین را که هجده است تنصیف نموده بر پانزده افزودم چراکه خطاء ناقص اول بود مطلوب برآمد وبطریق چهارم عطاء سائل راکه ده است در فضل بین المفروضین ضرب نمودم دوصد وده شد آنرا برمجموع خطائین قسمت ساختم خارج مطلوب برآمد فافهم * مثال دیگر ده را میخواهم که منقسم بقسمین سازم که ربع یک قسم مساوي ثلث قسم دیگر باشد پس اول قسم اعظم را هشت فرض کردم پس قسم اصغر دو ماند چون ربع هشت دو است وثلث دو دو ثلث پس خطاء اول زائد یک صحیح ویک ثلث گردید باز اعظم را شش واصغر را چهار فرض کردم وچون ربع شش یک صحیح ویک نصف است وثلث چهار یک صحیح ویک ثلث پس خطاء ثاني زائد یک سدس شد وهرگاه بموجب قواعد مذکوره هشت را مفروض اول وشش را مفروض ثاني قرار داده عمل نمودم پنج صحیح وپنج سبع مقدار قسم اعظم برآمد وچهار صحیح و دو سبع مقدار قسم اصغر گردید واگر لحاظ مساوات ثلث وربع درقسمین ملحوظ داشته اول دو عدد سه وچهار که مخرج ربع وثلث است

فرض کنم چون مجموع آن هردو هفت میشود و عطاء سائل ده است پس سه خطاء ناقص
گردید و باز هشت و شش راکه برهمان نسبت اند فرض کردم و مجموع آنها چهارده شد پس چهار
خطاء زائد گردید درینصورت اگر مفروض اول چهار و مفروض ثاني هشت باشد بقواعد مذکوره
اعظم القسمین خارج شود و اگر مفروض اول سه و مفروض ثاني شش باشد اصغر القسمین
خارج گردد فافهم *

باب نهم در جبر ومقابله

مقدمه

باید دانست که فن جبر و مقابله شریف ترین مطالب است چه غاية الاقصى از علم حساب استخراج مجهولات عددیه است وبرای استخراج مجهولات چهار قانون کلیهٔ معینه که اربعهٔ متناسبه وعمل بالخطائین وعمل بالعکس وجبر و مقابله باشد ارباب این فن بیان فرموده اند لیکن اربعهٔ متناسبه در سؤالیکه نسبت عددی یا جذری متحقق باشد جاری نمی شود کما مرّ وعلی هذا القیاس حال هر دو باقیست که برای حل جمیع سؤالات کافی نیست بخلاف جبر ومقابله وجمهور حکماء عالیمقدار متقدمین صرف معادلات شش گانه راکه ستهٔ جبریه نامیده اند در حیز تحریر آورده وبرای هریک برهان بیان فرموده اند وبعضی از متأخرین نیز معادلات را بهمین ستهٔ جبریه منحصر میدانند چنانکه صاحب خلاصة الحساب میفرماید (لمّا کانت الجبریاتُ التی انتهتْ الیها افکار الحکماء منحصرةً فی الستة) وشارح خلخالی وغیره میگویند که بعضی از حکماء متأخرین مثل امام عمر خیام وامام شرف الدین مسعود سوی ستهٔ جبریه معادلات چند بیان نموده اند وصاحب مفتاح نقلا از رسالهٔ بهائیه میگوید که امام شرف الدین مسعود سوی ستهٔ جبریه معادلات نوزده گفته وکیفیت استخراج مسائل متعلقهٔ آن بیان کرده ونیز صاحب مفتاح میگوید که من طریق استخراج معادلات هشتاد ونه که واقع است در پنج جنس متوالی که عدد وشیٔ ومال وکعب ومال مال باشد استنباط نموده ام وسوی ازین مسائل کثیره استنباط کرده ام وآنرا در کتاب جدا وارد خواهم نمود وصاحب عیون الحساب بعد نقل این کلام از صاحب مفتاح میفرماید که (اقولُ کانّهُ لم یُوفّق تصنیف ذلک الکتابِ والّذی وَصَلَ منه الیها معادلة الشّیٔ للعددِ والکعبِ تقریبًا فی استخراجه جیب الدرجة الواحدة وانا استنبطتُ طریق استخراج المجهولاتِ من المعادلات الواقعة بین کل ثلثة اجناس متناسبة توالت ام تفارقت وسنبیّنها لک ان شاء الله تعالی ثم المعادلات الواقعة بین اربعة اجناس خمسة وعشرون وبین خمسة اجناس خمسة وتسعون انتهی کلامه) باید دانست که آنچه امام شرف الدین مسعود تصنیف نموده است درین دیاران نامی ونشانی هویدا نیست مگر آنچه که صاحب عیون الحساب در تحریر وتقریر آورده است معادلاتی که درآن عدد یا جنس اعلی باشد از کیفیت استخراج آن هیچ تعرض نکرده وتا بمعادلات که در اجناس غیر متناهی واقع شود چه میرسد مگر محمد صلاح الدین بن دیانت خان جهاندار شاهی که یکی از فضلاء متأخرین هند است

رسالهٔ در فن جبر و مقابله نوشته است و معادلات غیر متناهی در ضبط تحریر آورده لیکن امثله اکثر معادلات را فرو گذاشته و نیز معادلاتی که در آن عدد مع جنس اعلی باشد طریق استخراج آن را هیچ بیان نه نموده است مگر حکماء فرنگ که فن جبر و مقابله را خوب میدانند قواعد استخراج معادلات غیر متناهی را تاهرجا که فرض کنند در کتب خودها ثبت کرده اند بلکه ضابطهٔ کلیه نوشته اند لیکن چون اهل این دیار از زبان و اصطلاحات شان آشنا نیستند لهذا میخواهم که کیفیت استخراج مجهولات در معادلات لاتعد و لا تحصی تاهر مرتبه از مراتب اجناس که خواهند بواضح ترین طریقی که کسی را احتیاج شرح و بسط نشود بیان نمایم که بر صفحهٔ روزگار یادگار بماند و نیز طریق حکماء فرنگ را در گفتار علیحده ثبت کنم و بالله التوفیق *

گفتار اول در جبر و مقابله بطریق اهل فارس و اهل هند که درین دیار رواج دارد و در کتب مرقوم است و در آن مقدمه و چند مطلب است

مقدمه

باید دانست که تعریف جبر و مقابله صاحب مفتاح و صاحب غایة جهد الحساب بدینگونه نموده که جبر و مقابله علمی است بقوانین که دانسته میشود بآن بسیاری از مجهولات عددی بسبب معلومات مخصوصهٔ آن علم بر وجه مخصوص و ازین تعریف معلوم میشود که بعض مجهولات از جبر و مقابله استخراج نمیتواند شد و حالانکه بدانست فقیر استخراج جمیع مجهولات عددی از جبر و مقابله میشود و در حقیقت تعریف جبر و مقابله اینست که علمی است بقوانین مخصوصه که معلوم میشود بآن قوانین طریق استخراج مجهولات عددی که ممکن الاخراج اند بسبب معلومات مخصوصهٔ این علم بر وجه مخصوص و مراد از قوانین مخصوصه قوانین جمع و تفریق و ضرب و قسمت و جذر و مجذور و غیر آن است که سوای قوانین جمع و تفریق و غیره علم حساب است و بیان آن بیاید ان شاء الله تعالی و مراد از معلومات مخصوصهٔ این علم اصطلاحات این علم است که مجهول را شیء و درهم و دینار و حصه و نصیب و قدر تفاضل و غیره بحسب مناسب مقام فرض میکنند و مثبت را مستثنی منه و زائد و منفی را مستثنی و ناقص تعبیر میکنند و اهل هند مجهولات را بلونی نام می نهند مثل سیامک و نیلک و زردک و غیر آن و مثبت را دهن و منفی را رن تعبیر میکنند و همچنین صاحبان عالیشان انگلس مجهولات را بحروف تعبیر میکنند مثل ا ب ج چنانکه در فن هندسه است و برای مثبت

۱ श्यामक
۲ नीलक
۳ धन
۴ ऋण

ومنفي نشانی خاص معين كرده اند چنانكه بيان آنهم بيايدان شاء الله تعالى ومراد از وجه مخصوص طريق تصرف در سؤال سائل است بلحاظ اصول هندسي و نسبت عددي و لهذا اين علم را از فروعات رياضي شمرده اند وداخل علم حساب نكرده اند لاكن چون بعد از اتمام عمل جبريه حاجت باعمال حسابي ميشود براى استخراج مجهولات عددي بنا برآن از متعلقات علم حساب ميشمارند چنانكه مساحت را هم از متعلقات علم حساب شمرده اند ونيز بايد دانست كه هرگاه در سؤال سائل بحسب مناسب ومعمول اين فن تصرف مى كنند تعادل از اخير ما اعطاه السائل واقع ميشود پس دوطرف ميشوند يكى حاصل التصرف فى السؤال ويكى ما اعطاه السائل واين هردوطرف را معادلين گويند وچون اكثر است كه درين طرفين معادلين گاهى زيادت وگاهى نقصان واقع ميشود پس ناقص را زائد كردن وبهمان قدر بطرف ديگرا فزودن ضرورت ميشود واين عمل را جبر ميگويند بالفتح وجبر در لغت بمعنى بستن شكسته است وهمچنين هرگاه جنسين متفقين در هردو طرف واقع ميشوند متداخلين را از هردو طرف ساقط مى كنند واين عمل را مقابله نامند وآن در لغت برابر كردن است مثلاً سه مال الا چهار شيء معادل پانزده عدد اند پس بعد جبر سه مال معادل پانزده عدد وچهار شيء خواهد شد واگر گويند كه سه مال وچهار شيء معادل سي وسه عدد ويك شيء اند پس بعد عمل مقابله سه مال وسه شيء معادل سي وسه عدد خواهد بود وميرمحمد باقر داماد در عيون الحساب بنظم آورده

رباعي * اسقاط مشترك بنما از معادلين * كانرا علم بود بر جبري مقابله *
* مستثنيات بفگن وافزاى مثل آن * برديگرى كه جبر بود اين معامله *

بدانكه اهل اين فن اكثر مجهول را شيء تعبير مى كنند اعم از اينكه جذر باشد يانه وگاهى بدرهم ودينار ونصيب وحصه وقدر تفاضل وغيرآن بحسب مناسب مقام نام مى نهند اگر مجهول متعدد باشد ومضروب في نفسه را مال گويند ومضروب في نفسه درهم ودينار وغيره را مال درهم ومال دينار ومال نصيب ومال حصه وعلى هذا القياس تعبير مى كنند وهمچنين مضروب مال فى الشيء را كعب ومضروب مال درهم في درهم را كعب درهم هكذا على قياس ما ذكر فى المطلب الثامن من الباب الاول واين جميع حاصلات را مراتب مجهولات واجناس مجهولات خوانند چراكه ضلع اول آنها مجهول است وهمچنين اهل هند مجهول را اگر يكى باشد جاوت خواه تاوت نام مى نهند واگر متعدد باشند ديگران را بلونى تعبير ميكنند مثل سيامك ونيلك وزردك وغيرآن وحواصل ضرب فى نفسه آنهارا

همچنین بمال وکعب وغیره تعبیر می کنند چنانکه صاحب بیج گنت بیان فرموده والله اعلم بحقیقة الحال ونیز باید دانست که اهل این فن اگر جنسی را از جنسی دیگر ساقط کنند منقوص منه را که مثبت است مستثنی منه وزائد ووجودي ومنقوص راکه منفي است مستثنی وناقص وعد می گویند بلکه مطلق اجناس واعداد را که صلاحیت منقوص منه بودن دارند زائد ومستثنی منه میخوانند وبرای آن نشان بدینصورت نویسند ند مثلا مال ند وشيء ند و ۱۴ ند اعني یک مال و یک شيء وچهارده عدد وبرای مطلق ناقص این نشان کنند قص مثلا مال قص وشيء قص و ۱۴ قص اعني الّا یک مال والّا یک شيء والّا چهارده عدد واهل هند مستثنی منه ومثبت را دهن ومستثنی ومنفي را رن گویند مثلا مال دهن وشيء دهن و ۱۴ دهن وهمچنین در مستثنی مال رن وشيء رن و ۱۴ رن ونیز بسبب این نشانات زائد وناقص حاجت واو عطف والّا در اجناس نمیشود مثلا پنج مال وچهار شيء والا ۱۳ عدد را اهل این فن بدینصورت نویسند ۵ مال ند ۴ شيء ند ۱۳ قص واهل هند ۵ مال دهن ۴ شيء دهن ۱۳ رن نگارند وهمچنین اگر زائد بعد ناقص واقع شود یا قبل ناقص افتد هیچ قباحتی ندارد از نشان معلوم میشود که مثبت است یا منفي اعني مستثنی منه است یا مستثنی ونیز دو جمله که باهم معادل ومساوي شوند درمیان هر دو جمله لفظ مساوی یا معادل می نگارند مثلا ۲ کعب ند و ۴ شيء ند معادل ومساوي ۳۲ عدد است این را بدینصورت نگارند ۲ کعب ند ۴ شيء ند مساوي ۳۲ ونیز باید دانست که هرگاه جنسی را در جنسی ضرب سازند چون حقیقت ضرب اضعاف احد المضروبین بعدة آحاد مضروب آخر است اعني اگر چهار عدد را در یک شيء ضرب نمایند حاصل چهار شيء است لهذا مضروب را بر مضروب فیه مقدم کرده می نویسند بدینصورت ۴ شيء واگر شيء را در درهم ضرب سازند بدینصورت نویسند شيء درهم وگاهی لفظ في درمیان مضروبین می نگارند بدینصورت شيء في درهم وبعضی بمسطح تعبیر می کنند اعنی مسطح شيء درهم وهمچنین اگر مجموع جنسین را در جنسی دیگر یا جنسین ضرب کنند بالای هر یک از مضروب ومضروب فیه مدی کشند که دلالت بر مجموع کند مثلا اگر مجموع شيء ودرهم را در دینار ضرب سازند بدینصورت نگارند شي ند درهم ند في دینار ند واگر جنسي را در جنسي ضرب ساخته باز در جنسي دیگر ضرب کنند بدینصورت نگارند شي ند في درهم ند في دینار ند ونیز اگر جنسي را بر جنسي قسمت سازند بطور کسور مقسوم را صورت ومقسوم علیه را مخرج قرار داده می نویسند چراکه حقیقت

کسر همین است که صورت کسر مقسوم است بر مخرج مثلاً شيء را بر دینار قسمت کنند بدینصورت نویسند شي/دینار و بعضی لفظ مقسوم بر مقسوم و لفظ علی بر مقسوم علیه نگارند بدینصورت مقسوم شي علی دینار

و نیز اگر جذر جنسي منظور باشد لفظ جذ ر نویسند و برای ضلع اول هر منزل لفظ ضلع را با نام منزل می نگارند مثل ضلع کعب و ضلع مال المال و ضلع مال الکعب و غیر آن مثلاً اگر بخواهند جذر مجموع شيء و دینار نویسند بدینصورت جذر شيء بد دینار بد و نیز هرگاه از جنسی مراد جنسی دیگر باشد لفظ اعني در میان نگارند مثلاً اگر گویند مراد از مربع شيء و درهم مجموع مربع شيء و مربع درهم و مسطح دو شيء في درهم است آنرا بدینصورت نویسند مربع شيء بد درهم بد اعني مربع شيء بد مربع درهم بد ۲ شيء بد في درهم بد و اگر جنسی را زیاده کردن بر جنسي دیگر و نقصان کردن هر دو منظور باشد هر دو نشان زائد و ناقص بالای یکدیگر می نگارند چنانکه اگر گویند که شيء را زیاده کنند یا ناقص سازند بهر دو طور مطلوب حاصل می شود بدینصورت نگارند قص بد شيء اعني خواه زائد خواه ناقص هر دو مطلوب میتواند شد و اجزاء شيء و مال و کعب را بلفظ جزء تعبیر می کنند مثلاً واحد را اگر بر شيء قسمت سازند خارج را جزء شيء گویند و اگر بر مال قسمت کنند خارج را جزء مال نامند و علی هذا القیاس اعني واحد مقسوم علی شيء و واحد مقسوم علی مال و هرگاه مجموع دو جمله یا زیاده مطلوب بود لفظ مجموع در آخر نگارند بطوریکه دائرة عین آن هر دو جمله را احاطه کند مثلاً مجموع چهار شيء و یک مال و دو دینار و یک مال دینار مطلوب باشد بشرطیکه آن هر دو جمله جدا جدا واقع شده باشند بدینصورت نگارند

مجموع
۴ شي بد ۱ مال بد
۲ دینار بد ۱ دینار بد

نیز باید دانست که هرگاه از مستثنی اعني ناقص جنسی دیگر را مستثنی و ناقص نمایند آن را مثبت و زائد می نویسند چراکه في الحقیقة نفي النفي اثبات است و همچنین اگر باز جنسی را از آن مستثنی و ناقص سازند آنرا منفي و ناقص نگارند و هکذا بعد از آن بلحاظ شمار مستثنی اول اگر مستثنی در مرتبهٔ فرد است منفي است و اگر در مرتبهٔ زوج است مثبت خواهد بود مثلاً یک مال الّا چهار شيء الّا چهار عدد است آن را بدینصورت نویسند مال بد ۴ شيء قص ۴ بد و اگر دو کعب الّا سه مال الّا چهار شيء الّا چهار عدد باشند بدینصورت نگارند ۲ کعب بد ۳ مال قص ۴ شيء بد ۴ قص و هکذا و نیز باید دانست که گاهی جذر جنسی را تضعیف یا تنصیف و خواه

با جذر جنسی دیگر جمع نمایند یا تفریق یا ضرب و قسمت وغیره اعمال کنند این قسم اعمال را اصم الجذر گویند و اهل هند عمل کرنی خوانند زیراکه جذر آن جنس اصم است اعني برآورده نشده است مثلاً خواهند که جذر کعب را با جذر مالالکعب جمع نمایند خواه جذر شيء را با جذر دینار جمع کنند خواه جذر چهار را با جذر پنج جمع سازند وعلی هذا ونیز باید دانست که گاهی در معادله یک طرف صفر می افتد پس جمیع اعمال تضعیف و تنصیف وتفریق وجمع وغیره متعلق صفر هم میشوند وما طریق جمیع اعمال را در مطالب جداگانه بیان نمائیم ان شاء الله تعالی *

مطلب اول در تضعیف وتنصیف ودر آن چند بیان است

بیان اول در تضعیف وتنصیف صفر بدانکه تضعیف وتنصیف صفر هم صفر میشود چراکه صفر مرتبهٔ خالي است *

بیان دویم در تضعیف وتنصیف اجناس زائده وناقصه باید دانست که درین اعمال لحاظ اعداد هر جنس واجب است که در تضعیف عدد آن جنس را تضعیف می نمایند ودر تنصیف عدد جنس را تنصیف میسازند اجناس متعدده باشند یا جنس مفرد وزائده باشند خواه ناقصه که حاصل هم همان زائده خواه ناقصه خواهد بود بی تفاوت وتضعیف وتنصیف کسور اجناس هم مثل تضعیف وتنصیف کسور عددي است بلا تفاوت مثلاً یک مال وچهار شيء الا چهار عدد را تضعیف سازند حاصل دو مال وهشت شيء الا هشت عدد خواهد بود واگر یک مال وچهار شيء الا چهار عدد را تنصیف نمایند نصف مال ودو شيء الا دو عدد میشود وگاهی تنصیف را بطور قسمت مقسوم ومقسوم علیه مینویسند اعني تنصیف عبارت از قسمت عدد بر دو است پس بدینصورت $\frac{\text{۱ مال ند شي ند ۴ قص}}{\text{۲}}$ (مقسوم)

واگر ثلث مال ودو ثلث شيء الا سه ربع عدد را تضعیف سازند بدینصورت نویسند ۲/۳ مال ند ۱ ۱/۳ شيء تد ۱ ۱/۲ قص وهکذا در تنصیف کسور *

بیان سیوم در تضعیف وتنصیف اصم الجذر باید که در تضعیف عدد اصم الجذر را در چهار ضرب سازند ودر تنصیف بر چهار قسمت نمایند مثلاً اگر بخواهند که جذر یک کعب را تضعیف سازند عدد کعب را در چهار ضرب ساختم حاصل چهار کعب شد پس تضعیف جذر یک کعب جذر چهار کعب است وهکذا اگر بخواهند جذر نه را تضعیف نمایند پس نه را در چهار ضرب نمودم حاصل سي وشش شد وجذر آن

تضعیف جذرنه است وهمچنین در تنصیف قسمت می کنند وبیان آن ظاهراست وهمچنین جذر الجذر
اعداد رادرشا نزده ضرب سازند ودر تنصیف برشانزده قسمت کنند ودر تضعیف کعاب اعداد
جنس رادرهشت ضرب کنند ودر تنصیف قسمت نمایند *

مطلب دویم درجمع ودرآن نیزچند بیان است

بیان اول درجمع صفربایددانست که اگرصفر را با صفرجمع سازند حاصل همان صفرمیشود
واگرصفررا باجنسی خواه عددی که زائدباشد یاناقص جمع نمایند حاصل همان جنس باعدد باشد بعینه *

بیان دویم درجمع اجناس زائده وناقصه وآن برچهارنوع بود ** نوع اول آنکه مزید
ومزید علیه هردو متفق فی الجنسیة وزیادت ونقصان باشند اعني هردو از یک جنس باشند وهم
هردو زائد باشند یا هردو ناقص درینصورت اعداد جنس را جمع سازند مثلاً چهارکعب زائد را
باپنج کعب زائد جمع کنم چون مزید ومزیدعلیه هرد واز یک جنس وزائدین اند جمع اعداد نمودم
حاصل نه کعب زائدشد وهمچنین اگرناقص فرض کنم حاصل نه کعب ناقص خواهد بود **
نوع دویم آنکه هردو مختلف الجنسیة ومتفق فی الزیادة والنقصان باشند پس هردو را بصورت
آنها جمع نمایند ودرعبارت بواوعطف جمع سازند مثلاً پنج کعب زائد را با چهارشيء زائد جمع
سازند پنج کعب زائد وچهارشي زائدشد وآنرابدینصورت نویسند ۵ کعب ۴ شي **
نوع سیوم آنکه هردو مختلف فی الجنسیة ومختلف فی الزیادة والنقصان باشند آنهارا نیز مثل نوع
دویم جمع کنند مثلاً پنج کعب زائد را باچهارشيء ناقص جمع سازند حاصل بدینصورت شد ۵ کعب
۴ شيء نقص ** نوع چهارم آنکه هردو متفق الجنسیة ومختلف فی الزیادة والنقصان باشند پس باید که
فضل اعداد هردو بگیرند که جانب فاضل حاصل جمع است مثلاً چهارکعب زائد را باپنج کعب
ناقص جمع نمایم چون واحد فضل جانب ناقص است پس یک کعب ناقص حاصل جمع شد واگر
پنج کعب زائد را با چهارکعب ناقص جمع سازم چون واحد فضل جانب زائداست پس یک
کعب زائد حاصل جمع گردید هرگاه این اقسام معلوم شد میگویم که اگر مزید ومزید علیه متعدد
الاجناس خواه جملهٔ متعدده باشند باید که هریکی را محاذی الاجناس نگارند ومحاذي هرجنس
درجملهٔ که عددنباشد صفر نهند وجمع سازند چنانکه مذکورشد وحاصل جمع راتحت خط عرضي

نویسند مثلاً اگرخواهم که این دوجمله راجمع کنم نوشتم وجمع نمودم بدینصـــــورت

مثال اول

جملهٔ اولی ∴ ۷ کعب کعب بد ۵ مال بد ۱۰۰ عدد بد ۷ شيء قص ۳ کعب قص

جملهٔ ثانیه ∴ ۵ کعب کعب بد ۲ مال قص * ۴ شيء بد ۲ کعب قص

حاصل جمع ∴ ۱۲ کعب کعب بد ۳ مال بد ۱۰۰ عدد بد ۳ شيء قص ۵ کعب قص

مثال دیگر

جملهٔ اولی ∴ ۱ کعب بد ۳ مال بد ۶ شيء بد ۱ جزء مال قص ۵ قص

جملهٔ ثانیه ∴ ۱ کعب قص ۵ مال بد ۱۰ شيء قص * ۱۰۰ بد

حاصل جمع ∴ * ۸ مال بد ۴ شيء قص ۱ جزء مال قص ۹۵ بد

مثال دیگر بطور اهل هند

جملهٔ اولی ∴ ۱ جاوت دهن ۱ سیامک دهن

جملهٔ ثانیه ∴ ۲ جاوت دهن ۸ سیامک رن

حاصل جمع ∴ ۳ جاوت دهن ۷ سیامک رن

بیان سیوم در جمع جذرین الجنسین باید دانست که اگر مزید و مزید علیه متفق الجنسية باشند پس هردو را جمع کنند بلحاظ زائد و ناقص و اصم الجذر را اعظم نام نهند و باز مسطح هردو را بگیرند پس اگر آن مسطح مجذور منطق بود جذر آنرا تضعیف سازند و اصم الجذر را اصغر نام گذارند و هردو اعظم و اصغر را جمع کنند بطریقیکه در جمع زائد و ناقص گفته شد و اگر مسطح مجذور منطق نبود جمع ممکن نباشد پس هردو را بصورتش نویسند و این قاعدهٔ عام است خواه جنسین منطقین باشند خواه اصمین مثلاً خواستم جذر چهار مال زائد را با جذر نه مال زائد جمع کنم هردو را جمع نمودم سیزده مال اصم الجذر اعظم شد و باز هردو را باهم ضرب ساختم سي و شش مال المال شد جذر آن راکه شش مال است تضعیف نمودم دوازده مال گردید و آن اصم الجذر اصغر است پس هردو را باهم جمع کردم بست و پنج مال شد پس جذر آن حاصل جمع جذرین است و این مثال جذرین منطقین است مثال دیگر میخواهم که جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب زائد جمع نمایم اول هردو را جمع نمودم بست و شش کعب و اصم الجذر اعظم شد باز هردو را باهم ضرب نمودم یکصد و چهل و چهار

کعب کعب گردید و جذر آنرا که دوازده کعب است تضعیف نمودم اصم الجذر اصغر بست وچهار کعب شد وهردو را جمع نمودم پنجاه کعب برآمد پس جذر آن حاصل جمع جذرین مطلوب است مثال دیگر اگر جذر هشت کعب ناقص را با جذر هجده کعب زائد جمع نمایم چون بموجب عمل مذکور اصم الجذر اعظم بست وشش کعب واصم الجذر اصغر بست وچهار کعب است پس بموجب قاعدهٔ جمع زائد وناقص که در نوع چهارم مذکور کرده شد فضل اعظم علی الاصغر گرفتم دو کعب برآمد چون فضل جانب زائد بود پس جذر دو کعب زائد حاصل جمع گردید وهمچنین اگر جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب ناقص جمع نمایم چون فضل جانب ناقص است پس جذر دو کعب ناقص حاصل جمع خواهد بود مثال دیگر اگر خواهم که جذر هشت عدد زائد را با جذر دو عدد زائد جمع کنم اول هردو را جمع نمودم ده اصم الجذر اعظم شد باز هردو را ضرب نمودم شانزده گردید وجذر آن را که چهار است تضعیف ساختم هشت اصم الجذر اصغر گردید وهردو را جمع نمودم هجده شد وجذر آن حاصل جمع مطلوب است *

فائده اگر مسطح عددین جنسین را در چهار ضرب ساخته جذر بگیرند نیز اصم الجذر اصغر میشود فافهم *

فائدهٔ دیگر اگر جذرین جنسین منطقین باشند حاجت باین عمل نیست جذر هردو را گرفته جمع نمایند لاکن در بعض جا که ضرورت میشود برای جنسین منطقین نیز حاجت این عمل می افتد واگر یکی منطق ودیگری اصم خواه هردو اصم باشند پس این عمل واجب میشود طریق دویم عاداعداد اجناس مضروبین حاصل سازند بشرطیکه بهم رسد واعداد اجناس مضروبین را برآن قسمت کنند اگر خارج قسمت هردو عدد منطق برآید جذر آن بگیرند وجمع نموده مجذور مجموع را در عدد عاد ضرب سازند که حاصل عدد حاصل الضرب است مثلا جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب ناقص جمع کنم چون عاد هردو عدد دو است لهذا اعداد مضروبین را برد وقسمت نمودم خارج یکی چهار زائد وخارج دیگر نه ناقص گردید وجذر هردو را جمع نمودم واحد ناقص برآمد آنرا در دو ضرب ساختم دو ناقص گردید پس جذر دو کعب ناقص حاصل جمع شد طریق سیوم باید که اکثر را بر اقل قسمت نمایند وملاحظه کنند اگر خارج قسمت عدد منطق باشد بر جذر آن واحد بیفزایند ومجذور آنرا در عدد اقل ضرب سازند اگر مزید ومزید علیه زائدین یا ناقصین باشند واگر مختلفین

بوند پس از جذر خارج واحد بکاهند ومجذور باقي را در عدد اقل ضرب سازند که حاصل ضرب
جمع باشد واگر خارج قسمت عدد منطق نبود جمع ممکن نباشد هردو را بصورت جمع کنند مثلا
اگر جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب زائد جمع سازند هجده کعب راکه اکثر بود بر هشت
کعب قسمت نمودم خارج دو صحیح ویک ربع گردید وجذر آن یک صحیح و یک نصف است
پس واحد بر آن افزودم دو صحیح ویک نصف شد ومجذور آنرا که شش صحیح و یک ربع است
در هشت کعب که اقل است ضرب ساختم حاصل پنجاه کعب زائد گردید وهو المطلوب وهمچنین
اگر جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب ناقص جمع کنم پس از جذر خارج قسمت که یک
صحیح ویک نصف بود واحد کاستم باقي یک نصف ماند ومجذور آنرا که یک ربع است در هشت کعب
ضرب نمودم دو کعب ناقص گردید چراکه فضل جانب ناقص است وهو المطلوب مثال دیگر اگر خواهم
که جذر سه کعب زائد با جذر هفت کعب زائد جمع سازم چون بطریق اول دیدم که مسطح هردو بست
ویک کعب کعب است وآن منطق نیست ونیز بطریق دویم چون اکثر را بر اقل قسمت نمودم
خارج قسمت دو صحیح ویک ثلث شد وآنهم منطق نیست پس دانستم که جمع جذرین این هردو
ممکن نیست پس آن هردو را بصورت جمع نمودم اعني جذر سه کعب زائد وجذر هفت کعب
زائد وعلی هذا القیاس وباید دانست که اگر اجذار جنسی را با اجذار جنسی جمع سازند باید که مربع
عدد اجذار را در اعداد جنس ضرب کرده حاصل را عدد جنس قرار دهند وجمع سازند مثلا اگر
خواهم که سه جذر چهار کعب را با دو جذر سه کعب جمع کنم پس چون عدد اجذار اول سه است لهذا
مجذور آنراکه نه بود در چهار که عدد جنس است ضرب ساختم سي وشش شد وچهار راکه مجذور دو است
در سه ضرب کردم دوازده گردید پس جذر سي وشش کعب را با جذر دوازده کعب جمع کردم وهکذا *

بیان چهارم در جمع جذري الجذرین وطریقش این است که اول بطور جمع الجذرین عمل
نمایند بلا لحاظ زائد وناقص اعني اعداد جنسین را جمع کنند وضعف جذر مسطح العددین را بلا لحاظ
زائد وناقص بر آن بیفزایند ومجموع را محفوظ اول قرار دهند وباز جذر مسطح العددین را در چهار
ضرب سازند ومحفوظ ثاني نام گذارند ومحفوظین را بطور قاعدۀ جمع الجذرین جمع سازند حاصل
مطلوب بود مثلا جذر الجذر هشتاد ویک را با جذر الجذر شانزده جمع کنم اول جمع الجذرین نمودم
یکصد وشصت ونه محفوظ اول شد ویکصد وچهل وچهار محفوظ ثاني پس محفوظین را بقاعدۀ مذکوره

جمع نمودم ششصد و بست و پنج گردید و آن مطلوب است و باید دانست که در جمع محفوظین لحاظ زائد و ناقص ضرور راست اعني اگر اصم الجذر اعظم زائد است پس محفوظ اعظم زائد خواهد بود و اگر ناقص است ناقص و علی هذا القیاس *

بیان پنجم در جمع کعبین و طریقش این ست که مربع احد العددین را در دیگری ضرب کرده حاصل را در بست و هفت ضرب سازند و ضلع کعب آنرا اگر برآید بر آن عدد دیگر بیفزایند و مربع دویم را در اول ضرب نموده حاصل را در بست و هفت ضرب سازند و ضلع کعب حاصل را اگر برآید بر اول بیفزایند و هر دو حاصل را بلحاظ زائد و ناقص جمع کنند اعني اگر متحدین اند جمع سازند و اگر مختلفین اند فضل جانب فاضل بگیرند مثلاً کعب هشت زائد را با کعب شصت و چهار زائد جمع کنم مربع اول را که ۶۴ بود در دیگری که هم ۶۴ است ضرب نمودم ۴۰۹۶ گردید آنرا در بست و هفت ضرب ساختم ۱۱۰۵۹۲ شد ضلع کعب این (۴۸) است آنرا با عدد دویم که شصت چهار بود جمع کردیم ۱۱۲ شد باز مربع شصت و چهار را که (۴۰۹۶) است در هشت که اول است ضرب ساختم ۳۲۷۶۸ شد آنرا در بست و هفت ضرب نمودم ۸۸۴۷۳۶ گردید و ضلع کعب آن (۹۶) است آنرا با اول جمع ساختم ۱۰۴ شد چون جمع زائدین بود هر دو را جمع کردم ۲۱۶ گردید و هو المطلوب اعني کعب مجموع کعبین است و همچنین اگر هر دو ناقص باشند و اگر مختلفین باشند فضل بگیریم و آن هشت است پس اگر فضل جانب زائد بود کعب هشت زائد منظور باشد و اگر ناقص ناقص مطلوب شود و باید دانست که عدد از هر جنس که بود حاصل هم آن جنس خواهد بود مثلاً در مثال مذکور کعب هشت مال را با کعب شصت و چهار مال جمع کنند حاصل کعب دو صد و شانزده مال خواهد بود *

مطلب سیوم در تفریق

بدانکه تفریق عکس جمع است و در آن نیز بموجب جمع چند بیان است

بیان اول در تفریق صفر باید دانست که صفر را اگر از جنسی یا عددی زائد و یا ناقص نقصان کنند باقي همان جنس و عدد باشد و اگر جنسي یا عددی را از صفر نقصان نمایند نیز باقي همان جنس و عدد شود الا اگر آن جنس و عدد زائد باشد باقي ناقص و اگر آن جنس و عدد ناقص باشد باقي زائد برآید مثلاً اگر پنج مال یا پنج شيء یا پنج عدد زائد از صفر نقصان کند باقي پنج مال یا پنج شيء یا پنج عدد ناقص برآید و اگر ناقص را از صفر نقصان نمایند باقي زائد برآید *

بیان دویم در تفریق اجناس زائده و ناقصه و آن نیز بطور جمع چهار نوع است و طریق تفریق
هر نوع بعکس طریق جمع آن نوع است ❊ نوع اول که منقوص و منقوص منه هر دو متفق فی الجنسیة
والزیادة والنقصان باشند پس اقل را از اکثر ساقط نمایند مثلاً چهار کعب زائد را از نه کعب زائد نقصان کنم
باقی پنج کعب زائد ماند و اگر نه کعب زائد را از چهار کعب زائد نقصان کنم باقی پنج کعب ناقص خواهد
بود و نیز اگر منقوص را در زیادت و نقصان منعکس سازند اعنی زائد را ناقص و ناقص را زائد فرض کنند
و تفاضل بگیرند خوب است که فضل جانب فاضل حاصل تفریق بود چنانکه در مثال اول اگر چهار
کعب زائد که منقوص بود ناقص فرض کردم چون فضل جانب زائد پنج است لهذا پنج کعب زائد
حاصل تفریق شد و همچنین در مثال ثانی نه کعب زائد را که منقوص است ناقص فرض کردم چون
فضل جانب ناقص پنج است پس پنج کعب ناقص حاصل تفریق شد و هکذا در ناقصین ❊ نوع دویم
که هر دو مختلف الجنسیة و متفق فی الزیادة والنقصان باشند پس منقوص را در زیادت و نقصان منعکس
ساخته هر دو را بصورت نویسند مثلاً اگر چهار شیء زائد را از پنج کعب زائد نقصان کنند چهار شیء
زائد را که منقوص بود منعکس ساختم حاصل ۵ کعب ند ۴ شیء قص شد و در عبارت بلفظ
الاّ تعبیر نمایند اعنی پنج کعب الاّ چهار شیء و اگر از پنج کعب ناقص چهار شیء ناقص را ساقط کنم منقوص را
منعکس نمودم حاصل ۵ کعب قص ۴ شیء ند گردید ❊ نوع سیوم که هر دو مختلف الجنسیة و مختلف
فی الزیادة والنقصان باشند حال آنهم مثل نوع دویم است مثلاً اگر از پنج کعب زائد چهار شیء ناقص را
ساقط کنم منقوص را منعکس ساختم ۵ کعب ند ۴ شیء ند شد و اگر از پنج کعب ناقص چهار
شیء زائد را ساقط کنم حاصل ۵ کعب قص ۴ شیء قص شود ❊ نوع چهارم که هر دو متفق فی الجنسیة
و مختلف فی الزیادة والنقصان باشند پس منقوص را منعکس ساخته با منقوص منه جمع نمایند که
حاصل تفریق باشد از جهت منقوص منه مثلاً چهار کعب ناقص را از نه کعب زائد نقصان کنم پس
منقوص را منعکس ساختم چهار کعب زائد شد و آنرا با منقوص منه جمع نمودم سیزده کعب زائد حاصل
تفریق شد چرا که نفی النفی اثبات است و همچنین اگر دوازده عدد زائد را از پانزده عدد ناقص ساقط
کنم حاصل تفریق بست و هفت عدد ناقص خواهد بود و همچنین اگر اجناس متعدده باشند بطور
جمع منقوص را تحت منقوص منه محاذی یکدیگر نویسند و عمل نمایند ❊

مثال اول

منقوص منه ؛ ۷ کعب کعب ند ۵ مال ند ۱۰۰ ند ۷ شيء قص ۳ کعب قص

منقوص ؛ ۵ کعب کعب ند ۲ مال قص * ۴ شيء ند ۲ کعب قص

حاصل تفریق ۲ کعب کعب ند ۷ مال ند ۱۰۰ ند ۱۱ شيء قص ۱ کعب قص

مثال دیگر

منقوص منه ؛ ۱ کعب ند ۳ مال ند ۶ شيء ند ۱ جزء مال ند ۵ قص

منقوص ؛ ۱ کعب قص ۵ مال ند ۱۰ شيء قص * ۱۰۰ ند

حاصل تفریق ؛ ۲ کعب ند ۲ مال قص ۱۶ شيء ند ۱ جزء مال ند ۱۰۵ قص

مثال دیگر بطور اهل هند

منقوص منه ؛ ۲ جاوت دهن ۸ سیامک رن

منقوص ؛ ۱ جاوت دهن ۱ سیامک دهن

حاصل تفریق ؛ ۱ جاوت دهن ۹ سیامک رن

بدانکه از منعکس نمودن منقوص تبدیل علامت منظور است اعني علامت زائد را ناقص وناقص را زائد فرض می کنند فافهم *

فائده بدانکه چون تفریق عکس جمع است لهذا خلاصهٔ قواعد جمیع انواع این است که علامت منقوص را از زائد و ناقص تبدیل و منعکس نموده با منقوص منه جمع میسازند که حاصل جمع بسبب انعکاس حاصل تفریق میشود *

بیان سیوم در تفریق جذرین الجنسین و جذر الجذرین وکعبین و حال اینهم مثل جمع است بالانعکاس اعني منقوص را منعکس نموده با منقوص منه جمع میسازند بطریقیکه در جمع گفته شد *

مطلب چهارم در ضرب ودرآن چند بیان است

بیان اول در ضرب صفر بدانکه هرگاه احدالمضروبین صفر باشد حاصل هم صفر خواهد شد *

بیان دویم در ضرب اجناس زائده وناقصه وطریقش آنست که اعداد جنس مضروب را در اعداد جنس مضروب فیه ضرب سازند و جنس مضروب را در جنس مضروب فیه ضرب نمایند و باید دانست که حاصل زائد در زائد وناقص در ناقص همیشه زائد می باشد وحاصل الضرب

مختلفین همیشه ناقص است بدانکه اجناس برد و نوع است یکی آنکه اجناس متحد الضلع باشند اعنی ضلع اول آنهایکی بود چون شيء و مال و کعب وغیره ودویم آنکه اجناس مختلف الضلع باشند اعني شيء ودرهم ومال مال درهم وشيء وکعب درهم وهکذا پس طریق ضرب اجناس متحد الضلع اینست که عدد منازل اجناس مضروبین را جمع نمایند اگر مضروبین دریکطرف باشند خواه بطرف صعودي خواه بطرف نزولي که آن عدد منزل حاصل الضرب است مثلاً اگر دو مال زائدرا درچهار کعب زائد ضرب کنم عدد جنس مضروب را که دواست درچهار که عدد جنس مضروب فیه است ضرب نمودم هشت شد وچون عدد منزل مال دو وعدد منزل کعب سه است ومجموع آن پنج می شود وآن عدد منزل مال کعب است پس حاصل الضرب هشت مال زائد گردید وهمچنین اگر چهار کعب ناقص رادرهفت مال مال ناقص ضرب کنم پس چهار رادرهفت ضرب کردم بست وهشت شد وعدد منزل کعب راکه سه است با عدد منزل مال مال که چهاراست جمع نمودم هفت شد وآن عدد منزل مال مال کعب است پس بست وهشت مال مال کعب زائد گردید چراکه مضروبین ناقصین بودند واگر چهار کعب ناقص رادرهفت مال مال زائد خواه چهار کعب زائد رادرهفت مال مال ناقص ضرب سازم حاصل بست وهشت مال مال کعب ناقص خواهد برآمد ونیز باید دانست که چون شيء اول مراتب صاعده وجزء شيء اول مراتب نازله وواحد وسط في النسبة است درینصورت منزل عدد بمرتبهٔ صفرا ست پس حاصل ضرب عدد منزل هر جنس درمنزل عدد که صفراست همان عددمنزل جنس خواهد بود مثلاً اگرچهار کعب زائدرا درپنج عدد زائدضرب کنم چهار را درپنج ضرب نمودم بست شد وچون عدد منزل کعب راکه سه است با عدد منزل عدد که صفراست جمع نمودم همان سه شد وآن عدد منزل کعب است پس بست کعب زائد حاصل الضرب گردید واگر احد المضروبین درمنزل صعودي ودیگری درمنزل نزولي باشد پس اعداد اجناس را باهم ضرب نموده فضل اعداد منازل اجناس بگیرند که حاصل عدد منزل جانب فاضل خواهد بود واگراعداد منازل مضروبین مساوي باشند حاصل واحد خواهد برآمد که درمنزل صفراست مثلاً اگرچهار مال زائدرادرسه جزء کعب زائدضرب سازم اول چهار رادرسه جزءضرب کردم دوازده شد وفضل عدد منزل جزء کعب برعدد منزل مال گرفتم واحد برآمد وآن عدد منزل جزء شيء

که منزل نزولي جانب فاضل است گردید پس دوازده جزء شيء زائد حاصل ضرب شد واگر چهار مال زائد را در سه جزء مال زائد ضرب کنم چون عدد منزل مضروبین متساوي است لهذا حاصل دوازده عدد زائد خواهد بود واگر اجناس مضروبین مختلف الضلع باشند مثلاً شيء ودرهم خواه مربع شيء في مربع درهم وغیرآن پس اعداد اجناس را باهم ضرب سازند و حاصل ضرب اجناس مضروبین را بمسطح آن اجناس تعبیر نمایند خواه لفظ في درمیان هردو نهند مثلاً اگر خواهم چهار شيء را در سه درهم ضرب سازم حاصل ضرب دوازده مسطح شيء درهم گویم خواه دوازده شيء في درهم گویم وباید دانست که اگر اجناس احدالمضروبین خواه مضروبین کثیر باشند پس هر جنس مضروب را در هر جنس مضروب فیه بطریقیکه مذکور شد ضرب نموده حاصل را متحاذي یکدیگر که هر جنس مقابل جنس خود افتد چنانکه در جمع مذکور شد بنویسند وجمع سازند وبعضی شبکهٔ جدول مربعات کشند وآن خالي از تکلف نیست مثلاً خواستم که شش کعب زائد وچهار مال زائد الا چهار شيء وپنج عدد را در شش مال مال زائد وهفت مال زائد الا ده جزء شيء ضرب سازم نوشتم مضروب ومضروب فیه را وضرب نمودم بدینصورت گردید (شکل ۱۵۳)
واگر شبکه رسم نمایم بدینصــــــــــــــــــــورت (شکل ۱۵۴)
وبارحاصلات شبکه را برای جمع متحاذي الاجناس نوشتم وجمع کردم بدینصورت (شکل ۱۵۵)

تنبیه ٭ هرگاه جنسي را در جنسي ضرب کرده حاصل را باز در جنس ثالث ضرب سازند خواه جمله را در جمله ضرب نموده باز در جملهٔ ثالث ضرب کنند پس بهمان طریق ضرب نمایند که حاصل ضرب آخیر مطلوب بود ٭

فائده اگر مضروبین خواه احدالمضروبین مقسوم بر جنسي باشد پس مقسوم را صورت کسر ومقسوم علیه را مخرج قرار داده در یکدیگر ضرب سازند وانواع آن مثل انواع کسور است مثلاً اگر احدالمضروبین که مقسوم بر مال باشد وآنرا در شيء ضرب سازند حاصل مقسوم علی شيء خواهد بود مثلاً ۲۱ عدد ودرهم في شيء مقسوم بر مال حاصل ضرب است پس ۲۱ ودرهم مقسوم علی شيء است ٭

بیان سیوم در ضرب اجذار اجناس دریکدیگر وضرب جذر الاجذار وضرب کعبین بدانکه مسطح الجذرین مساوي جذر مسطح المجذورین مي باشد ومسطح کعبین مساوي کعب

(شـــــکل ۱۵۳) صفحہ ۳۴۸

مضـــــروب — مضروب فیـــــہ — حاصل ضرب

۶ کعب دد ∴ ۴ مال دد ∴ ۴ شيء قص ∴ ۵ قص ❁ ۶ مالمال دد ∴ ۷ مال دد ∴ ۱۰ جزء شيء قص

۳۶ مامال کعب دد ∴ ۴۲ مالکعب دد ∴ ۶۰ مال قص

* * * ۲۴ کعب کعب دد ∴ ۲۸ مالمال دد ∴ ۴۰ شيء قص

* ۲۴ مالکعب قص * * * * ۴۸ کعب قص ∴ ۴۰ دد

* * ۳۵ مال قص * * ۳۰ مالمال قص * * * ۵۰ جزء شيء دد

حاصل جمع * ۳۶ مالمال کعب دد ∴ ۱۸ مالکعب دد ∴ ۹۵ مال قص ∴ ۲۴ کعب کعب دد ∴ ۲ مامال قص ∴ ۴۰ شيء قص ∴ ۲۸ کعب قص ∴ ۴۰ دد ∴ ۵۰ جزء شيء دد

(شکل ۱۵۴)

	۶ کعب دد	۴ مال دد	۴ شيء قص	۵ قص
۶ مال مال دد	۳۶ مال مالکعب دد	۲۴ کعب کعب دد	۲۴ مالکعب قص	۳۰ مالمال قص
۷ مال دد	۴۲ مال کعب دد	۲۸ مال مال دد	۲۸ کعب قص	۳۵ مال قص
۱۰ جزء شيء قص	۶۰ مال قص	۴۰ شيء قص	۴۰ دد	۵۰ جزء شيء دد

(شـــــکل ۱۵۵) صفحہ ۳۴۸

۳۶ مالمال کعب دد ∴ ۲۴ کعب کعب دد ∴ ۲۴ مالکعب قص ∴ ۳۰ مالمال قص

* * ۴۲ مالکعب دد ∴ ۲۸ مالمال دد ∴ ۲۸ کعب قص ∴ ۳۵ مال قص

* * * * * ۶۰ مال قص ∴ ۴۰ شيء قص ∴ ۴۰ دد ∴ ۵۰ جزء شيء دد

جمع ۳۶ مالمال کعب دد ∴ ۲۴ کعب کعب دد ∴ ۱۸ مالکعب دد ∴ ۲ مامال قص ∴ ۲۸ کعب قص ∴ ۹۵ مال قص ∴ ۴۰ شيء قص ∴ ۴۰ دد ∴ ۵۰ جزء شيء دد

مسطح المكعبين است درینصورت اگر احد المضروبین مجذور یا مکعب باشد که مقصود ضرب جذر
[illegible]

(شـــــــکل ۱۸۸)

مضروب

۳ مال ند ∴ ۵ مسطح درهم في دينار قص ∴ ۱ ∴

حاصل ضرب اول * ۱۵ مالمال قص ∴ ۱۲ مسطح مال في مسطح درهم في دينار ند ∴

حاصل ضرب دوم * * ۲۵ مسطح مال في مسطح درهم في دينار ند ∴

حاصل ضرب سیوم * * * ـــ با قص ∴

جمـــــــــع * ۱۵ مالمال قص ∴ ۳۷ مسطح مال في مسطح درهم في دينار ند

مضروب

۳ مال جاوت دهن ∴ ۵ مسطح سیا مک نیلک رن ∴ ـــــ دک مال سبز کارن ∴

حاصل جمع * ۱۵ مالمال جاوت رن ∴ ۳۷ مسطح مال جاوت في مسطح

[illegible]

حاصل الضرب ∴ جذر ۸۱ مال مال ند جذر ۷۵ مال قص جذر ۶۷۵ مال ند جذر ۶۲۵ قص

چون جذر هفتاد و پنج مال ناقص را با جذر ششصد و هفتاد و پنج مال زائد جمع نمودم حاصل

فح

جزء شيء نه
جزء شيء نه

جزء شيء اه
جزء شيء ده

حاصل جمع

۴
*
*
۴ جمع

مسطح المکعبین است دریصورت اگر احد المضروبین مجذور یا مکعب باشد که مقصود ضرب جذر یا کعب اوست و مضروب آخر مجذور یا مکعب نبود پس لازم است که مجذور یا مکعب مضروب آخر گرفته با هم ضرب نمایند مثلاً اگر خواهم که جذر نه مال را در دو شیٔ ضرب کنم پس مجذور دو شیٔ که چهار مال است گرفته نه مال را در چهار مال ضرب ساختم حاصل سی و شش مال مال گردید و جذر آن حاصل الضرب مطلوب است و همچنین اگر اجناس متعدده باشند هریکی را چنانکه مذکور شده با هم ضرب نمایند و جمع سازند اگر جمع ممکن باشد والّا هر قدر که جمع ممکن بود جمع نموده باقی را بصورت نویسند مثلاً جذر سه مال زائد و ۵ عدد زائد را در جذر دو مال زائد وجذر سه مال زائد وجذر هشت مال زائد ضرب نمایم پنج عدد را مجذور گرفتم بست و پنج شد و ضرب نمودم حاصل ضرب ۶ مال مال ند ۹ مال مال ند ۲۴ مال مال ند ۵۰ مال ند ۷۵ مال ند ۲۰۰ مال ند گردید پس خواستم که جمع نمایم چون جمع جذر بست و چهار مال مال با جذر شش مال مال ممکن بود آنرا بقاعدۂ جمع الجذرین جمع نمودم جذر پنجاه و چهار مال مال شد و جذر نه مال مال جمع نمیتوانست شد لکن جذر آن ممکن است لهذا جذر آنرا که سه مال است گرفتم و باز جذر ۵۰ مال را با جذر دو صد مال جمع نمودم جذر چهار صد و پنجاه مال گردید و باز جمع آن با جذر هفتاد و پنج مال ممکن نبود و نیز هفتاد و پنج مال جذر صحیح ندارد لهذا بصورت نوشتم پس حاصل ضرب جذر ۵۴ مال مال ند و ۳ مال ند و جذر ۴۵۰ مال ند و جذر ۷۵ مال ند گردید و اگر اجناس مضروب و مضروب فیه را بقاعدۂ جمع اجذار جمع نمایند اگر ممکن باشد و باز با هم ضرب سازند بهتر است مثال اگر جذر سه مال زائد و جذر بست و پنج عدد زائد را در جذر سه مال زائد و جذر دوازده مال زائد و جذر بست و پنج عدد ناقص ضرب کنم اول جذر سه مال زائد و جذر دوازده مال زائد را با هم جمع نمودم حاصل جمع جذر بست و هفت مال گردید پس نوشتم بدینصورت.

مضروب		مضروب فیه
جذر ۳ مال ند جذر ۲۵ ند	❁	جذر ۲۷ مال ند جذر ۲۵ قص

حاصل الضرب ∴ جذر ۸۱ مال مال ند جذر ۷۵ مال قص جذر ۶۷۵ مال ند جذر ۶۲۵ قص

چون جذر هفتاد و پنج مال ناقص را با جذر ششصد و هفتاد و پنج مال زائد جمع نمودم حاصل

جذر سه صد مال زائد گردید و دیگر جمع ممکن نبود لکن جذر بهم میتوانست شد لهذا جذر گرفتم ۹ مال زائد و جذر سه صد مال زائد و بست و پنج عدد ناقص حاصل جمع شد فافهم *

مطلب پنجم در قسمت و آن عکس ضرب است و در آن نیز چند بیان است *

بیان اول در قسمت صفر بدانکه اگر صفر مقسوم باشد خارج قسمت نیز صفر خواهد بود و صفر صلاحیت مقسوم علیه بودن ندارد زیرا که هر جنسي یا عددي را که در صفر ضرب سازند حاصل صفر میشود و هرگاه مقسوم جنس یا عدد باشد و مقسوم علیه صفر بود پس خارج قسمت هیچ نخواهد بود چرا که خارج قسمت را باید که هرگاه در مقسوم علیه ضرب سازند مساوي مقسوم شود و آن در ینجا بهیچ جنسي و عددي ممکن نیست *

بیان دویم در قسمت اجناس زائده و ناقصه باید که اعداد اجناس مقسوم را بر اعداد اجناس مقسوم علیه قسمت سازند و جنس مقسوم را بر جنس مقسوم علیه قسمت نمایند و اگر مقسوم و مقسوم علیه زائدین یا ناقصین باشند خارج همیشه زائد خواهد بود و اگر مختلفین باشند پس خارج قسمت همیشه ناقص برآید پس اگر اجناس مقسوم و مقسوم علیه هر دو متحد الضلع و هر دو بیک جانب صعودي یا نزولي واقع شوند پس فضل منزل جنسین بگیرند که آن عدد منزل جنس خارج قسمت جانب صعودي است اگر منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه باشد والا از جانب نزولي و اگر هر دو مختلف الجانبین باشند اعني یکی صعودي و دویم نزولي بود عدد منزل هر دو را جمع سازند که آن عدد منزل خارج قسمت است پس اگر منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه باشد خارج قسمت صعودي خواهد بود و اگر منزل مقسوم علیه فوق بود خارج قسمت نزولي خواهد برآمد و اگر اجناس مقسومین مختلف الضلع باشند پس مقسوم را بر مقسوم علیه منسوب سازند که قسمت ممکن نیست و همچنین اگر اجناس مقسومین متحد الضلع و متعدد باشند پس اگر اجناس مقسوم زیاده باشند و مقسوم علیه جنس واحد بود قسمت ممکن است و اگر اجناس مقسوم علیه متعدد باشند منسوب نمایند که قسمت ممکن نیست و گاهی اگر اجناس مقسوم علیه هم متعدد و متحد الضلع بوند خواه مختلف الضلع خارج قسمت بالاستقراء یافته میشود مثلاً خواستم که چهار کعب زائد را بر دو مال زائد قسمت نمایم چهار را بر دو قسمت نمودم و کعب را بر مال خارج دو شيء زائد گردید و اگر چهار کعب ناقص را بر دو مال ناقص قسمت کنم نیز دو شيء

زائد خارج قسمت است و اگر چهار کعب زائد را برد و مال ناقص قسمت سازم خارج قسمت
دو شيء ناقص است و اگر چهار کعب ناقص را برد و مال زائد قسمت نمایم نیز خارج دو شيء
ناقص میشود و اگر چهار جزء کعب زائد را برد و جزء مال زائد قسمت کنم خارج دو جزء شيء زائد است
و اگر چهار جزء کعب ناقص را برد و جزء مال ناقص قسمت سازم نیز خارج دو جزء شيء زائد است
و اگر چهار جزء کعب زائد را برد و جزء مال ناقص قسمت نمایم خواه چهار جزء کعب ناقص را برد و جزء
مال زائد قسمت نمایم چون منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه است خارج دو جزء شيء ناقص خواهد بود
و اگر دو مال زائد را بر چهار کعب زائد خواه دو مال ناقص را بر چهار کعب ناقص قسمت کنم
خارج دو ربع جزء شيء زائد است و اگر دو مال ناقص را بر چهار کعب زائد خواه دو مال زائد را
بر چهار کعب ناقص قسمت سازم خارج دو ربع جزء شيء ناقص است و اگر دو جزء مال زائد را
بر چهار جزء کعب زائد خواه دو جزء مال ناقص را بر چهار جزء کعب ناقص قسمت کنم خارج
دو شيء زائد است و اگر دو جزء مال زائد را بر چهار جزء کعب ناقص خواه دو جزء مال ناقص را
بر چهار جزء کعب زائد قسمت نمایم خارج دو شيء ناقص خواهد بود و اگر چهار کعب زائد را
برد و جزء مال زائد قسمت نمایم خارج دو مال کعب زائد خواهد بود چرا که منزل مقسوم فوق
منزل مقسوم علیه است و اگر دو جزء مال زائد را بر چهار کعب زائد قسمت کنم خارج دو ربع
جزء مال کعب زائد است و علی هذا در ناقصین و مختلفین مثال اجناس متعدده اگر خواهم که
هشت کعب زائد و بست مال زائد و چهار شيء ناقص را بر چهار مال مال زائد قسمت کنم خارج
دو جزء شيء زائد و پنج جزء مال زائد و یک جزء کعب ناقص شده ـــــــــــــــ کذا

خارج قسمت ۲ جزء شيء ید ۵ جزء مال ید ۱ جزء کعب قص

مقسوم ⁝ ۸ کعب ید ۲۰ مال ید ۴ شيء قص

مقسوم علیه ⁝ ۴ مال مال ید

مثال دیگر خواستم که چهارده مال مال زائد و بست کعب زائد و ده مال ناقص و هشت شيء
ناقص را بر هفت مال زائد و چهار شيء زائد و ده عدد ناقص قسمت کنم چون اجناس مقسوم

ومقسوم علیه متعدد بودند قسمت ممکن نشد لهذا منسوب ساختم بدینصــــــورت

۱۴ مال مال دد ۲۰ کعب دد ۱۰ مال قص ۸ شيء قص
____
۷ مال دد ۴ شيء دد ۱۰ قص

مثال دیگر اجناس مختلف الضلع خواستم که چهار مال زائد وپنج مال درهم زائد را برد وشيء زائد ودو درهم زائد قسمت نمایم چون قسمت ممکن نیست منسوب ساختم هکــــــذا

۱۴ مال دد ۵ مال درهم دد
____
۲ شيء دد ۲ درهم دد

مثال دیگر خواستم که چهار کعب زائد وشش مال زائد را بردو مال زائد وسه شيء زائد قسمت کنم درینجا هرچند اجناس متعدد اند لیکن خارج قسمت دو شيء زائد بهم رسید مثال دیگر خواستم که چهار کعب زائد وشش مال درهم زائد را برد وکعب زائد وسه مال درهم زائد قسمت کنم درینجا هم با وجودیکه اجناس مختلف الضلع ومتعدد اند لیکن خارج قسمت دو عدد برآمد واهل هند همچنین الوان راچنانکه در ضرب مذکور شد درقسمت مینویسند *

فائده باید دانست که درقسمت اجناس حقیقت قسمت اجناس را ملحوظ نمودن شرط است اعني لحاظ باید کرد که جنس مقسوم از ضرب کدام جنس في المقسوم علیه حاصل میتواند شد مثلاً یک مال زائد ومربع درهم ناقص را بر مسطح دینار ودرهم قسمت کنم پس خارج قسمت یک مال زائد مقسوم علی مسطح دینار في درهم ودرهم ناقص مقسوم علیه خواهد بود چراکه مربع درهم عبارت از مسطح درهم في درهم است وچون ظاهر است که اگر مسطحین را بر مسطحین آخرین قسمت سازند مضروبین مقسوم را بر مضروبین مقسوم علیه قسمت سازند که مسطح خارجین خارج قسمت میشود مثلاً اگر مسطح هشت في نه راکه هفتاد ودو است بر مسطح چهار في سه که دوازده است قسمت نمایم پس هشت رابرچهار ونه را بر سه قسمت نمودم خارج قسمت اول دو وخارج قسمت ثاني سه برآمد پس مسطح آن هردو خارجین که شش است خارج قسمت مطلوب گردید درینصورت هرگاه مسطح درهم في درهم را بر مسطح دینار في درهم قسمت کنم اول درهم را بر دینار قسمت نمودم خارج درهم گردید وهرگاه درهم را بر درهم قسمت کردم خارج قسمت واحد شد پس مسطح درهم دینار مقسوم علی دینار في واحد خارج قسمت شد وآن درحقیقت درهم مقسوم علی دینار است واگر مسطح مربع درهم في مربع دینار زائد ومسطح مربع حصه في مربع دینار ناقص را بر مربع درهم زائد ومربع حصه

ناقص قسمت کنم بدینصـــــــــــــــــــــــــــــورت

مربع درهم في مربع دينار دد مربع حصه دد في مربع دينار قص

مربع درهم دد مربع حصه قص

خارج مربع دينار خواهد بود واگر مسطح مربع درهم في مربع دينار و مسطح مربع حصه في دينار را بر مربع درهم الا مربع حصه قسمت کنم برآمدن خارج قسمت ممکن نیست پس آنرا منسوب ساخته بنویسم و همچنین اگر مجموع مسطح مربع حصه في مسطح مربع نصيب في مربع درهم و مسطح مربع حصه في مال مال درهم الا مسطح مربع درهم في مال مال حصه را بر مجموع مربع درهم الا مربع حصه قسمت کنم بدینصـــــــــــــــــــــــــــورت

مربع حصه في مربع نصيب في مربع درهم دد و مربع حصه في مالمال درهم دد و مربع درهم في مالمال حصه قص

مربع مجموع مربع درهم دد مربع حصه قص (۲)

چون در حقیقت مسطح مربع حصه في مال مال درهم مسطح مجموع مربع حصه و مربع (۲) درهم في مربع درهم است و مسطح مربع درهم في مالمال حصه مسطح مجموع مربع حصه و مربع درهم في مربع حصه است پس صورت مثال مذکور بدینطـــــــــــــــــــــــــور شد

مربع حصه في مربع درهم في مربع نصيب دد و مربع حصه في مربع درهم في مربع درهم دد و مربع حصه في مربع درهم في مربع حصه قص

مربع مجموع مربع درهم دد مربع حصه قص

درینصورت درهر سه جمله مقسوم مسطح مربع حصه في مربع درهم مضروب واقع شد وظاهر است که اگر مسطح جنسین را بر جنسی قسمت سازند احد المضروبین را بر مقسوم علیه قسمت نمایند چراکه خارج قسمت مطلوب مساوي حاصل الضرب احد المضروبین مقسوم علی جنس مقسوم علیه في مضروب آخر میشود مثلا مسطح چهار في شش را که بست و چهار است بر سه قسمت کنم خارج که هشت است مساوي مسطح شش مقسوم علی سه که دو است في چهار خواهد بود درینصورت خارج قسمـــــــــــــــــــت

مسطح مربع درهم دد في مربع حصه في مجموع مربع نصيب دد و مربع درهم دد و مربع حصه قص گردید *

مربع مجموع مربع درهم دد مربع حصه قص

فط

(۲) درنسخ لفظ مجموع یافته شد اما مقام لفظ حاصل ضرب مقتضی است

فائده اگر مسطحین را بر مسطحین قسمت سازند مضروبین مقسومین را بر مضروبین مقسوم علیه قسمت سازند که خارج مطلوب است مثلاً ۴ نصیب في ۳ دینار را بر ۲ نصیب في ۴ دینار قسمت کنم خارج ۲ في $\frac{1}{۴}$ دینار خواهد بود *

بیان سیوم در قسمت اجذار و جذر الاجذار و ضلعین کعبین باید دانست که اگر جذر عددي را بر جذر عددي یا کعب را بر کعب یا جذر الجذر را بر جذر الجذر قسمت نمایند اعداد مقسوم را بر اعداد مقسوم علیه قسمت کنند و جنس را بر جنس مثلاً اگر جذر سي و شش مال مال را بر جذر چهار مال قسمت کنم سي و شش مال مال را بر چهار مال قسمت کردم خارج نه مال گردید و جذر آن خارج قسمت مطلوب است و همچنین اگر جذر الجذر دو صد و پنجاه و شش مال مال را بر جذر الجذر شانزده مال مال قسمت کنم خارج جذر الجذر شانزده عدد میشود و همچنین اگر کعب دو صد و شانزده کعب کعب را بر کعب هشت کعب قسمت سازم خارج کعب بست و هفت کعب خواهد بود و اگر مقسوم و مقسوم علیه متعدد الاجناس باشند و بعضي ازان اجذار بود پس اگر همه متحد الضلع اند همه را اجذار باید نمود اعنی مجذور آنها باید گرفت و قسمت باید کرد مثلاً اگر خواهم که سه شيء زائد و جذر پنجاه و چهار مال زائد و جذر چهار صد و پنجاه مال زائد و جذر هفتاد و پنج مال زائد را بر جذر هجده مال زائد و جذر سه مال زائد قسمت کنم چون سه شيء در مقسوم از جنس اجذار نبود لهذا مجذور آنرا که نه مال است گرفته قسمت نمودم بدینصورت

	۷۵ مال	۴۵۰ مال	۵۴ مال	۹ مال
		۲۵	۳	
مقسوم	۷۵ مال	۴۵۰ مال	۵۴ مال	۹ مال
مقسوم علیه	۷۵ مال	۴۵۰ مال	۵۴ مال	۹ مال
	۳ مال	۱۸ مال	۱۸ مال	۳ مال

خارج قسمت جذر ۳ زائد و جذر ۲۵ زائد برآمد وهو المطلوب و اگر در خارج قسمت کسر واقع شود پس از اجناس مقسوم علیه یک جنس را در زیادة و نقصان منعکس سازند اعنی زائد را ناقص خواه ناقص را زائد فرض نمایند و در مقسوم علیه اصلي ضرب نموده و متداخلین في الزیادة والنقصان را ساقط کرده باقي حاصلات را جمع سازند بطریقیکه در جمع گفته شد و مقسوم علیه ثاني اعتبار کنند و مقسوم را در مقسوم علیه مفروضي ضرب ساخته و متداخلین في الزیادة والنقصان را ساقط نموده جمع کنند و مقسوم ثاني اعتبار کنند و مقسوم ثاني را بر مقسوم علیه ثاني قسمت نمایند که خارج مطلوب بود مثلاً خواستم که شانزده شيء ناقص و جذر سه صد مال زائد را بر جذر بست و هفت مال زائد و جذر بست و پنج مال ناقص قسمت کنم از اجناس

مضروب

	مال الکعب	مال المال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال المال	جزء مال الکعب	
مال کعب	مال مال کعب کعب	کعب کعب کعب	مال کعب کعب	مال مال کعب	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء مال کعب
مال مال	کعب کعب کعب	مال کعب کعب	مال مال کعب	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال مال
کعب	مال کعب کعب	مال مال کعب	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب
مال	مال مال کعب	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال
شیء	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء شیء
واحد	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	واحد
جزء شیء	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	شیء
جزء مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال کعب	مال
جزء کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء مال کعب کعب	کعب
جزء مال مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء مال کعب کعب	جزء کعب کعب کعب	مال مال
جزء مال کعب	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء مال کعب کعب	جزء کعب کعب کعب	جزء مال مال کعب کعب	مال کعب
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

مقسوم

مضروب فیه

مقسوم علیه

مقسوم علیه بست و پنج مال ناقص را زائد فرض کردم و ضرب نمودم بدینصورت مجموع ۲۷ مال ند
و ۲۵ مال ند في مجموع ۲۷ مال ند و ۲۵ مال قص حاصل ضرب ۶۷۵ مال مال ند و ۶۷۵
مالمال قص و ۷۲۹ مالمال ند ۶۲۵ مالمال قص گردید متداخلین زیادة و نقصان را ساقط کردم باقي ۷۲۹
مالمال ند ۶۲۵ مالمال قص ماند آنرا بقاعدۂ جمع الجذرین جمع نمودم چهار مالمال زائد شد مقسوم علیه
ثاني اعتبار نمودم و باز چون در مقسوم شانزده شيء مجذور نبود لهذا مجذور آن گرفتم و دو صد و پنجاه و شش مال
ناقص و شش صد مال زائد را در بست و هفت مال زائد و بست و پنج مال زائد که مقسوم علیه مفروضي بود
ضرب ساختم بدینصورت شد ۶۲۵ مال قص ۳۰۰ مال ند في ۲۷ مال ند ۲۵ مال ند حاصل ضرب ۶۹۱۲
مالمال قص ۶۴۰۰ مالمال قص ۸۱۰۰ مالمال ند ۷۵۰۰ مالمال ند گردید چون درین حاصل ضرب متداخلین
نبودند لهذا حاصلات را جمع نمودم بدین طریق که ۶۴۰۰ مالمال قص را با ۸۱۰۰ مال مال ند جمع نمودم
۱۰۰ مال مال ند شد چراکه جمع این هر دو ممکن بود و باز ۶۹۱۲ مالمال قص را با ۷۵۰۰ مالمال ند جمع نمودم
حاصل دوازده مالمال زائد برآمد و دیگر جمع ممکن نبود پس حاصل جمع مقسوم ثاني ۱۰۰ مالمال ند
و ۱۲ مال مال ند شد آنرا بر چهار مال مال زائد که مقسوم علیه ثاني بود قسمت کردم خارج جذر
بست و پنج عدد زائد و جذر سه عدد زائد برآمد و آن مطلوب است و باید دانست که اگر مقسوم
متعدد متحد الضلع و مقسوم علیه مفرد متحد الضلع بود قسمت ممکن است اگر مقسوم علیه هم متعدد
باشند اگر متحد الضلع بود گاهی قسمت ممکن میشود و گاهي غیر ممکن چراکه اگر مقسوم از
ضرب جنسي در مقسوم علیه حاصل شده است قسمت ممکن است والّا فلا و همچنین اگر اجناس
مختلف الضلع باشند حال همین است و هر جاکه قسمت ممکن نباشد مقسوم را بر مقسوم علیه منسوب
سازند چنانکه مذکور شد *

فائده اکثر اهل کتب برای دریافت حاصل الضرب اجناس متحد الضلع و خارج قسمت آنها
جدولی مقرر کرده اند برای تسهیل درینجا ثبت افتاد هذه صورته (جدول ۱۵۶)

بیان چهارم در قسمت کسور اعني مقسومین خواه احد المقسومین مقسوم بر جنسي یا جنسین باشند
درینصورت مقسوم صورت و مقسوم علیه مخرج کسر است و طریقش این است که اگر هر دو مقسومین
مقسوم بر جنسي یا اجناس باشند به بینند که مخرج هر دو از یک جنس است یا نه اگر از یک جنس
اعني متحد الضلع باشند پس مخرج اعظم را بر مخرج اصغر قسمت نمایند و خارج را در صورت

کسر مخرج اصغر ضرب ساخته صورت کسر مقسوم را بر صورت کسر مقسوم علیه قسمت سازند
مثلاً خواستم که دوازده مال مال مقسوم علی چهار مال را بر سه مال مقسوم علی دو کعب
قسمت کنم پس دو کعب را که مخرج اعظم است بر چهار مال که مخرج اصغر است قسمت نمودم
نصف شيء شد نصف شيء را در دوازده مال مال که صورت کسر مخرج اصغر و مقسوم است ضرب
ساختم شش مال کعب شد آنرا بر سه مال که صورت کسر مخرج اعظم و مقسوم علیه است
قسمت کردم خارج دو کعب برآمد وهو المطلوب بدینصورت　مقسوم　۱۲ مال مال / ۴ مال　مقسوم علیه　۳ مال / ۲ کعب

وهرگاه مخرج اعظم را بر مخرج اصغر قسمت نمودم
خارج ۱/۲ شيء شد آنرا در صورت کسر مقسوم که مخرج آن اصغر بود ضرب ساختم حاصل ۶ مال کعب شد
آنرا بر ۳ مال قسمت نمودم خارج ۲ کعب مطلوب گردید و اگر احد المقسومین کسر باشد و دیگر صحیح
پس مخرج کسر را در صحیح ضرب نمایند و قسمت کنند مثلاً اگر چهار مال را بر دوازده مال مال مقسوم
علی چهار مال قسمت کنم پس چهار مال مقسوم را که صحیح است در چهار مال که مخرج کسر مقسوم
علیه است ضرب نموده شانزده مال مال را بر دوازده مال مال که صورت کسر مقسوم علیه است قسمت نمودم
خارج یک عدد و یک ثلث عدد گردید و اگر دوازده مال مال مقسوم علی چهار مال را بر چهار مال
قسمت سازم دوازده مال مال را بر شانزده مال مال قسمت نمودم خارج سه ربع عدد شد و اگر مخرج
مختلف الضلع باشد پس صورت کسر هر یکی را در مخرج دیگری ضرب سازند و قسمت نمایند مثلاً

مقسوم　۴ مربع دینار و ۶ مال / ۲ مال الا دینار　　مقسوم علیه　۳ کعب دینار و ۴ مال / ۲ مربع دینار الا شيء

چون مقسومین مختلف المخرج اند لهذا صورت کسر هر یکی را در مخرج دیگری ضرب کرده
قسمت نمودم بدینصـــــــــــــورت

۸ مال مال دینار و ۱۲ مال في مربع دینار الا ۴ مربع دینار في شيء الا ۶ کعب / ۶ مال في کعب دینار و ۸ مال مال الا ۳ مال مال دینار الا ۴ مال في دینار

فائده بدانکه چون در اصول ثابت است که هرگاه دو عدد را که علی نسبت معینه باشند
در عددی دیگر ضرب سازند پس حاصلین هم بهمان نسبت خواهد بود در ینصورت هرگاه مخرج

احد الکسرین را در صورت کسر آخر ضرب نمودم گویا ذی مخرج را صحیح ساختم اعنی صورت کسر آنرا هم در مخرج ضرب نمودم پس حاصل هم بهمان نسبت ماند درینصورت برای قسمت صحیح مع الکسر هم قاعده باشد که صحیح را در مخرج کسر ضرب ساخته باصورت کسر جمع سازند خواه در هر دو طرف بود خواه بیک طرف غرض مقسوم ومقسوم علیه را از یک جنس باید نمود تا قسمت درست شود*

مطلب ششم در طریق ساختن مجذور و مضلعات اجناس ودرآن نیز چند بیان است

بیان اول در مجذور صفر باید دانست که مجذور صفر هم صفر میشود چنانکه ظاهر است وهمچنین مضلعات دیگر*

بیان دویم در مجذور اجناس زائده وناقصه باید دانست که مضلعاتیکه عدد منزل آنها زوج است ضلع اول آنها اجناس زائده خواه ناقصه باشد همیشه زائد می باشد وخود آن مضلعات بالذات ناقص نمیشوند مثلاً اگر کسی مجذور ناقص بالذات گوید کاذب است چراکه جذرش زائد یا ناقص نمی تواند شد لیکن مجذور را اگر مستثنی از جنس دیگر بود ممکن است مثلاً کعب الا مال میتواند شد خواه گویند مال ناقص ومقصود آن باشد که جذرا و ناقص است نیز میتواند شد ومضلعاتیکه عدد منزل آنها فرد است اگر ضلع اول آنها زائد است زائد باشند واگر ضلع اول ناقص است ناقص می باشند وباید دانست که چون مجذور جنسی عبارت از حاصل الضرب فی نفسه است درینصورت اگر بخواهند که مجذور جنسی مفرد حاصل کنند مجذور عدد جنس ومجذور جنس بگیرند مثلاً اگر خواهم مجذور چهار شیء بدانم چون مجذور چهار شانزده است ومجذور شیء مال پس شانزده مال مجذور چهار شیء گردید وهمچنین در مضلعات دیگر مضلع عدد ومضلع جنس بگیرند مثلاً اگر کعب چهار مال مطلوب است چون کعب چهار شصت وچهار است وکعب مال کعب کعب پس شصت وچهار کعب کعب گردید وطریق ساختن مضلعات اجناس بوجه عام این است که عدد منزل مضلع را در عدد منزل جنس ضرب سازند که حاصل عدد منزل مضلع حاصل است مثلاً اگر خواهم که مجذور شیء بدانم چون عدد منزل مجذور که عبارت از مال باشد دواست وعدد منزل شیء واحد وحاصل الضرب هم دو شد پس مجذور شیء مال شد وهمچنین اگر مجذور مال مطلوب است دو را در دو ضرب کردم حاصل چهار که عدد منزل مال مال است مطلوب بود وهکذا مجذور کعب کعب

که منزل ششم است خواهد بود و کعب مال هم کعب کعب میشود وهکذا واگر اجناس متعدده باشند پس بطریقیکه در ضرب مذکور شد آنها را فی نفسه ضرب سازند وجمع کنند خواه اصول منازل را ملحوظ نموده اول مضلع دو جنس حاصل کنند وبعد از ان مجموع جنس اول ودویم را بمنزلهٔ جنس واحد فرض کرده با جنس ثالث مضلع نمایند وگاهی برای اختصار واجمال وعدم ضرورت تفصیل صرف نام مضلع مطلوب بر اجناس نویسند مثلاً اگر خواهم که مربع یک مال وچهار شیٔ نمایم اگر بقاعدهٔ ضرب عمل نمایم یک مال مال وشانزده مال وهشت کعب شد واگر اصول منزل مجذور را ملحوظ نمودم چون اصول منزل مال اعنی مجذور این است که مجموع مجذورین جزئین ومسطح احدهما فی ضعف الآخر است پس مجذور یک مال که یک مال مال بود ومجذور چهار شیٔ شانزده مال ومسطح دو مال در چهار شیٔ هشت کعب است گرفتم وجمع نمودم همان حاصل جمع مطلوب شد واگر اجمال واختصار منظور شود صرف مربع یک مال وچهار شیٔ نویسم وهمچنین اگر مجذور یک مال وچهار شیٔ وپنج عدد نمایم اول مجذور یک مال وچهار شیٔ نمودم یک مال مال وشانزده مال وهشت کعب گردید وآنرا بمنزلهٔ مجذور جنس واحد اعنی مجموع مال وچهار شیٔ دانستم وباز مجذور پنج عدد که بست وپنج عدد است گرفتم ویک مال وچهار شیٔ را در ضعف پنج که ده است ضرب نمودم ده مال وچهل شیٔ شد پس همه را جمع نمودم یک مال مال وبست وشش مال وهشت کعب وچهل شیٔ وبست وپنج عدد گردید وآن مطلوب است وهمچنین اگر کعب یک مال وچهار شیٔ نمایم خواه بقاعدهٔ ضرب عمل کنم خواه بطریق اصول منازل بعمل آرم اعنی چون اصول منازل کعب این است که مکعب جزئین ومسطح سه مجذور هریکی فی الآخر پس مکعب یک مال گرفتم یک کعب کعب شد ومکعب چهار شیٔ شصت وچهار کعب گردید وچون مجذور مال مال المال است وهرگاه آنرا در شیٔ ضرب کنم مال الکعب میشود ومجذور شیٔ مال است ومسطح آن در مال مال میشود پس دوازده مال کعب وچهل وهشت مال مال مسطح سه مجذور یکی فی الآخر گردید جمع نمودم یک کعب کعب وشصت وچهار کعب ودوازده مال کعب وچهل وهشت مال المال شد وآن مکعب یک مال وچهار شیٔ است واگر مکعب یک مال وچهار شیٔ وپنج عدد نمایم چون مکعب پنج یکصد وبست وپنج است ومجذور پنج بست وپنج ومجذور یک مال وچهار شیٔ یک مال المال وشانزده مال وهشت کعب پس بر مکعب یک مال وچهار شیٔ مکعب پنج ومسطح سه مجذور پنج در یک مال

وچهار شيء ومسطح سه مجذور يک مال وچهار شيء در پنج افزودم بدينصـــــــورت شد

١ كعب كعب	١٢ مالكعب	٤٨ مالمال	٦٤ كعب			
*	*	*	*	٧٥ مال	٣٠٠ شيء	١٢٥ عدد
*	*	١٥ مالمال	١٢٠ كعب	٢٤٠ مال	*	*
١ كعب كعب	١٢ مالكعب	٦٣ مالمال	١٨٤ كعب	٣١٥ مال	٣٠٠ شيء	١٢٥ عدد

فائده بايد دانست كه اگر مربعين مسطحين نمايند زائدين باشند يا ناقصين يا مختلفين مسطح مربعين آن هردو بگيرند مثلاً مربع مسطح مال في كعب مسطح مال مال في كعب كعب است وعلى هذا القياس *

بيان سيوم در مضلعات اجذار بدانكه اگر جذر مفرد است مجذور آن خود موجود است چراكه جذر بي مجذور نميبا شد واگر خواهند كه مكعب آن حاصل سازند پس مكعب مجذور بگيرند كه جذرش مكعب جذر است مثلاً اگر خواهم كه مكعب جذر چهار بدانم مكعب چهار گرفتم شصت وچهار شد وجذر آن كه هشت است مكعب جذر چهار است وهمچنين است حال ديگر مضلعات مثلاً اگر خواهم كه مال كعب جذر ده بدانم چون مال كعب ده يک لک پس جذر آن مال كعب جذر ده خواهد بود واگر اجذار متعدده باشند خواه بقاعدهٔ ضرب عمل نمايند خواه بلحاظ اصول منزل مضلع حاصل نمايند مثلاً خواهم كه مجذور مجموع جذر دو وهشت بدانم اگرچه حقيقت اين مجذور مثل جمع اجذار است چراكه حاصل جمع مجذور مجموع است ليكن چون در اصطلاح جمع ديگر ومجذور ديگر است ودرينجا طريق مجذور بيان ميشود وآن حاصل الضرب عدد في نفسه است پس دو وهشت را في نفسه ضرب نمودم چهار وشصت وچهار وشانزده وشانزده شد ومجموع اجذار همه حاصل الضروب مجذور مجموع الجذرين است وچون همه حواصل مجذورات منطق اند لهذا جذر همه گرفتم ٢ و ٨ و ٤ و ٤ شد ومجموع آن هجده ميشود پس هجده مجذور مجموع جذرين دو وهشت است وبقاعدهٔ اصول منازل چون مجذور عبارت از مجموع مجذورين جزئين ومسطح احدهما في ضعف الآخر است ومجذورين جزئين موجود اند آن هردو را جمع نمودم ده شد وظاهر است كه مسطح احدهما في ضعف الآخر مساوي جذر مسطح احد المجذورين في چهار امثال مجذور آخر خواهد بود لهذا احد المجذورين را كه دو است در چهار امثال هشت كه مجذور آخر است اعني سي ودو ضرب نمودم شصت وچهار

گردید چون منطق بود جذر آنرا که هشت است برده که مجموع مجذورین بود افزودم هجده حاصل الجمع شد و آن مجذور مجموع جذرین مذکورین است و اگر مسطح منطق نباشد آنرا بصورت نویسند مثلاً اگر خواهم مجذور مجموع جذر دو و جذر سه و جذر پنج بدانم هر سه عدد را جمع نمودم ده شد و باز هریکی را در چهار امثال دیگری ضرب نمودم حاصل بیست و چهار و چهل و شصت گردید و چون این هر سه حواصل اصم الجذر اند لهذا آنها را بصورت نوشتم مجموع ده عدد و جذر ۲۴ و جذر ۴۰ و جذر ۶۰ مجذور شد و اگر جمع حواصل ضرب بقاعدهٔ جمع اجذار ممکن باشد جمع نمایند و همچنین اگر خواهم که کعب مجموع جذر چهار و جذر نه بدانم اگر بقاعدهٔ ضرب عمل نمایم بدینصورت ۴ و ۹ حاصل الضرب اول که مجذور مجموع است ۱۶ و ۸۱ و ۳۶ و ۳۶ حاصل ضرب ثاني که کعب است ۶۴ و ۱۴۴ و ۳۲۴ و ۷۲۹ و ۱۴۴ و ۳۲۴ و ۱۴۴ و ۳۲۴ و چون همه حواصل منطق اند جذر همه گرفته جمع نمودم ۸ و ۱۲ و ۱۸ و ۲۷ و ۱۲ و ۱۸ و ۱۲ و ۱۸ مجموع ۱۲۵ شد و آن کعب مجموع الجذرین است و اگر بقاعدهٔ اصول منازل کعب حاصل کنم پس اول کعب چهار گرفتم شصت و چهار شد و کعب نه هفتصد و بست و نه و چون مسطح سه مجذور هریکی در دیگری ضرور است و اینجا جذرین موجود نیستند الا مجذور آنها موجود است لهذا نه مجذور هریک عدد را در دیگری ضرب نمودم اعني یکصد و چهل و چهار را که نه مجذور چهار است در نه ضرب ساختم ۱۲۹۶ شد و هفتصد و بست و نه را که نه مجذور نه است در چهار ضرب نمودم ۲۹۱۶ گردید چون همه حواصل منطق اند لهذا اجذار آنها که ۸ و ۲۷ و ۳۶ و ۵۴ جمع نمودم ۱۲۵ و آن کعب مجموع الجذرین است و اگر آن همه مجذور نباشند پس هرچه مجذور باشد جذر آن گرفته باقي را بصورت نویسم مثلاً اگر کعب مجموع جذر دو و هشت بدانم چون کعب دو هشت است و کعب هشت اعني ۵۱۲ و مسطح نه مجذور دو اعني ۳۶ در هشت ۲۸۸ و مسطح نه مجذور هشت اعني ۵۷۶ در دو ۱۱۵۲) است و هیچ یکی ازین حواصل مجذور منطق نیست لهذا بصورت نوشتم اعني مجموع جذر ۸ و جذر ۵۱۲ و جذر ۲۸۸ و جذر ۱۱۵۲ کعب مجموع الجذرین است و علی هذا القیاس در دیگر مضلعات و مضلعات کعبین وغیره که بیان آن درینجا طول میشود *

بیان چهارم در طریق ساختن مضلعات کسور و طریقش این است که مضلع صورت کسر را

برضلع مخرج منسوب سازند مثلاً خواهم که مجذور ۸ مال ند ۲ کعب قص بدانم مجذور صورت
۶ کعب ند ۸ مال قص

کسر را برمجذور مخرج منسوب ساختم مطلوب برآمد بدینصـــــــــــورت
۶۴ مال مال ند ۴ کعب کعب ند ۳۲ مالکعب قص وهمچنین در دیگر مضلعات عمل نمایند *
۳۶ کعب کعب ند ۶۴ مال مال ند ۹۶ مالکعب قص

مطلب هفتم در طریق استخراج ضلع اول مضلعات

باید دانست که مضلعاتیکه عدد منزل آنها زوج است باعتبار جذر منطق اند اعني جذر آنها مضلعیکه عدد منزل او نصف عدد منزل آنها باشد میشود مثلاً جذر مال شيء است وجذر مال مال مال وجذر کعب کعب کعب است وهمچنین در دیگر مضلعات ومضلعاتیکه عدد منزل آنها فرد باشد باعتبار جذر اصم اند مثل کعب ومالکعب وغیرآن که برای آنها جذر نیست وهمچنین مضلعاتیکه برای عدد منزل آنها ثلث صحیح باشد باعتبار کعب منطق اند مثلاً کعب کعب که ضلع کعب آن مال است وهمچنین در دیگر مضلعات وباید دانست که اگر با مضلعات عدد هم باشد مثل چهار مال خواه هشت کعب خواه دو مال مال وغیرآن پس اگرآن عدد هم باعتبار جذر خواه کعب وغیرآن از جنس مضلع منطق باشد آن مضلع منطق است والا اصم مثلاً چهار مال باعتبار جذر منطق است چراکه عدد چهار هم باعتبار جذر منطق ومال هم باعتبار جذر منطق است پس جذر چهار مال دو شيء میشود وهمچنین ضلع کعب هشت کعب دو شيء است وجذر چهار مال مال دو مال وکعب هشت کعب کعب دو مال است وعلی هذا القیاس وبرای سه مال جذر نیست وهمچنین برای پنج کعب کعب جذر نیست چراکه اعداد آنها غیر مجذور اند وهمچنین برای چهار مالکعب جذر نیست چراکه عدد منزل آن فرد است جذر نمیدارد وقس علی هذا واگر اجناس متعدد باشند پس باید دانست که اگر دو جنس اند جذر آنها بحسب الجنسیة ممکن نیست واگر سه جنس اند وازآن اعداد واجناس اعلی وادنی منطق باشند واعداد جنس اوسط مسطح جذر اعلی في ضعف جذر ادنی است پس جذر آن هرسه اجناس مجموع جذرین اعلی وادنی خواهد بود واگر همچنین نباشد آنها هم اصم اند واگر چهار جنس باشند جذر آنهم ممکن نیست واگر پنج اجناس باشند وجنس اول وپنجم منطق باشد هم از روي عدد وهم از روي جنس وهرگاه از جنس ثالث مسطح جذر اول في ضعف جذر پنجم ساقط نمایند باقي هم مجذور بود از روي عدد وجنس ومسطح جذر باقي جنس ثالث في ضعف

جذر اول وضعف جذر پنجم مساوي جنس ثاني ورابع بود پس مجموع هر سه اجذار جذر مطلوب باشد واگر چنین نبود آنهم اصم است وهکذا در اجناس سته وسبعه وغیره مثلا خواهم که جذر چهار مال وبست کعب وبست وپنج مال مال بدانم چون جذر جنس اعلی که سیوم است پنج مال وجذر اول که جنس ادنی است دو شيء ومسطح احد الجذرین في ضعف الآخر اعني مسطح پنج مال در چهار شيء بست کعب میشود وآن مساوي جنس اوسط است پس پنج مال ودو شيء جذر مطلوب است وهمچنین اگر جذر چهار مال وبست کعب وچهل ویک مال وچهل مالکعب وشانزده کعب کعب بدانم چون جذر جنس اعلی اعني شانزده کعب کعب چهار کعب است وجذر جنس ادنی اعني چهار مال دو شيء ومسطح احد الجذرین في ضعف الآخر شانزده مال مال است وهرگاه آنرا از چهل ویک مال مال ساقط نمودم باقي بست وپنج مال مال ماند آنهم مجذور منطق است وجذر آن پنج مال ومسطح پنج مال في ضعف الجذرین الاولین بست کعب وچهل مالکعب گردید وآن هردو جنس ثاني ورابع اند پس مجموع هر سه اجذار مطلوب است اعني چهار کعب وپنج مال ودو شيء وقال صاحب عیون الحساب انا استنبطتُ لاستخراج جذورها اي جذور المضلعات الاصم بحسب العدد قاعدةً هي نأخذ بعد ذلک الجنس مضلعا یکون عدد منزله مثل شطر الاعظم من عدد منزله ذلک الجنس مثاله اردنا ان نأخذ جذر عشرة اموال کعب بحسب العدد فکان عدد منزله خمسة وشطرها الاعظم ثلثة وهي منزلة الکعب فاخذنا کعب العشرة فحصلت الف فهو جذر عشرة اموال کعب علی ان الشيء عشرة فقط * این ضعیف میگوید که ما حصل استنباط این قاعده معلوم نمیشود چراکه اگر مقدار شيء عشر معلوم است پس حاجت باستخراج این قاعده چیست واگر مقدار شيء مجهول است پس ضرورة قاعده برای استخراج شيء ازین جذر می باید خواه طریق عمل استخراج شيء که در جبر ومقابله ضرور است وآن هردو ازین قاعده حاصل نمیشود پس لغو محض باشد واگر این قاعده را باین نهج بیان کنم خوب است که چون ده مالکعب عبارت است از حاصل الضرب ده عدد در مالکعب وهمچنین مالکعب عبارت است از حاصل الضرب مال مال في شيء پس مسطح جذر هریکی از مضروبین بگیرم که مسطح الجذرین مساوي جذر مسطح المجذورین میباشد پس جذر ده مالکعب مسطح جذر ده در مسطح مال في جذر شيء است درینصورت اگر مقدار شيء ده عدد باشد پس مسطح مذکور یک هزار خواهد بود

ضرورة چنانکه صاحب عیون الحساب استنباط نموده واگر مقدار شيء مثلا چهل فرض کنم پس مسطح مذکور سي ودو هزار بود بحسب العدد چراکه هرگاه جذر چهل راکه شيء است در جذر ده ضرب کنم حاصل بست که جذر چهارصد است خواهد بود و هرگاه بست را در یک هزار و ششصد که مال چهل است ضرب نمودم سي ودو هزار حاصل شد و آن مطلوب است و باید دانست که درین قاعده فائدۀ کثیر است زیراکه در جبر و مقابله مقصود اجرای عمل بحسب مقتضای سؤال میباشد تا مقابلۀ مجهول خواه مضلعات آن از معلوم گردد که ازان مجهول را استخراج نمایند و اجرای عمل ازین قاعده حاصل است ونیز این قاعده عام میشود که مضلعات منطق را شامل است مثلاً گویم جذر چهارمال دوشيء است چراکه چهارمال عبارت است از مسطح چهار في مال پس جذر آن مسطح جذر چهار که دو است در جذر مال که شيء است خواهد بود و آن عبارت از دوشيء باشد و همچنین اگر کعب هشت کعب کعب بدانم چون آن مسطح هشت في کعب کعب است پس کعب آن مسطح کعب هشت که دو است في کعب کعب کعب که مال است خواهد بود اعني دومال واگر کعب شانزده مال مال مطلوب باشد گویم که چون مال مال عبارت از مسطح کعب في شيء است پس مسطح ضلع کعب شانزده في مسطح شيء في ضلع کعب شيء کعب مطلوب است *

مطلب هشتم در استخراج ضلع اول مضلعات بوجه عام

باید دانست که هرچند طریق استخراج ضلع اول مضلعات در مطلب دهم باب اول مفصل بیان کرده شد لاکن چون طریق خاص که برای استخراج ضلع اول مضلعات زائده و ناقصه است و بدون دانستن طریق ضرب و تفریق و جمع اجناس زائده و ناقصه نمیتواند شد درینجا نوشتن ضرور افتاد وازان جمیع مسائل جبر و مقابله و معادلات غیر متناهي حل میشوند و هیچکس آنرا بالتفصیل بیان نکرده است باید دانست که هرگاه جنسین یا اجناس کثیره معادل یک دیگر شوند و بعد از اتمام عمل جبر و مقابله در معادلۀ اخیره که عدد بطرفی از معادله واقع شود خواه آن عدد شامل جنس اعظم باشد یا جنس اصغر پس جمیع اجناس را بلحاظ مراتب و لحاظ زائد و ناقص نویسند و مضلعات عدد جنس اعظم بلحاظ زائد و ناقص درست سازند تا آنکه یک مرتبه ازان جنس اعظم کم باشد پس اعداد جمیع اجناس ما تحت جنس اعظم را صعوداً و نزولاً در آن مضلعات ضرب سازند مثلاً اگر دومال مال وسه کعب و دومال و پنج شيء و ۲۲۰ (اجناس متعدده اند پس

مضلعات عدد جنس اعظم که دو است نوشتم بدینصورت ضلع ۲ مال ۴ کعب ۸ پس عدد را در کعب
که هشت بود ضرب نمودم ۱۷۶۰ شد و عدد شيء را در مال
که چهار است ضرب ساختم ۲۰ گردید و عدد مال را در ضلع که عدد جنس اعظم است ضرب نمودم
چهار گردید و عدد کعب را بحال خود گذاشتم چراکه برای او هیچ مضروب فیه نبود و درینصورت
ضرور است که جنس ما تحت اعظم که بیک مرتبه کم باشد بحال خود خواهد بود و اگر کدام جنس
در وسط موجود نباشد مثلاً در مثال مذکور اگر کعب خواه مال خواه شيء نباشد پس مضروب فیه
آنرا موقوف باید کرد و بعد از ان استخراج ضلع اول حاصل ضرب اعداد بلحاظ زائد و ناقص نمایند
و آن ضلع اول راکه خارج شود بر عدد جنس اعظم قسمت سازند که خارج قسمت مطلوب است
پس اگر جنس اعظم زائد است ضلع اول هم زائد خواهد بر آمد و اگر جنس اعظم ناقص است ضلع
اول هم ناقص خواهد بر آمد و باید دانست که اگر مضلع جنس اعظم منطق است ضلع اول صحیح
خواهد بر آمد و اگر اصم است پس بعد اخراج اعداد صحیح ضلع اول هر قدر که اعداد باقیماند در یمین
آن اصفار بعدة عدد منزل مضلع اعظم افزوده استخراج اعداد مابعد نمایند و باز اگر کسر افتد دیگر
اصفار بهمان عدة بیفزایند و استخراج کنند و همچنین تا هر مرتبه که خواسته باشند تا آنکه کسر قلیل
باقیماند و بعد از ان اعداد یراکه بعد از صحیح خارج شده اند بر واحد اصفار بعدة اعداد مراتب خارج
نوشته منسوب سازند که آن عدد صحیح مع حاصل النسبة ضلع اول مطلوب خواهد بر آمد و نیز اگر
علامت مراتب ضلع اول صرف بر آحاد واقع شود درینصورت مضلع اعظم منطق باشد خواه اصم بر یمین
آن اصفار بعدة عدد منزل مضلع اعظم افزوده استخراج ضلع اول نمایند و خارج را بر ضلع ذو اصفار
قسمت سازند که حاصل مطلوب است و نیز باید دانست که چون مضلعات منطقه خواه عدد صحیح
خواهد بود خواه کسر خواه صحیح مع الکسر پس اگر ضلع اول کسر باشد یا صحیح مع الکسر درینصورت
در اعداد معادل نیز کسر خواهد افتاد و مخرج آن مضلع عدد مخرج کسر ضلع اول خواهد بود
چراکه مضلعات نزولي هم مضلعات کسر اند که مخارج آنها مضلعات صعودي عدد مخرج ضلع
اول باشد و صورت آنها مضلعات صعودي صورت کسر ضلع اول بود درینصورت اگر مضلعات
منطق زائده باشند یا ناقصه ممکن نیست که مخرج کسر اعداد موجوده تبدیل یابد زیراکه مخرج
مضلع اعظم اعظم خواهد بود و مخارج دیگر مضلعات ما تحت آن نسبت تداخل دارند درینصورت

استخراج ضلع اول اعداد که صورت کسراست نموده بر ضلع اول مخرج منسوب سازند واگر مخرج مضلع اعظم از جنس مضلع نباشد بدانند که مضلع اصم است منطق نیست وباید دانست که استخراج ضلع اول درینجا بطوریکه درمطلب دوازدهم باب اول مذکوراست نمایند لیکن فرق ما بینهما این است که درآنجا صرف استخراج مضلع مفرد است ولحاظ زائد وناقص نیست ودرینجا احتیاج رجوع بمفرد نیست بلکه عام است که مضلع مفرد باشد یا نه ولحاظ زائد وناقص درضرب وتفریق وجمع شرطاست ونیزدرینجا طریق استخراج مضلعات بکسور اقرب التقریبی الی غیر النهایة که بزیادت اصفار میشود مذکوراست واگردرآنجا نیزبهمین نهج کسور اقرب التقریبی حاصل کنند انسب خواهد بود ونیزدرآنجا بسبب عدم لحاظ زائد وناقص درضرب وتفریق وغیره دربعض صوربرای اعمال جبریه ازضرب وتفریق وغیره درحاشیه خارج ازجدول وگاهی فوق جدول احتیاج نوشتن میشد چنانکه امثلهٔ آن گذشت وازین جهت محاسب را اشکال می نمودگ درینجا احتیاج آن نیست واگردرآن طریق نیزهمین لحاظ مرعی دارند جمیع اعمال متعلقهٔ آن سهل خواهد شد *

فائده باید دانست که گاهی بعد رسم جدول برای استخراج مضلعات زائده وناقصه وبعد رسم اعداد صفوف برای علامت اخیر ضلع اول عددی یافته نمیشود پس لحاظ باید کرد که پیدا نشدن عدد یا بسبب اعداد زائدهٔ صفوف است ویا بسبب اعداد ناقصه است پس اگر سبب اعداد زائدهٔ صفوف است باید که بر علامت اخیر صفر گذاشته ازعلامتی که یمین اوست عمل نمایند وهمچنین اگر درآنجا هم عدد پیدا نشود ازدیگر علامت یمین او عمل سازند وهکذا واگر بسبب اعداد ناقصه است خانهای دیگر برای علامت دیگر بقدر ضرورت دریسار جدول بکشند وعلامت دیگر نهاده ازآنجا ابتدای عمل نمایند وهکذا *

تنبیه درصورتیکه عدد علامت اخیر بسبب اعداد ناقصهٔ صف ضلع بهم نرسد درینصورت بعد رسم خانهای خالی دیگر برای علامت دیگر عدد مرتبهٔ اخیر اعداد ناقصه را برای علامت اخیر بگیرند واگر بسبب اعداد ناقصه صف مال برای علامت اخیر عدد یافته نشود پس ازعددٌ مرتبهٔ اخیر اعداد زائده اقرب المضلع گرفته ضلع اول او را برای علامت اخیر متعین نمایند وهکذا در اعداد صف کعب ضلع اول اقرب الکعب بگیرند *

مطلب نهم در طریق تصرف در سؤال سائل بر سبیل اجمال

بدانکه اگر مجهول واحد باشد مجهول را شيء فرض کنند و اگر متعدد باشد برای امتیاز و تفرقه هریک بدرهم و حصه و نصیب و غیره تعبیر نمایند و گاهی بحسب مناسب مقام بشيء و قدر تفاضل تعبیر کنند و گاهی نصف مجهول را شيء فرض کنند و همچنانکه سائل در عدد مسئول عنه اعمال جبریه از جمع و تفریق و ضرب و قسمت و تجذیر و غیره نموده است در مفروض نیز بهمان عنوان عمل نمایند چراکه شيء مفروض بمنزلهٔ عدد مسئول عنه است و هرگاه عمل تمام شود آنچه که از عمل حاصل شده است آنرا با ما اعطاه السائل معادل ساخته از طریق استخراج معادلات ستهٔ جبریه وغیر آن که بعد ازین مذکور خواهد شد عدد مجهول را استخراج نمایند و هرجا که نسبت هندسي متحقق شود اربعهٔ متناسبه یا ستهٔ متناسبه وغیر آن نمایند و اگر عدد اجناس متعدد باشد رجوع باقل کنند وحتی الوسع والامکان رجوع بجنس واحد سازند و اگر ناقص باشد زائد کنند و متداخلین را از طرفین معادله ساقط سازند از انجاکه طریق تصرف بسیار است و هریک بلحاظ خواص ولوازم عددي مناسب مقام بعمل می آید بحکم ما لایدرک کله لایترک کله بهمین قدر اختصار افتاد و تفصیل آن از مطلبی که در طریق جبر و مقابلهٔ حکماء فرنک ثبت خواهد شد دریابند *

مطلب دهم در استخراج مجهولات بمسائل ستهٔ جبریه و در آن چند بیان است

و مدار آن بر معادلاتیکه درمیان عدد و شيء و مال واقع میشود است و آن دو نوع است مفردات و مقترنات معادلهٔ مفردات معادلهٔ جنسی بجنسی باشد و آن سه قسم ست اول اشیاء معادل با اعداد دویم اشیاء معادل اموال سیوم اموال معادل اعداد * و معادلهٔ مقترنات معادلهٔ یک جنس بدو جنس باشد و آن نیز سه قسم است اول اشیاء و اموال معادل اعداد دویم اشیاء معادل اموال و اعداد سیوم اموال معادل اشیاء و اعداد نوع اول را مفردات خوانند جهت تعادل افراد جنسي و نوع دویم را مقترنات نامند جهت اقتران دو جنس *

بیان اول در طریق استخراج مجهولات بمسائل مفردات

مسئلهٔ اولی که اشیاء معادل اعداد باشد پس عدد را بر عدد اشیاء قسمت سازند خارج مقدار مجهول خواهد بود زیراکه اعداد حاصل ضرب عدد اشیاء فی الشيء است و هرگاه حاصل ضرب را بر احد المضروبین قسمت میسازند خارج مقدار مضروب آخر میشود چون درینجا مطلوب مقدار

شيء است لهذا اعداد را که حاصل ضرب است بر احد المضروبين اعني عدد الاشياء قسمت ميکنند که خارج مقدار مضروب آخر اعني شيء بر آيد * مثال کدام عدد است که اگر دو ثلث آن و بست عدد بر آن زياده کنم حاصل سه مثل آن گردد * جواب فرض کردم مجهول را شيء پس بحسب السؤال شيء و دو ثلث شيء و بست عدد معادل سه شيء گرديد و بعد مقابله که عبارت از اسقاط اجناس متداخلين است يک شيء و ثلث شيء معادل بست عدد شد بست را بر واحد و ثلث قسمت کردم خارج پانزده گرديد و هو المطلوب *

مسئلهٔ دويم که اشياء معادل اموال باشند عدد اشياء را بر عدد اموال قسمت سازند که خارج مقدار شيء است زيرا که درين صورت مسطح عدد اشياء که خارج قسمت است في الشيء معادل مال واحد شد و چون مسطح شيء في الشيء نيز مال ميشود پس ازين معلوم شد که عدد اشياء نيز مساوي شيء است * مثال کدام عدد است که اگر پنج مثل آن بر آن بيفزايم حاصل الجمع مساوي حاصل الضرب همان عدد در دو ثلث آن شود * جواب فرض کردم مجهول را شيء پس بحسب السؤال شش شيء معادل دو ثلث مال گرديد شش را بر دو ثلث قسمت کردم نه خارج مطلوب است *

مسئلهٔ سيوم که اموال معادل اعداد باشند اعداد را بر عدد اموال قسمت کنند و جذر خارج بگيرند که مقدار شيء مطلوب بر آيد چرا که خارج مال واحد است و جذر مال شيء مثال عددي است که اگر آن را در ربع خودش ضرب کنند و بر حاصل ضرب سه زياده کنند و اين حاصل الجمع را تضعيف نمايند و بر حاصل تضعيف پنج زياده کرده باز تضعيف سازند و اين مبلغ را بر ده قسمت کنند خارج شانزده صحيح و سه خمس شود * جواب مجهول را شيء فرض کردم پس بحسب السؤال شيء را در ربع شيء ضرب کردم حاصل ربع مال گرديد بر آن سه زياده کردم و مجتمع را تضعيف کردم حاصل التضعيف نصف مال و شش شد بر آن پنج افزودم نصف مال و يازده گرديد اين مبلغ را باز ضعف کردم يک مال و بست و دو شد آن را بر ده قسمت کردم خارج يک عشر مال و دو عدد و يک خمس معادل شانزده صحيح و سه خمس گرديد مقابله کردم بعد مقابله يک عشر مال معادل چهارده عدد و دو خمس شد پس $14\frac{2}{5}$ را بر يک عشر قسمت نمودم يک صد و چهل و چهار خارج گرديد پس جذر خارج گرفتم دوازده شد و آن شيء مطلوب است *

بیان دویم در طریق استخراج مجهولات بمسائل مقترنات باید دانست که در مقترنات ضروراست که مال را رد بمال واحد سازند اگر زیاده از واحد باشد وکامل بمال واحد کنند اگر کم از واحد باشد وبهمان نسبت رد وتکمیل شيء وعدد هم نمایند وطریق رد وتکمیل چنانست که عدد اموال واشیاء واعداد را قسمت بر عدد اموال کنند مثلاً وقتیکه بست وهشت عدد معادل چهار مال وسي شيء باشد هریکی را برچهار که عدد اموال است قسمت کردم خارج هفت عدد ومال واحد وهفت شيء ونصف شيء شد پس هفت عدد معادل یک مال وهفت شيء ونصف شيء گردید وبرای تکمیل جمیع ارقام معادله را در مخرج کسر مال ضرب سازند *

مسئلۀ اولی که اشیاء واموال معادل اعداد باشند طریق استخراج آن چنانست که بعد رد وتکمیل بمال واحد واخذ شيء وعدد بهمان نسبت مربع نصف عدد اشیاء را براعداد بیفزایند واز جذر مجموع نصف عدد اشیاء بکاهند که باقي مقدار شيء مطلوب است وبرهانش این است که مربع عدد مساوي مربعین قسمین آن عدد ومسطح احد القسمین في ضعف الآخر میشود پس اعدادیکه معادل اشیاء واموال میشوند درحقیقت مربع الشيء ومسطح الشيء في ضعف نصف عدد الاشیاء است وهرگاه برآن اعداد مربع نصف عدد اشیاء افزوده شده پس این مجموع مربع الشيء ومربع نصف عدد اشیاء ومسطح الشيء في ضعف نصف عدد الاشیاء گردید وجذر این بالضرورة مجموع الشيء ونصف عدد اشیاء باشد وهرگاه از جذر نصف عدد اشیاء را ساقط کنند شيء مطلوب باقي خواهد ماند ؞ مثال اگر خواهم که ده را منقسم گردانم بدو قسم بحیثیتیکه مضروب یک قسم در مجموع ذات خودش ونصف قسم آخر دوازده شود ؞ جواب احد القسمین را شيء فرض کردم قسم آخر ۱۰ الّا شيء گردید پس بحسب السؤال شيء را در مجموع شيء و ۵ الّا نصف شيء ضرب کردم حاصل یک مال و ۵ شيء الّا نصف مال معادل دوازده عدد شد بعد تکمیل مال و ۱۰ شيء معادل ۲۴ عدد شد پس مربع نصف عدد اشیاء را که بست وپنج است بر عدد افزودم چهل ونه شد جذر آن هفت برآمد نصف عدد اشیاء که پنج عدد است از هفت نقصان کردم دو باقیماند وآن مقدار شيء مطلوب است پس قسم آخر هشت برآمد *

مسئلۀ ثانیه که اشیاء معادل اموال واعداد باشند طریقش چنانست که بعد ردّ وتکمیل اعداد را از مربع نصف عدد اشیاء ساقط کنند وجذر باقي گرفته بر نصف عدد اشیاء بیفزایند خواه از نصف عدد

اشیاء بکاهند که مجتمع در صورت اول و باقی در صورت ثانی مقدار شیء مطلوب است زیراکه
بشکل پنجم مقالهٔ ثانی اصول ثابت شده که هر خطیکه تنصیف کرده شود و باز آنرا بقسمین مختلفین
تقسیم کنند پس مسطح احد القسمین فی الآخر مع مربع الفضل بین النصف والقسم مساوی مربع
نصف الخط میشود و برهان این آنست که چون قسم اعظم مجموع مقدار قسم اصغر و ضعف الفضل
بین النصف والقسم است پس مسطح قسم اصغر فی الاعظم مساوی مجموع مربع اصغر و مسطح
اصغر فی ضعف الفضل بین النصف والقسم خواهد بود و نیز چون نصف الخط مقدار مجموع اصغر
و فضل بین النصف والقسم است پس مربع آن مساوی مجموع مربع اصغر و مربع فضل و مسطح
اصغر فی ضعف الفضل خواهد شد در ینصورت هرگاه اشیاء معادل اموال و اعداد شد گویا عدد
اشیاء را بقسمین مختلفین قسمت کرده اند یکی از ان مقدار شیء است و دویم مقدار عددی است
که هرگاه در شیء ضرب کنند اعداد معلوم حاصل شود اعنی مسطح احد القسمین فی الآخر همان
اعداد معلوم است و آن مع مربع فضل بین النصف والقسم مساوی مربع نصف عدد اشیاء است
پس هرگاه از مربع نصف عدد اشیاء اعداد را ساقط کنند مربع فضل بین النصف والقسم باقی خواهد ماند
در ینصورت اگر شیء مقدار قسم اعظم است جذر باقی بر نصف عدد شیء زیاده کنند و اگر شیء مقدار
قسم اصغر باشد جذر باقی از نصف عدد شیء ساقط کنند ؛ مثال کدام عدد است که هرگاه بر مربع آن
هفده زیاده کنند تسع حاصل الجمع مساوی مجموع آن عدد و ثمن آن عدد گردد ؛ جواب عدد
مجهول را شیء فرض کردم و بحسب السؤال بر مربع آن که مال است هفده افزودم پس تسع
مجموع که تسع مال و یک عدد و هشت تسع باشد معادل یک شیء و ثمن شیء شد و بعد رد و تکمیل
یک مال و هفده عدد معادل ده شیء و ثمن شیء گردید پس نصف عدد اشیاء را مربع کردم $۲۵\frac{۱۶۱}{۲۵۶}$
شد عدد را ازین ساقط کردم $۸\frac{۱۶۱}{۲۵۶}$ ماند جذرش گرفتم $۲\frac{۱۵}{۱۶}$ برآمد این را بر نصف عدد اشیاء افزودم
۸ شد و همین شیء مطلوب است و اگر $۲\frac{۱۵}{۱۶}$ را از نصف عدد اشیاء ساقط کنم $۲\frac{۱}{۸}$ باقی نیز صلاحیت
جواب دارد پس عدد هشت که در صورت زیاده کردن جذر بر نصف عدد اشیاء برآمده است
اگر آنرا مربع گردانند ۶۴ گردد و مع هفده هشتاد و یک شود و تسع این ۹ مساوی مجموع ۸
و ثمن آن که واحد است میشود و عدد $۲\frac{۱}{۸}$ که در صورت ثانی حاصل شده مربع آن $۴\frac{۳۳}{۶۴}$ و مع
هفده $۲۱\frac{۳۳}{۶۴}$ میشود و تسع این $۲\frac{۲۵}{۶۴}$ است و این مساوی مجموع $۲\frac{۱}{۸}$ و ثمن آنست ✻

صح

فائده باید دانست که درین مسئلهٔ ثانیه اگر عدد از مربع نصف عدد اشیاء اکثر باشد سؤال باطل خواهد بود واگر عدد مساوی مربع نصف عدد اشیاء باشد درینصورت نصف عدد اشیاء همان شيء مجهول است *

فائده نیز درین مسئله صاحب عیون الحساب میفرماید که هرگاه جذر باقي برنصف عدد اشیاء زیاده میکنند ویا از نصف عدد اشیاء نقصان میکنند هریک از مجتمع وباقي شيء مجهول است معنی آنست که هریک از مجتمع وباقي عددی است که هرگاه بر مربع آن عدد معین مذکور را که در مقابله واقع است بیفزایند حاصل الجمع اضعاف مجتمع خواه باقي مذکورین که مربع شده است بعده عدد اشیاء میشود ونه آنکه هریک ازان دو عدد مقدار شيء مجهول تواند شد زیرا که ممکن است که بسبب خصوصیتیکه در آن سؤال معتبر باشد احد العددین بلکه عددین صلا حیت جواب نداشته باشد چنانکه در استخراج مسائل اشاره بآن خواهم نمود مثلاً هرگاه بست شيء معادل هفتاد ودو عدد ونصف مال باشد بعد تکمیل چهل شيء معادل یکصد وچهل وچهار ویک مال خواهد شد پس بموجب قاعده عدد را از مربع نصف عدد اشیاء که چهارصد است ساقط کردم دوصد وپنجاه وشش باقیماند وجذراین راکه شانزده است برنصف عدد اشیاء افزودم سي وشش شد واگر از نصف عدد اشیاء که بست است بکاستم چهار باقیماند پس سي وشش وچهار هردو مقدار شيء مجهول است زیراکه مربع اول یک هزار ودوصد ونود وشش است وهرگاه یکصد وچهل وچهار برآن افزودم یک هزار وچهارصد وچهل شد واین چهل اضعاف سي وشش است علی هذا القیاس مربع ثاني اعني چهار که شانزده است وقتیکه یکصد وچهل وچهار برآن بیفزایم یکصد وشصت میشود وآن نیز چهل اضعاف چهار است تم بیانه * باید دانست که آنچه صاحب عیون الحساب میگوید که بسبب خصوصیتیکه در سؤال سائل معتبر است هردو قابل جواب نباشند محل تأمل است زیراکه استخراج سؤالات چند که ما بعدش بیان نموده هیچ سؤال باین نهج بنظر نرسیده *

مسئلهٔ ثالثه که اموال معادل اشیاء واعداد باشند طریق استخراج مجهول چنانست که بعد رد وتکمیل مربع نصف عدد اشیاء بر عدد بیفزایند وجذر مجموع گرفته برنصف عدد اشیاء اضافه نمایند که شيء مجهول حاصل شود واین مسئله درحقیقت عکس مسئلهٔ اولی است وبرهانش این است که گویا شيء قسمت شده است دو قسم که یک قسم عدد اشیاء است وقسم دویم عددی است که هرگاه

درشيء ضرب کرده شود عدد معلوم حاصل شود اعني مربع قسم آخر ومسطح آن في القسم الاول اعني مربع آن ومسطح آن در ضعف نصف قسم اول پس وقتيکه مربع نصف قسم اول اعني مربع نصف عدد اشياء برآن افزوده شود جذر آن مجموع قسم آخر ونصف عدد اشياء باشد وهرگاه برآن نصف عدد اشياء بيفزايند شيء حاصل شود* مثال کدام عدد است که چون نقصان کنند آنرا از مربع او وزياده سازند باقي را برمربع او ده شود* جواب عدد را شيء فرض کردم وبحسب السؤال تصرف نمودم از مربع او که يک مال است شيء نقصان کردم يک مال الاشيء باقيماند باز اين باقي را برمربع شيء که مال است افزودم حاصل جمع دومال الاشيء معادل ده گرديد کامل نمودم دومال معادل ده وشيء شد بسوي مال واحد رد نمودم يک مال معادل پنج عدد ونصف شيء گرديد پس بطريق استخراج مربع نصف عدد اشياء که يک شانزدهم باشد بر عدد که پنج است افزودم پنج صحيح ويک شانزدهم گرديد جذر آن که دو صحيح ويک ربع است بر نصف عدد اشياء اعني يک ربع افزودم دو صحيح ويک نصف شد وآن مقدار شيء مجهول است وصاحب عيون الحساب طريق استخراج مجهولات در مقترنات ثلثه بنظم آورده هکذا *

نظـــــم

* در مقترنات جبر بعد از رد و تکميل * تاره بجواب آري اين نکته نما اصغا *
* نصف عدد اشياء در هرسه مربع کن * در اول و در ثالث آنرا بعدد افزا *
* کم کن تو عدد از وي در مسئلهٔ ثاني * وز مجتمع و باقي کن جذر روان پيدا *
* در اول و در ثالث تا شيء بدست آري * زان جذر فکن وافزا نصف عدد اشيا *
* وافزاي بگاه آن جذر زان نصف که شد مذکور * تا هر دو جواب آيد از مسئلهٔ وسطي *

فائده در مقترنات ثلثه هرگاه عدد جنسي که معادل جنسين باشد مساوي عددين جنسين مذکورين شود پس مقدار شيء واحد خواهد بود واحتياج رد و تکميل نيست ودر مسئلهٔ ثانيه مقترنات در صورت مذکوره اگر عدد را بر عدد اموال قسمت کنند نيز مقدار شيء برآيد مثلا ده شيء معادل هشت عدد ودو مال است هشت را بر دو قسمت نمودم چهار خارج گرديد پس چهار و واحد هر دو صلاحيت جواب دارند *

مطلب يازدهم در طريق استخراج معادلات غير متناهي علي الوجه العام

مقدمه بدانکه بعد عمل معادله بين الجنسين خواهد شد يا اکثر ازين ودر قسم اول احد الجنسين

معادلین عدد باشد یا عدد اشیاء وغیره اگر احد الجنسین عدد باشد پس جنس ثاني اگر شيء بود
عدد معادل رابرعدد اشیاء قسمت سازند چنانکه گذشت واگرجنس ثاني سیوای شيء مضلع دیگر
بود رجوع به ضلع مفرد نموده استخراج ضلع اول آن نمایند چنانکه در مسئلهٔ ثالثهٔ مفردات ستهٔ
جبریه رجوع بمال واحد کرده استخراج جذر مینمایند واگر احد الجنسین المعادلین عدد نباشد
پس طرفین معادله رابرشيء مرة بعد آخری قسمت کنند تا دراحد الطرفین عدد واقع شود پس بقاعدهٔ
مرقومة الصدر استخراج مجهول نمایند وبرای قسمت طریق سهل این است که عدد منزل جنس
اصغررا ازعدد منزل جنس اعظم ساقط کنند که عدد منزل مضلع طرف جنس اعظم خواهد بود
وبطرف جنس اصغر صرف عدد مضلع مذکور خواهد افتاد مثلاً هشت کعب معادل دومالکعب
است چون عدد منزل کعب سه است وعدد منزل مال کعب پنج هرگاه سه را از پنج ساقط کردم
دو باقیماند وآن عدد منزل مال است پس هشت عدد معادل دومال شد وقسم دویم اعني معادله
بین الاجناس دونوع است نوع اول آنکه دراحدالطرفین معادله عدد واقع شود وآن نیزدوصنف است
صنف اول آنکه عدد صرف معادل جنسین خواه اجناس باشد ودویم آنکه عدد مع جنسي یااجناس
معادل جنسي یا اجناس شود ونوع دویم آنکه جنسي یا اجناس غیرالاعداد معادل جنس یا اجناس غیر
الاعداد گردد وصورهرد ونوع غیرمتناهي است پس درصنف اول نوع اول استخراج مجهولات بقاعدهٔ
استخراج ضلع اول مضلعات زائده نمایند ودرصنف دویم نوع اول اجناس که شامل عدد باشند آنهارا
ساقط نموده ازطرف دیگر مستثنی سازند که صرف اعداد معادل اجناس زائده یاناقصه افتد پس
استخراج مجهولات بقاعدهٔ استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه کنند الّا درصورتیکه جنس
اعظم ناقص واقع شود بقاعدهٔ مذکوره استخراج محال است وبرای استخراج آن قاعده که درمطلب
هشتم همین باب مذکورشد کافیست ودرنوع دویم باید که عدد منزل جنس اصغررا که دراحدالطرفین
معادلین واقع باشد ازعدد منزل جمیع اجناس ساقط باید کرد که باقي عدد منزل هراجناس مع اعداد
ماقبل آن وعدد جنس اصغردرمعادله باقي خواهد ماند وصورمعادله رجوع به صنفي ازاصناف
نوع اول خواهد کرد ونیزباید دانست که براهین طریق استخراج معادلات جمیع انواع معادله
بین الجنسین که قسم اول است دربیان ذیل طریق استخراج مجهولات بمسائل ستهٔ جبریه گذشت
ونیز حقیقت طریق استخراج مجهولات درصنفین نوع اول قسم دویم اعني عدد صرف معادل

جنسین یا اجناس باشد و یا عدد مع جنسی یا اجناس معادل جنسی یا اجناس بود از مطلب دوازدهم باب اول مفصل معلوم کنند وحقیقت طریق استخراج مجهولات در نوع دویم که رجوع بصنفین نوع اول میکند احتیاج تکرار ندارد اما حقیقت طریق استخراج مجهولات بوجه عام که در مطلب هشتم باب هذا مذکور شد این است که اعداد را در مضلع عدد مضلع اعظم که بیک مرتبه ازان مضلع اعظم کم باشد ضرب میکنند تا حاصل ضرب مساوی مسطح اعظم العدد شود برای آنکه کعب مسطح المکعبین مساوی مسطح الکعبین است مثلاً پنجاه وچهار عدد مساوی دو کعب است هرگاه پنجاه وچهار را در چهار که مجذور دو است ضرب کردم گویا کعب مجهول در هشت که کعب دو است ضرب یافته وهمچنین اگر دو کعب ویک شیٔ معادل پنجاه وهفت باشد پس هرگاه پنجاه وهفت را در چهار حسب مرقوم الصدر ضرب کردم گویا شیٔ هم در چهار ضرب یافته ودرینجا شیٔ زائد است لهذا شیٔ را در عدد کعب ضرب کردم تا در جدول که بصف مال بسبب نظیر نوشتن خواهد شد ودر ضلع اول خارجه که فی الحقیقة مسطح شیٔ في ۲) است ضرب یافته ساقط خواهد شد گویا شیٔ در چهار ضرب یافته ساقط خواهد گردید وهمچنین است حال جمیع مضلعات اصغر دیگر زائده باشند خواه ناقصه حالا امثلهٔ جمیع بترتیب مذکور به پنج بیان مفصل بیان میکنم وباید دانست که امثلهٔ قسم اول اعني هرگاه اعداد معادل اشیاء باشند ظاهر است احتیاج بیان ندارد *

بیان اول درمثال قسم دویم اعني اعداد که معادل جنسی غیر الاشیاء بود ؛ سؤال شخصی به مبلغ معلوم جنسی خرید کرد آنرا بانتفاع في روپیه از مقدار زر اصل بواحد کم فروخت وباز ازمجموع جنس دیگر خرید کرد وبانتفاع في روپیه بمقدار مربع زر اصل بواحد کم فروخت ونزد او مجموع اصل وهردو انتفاع این ۲۴۰۱ روپیه حاصل شد پس زر اصل چقدر بود ؛ جواب زر اصل را شیٔ فرض کردم پس انتفاع اول في روپیه شیٔ الا واحد گردید ودرینصورت بحسب السؤال انتفاع مال الا شیٔ شد وهرگاه آنرا بااصل جمع کردم مجموع مال شد پس همان مال مقدار قیمت جنس ثاني گردید وچون بحسب سؤال مقدار انتفاع ثاني في روپیه بقدر مربع زر اصل واحد کم است درینصورت انتفاع ثاني مال مال الا مال شد وهرگاه آنرا با مال که زر اصل ثاني است جمع کردم مجموع مال المال معادل ۲۴۰۱ شد ؛ استخراج ضلع مال المال نمودم هفت مقدار زر اصل برآمد *

بیان دوم درمثال قسم سیوم اعني جنسی غیرالاعداد معادل جنسی شود ∴ سؤال شخصی به مبلغی جنسی خرید کرد وآنرا با نتفاعی فروخت که مجموع زراصل وانتفاع بقدر مربع زراصل گردید وباز جنسی دیگراز مجموع زراصل وانتفاع خرید نموده بازآنرا بشرح انتفاع اول فروخت هشت روپیه یافت پس مقدار زراصل چه بود ∴ جواب مجهول راشيء فرض کردم پس مجموع زراصل وانتفاع اول بحسب السؤال مال شد واربعهٔ متناسبه کردم بدین صورت $\frac{\text{شی}\,|\,\text{مال}}{\text{مال}\,|\,\text{۸}}$ چون مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین میباشد پس ۸ شيء معادل مالمال شد وهرگاه طرفین معادله رابرشيء قسمت نمودم ۸ معادل کعب شده پس باستخراج ضلع کعب ۸ زراصل دو برآمد *

بیان سیوم درمثال قسم چهارم اعني عدد صرف معادل جنسین یا اجناس بود ∴ سؤال کدام عدد است که هرگاه بر مالکعب او دوصد وسیزده مالمال را بیفزایند مجموع ۲۰۱۴۳۹۶۶۱۸۲۴ شود ∴ جواب چون اینجا عدد معادل یک مالکعب ودوصد وسیزده مالمال است پس ضلع اول مالکعب زائد برآوردم خارج دوصد وپنجاه وشش گردید وچون این مثال درمطلب دوازدهم باب اول درطریق استخراج مضلعات زائده مذکوراست لهذا جدول آن دراینجا ثبت نیفتاد ونیز چون درمطلب مذکورمثال معادلهٔ عدد باجناس هم مذکوراست پس اگر بیان منظور باشد بآن رجوع کنند *

بیان چهارم درمثال قسم پنجم اعني اعداد مع جنسي یا اجناس معادل جنسی یا اجناس شود وآن نیز بدو صورت است اول آنکه عدد یا جنس اصغر باشد ودویم آنکه عدد یا جنس اعظم باشد پس جنس اعظم ناقص واقع خواهد شد واین مشکل ترین انواع معادله بچندا مثله مفصل واضح خواهد گردید مثال صورت اول کدام عدد است که هرگاه از مالکعب او پانصد وشصت وچهار مالمال او ساقط کنند باقي ۵۱۶۱۴۸۵۳۰۹۲۰۶۴ ماند ∴ جواب هرگاه مجهول راشيء فرض کرده جبر ومقابله نمودم مالکعب معادل پانصد وشصت وچهار مال مال واعداد مذکوره افتاد وهرگاه بطریق استخراج آن که بالا مذکور شد مال مال را ساقط کردم مالکعب الاّ پانصد وشصت وچهار مال مال معادل عدد مذکور شد پس استخراج ضلع اول مالکعب ناقص نمودم هفتصد وسي وهشت مقدار مجهول برآمد واین مثال هم درمطلب دوازدهم باب اول مذکوراست لهذا جدول آن دراینجا گذاشته شد ∴ مثال صورت ثاني کدام عدد است که هرگاه مربع آنرا درسي وپنج ضرب کرده از حاصل ضعف کعب آن ساقط کنم باقي یکهزار وپانصد وهشتاد وچهار گردد ∴ جواب مجهول راشيء فرض کردم

ومربع آن مال شد وهرگاه آنرا در سي وپنج ضرب کردم از روی جبر ومقابله سي وپنج مال معادل
دو کعب و کهزار وپانصد وشصت وچهار گردید وچون درین معادله عدد شامل جنس اعظم است
هرگاه جنس اعظم را مستثنی کردم سي وپنج مال الّا و کعب معادل عدد مذکور شد پس بطریق استخراج
ضلع اول بوجه عام که در مطلب هشتم باب هذا مذکور است عدد راکه زائد است در چهار زائد که مجذور
عدد کعب است ضرب نمودم شش هزار وسه صد وسي وشش زائد گردید چراکه عدد کعب ناقص بود ومجذور
ناقص زائد میشود وسي وپنج راکه زائد وعدد مال است بحال خود گذاشتم چراکه مضروب فيه
برای آن کدام مضلع عدد جنس اعظم نبود وبعد از ان جدول بطریق استخراج کعب ثبت نمودم
وسي وپنج زائد راکه عدد مال است در صف ضلع بلحاظ مراتب نقل ثبت نمودم چراکه در کعب
نظیر مال شيء است چنانکه در مطلب دوازدهم باب اول ذکر یافته وبرا عداد نشان زائد نهادم
وفوق جدول علامت کعب نهاده طلب عددی ناقص نمودم که هرگاه آنرا در صف ضلع نوشته وبا اعداد
مرقومهٔ صف ضلع جمع نموده ودر آن عدد ضرب کرده ودر صف مال نوشته باز در آن عدد
ضرب نمایم از اعداد محاذي او ساقط تواند شد عدد دو را یافتم وآنرا فوق علامت اخیره بعلامت
ناقص نوشته ودر صف ضلع محاذي آن بهمان علامت ثبت نمودم پانزده زائد شد وآنرا در فوقاني
ضرب نموده سي عدد ناقص راکه حاصل ضرب شد در صف مال نوشتم وباز آنرا در فوقاني
ضرب نموده شصت زائد راکه حاصل ضرب شد از محاذي علامت اخیره ساقط نمودم وباقي
تحت خط عرضي نگاشتم وباز فوقاني که دو ناقص است بر تحتاني افزوده جمع کردم پنج ناقص
در صف ضلع شد وآنرا در فوقاني ضرب کرده ده زائد که حاصل ضرب است در صف مال نوشته
جمع کرده بست ناقص را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده بست وپنج
ناقص را دو مرتبه بطرف یمین نقل ساخته باز طلب عدد دیگر بصفت مذکوره نمودم عدد چهار را
یافتم آنرا بالای علامت ثاني ومحاذي آن در صف ضلع نوشته جمع نمودم بست ونه ناقص شد
وآنرا در فوقاني ضرب کرده یکصد وشانزده زائد را در صف مال نوشتم وجمع نمودم هشتاد وچهار
ناقص شد وآنرا باز در فوقاني ضرب کردم سه صد وسي وشش زائد گردید از اعداد محاذي آن ساقط
نمودم هیچ باقي نماند وبست وچهار مقدار ضلع کعب برآمد وآنرا بر دو که عدد کعب است
قسمت نمودم خارج دوازده مقدار مجهول مطلوب است وهذه جدوله (شکل ۱۵۷)

ایضاً مثال دیگر صورت ثاني ۞ سؤال کدام عدد است که هرگاه کعب آنرا در یکصد و پنجاه و مال آنرا در یکصد ضرب کنند و از مجموع حاصل ضرب دو مال مال و چهار مثل آن عدد ساقط کنند باقي ۱۹۶۲۳۶۰ ماند ۞ جواب هرگاه مجهول را شيء فرض کردم پس بعد جبر و مقابله یکصد و پنجاه کعب و یک صد مال معادل دو مال مال و چهار شيء و عدد مذکور گردیده چون عدد شامل جنس اعظم است لهذا مال مال و شيء را مستثنی کردم پس یکصد و پنجاه کعب و صد مال الا دو مال مال و چهار شيء معادل عدد مذکور گردیده پس بطریق قاعدهٔ استخراج بوجه عام عدد مذکور را در کعب عدد مال مال که هشت ناقص است ضرب نمودم حاصل ۱۵۶۹۸۸۸۰ ناقص شد چراکه عدد مال مال ناقص است و کعب ناقص هم ناقص میشود باز عدد شيء را در مجذور عدد مال مال که چهار زائد است ضرب کردم شانزده ناقص برآمد و عدد مال را در عدد مال مال ضرب کردم دو صد ناقص گردید و عدد کعب را بحال خود گذاشتم زیراکه مضروب فیه برای او نبود و برای استخراج ضلع اول مال مال جدول کشیده اعداد را در خلال جدول نوشتم و اعداد کعب را که یکصد و پنجاه زائد بود در صف ضلع که نظیر اوست بلحاظ مراتب نقل نوشتم و اعداد مال را که دو صد ناقص است در صف مال که نظیر اوست نوشتم و اعداد شيء را که شانزده ناقص بود در صف کعب نهادم و طلب کردم اکثر عددی را از آحاد ناقص عدد پنج را یافتم آنرا فوق جدول بالای علامت اخیره بنشان ناقص نهادم و پائین آن در صف ضلع نوشته جمع کردم یکصد زائد شد و آنرا در فوقاني ضرب کردم و در صف مال نوشته جمع کردم پنج هزار و صد ناقص گردید باز آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف کعب نوشته جمع نمودم ۲۵۴۹۸۴ زائد گردید آنرا در فوقاني ضرب کرده حاصل را که ۱۲۹۹۹۲ ناقص است از اعداد محاذي ساقط نمودم و باقي را تحت خط عرضي نوشتم و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده در صف ضلع جمع کردم پنجاه زائد شد آنرا در فوقاني ضرب کردم و در صف مال نوشته جمع کردم هفت هزار و هفتصد ناقص شد آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف کعب نوشته و جمع نموده ۶۴۴۹۸۴ زائد را یک مرتبه بطرف یمین نقل کردم و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده در صف ضلع جمع کردم صفر گردید و هرگاه آنرا در فوقاني ضرب کرده و در صف مال نوشته جمع نمودم هفت هزار و هفتصد ناقص را دو مرتبه بطرف یمین نقل ساختم و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده پنجاه ناقص را سه مرتبه بطرف یمین در صف ضلع نقل ساختم و طلب

عدد ی دیگر برای علامت ثانی نموده چهار ناقص یافتم و آنرا فوق علامت ثانی و در صف ضلع محاذی آن نوشته بدستور مذکور ضرب و جمع در هر صف نمودم پس در صف مال ۷۴۸۴ ناقص شد و در صف کعب ۶۷۴۹۲۰ زائد گردید و هرگاه آنرا در فوقانی ضرب کرده حاصل را که ۲۶۹۹۶۸۰ ناقص است از اعداد محاذی ساقط نمودم هیچ باقی نماند و پنجاه و چهار مقدار ضلع اول برآمد بر عدد مال مال که دو است قسمت نمودم خارج بست و هفت مقدار شیٔ مجهول است صورة العمل هکــــــــــــــــــذا (شکل ۱۸۸)

بیان پنجم در مثال قسم ششم اعنی جنسی یا اجناس غیر الاعداد معادل جنسی یا اجناس غیر الاعداد شود ٭ سؤال جماعتی که عدد آنها مجذور بود در باغی رفتند و هرکسی میوهٔ سیب از باغ بقدر مکعب خود آورد اعنی شخص اول یک سیب و شخص دویم هشت سیب و شخص سیوم بست و هفت سیب و هکذا بعد از آن همه سیبها را جمع نمودند و باهم مساوی تقسیم کردند حصهٔ هریکی بقدر مال الکعب و دو کعب و یک شیٔ از نسبت جذر جماعت گردید ٭ جواب چون اینجا از سؤال سائل جمع مکعبات متوالیه ضرور است لهذا بطریق جمع مکعبات متوالیه واحد بر مال که عدد جماعت است افزوده در نصف آن ضرب کردم حاصل نصف مال مال و نصف مال جمع اعداد متوالیه گردید و هرگاه مجذور آن گرفتم ربع مال کعب کعب و نصف کعب کعب و ربع مال مال جمع مکعبات متوالیه که مقدار مجموع سیب ها است گردید و هرگاه آنرا بحسب سؤال بر مال که عدد جماعت است قسمت کردم خارج یک ربع کعب کعب و نصف مال مال و ربع مال شد و آن بمقتضای سؤال مساوی و معادل یک مال کعب و دو کعب و یک شیٔ است پس هرگاه این معادله را کامل کردم یک کعب کعب و دو مال مال و یک مال مساوی و معادل چهار مال الکعب و هشت کعب و چهار شیٔ گردید چون درینجا معادلهٔ اجناس غیر الاعداد با اجناس غیر الاعداد است و جنس اصغر شیٔ واقع شده لهذا جمیع اجناس را بر شیٔ قسمت نمودم خارج یک مال الکعب و دو کعب و یک شیٔ مساوی و معادل چهار مال مال و هشت مال و چهار عدد شد پس الحال عدد مع الاجناس در معادله افتاد و هرگاه اجناس شامل عدد را مستثنی کردم یک مال کعب و دو کعب و یک شیٔ الّا چهار مال مال و هشت مال معادل چهار شد پس بطریق استخراج ضلع اول علی وجه العام چهار ضلع اول خارج شد و مجذور آن که شانزده است عدد جماعت گردید

و هو المطلوب صورة العمل هكـــــــــــــــــذا (شکل ۱۶۹)

باید دانست که اگراین معادله را در کدام عدد مفروض ضرب کرده استخراج ضلع اول بطریق وجه عام که درین باب مذکور شد نمایند نیز مقصود حاصل میشود لیکن تطویل لا طائل است باید دانست که جمیع امثلهٔ اقسام شش گانه که بترتیب نوشته شد مضلعات منطق بودند واگر مضلعات اصم باشند وخواهندکه استخراج ضلع اول اقرب التقریبی آن استخراج نمایند بطریقیکه در ذیل مطلب هشتم باب هذا مذکور شد عمل نموده استخراج کنند مثال کدام عدد است که اگراز مجموع یک کعب ود و مثل آن یک مال ساقط کنند باقي ۲۰۵۶۶۷۱ ماند ∴ جواب بحسب السؤال مجهول را شيء فرض کرده عمل نمودم یک کعب و ۲ شيء الا یک مال معادل ۲۰۵۶۶۷۱ شد چون درینجا کعب مفرد زائد و مال ناقص واقع شد لهذا جدول بطریق استخراج ضلع کعب کشیدم وعدد را درخلال جدول نوشتم ود و راکه عدد شيء زائد است درصف مال که نظیر اوست درخانهٔ سیوم بلحاظ نقل که دو مرتبه خواهد شد نهادم و واحد راکه عدد مال ناقص است نیز بلحاظ نقل دو مرتبه که دو دو خانه خواهد شد درخانهٔ پنجم به صف ضلع که نظیر اوست نوشتم و چون علامت اخیرهٔ ضلع کعب بر عدد دو واقع شده است لهذا واحد زائد عدد اول بهم رسید آنرا بالای علامت اخیره ومحاذي آن درصف ضلع نوشته جمع کردم نود ونه زائد شد وآنرا درفوقاني ضرب کرده درصف مال نوشتم نه هزارونهصد ودوگردید آنرا درفوقاني ضرب کرده ازاعداد محاذي ساقط نمودم وباقي را تحت خط عرضي نگاشتم وباز فوقاني رابرتحتاني افزوده جمع کردم یک صد ونود ونه درصف ضلع شد آنرادرفوقاني ضرب کرده درصف مال نوشته وجمع ساخته بست ونه هزار و هشتصد ودو رایک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقاني رابرتحتاني افزوده وجمع کرده دوصد ونود ونه راد و مرتبه بطرف یمین درصف ضلع نقل نمودم وباز طلب عدد دیگر برای علامت ثاني نمودم عدد دو رایافتم آنرابالای علامت ثانیه ومحاذي آن درصف ضلع نوشته جمع کردم سه صد ونوزده شد آنرادرفوقاني ضرب کرده شش صد وسي وهشت رادرصف مال افزوده جمع ساختم سي وشش هزارو یک صد وهشتاد ودو گردید آنرادرفوقاني ضرب کرده هفتاد ودو هزار وسه صد وشصت و چهار را ازاعداد محاذي ساقط کرده باقي راتحت خط عرضي نهادم وباز فوقاني را برتحتاني افزوده درصف ضلع جمع نمودم سه صد وسي ونه شد آنرادر فوقاني ضرب کرده

جدول ۱۶۰ صفحہ ۳۷۹

۵ .			۴ .			۲ .			۱ .	
۰	۰	۰	۱	۷	۶	۶	۵	۰	۲ د	صف عدد
					۲	۰	۹	۹		
			۱	۷	۴	۶	۶	۰	۱ د	
				۴	۶	۳	۲	۷		
			۱	۳	۸	۳	۴	۳ د		
			۸	۶	۶	۸	۱	۳ د		
			۳	۶	۱	۴	۲ د			صف مال
۵	۲	۶	۲	۶	۱	۴	۲ د			
۵	۷	۳								
۵	۲	۵	۲	۳	۸	۴ د				
۵	۲	۰	۹	۱						
		۵	۳	۱	۸	۴ د				
			۱	۱	۶	۲				
			۴	۲	۵	۵	۴ د			
			۲	۶	۵	۲				
			۲	۶	۹	۲	۴ د			
					۸	۷	۶			
				۲	۸	۱	۶	۳ د		
					۸	۳	۶			
				۲	۰	۸	۹	۲ د		
							۹	۹	۱ د	
					۲ د	۰	۹	۹		
۸	۰	۸	۳	د						صف ضلع
			۷							
			۳	۷	۳ د					
			۷							
			۶	۶	۳ د					
			۷							
			۹	۵	۳ د					
						۲				
					۹	۳	۳ د			
						۲				
					۹	۱	۳ د			
						۳				
					۹	۹	۳ د			
									۱ د	
							۹	۹	۱ د	
							۹	۹ د	۱ د	
							۰	۰	۱ د	
							اقص			

جدول ۱۵۹ صفحہ ۳۷۸

	۴ .
صف عدد	۴ د
	۴ د
صف مال المال	۱ د
	۰
	۱ د
صف کعب	۰
	۸ د
	۸ قص
صف مال	۲ د
	۰
	۲ د
صف ضلع	۰
	۴ د
	۴ قص

ششصد و هفتاد و هشت را در صف مال افزودم و جمع کردم چهل و دو هزار و نهصد و شصت
و دو را یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده سه صد و پنجاه و نه را
دو مرتبه در صف ضلع بطرف یمین نقل کردم و باز طلب عدد دیگر برای علامت ثالثه نمودم
هفت را یافتم آنرا بالای علامت ثالثه محاذی آن در صف ضلع نوشته جمع کردم سه صد
و شصت و شش شد آنرا در فوقانی ضرب کرده دو هزار و پانصد و شصت و دو را در صف مال
افزوده جمع نمودم چهل و پنج هزار و پانصد و بست و چهار گردید آنرا در فوقانی ضرب نموده
سه لک و هجده هزار و ششصد و شصت و هشت را از اعداد محاذی ساقط نمودم باقی را که بست
و چهار هزار و یکصد و شصت و سه ماند تحت خط عرضی نگاشتم و چون اعداد صحاح ضلع کعب
خارج شده و باقی کسر ماند لهذا برای اقرب التقریبی آن سه صفر بلحاظ اینکه بعدهٔ عدد منزل
کعب است در یمین باقی مذکور افزوده سه خانه جدول دیگر رسم نمودم و بر خانهٔ اخیر دیگر
علامت کعب نهادم و فوقانی بدستور بر تحتانی افزوده در صف ضلع جمع کردم سه صد و هفتاد
و سه گردید آنرا در فوقانی ضرب کرده دو هزار و ششصد و یازده را در صف مال افزوده و جمع ساخته
چهل و هشت هزار و یک صد و سی و پنج را یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم و باز فوقانی را بر تحتانی
افزوده سه صد و هشتاد را در صف ضلع دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و عدد دیگر برای علامت
رابعه که عدد کسر است طلب کردم پنج را یافتم و آنرا بالای علامت و محاذی آن در صف ضلع
نوشتم سه هزار و هشتصد و پنج شد آنرا در فوقانی ضرب نموده نوزده هزار و بست و پنج در صف
مال افزوده جمع نمودم ۴۸۳۲۵۲۵ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۲۴۱۶۲۶۲۵) از اعداد محاذی
ساقط نمودم باقی را که سه صد و هفتاد و پنج ماند تحت خط عرضی نهادم و چون این اعداد بلحاظ
مراتب اعداد صف مال بسیار قلیل است لهذا آنرا گذاشتم هر چند که اگر خواهند ازین زیاده
نیز اقرب التقریبی بدستور مذکور استخراج نمایند میتواند شد لیکن چون اینجا مقصود بیان
مثال است لهذا بهمین قدر اکتفا نموده شد پس خارج یکصد و بست و هفت صحیح که اعداد فوق
هر سه علامت اعداد صحیح است و پنج را که فوق علامت کسری است برده که بلحاظ سه صفر
ضلع کعب است منسوب ساختم پنج عشر مقدار تقریبی برآمد و آن یک نصف است صورة العمل
والجدول هکـــــــــــــــــــذا (شکل ۱۶۰)

فائده در مطلب هشتم باب هذا مذکور شده که اگر در استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه که در مطلب دوازدهم باب اول مذکور است لحاظ ضرب وتفریق وجمع زائد وناقص کنند جمیع اشکال که در استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه در بعض صور واقع میشود رفع خواهد شد چنانچه در مثالی که در مطلب دوازدهم باب اول مذکور است برای استخراج ضلع اول آن بقاعدهٔ علی وجه العام که در مطلب هشتم باب هذا بیان نموده شد عمل کردم مثال مال مال الا ۲۶۴۱ کعب معادل ۸۵۱۶۹۷۸۴۱۵۰۰ بود چون در ینجا مقصود استخراج ضلع مال مال مفرد ناقص است لهذا بعد رسم جدول برای استخراج ضلع مال مال بدستور اعداد را درخلال جدول نوشتم وآحاد ۲۶۴۱ کعب ناقص را در صف ضلع اعني شيء که نظیر اوست در خانهٔ دهم بلحاظ اینکه سه سه خانه سه مرتبه نقل خواهد شد ثبت کردم بعده برای علامت اخیره طلب عددی نمودم دو را یافتم آنرا فوق علامت ثبت نموده محاذي آن در صف ضلع افزوده بلحاظ زائد وناقص بعد خط عرضي جمع نمودم حاصل جمع را که ۶۴۱ ناقص شد در فوقاني ضرب کرده وحاصل ضرب را که ۱۲۸۲ ناقص است در صف مال مرقوم ساخته باز فوقاني را در آن ضرب کرده در صف کعب که ۲۵۶۴ ناقص شد نوشتم باز فوقاني را در آن ضرب نموده حاصل ضرب را که ۵۱۲۸ ناقص است از اعداد صف عدد تفریق نموده بعد خط عرضي ۵۹۷۹ زائد را نوشتم چراکه تفریق ناقص از زائد جمع زائد میشود وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده جمع ساختم وحاصل جمع را که ۱۳۵۹ زائد است در فوقاني ضرب ساخته ۲۷۱۸ زائد در صف مال نوشته وجمع نمودم ۱۴۳۶ زائد را در فوقاني ضرب کردم ۲۸۷۲ زائد در صف کعب نوشتم وجمع کردم ۳۰۸ زائد حاصل جمع را یک خانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده وجمع نموده ۳۳۵۹ زائد را در فوقاني ضرب نموده حاصل را که ۶۷۱۸ شد در صف مال نوشته وجمع نموده ۸۱۵۴ را دو خانه بطرف یمین نقل کردم وباز فوقاني بر تحتاني افزوده جمع ساخته ۵۳۵۹ را در صف ضلع سه مرتبه بطرف یمین نقل کردم باز برای علامت ثانیه طلب عددی نمودم شش را یافتم بدستور بر تحتاني محاذي یک دیگر افزوده وبدستور در هر صف ضرب وجمع کردم پس در صف ضلع ۵۹۵۹ ودر صف مال ۱۱۷۲۹۴ ودر صف کعب ۷۳۴۵۶۴ ودر صف عدد ۷۳۸۴ ۴۴۰ شد وآنرا از اعداد محاذي ساقط نموده باقي را که ۱۵۷۲۳۱۳ ماند تحت خط عرضي نوشتم وباز فوقاني بر تحتاني

جدول ۱۶۱ صفحہ ۳۸۱

	۷ ۸	۵	۱	۶	۹	۷	۸	۴	۱	۵	۰	۰	صف عدد
۵ قصر	۱	۲	۸										
۷ ۵	۹	۷	۹	۶	۹	۷	۸	۴	۱	۵	۰	۰	
۷ ۴	۴	۰	۷	۲	۸	۴							
۷ ۱	۵	۷	۲	۳	۱	۳	۸	۴	۱	۵	۰	۰	
۷ ۱	۴	۷	۱	۳	۲	۰	۴	۴	۸				
	۷ ۱	۰	۰	۹	۹	۳	۳	۹	۳	۵	۰	۰	
	۷ ۱	۰	۰	۹	۹	۳	۳	۹	۳	۵	۰	۰	
		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	صفر کعب
		۷ ۲	۰	۱	۹	۸	۶	۷	۸	۷	۰	۰	
				۱	۰	۹	۵	۰	۵	۹	۰	۰	
		۷ ۳	۰	۰	۸	۹	۱	۷	۲	۸			
		۱	۶	۹	۷	۶	۶	۷	۲				
	۷ ۱	۸	۳	۹	۱	۵	۰	۵	۶				
		۱	۶	۴	۶	۹	۸	۵	۶				
	۷ ۱	۶	۷	۴	۴	۵	۲						
	۹	۳	۹	۸	۸	۸							
	۷ ۷	۳	۴	۵	۶	۴							
	۷	۰	۳	۷	۶	۴							
		۳	۰	۸									
۷ ۲	۸	۷	۲	۰									
۲ قصر	۵	۶	۴										

J. B. Tassin Lith.

					۲ مد	۱	۹	۰	۱	۱	۸	۰	صف مال
								۴	۰	۴	۲	۰	
					۲ مد	۱	۸	۶	۰	۷	۶		
					۶ مد	۳	۹	۹	۲				
			۲ مد	۱	۲	۲	۰	۸	۴				
					۶ مد	۳	۳	۵	۲				
			۲ مد	۰	۵	۸	۷	۳	۲				
					۶ مد	۲	۷	۱	۳				
			۱ مد	۹	۹	۶	۰	۲					
		۴ مد	۲	۹	۵	۴							
	۱ مد	۵	۶	۶	۴	۸							
		۳ مد	۹	۳	۵	۴							
	۱ مد	۱	۷	۲	۹	۴							
		۳ مد	۵	۷	۵	۲							
		۸ مد	۱	۵	۴								
۲ مد	۷	۱	۸										
۱ مد	۴	۳	۲										
۲ مد	۷	۱	۸										
۱ قصر	۲	۸	۲										
									۸ مد	۰	۸	۴	صف ضلع
												۵	
									۸ مد	۰	۷	۹	
								۸					
						۷ مد	۹	۹	۹				
								۸					
						۷ مد	۹	۱	۹				
								۸					
						۷ مد	۸	۳	۹				
								۸					
						۷ مد	۷	۵	۹				
				۶									
			۷ مد	۱	۵	۹							
				۶									
			۶ مد	۵	۵	۹							
				۶									
			۵ مد	۹	۵	۹							
				۶									
			۵ مد	۳	۵	۹							
۲ مد													
۳ مد	۳	۵	۹										
۲ مد													
۱	۳	۵	۹										
۲ مد	۰	۰	۰										
	۶ قصر	۴	۱										
۲ مد	۰	۰	۰										
۲ قصر	۶	۴	۱										

افزوده بدستور تا صف کعب ضرب وجمع کردم پس درصف ضلع ۶۵۵۹ ودرصف مال ۱۵۶۶۳۴۸ ودرصف کعب ۱۶۷۴۴۵۳ شد آنرا یک خانه بطرف یمین نقل نمودم و بازفوقانی را برتحتانی افزوده بدستور تا صف مال ضرب وجمع کردم پس درصف ضلع ۷۱۵۹ ودرصف مال ۱۹۹۶۰۲ شد آنرا دوخانه بطرف یمین نقل کردم وبازفوقانی رابرتحتانی افزوده ۷۷۵۹ راسه مرتبه بطرف یمین درصف ضلع نقل کردم وبازبرای علامت ثالثه طلب عددی دیگرنمودم هشت رایافتم محاذی آن برتحتانی افزوده بدستور درهرصف ضرب وجمع کردم درصف ضلع ۷۸۳۹ ودرصف مال ۲۰۵۸۷۳۲ ودرصف کعب ۱۸۳۹۱۵۰۵۶ ودرصف عدد ۱۴۷۱۳۲۰۴۴۸ شد ازاعداد صف عدد ساقط نموده وباقی راکه ۱۰۰۹۹۳۳۹۳) است بعد خط عرضی نوشتم وبازفوقانی را برتحتانی افزوده بدستورضرب وجمع کردم ودرصف ضلع ۷۹۱۹ ودرصف مال ۲۱۲۲۰۸۴ ودرصف کعب ۲۰۰۸۹۱۷۲۸ شد آن رایک خانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم بازفوقانی را برتحتانی افزودم وبدستورضرب وجمع کردم ودرصف ضلع ۷۹۹۹ ودرصف مال ۲۱۸۶۰۷۶ آنرادوخانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم وبازفوقانی رابرتحتانی افزوده درصف ضلع ۸۰۷۹ نگاشتم وباز طلب عددی برای علامت رابعه کردم پنج رایافتم بدستوربرتحتانی افزوده ضرب وجمع نمودم ودرصف ضلع ۸۰۸۴ ودرصف مال ۲۱۹۰۱۱۸۰ ودرصف کعب ۲۰۱۹۸۶۷۸۷۰۰ ودرصف عدد ۱۰۰۹۹۳۳۹۳۵۰۰ وبعداسقاط هیچ باقی نماند هذاجدوله (شکل ۱۶۱)

مطلب دوازدهم مشتمل است دربعضی فوائد که صاحب بیج گنت وغیره مرقوم ساخته ودرآن چند بیان است

بیان اول درطریق استخراج مسائل ثلثه مقترنات بوجه العام که ازبیج گنت این فقیراستنباط نموده باید دانست که هرگاه بعد ازتصرف درسؤالات اگردرواحدی ازجملتین معادلهٔ مربع شیٔ واقع شود وشیٔ هم درآن معادله باشد پس اشیاء ومربع رابیک طرف معادله بیارند بحیثیتیکه مربع اش مثبت باشد واشیاء خواه مثبت باشند خواه منفی وبطرف آخرهم خواه جنس آخرمثبت باشد خواه منفی وبعدازان ملاحظه نمایند که جملتین معادله مجذوراندیانه اگرمجذورباشند جذر هرجمله رامعادله سازند واگرمجذورنباشند پس عددی فرض سازند که هرگاه درآن عدد جملتین را ضرب سازند حاصل ضرب مجذورشود وخواه برآن عدد قسمت نمایند که خارج قسمت مجذور

گردد و خواه آن عدد را بیفزایند خواه بکاهند که حاصل جمع خواه بعد نقصان مجذور باشد خواه
در عددی مفروض ضرب سازند و عددی مفروض بیفزایند خواه بکاهند که مجموع مجذور
شود و بهرکیف چنان عمل نمایند که جملتین معادله مجذور شوند پس جذر هردو جمله را باهم معادله
سازند و استخراج مجهول نمایند و اگر باحد الطرفین مجذور منطق بود و طرف دیگر منطق نباشد
پس جذر آن طرف را خواه بعمل مجذور خواه بعمل مضروب وغیره که بعد ازین بیان کرده
خواهد شد حاصل میتوانند کرد و هرگاه طرفین معادله مجذور باشند و قسمت بر عدد چهار ممکن
باشد جملتین را بر چهار قسمت کرده رجوع باقل سازند خارج مجذور خواهد بود و طریق سهل
درین باب آنست که عدد مربع شیٔ را در چهار ضرب ساخته جملتین معادله را در حاصل ضرب
سازند و مربع عدد شیٔ بهر جمله بیفزایند که هر جمله مجذور خواهد شد و جذر آن مجموع مسطح
ضعف عدد مال فی الشیٔ و عدد شیٔ خواهد بود و اگر عدد شیٔ زوج و عدد مال مجذور باشد
پس مربع نصف عدد اشیاء بهردو جمله بیفزایند که نیز مجموع مجذور خواهد بود ؛ مثال کدام عدد
است که چون او را مضاعف کنند و شش مربع آن بر حاصل تضعیف بیفزایند مربع شود ؛ جواب
مجهول را شیٔ فرض کردم و حسب السؤال تصرف نمودم هکذا مجهول شیٔ و تضعیف آن دو
شیٔ و شش مربع آن ۶ مال پس دو شیٔ و ۶ مال معادل مربع درهم بالفرض گردید و بموجب
قاعدهٔ مرقوم الصدر عدد مال را در چهار ضرب ساختم و در حاصل که (۲۴) است هردو جمله را
ضرب نمودم و مربع عدد اشیاء که چهار است هردو طرف افزودم ۴۸ شیٔ و ۱۴۴ مال و ۴
مساوی ۲۴ مربع درهم و ۴ شد برای رجوع باقل بر چهار قسمت نمودم ۱۲ شیٔ و ۳۶ مال
و ۱ معادل ۶ مربع درهم و ۱ شد جذر جملهٔ اول که ۶ شیٔ و ۱ است معادل جذر مربع ثانی شد
و برای استخراج جذر جملهٔ ثانی عمل مجذور نمودم عدد دو جذر صغیر فرض کرده مجذور
آنرا که چهار است در شش ضرب کردم و واحد افزودم بست و پنج شد و جذرش پنج معادل ۶
شیٔ و ۱ گردید بعد حذف متداخلین ۴ معادل ۶ شیٔ پس مقدار شیٔ $\frac{۲}{۳}$ برآمد *

بیان دویم در عمل مضروب و آنرا کوتک (۱) گویند و آن عبارت است از استخراج عددی صحیح
مجهول که هرگاه آنرا در عددی معین ضرب ساخته عددی معین دیگر بر حاصل ضرب افزوده
بر عددی معین دیگر قسمت نمایند باقی هیچ نماند و طریقش آنست که عدد مضروب را مقسوم

(۱) کوتک در لیلاوتی مطبوع در صفحهٔ ۱۱۹ بدینگونه است कुट्टक

وعدد مزید را مضاف نام نهند و مقسوم علیه را همچنان مقسوم علیه قرار دهند پس مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت نمایند اگر قسمت پذیرد والّا صفر بجای خارج قسمت نهند و مقسوم علیه را بر مقسوم قسمت سازند و باز مقسوم خواه باقی مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت کنند همچنین تا که واحد باقیماند و جمیع خوارج قسمت را بترتیب بالای یک دیگر نویسند و مضاف را تحت آن نگارند و تحت مضاف صفر نهند واین را قطار گویند و بعد ازان عدد مضاف در عدد ما فوق خودش ضرب ساخته محاذی آن نویسند و باز حاصل ضرب را در ما فوق مضروب اول اگر عدد باشد ضرب نموده و بر عدد مضاف افزوده فوق حاصل ضرب اول نگارند و باز حاصل ضرب ثانی را در عدد فوق آن ضرب نموده و با حاصل ضرب اول جمع ساخته فوق آن نگارند و همچنین تا آخر عمل نمایند و درصورتیکه بجای عدد ما فوق صفر باشد رقم تحتانی حاصل ضرب اخیر را محاذی او ثبت سازند پس حاصل ضرب که محاذی رقم فوقانی باشد آنرا خارج قسمت نامند و حاصل ضرب تحت آنرا مجهول گویند پس اگر عدهٔ مراتب قطار زوج باشد خارج قسمت و مجهول هردو مطلوب باشند و اگر عدهٔ مراتب قطار فرد باشند پس خارج را از مقسوم و مجهول را از مقسوم علیه ساقط کنند اگر ممکن باشد والّا مقسوم را از خارج و مقسوم علیه را از مجهول مرة یا مرات طرح نموده باقی هردو بگیرند و آن هردو باقی از مقسوم و مقسوم علیه یک مرتبه چنانکه مذکور شد ساقط کنند که اعداد باقی مطلوب بود باید دانست که عدد مضاف ضرور است که از مقسوم علیه اقل باشد و اگر اعظم بود مقسوم علیه را ازو ساقط نموده باقی را مضاف قرار دهند و عدد اسقاط را بعد عمل برخارج بیفزایند و اگر عدد مضاف مساوی مقسوم علیه باشد پس مقسوم هم خواه مساوی مقسوم علیه خواه از تضعیفات مقسوم علیه خواهد بود درین هردو صورت جمیع اعداد مجهول میتواند شد احتیاج استخراج نیست و خواه مقسوم و مقسوم علیه متوافقان خواهند بود درینصورت جزء وفق مقسوم علیه مطلوب باشد و اگر درمیان مقسوم و مقسوم علیه نسبت تداخل باشد و مقسوم اقل از مقسوم علیه بود پس مضاف را از مقسوم علیه ساقط کنند و مقسوم را بر باقی قسمت سازند درصورتیکه باقی اقل از مقسوم باشد والّا باقی را بر مقسوم قسمت سازند که خارج مجهول مطلوب باشد و اگر مضاف صفر باشد درینصورت هم اگر مقسوم و مقسوم علیه متداخلین باشند پس مثل مرقوم الصدر عمل نمایند و اگر مقسوم و مقسوم علیه متداخلین نباشند پس مقدار مجهول مساوی مقسوم علیه خواه تضعیفات او خواهد بود

وحاجت باستخراج نخواهد شد و هرگاه مقسوم و مقسوم علیه و مضاف هرسه اعداد متوافقان باشند جزء وفق هریکی گرفته عمل نمایند که تا سهولت واقع شود و اگر دو از ان متوافق باشند پس جزء وفق متوافقین حاصل نموده عمل نمایند پس اگر مقسوم و مضاف متوافقین اند بعد اتمام عمل خارج را در وفق ضرب کنند و اگر مقسوم علیه و مضاف متوافقین اند پس مجهول را در وفق ضرب سازند که مطلوب حاصل شود باید دانست که اگر مقسوم و مقسوم علیه و مضاف منفي باشند اعني مستثنی وزن بود پس از سه حال بیرون نخواهد بود خواه هرسه منفي باشند خواه دو منفي و یکی مثبت و خواه دو مثبت و یکی منفي پس این جمله منحصر در هفت صورت میشود و چون نفي و اثبات مقسوم علیه اعتبار ندارد چراکه بسبب آن هیچ تفاوتی در عمل نمیشود الا اینکه خارج هم بلحاظ مقسوم و مقسوم علیه در نفي و اثبات مبدل خواهد شد و همچنین اگر مقسوم و مضاف هردو منفي باشند عمل مثل مقسوم منفي بعمل آرند پس اگر صرف مقسوم منفي باشد بعد اتمام عمل بلحاظ ضرب و قسمت مثبت و منفي در صورتیکه قطار زوج باشند خارج و مجهول که حاصل شده است مطلوب باشد و اگر قطار فرد باشند خارج را از مقسوم و مجهول را از مقسوم علیه طرح نمایند که باقي هردو مطلوب بود و اگر صرف مضاف منفي باشد پس عدد مضاف را از مقسوم علیه ساقط نموده باقي را مضاف مثبت قرار داده عمل نمایند که مطلوب حاصل شود و نیز اگر مضاف منفي را بحال خود گذاشته مثل مضاف مثبت عمل کنند و بعد اتمام عمل خارج را از مقسوم و مجهول را از مقسوم علیه ساقط کنند اگر ممکن باشد آن هردو باقي مطلوب بود و اگر اسقاط ممکن نبود مقسوم را از خارج و مجهول را از مقسوم علیه ساقط نموده با زیادات هردو را بدستور از مقسوم و مقسوم علیه ساقط نمایند که باقیات آخر مطلوب بود *

فائده اگر بخواهند که اعداد حاصلهٔ مجهول و خارج قسمت را رجوع با قل سازند عدد مقسوم را از خارج طرح کنند تا که باقي اقل از مقسوم ماند و آن خارج مطلوب بود و از مجهول مقسوم علیه بهمان عدة طرح نمایند که باقي مقدار مجهول مطلوب بود و اگر بخواهند که اعداد دیگر زائد از حاصله بهم رسانند عدد خارج را بر مقسوم بیفزایند که خارج مطلوب حاصل شود و اگر خواهند اعداد دیگر زائد بهم رسانند اعداد کثیر بهم تواند رسید *

فائده هرگاه مجهول مثبت یا منفي حاصل شد و اگر بخواهند که آنرا عکس نمایند اعني اگر مجهول مثبت حاصل شد و بخواهند که منفي حاصل شود خواه منفي حاصل شده و بخواهند

که مثبت حاصل سازند پس خارج را از مقسوم و مجهول را از مقسوم علیه یک مرتبه ساقط سازند که باقي هردو مطلوب بود *

فائده اگر مضاف را واحد فرض کرده مقدار خارج و مجهول حاصل ساخته مجهول را در عدد مضاف ضرب سازند نیز مطلوب حاصل شود *

فائده هرگاه حاصل قطار فقط صفر خواه یک مرتبه داشته باشد درینصورت مجهول مساوي عدد مضاف خواهد بود و خارج مساوي همان حاصل قطار خواهد گردید بعد از ان اگر عدة قطار فرد باشد بضابطهٔ مذکوره عمل نمایند اعني خارج را از مقسوم و مضروب را از خارج طرح کرده بعمل آرند *

طریق دیگر این ضعیف میگوید که اگر در عمل مضروب مقسوم علیه و مضاف را بر مقسوم قسمت سازند اگر خارج قسمت مقسوم علیه صحیح برآید پس ضرورة خارج قسمت مضاف هم صحیح خواهد برآمد درینصورت هر عددي راکه خارج قسمت عمل مضروب قرار داده در خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و خارج قسمت مضاف را اگر مضاف مثبت باشد ساقط کنند و اگر منفي باشد بیفزایند که مجموع خواه باقي مجهول خواهد بود و اگر خارج قسمت مقسوم علیه مع الکسر باشد پس اگر خارج قسمت مضاف بلاکسر باشد همان مخرج کسر را خارج عمل مضروب قرار دهند و در خارج قسمت مقسوم علیه را ضرب ساخته بموجب مرقوم الصدر عمل نمایند و اگر خارج قسمت مضاف هم مع الکسر باشد پس عددي بهم رسانند که اگر آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و از حاصل ضرب کسر خارج قسمت مضاف در صورتیکه مضاف مثبت باشد نقصان کنند و بیفزایند درصورتیکه منفي باشد پس مجموع خواه باقي عدد صحیح واقع شود و هرگاه چنین عدد دریافته شود آنرا خارج عمل مضروب قرار داده بدستور مرقوم الصدر عمل نمایند و مجهول مطلوب حاصل سازند و براي تسهیل عمل اگر مقسوم اعظم از مقسوم علیه بود اول مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت نموده خارج صحیح را محفوظ دارند و آنچه باقیماند آنرا مقسوم قرار داده بدستور عمل نمایند و بعد از عمل مجهول را در محفوظ ضرب ساخته عدد خارج عمل را برآن بیفزایند که خارج عمل مضروب گردد و همچنین اگر مضاف اعظم از مقسوم علیه بود مضاف را هم بر مقسوم علیه قسمت نموده خارج را محفوظ دارند و بعد از اتمام عمل بر خارج عمل بیفزایند و نیز اگر خارج را از مجهول حاصل سازند نیز ممکن است باید دانست که اگر مقسوم منفي باشد و مضاف مثبت بود ناقص مفروض شود و اگر ناقص بود

مثبت مفروض گردد و مجهول مثبت و خارج منفي خواهد بود ونیز اگر مجهول را شيء و خارج را سیامک فرض نموده معادله نمایند سهل میشود و برهان این همه قواعد از آن ظاهر میگردد چنانچه ازین مثال واضح گردد ؞ مثال کدام عدد است که چون او را در پنجاه و نه ضرب ساخته دوصد و سي و دو بیفزایند و مجموع را بر یک هزار و ششصد و نه قسمت کنند باقي هیچ نماند ؞ جواب مجهول را شيء و خارج را سیامک فرض کردم پس $\frac{59 \text{ شي و } 232}{1609}$ معادل سیامک شد بحسب السؤال بلکه ۵۹ شيء معادل ۱۶۰۹ سیامک الا ۲۳۲ بلکه شيء معادل $27\frac{16}{59}$ سیامک الا $3\frac{55}{59}$ شد و درینجا ظاهر است که اگر در مضروب سیامک که في الحقیقة خارج قسمت مقسوم علیه علی المقسوم است و در خارج قسمت مضاف کسر نمی بود هر عددی را که میخواستند سیامک فرض میکردند ونیز اگر صرف درخارج قسمت مقسوم علیه کسر می بود مخرج را سیامک فرض میکردند چراکه مقصود حصول عدد صحیح است و ممکن نیست که صرف درخارج قسمت مضاف کسر واقع شود مگر در صورتیکه شيء ذو الکسر باشد و آن خلاف مفروض است پس ظاهر است که درین معادله عددی بهم باید رسانید که اگر آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و از حاصل کسر خارج قسمت مضاف ساقط کنند باقي صحیح ماند و اگرچه بالاستقراء عدد حاصل میتواند شد لیکن اندک تأمل طلب است لهذا از جملهٔ ثاني صرف کسور را گرفته که گویا سؤال آخر شد اعني کدام عدد است که آنرا در شانزده ضرب کرده از حاصل پنجاه و پنج بکاهند و باقي را بر پنجاه و نه قسمت سازند باقي هیچ نماند پس درینجا مجهول را سیامک و خارج را نیلک فرض کرده معادله کردم ۱۶ سیامک الا ۵۵ مقسوم علیه ۵۹ معادل نیلک شد بلکه ۱۶ سیامک معادل ۵۹ نیلک و ۵۵ بلکه سیامک معادل $3\frac{11}{16}$ نیلک و $3\frac{7}{16}$ گردید و چون درینجا هم مقدار نیلک بتأمل معلوم میشود لهذا باز کسور جملهٔ ثانیه را رجوع بسؤال آخر کردم اعني کدام عدد است که چون آنرا در یازده ضرب کرده بر حاصل هفت بیفزایند و مجموع را بر شانزده قسمت کنند هیچ باقي نماند و مجهول را نیلک و خارج را زردک فرض کردم پس ۱۱ نیلک و ۷ مقسوم علیه ۱۶ معادل زردک بلکه ۱۱ نیلک معادل ۱۶ زردک الا ۷ بلکه نیلک معادل $1\frac{5}{11}$ زردک الا $\frac{7}{11}$ و هرگاه کسور این جمله را هم رجوع بسؤال آخر کردم خارج را سفیدک فرض کردم ۵ زردک الا ۷ مقسوم علیه ۱۱ معادل سفیدک بلکه ۵ زردک معادل ۱۱ سفیدک و ۷ شد بلکه زردک معادل $2\frac{1}{5}$ سفیدک و $1\frac{2}{5}$ گردید چون درینجا نهایت بسهولت مقدار سفیدک معلوم شد که سه است

چراکه هرگاه آنرا در یک خمس ضرب کرده و برحاصل دو خمس بیفزایند واحد صحیح میشود درینصورت مقدار زردک ۸ برآمد و مقدار نیلک ۱۱ شد و مقدار سیامک ۴۴ و مقدار شیء ۱۹۶ برآمد وهو المطلوب ٭
مثال دیگر کدام عدد است که چون او را در صد و بست و یک ضرب کنند و برحاصل الضرب شصت و پنج بیفزایند و بریک صد و نود و پنج قسمت کنند هیچ باقی نماند ٭ جواب بطریق عمل قطار چون مقسوم و مقسوم علیه و مضاف هر سه متوافقان و توافق به سیزده است پس جزء وفق هریکی گرفتم بدینصورت شد مقسوم (۱۷) مقسوم علیه (۱۵) مضاف (۵) مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت کردم خارج واحد شد و دو باقیماند پس مقسوم علیه را برد و قسمت کردم خارج هفت گردید و واحد باقیماند پس اعداد خارج را تحت یک دیگر نوشتم و تحت عدد مضاف و تحت آن صفر ثبت نمودم و قطار نام نهادم چنانچه درصورت اولی بعد ازان عدد مضاف را در عدد ما فوقش ضرب نمودم و حاصل را محاذی هفت نوشتم و بعد ازان باز حاصل ضرب را در عدد مافوق اول ضرب نموده و عدد مضاف بر آن افزوده محاذی واحد نگاشتم چنانچه درصورت ثانیه چون عدهٔ مراتب قطار زوج است ۴۰ خارج قسمت و ۳۵ مجهول هر دو مطلوب است بطریق دیگر مضاف را واحد فرض کردم و عمل بدستور نمودم چنانچه درصورت ثالثه هشت خارج و هفت مجهول را در پنج مضاف اصل ضرب نمودم چهل خارج و سی و پنج مجهول مطلوب گردید و جواب بطریقیکه این ضعیف بیان نموده چون درین مثال مقسوم زیاده از مقسوم علیه است لهذا برای تسهیل عمل مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت کردم و خارج را که واحد است محفوظ داشتم و باقی را که (۲۶) است مقسوم قرار دادم و بحسب القاعدة که مذکور کرده ام عمل نمودم $\frac{7}{4}$ خارج مقسوم علیه و $\frac{4}{7}$ خارج مضاف حاصل شد پس درینجا خارج قسمت مقسوم علیه و نیز خارج قسمت مضاف مع کسر واقع شده لهذا بهم رسانیدن عددی که چون آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و از حاصل الضرب خارج قسمت مضاف ساقط کنند باقی صحیح ماند واحد را یافتم آنرا در خارج قسمت مقسوم علیه ضرب نمودم $\frac{7}{4}$ شد از ان خارج مضاف را ساقط نمودم ۵ باقیماند و آن مقدار عدد مطلوب است و هرگاه برای حصول مقدار خارج آنرا در محفوظ که واحد بود ضرب کردم و برحاصل که پنج شد واحد که مقدار خارج محفوظ بود افزودم شش گردید و آن مقدار خارج مطلوب است ٭ مثال دویم کدام عدد است که چون در یکصد و نود ضرب کنند و نود بیفزایند و بر شصت و سه

قسمت نمایند هیچ باقی نماند چون درینجا مقسوم ومضاف متوافقین اند ومقسوم علیه غیر متوافق جزء وفق مقسوم ومضاف گرفته نوشتم بدینصورت مقسوم (١٠) مقسوم علیه (٦٣) مضاف (٩) وعمل نطار کردم چنانچه درصورت رابعه　بعد ازان نه راکه عدد مضاف است درسه که عدد فوق است ضرب کردم وحاصل رامحاذي همان سه نگاشتم وباز حاصل ضرب رادرعدد شش که فوق سه است ضرب کرده ونه که عدد مضاف است برآن افزوده محاذي عدد شش نگاشتم وچونکه فوق آن صفراست صرف رقم تحتاني حاصل ضرب آخرمحاذي صفرنوشتم چنانچه در صورت خامسه

صورت اولی	صورت ثانیه	صورت ثالثه	صورت رابعه	صورت خامسه
١ ٧ ٥ ٠	١ | ٤٠ ٧ | ٣٥ ٥ ٠	١ | ٨ ٧ | ٧ ١ ٠	٠ ٦ ٣ ٩	٠ | ٢٧ خارج ٦ | ١٧١ مجهول ٣ | ٢٧ ٩ ٠

چون درینجا عدة مراتب قطار فرداست ونقصان مجهول از مقسوم علیه ونیز نقصان خارج که ٢٧) است ازمقسوم که ١٠) است ممکن نیست لهذا مقسوم را از خارج ومقسوم علیه را از مجهول نقصان بمرتبین نمودم وباقي هردوکه ٧ و ٤٥) است گرفته هفت راکه باقي خارج بوداز مقسوم که ده است وچهل وپنج راکه باقي مجهول است ازمقسوم علیه که شصت وسه است نقصان نمودم باقي سه مقدارخارج وهجده مقدارمجهول برآمد وچون توافق درمیان مضاف ومقسوم بود لهذا سه راکه خارج است درده که جزء وفق است ضرب نمودم سي گردید پس هجده مقدارمجهول وسي مقدارخارج شد وهوالمطلوب وجواب بطریق این فقیرچون درینجا مقسوم اعظم ازمقسوم علیه است لهذا برای تسهیل عمل مقسوم برمقسوم علیه قسمت نمودم خارج صحیح که واحد است محفوظ داشتم و٣٧ باقي رامقسوم قراردادم ونیز مضاف رابرمقسوم علیه قسمت کرده واحد خارج رامحفوظ داشتم باقي راکه ٢٧) است مضاف نام نهادم پس بحسب القاعدة مقسوم علیه ومضاف رابرمقسوم قسمت کردم وخارج قسمت مقسوم علیه $\frac{١}{\frac{٢٦}{٢٧}}$ وخارج قسمت مضاف $\frac{٢}{٢}$ برآمد پس بهمرسایدن عددی که چون آسرادرکسرخارج قسمت مقسوم علیه ضرب کنند وازحاصل

ضرب خارج قسمت مضاف ساقط کنند باقي صحیح ماند باستقراء خواه بالفرض شيء و سیاه ک یازده رایافتم وآنرا خارج عمل قرار داده در $\frac{۱}{۲۶}$ که خارج قسمت مع مقسوم علیه است ضرب نمودم وازحاصل خارج قسمت مضاف ساقط نمودم ۱۸ باقي مجهول مطلوب است وبرای تعیین مقدار خارج مجهول را در محفوظ مقسوم ضرب ساختم و برحاصل که ۱۸) است ۱۱ خارج عمل افزودم ۲۹ شد بعده واحد محفوظ مضاف اضافه نمودم ۳ خارج مطلوب است ٭ مثال سیوم کدام عدد است که چون او را در شصت رن ضرب سازند وسه بیفزایند وبر سیزده قسمت کنند باقي هیچ نماند بدینصورت مقسوم رن (۶۰) مقسوم علیه (۱۳) مضاف (۳) وبدستور مذکور قطار گرفتم ومضاف وصفر در تحتش نوشتم حاصل ضربها محاذي هرواحد بطریق مذکور ثبت نمودم چنانچه در صورت اولی چون درینجا عدهٔ مراتب قطار فرد است ونقصان ۶۹ که خارج است از مقسوم که ۶۰) است ونیز نقصان مجهول که ۱۵) است از مقسوم علیه که ۱۳) است ممکن نیست لهذا مقسوم را از خارج ومقسوم علیه را از مجهول طرح کرده باقي هردو که ۹ و۲) است خارج ومجهول مطلوب است وچونکه مقسوم منفي است احتیاج بعمل دیگر نیست ٭ مثال چهارم مقسوم (۱۸) مقسوم علیه (۱۱) مضاف رن (۱۰) چون درینجا صرف مضاف منفي واقع شده لهذا بموجب بیان صدر از مقسوم علیه ساقط نمودم واحد باقیماند واحد را مضاف قرار داده عمل قطار نمودم چنانچه در صورت ثانیه سه مجهول وپنج خارج برآمد وهو المطلوب ونیز اگر درین مثال مضاف منفي را بحال خود گذاشته بطور مضاف مثبت عمل نمایم چنانچه در صورت ثالثه

صورت اولی		صورت ثانیه		صورت ثالثه	
۴	۶۹ خارج	۴	۵	۱	۵۰
۱	۱۵ مجهول	۱	۳	۱	۳۰
۱	۹	۱	۲	۱	۲۰
۱	۶	۱	۱	۱	۱۰
۱	۳	۱		۱۰	
۳		۰		۰	
۰					

خارج پنجاه ومجهول سي شد چون درینجا طرح خارج از مقسوم ونیز طرح مجهول از مقسوم علیه ممکن نیست لهذا هجده مقسوم را از پنجاه خارج ویازده مقسوم علیه را از سي مجهول مرة بعد اخری ساقط نمودم ۱۴ و ۸ باقیات را از ۱۸ مقسوم و ۱۱ مقسوم علیه بدستور

مذکور طرح کردم سه مجهول وچهار خارج مطلوب برآمد وتفاوت خارج بسبب تفاوت مثبت ومنفی است بحسب زیادت ونقصان *

بیان سیوم دراستخراج مضروب جمع که عبارت است از استخراج عددیکه هرگاه آنرا در دو عدد مختلف جدا جدا ضرب کنند وبر عددی معین جدا جدا قسمت نمایند باقی هردو در هر قسمت مختلف شود وطریقش این است که هردو مضروب فیه راجمع نموده مقسوم فرض کنند وهردو باقی راجمع ساخته مضاف فرض سازند ومقسوم علیه را بحال خود گذاشته بقاعدهٔ عمل مضروب قطار استخراج مجهول وخارج نمایند وبعدازان اگر قطار زوج است مجهول را از مقسوم علیه وخارج را ازمقسوم علی العکس قاعدهٔ عمل قطار طرح کنند اگر ممکن بود والا مقسوم علیه را از مجهول ومقسوم را از خارج طرح نموده باقی هردو را ازمقسوم ومقسوم علیه طرح سازند وچنانکه برای قطار فرد در عمل مضروب میکردند عمل نمایند واگر قطار فرد باشد همان عدد حاصل مطلوب بود ÷ مثال کدام عدد است که چون اورا در ده ضرب کرده برشصت وسه قسمت نمایند چهارده باقیماند واگر در پنج ضرب کرده برشصت وسه قسمت سازند هفت باقیماند ÷ جواب هردو مضروب فیه راجمع نموده مقسوم قراردادم وباقیین راجمع نموده مضاف گردانیدم ومقسوم علیه را بحال خود گذاشتم نوشتم بدینصورت مقسوم (۱۵) مقسوم علیه (۶۳) مضاف (۲۱) وچون در مقسوم ومقسوم علیه توافق بالثلث بود جزء وفق هریکی گرفتم هکذا مقسوم (۵) مقسوم علیه (۲۱) مضاف (۷) وعمل قطار نمودم بدینصورت شد ۰ ۱۴ ۷ ۰ | ۷ خارج ۲۸ مجهول چون عدهٔ مراتب قطار زوج است لهذا مقسوم را از خارج ومقسوم علیه را از مجهول طرح کردم ۲ خارج و۷ مجهول برآمد پس آن هردو را از مقسوم و مقسوم علیه طرح کردم سه خارج وچهارده مجهول مطلوب حاصل شد *

بیان چهارم در عمل ضرب مجذور که محاسبان هند آنرا پرکرت[۴] گویند واین عبارت است از استخراج عددیکه چون مجذور آنرا در عددی معین ضرب کرده برحاصل عددی معین بیفزایند یا بکاهند مجموع خواه باقی مجذور باشد ودرینجا جذر اخیر را جذر کبیر نامند عدد اول مطلوب راجذر صغیر مطلوب وطریقش چنانست که اگر مضاف اصل که درسؤال سائل است زائد ومجذور باشد عددی را جذر صغیر فرض کرده ومجذور آنرا در مضروب فیه که سائل بیان کرده ضرب ساخته برحاصل ضرب عددی بیفزایند که مجموع مجذور شود وجذر آنرا جذر کبیر مفروض نام

(۴) वर्गप्रकृति باین صورت گفته در ریپچ یافته شد

نام نهند پس اگر عدد مضاف مفروض مجذور باشد آنرا بر مضاف اصل قسمت نموده
برجذر خارج جذر صغیر را نیز قسمت سازند که خارج جذر صغیر مطلوب است واگر مضاف
مفروض مجذور نباشد جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر مفروض ضرب ساخته تضعیف نمایند
وحاصل را جذر صغیر عمل نام گذارند ومجذور مضاف مفروض را مضاف عمل قرار دهند
پس بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت نموده جذر صغیر
عمل را برجذر خارج قسمت سازند که جذر صغیر مطلوب برآید واگر مضاف اصل ناقص ومجذور
باشد عددی را جذر صغیر فرض کرده ومجذور آنرا در مضروب فیه بحسب السؤال ضرب ساخته
واز حاصل ضرب عددی نقصان سازند که باقی مجذور ماند وآن عدد منقوص را مضاف
مفروض ناقص گویند پس اگر آن مضاف مفروض ناقص مجذور بود بموجب قاعدهٔ مرقوم
الصدر آنرا بر مضاف اصل قسمت ساخته جذر صغیر مفروض را برجذر خارج قسمت
کنند که جذر صغیر مطلوب برآید واگر مضاف مفروض ناقص مجذور نبود عددی دیگر
جذر صغیر فرض سازند بحیثیتیکه هرگاه مجذور آنرا در مضروب فیه سائل ضرب ساخته برحاصل
مضاف مفروض اول که ناقص بود زائد سازند خواه مسطح آن در مجذوری دیگر نموده
بیفزایند که مجموع مجذور شود وجذر آن مجموع را جذر کبیر ثانی وآن مضاف زائد را مضاف
زائد ثانی نام نهند وجذر صغیر اول را در جذر کبیر ثانی وجذر صغیر ثانی را در جذر کبیر اول ضرب
نموده مجموع هردو حاصلین را جذر صغیر عمل قرار دهند و مسطح هردو مضافین مفروضین را
که مجذور ونا قص خواهد بود مضاف عمل دانند و بدستور استخراج جذر صغیر مطلوب سازند
اعني بر مضاف اصل قسمت نموده برجذر خارج جذر صغیر را قسمت سازند که مطلوب برآید
واگر مضاف اصل مجذور نبود عددی جذر صغیر فرض نمایند ومجذور آنرا در مضروب فیه
مفروض ضرب ساخته وبرحاصل مضاف اصل را اگر زائد است بیفزایند واگر ناقص است بکاهند
پس اگر مجموع خواه باقی مجذور شود فهو المراد والا مضاف اصل را در مجذوری مفروض
دیگر ضرب ساخته در صورت زیادت بیفزایند ودر صورت نقصان بکاهند اگر مجموع خواه باقی
مجذور شود پس جذر صغیر مفروض را برجذر مجذور مفروض قسمت سازند که مطلوب برآید
واگر مجذوری مفروض بهم نرسد جذر صغیر مفروض را در اعداد دیگر مرة بعد اولی ضرب

ساخته و جذر صغیر قرار داده بدستور عمل نمایند تا که مطلوب برآید لیکن درینصورت حدّت ذهن وفکر سلیم درکار ست وبرای تسهیل عمل فوائد چند بیان کرده میشود که آن فوائد را ملاحظه نموده عمل کنند *

فائدهٔ اول اگر مضروب فیه مجذور باشد مضاف را بر عددی قسمت سازند که خارج قسمت اعظم از مقسوم علیه بود پس مقسوم علیه را یک مرتبه از خارج نقصان کنند ویک مرتبه برخارج بیفزایند وهردو حاصل را تنصیف سازند پس اعظم جذر کبیر باشد واقل را برجذر مضروب فیه قسمت نمایند که خارج جذر صغیر مطلوب بود *

فائدهٔ دویم اگر مضروب فیه مرکب از مجذورین باشد مثل پنج وسیزده وبست وغیره ومضاف مجذورین باشد پس مجذورین را بر مضاف جدا جدا قسمت نموده واحد را برجذر خارجین قسمت نمایند که هردو خارجین جذر صغیر مطلوب میتواند شد *

فائدهٔ سیوم این نحیف میگوید که اگر مضروب فیه مجذور و مضاف عدد فرد خواه زوج باشد زائد بود خواه ناقص پس از مضاف واحد کم کرده تنصیف سازند پس مضاف منقسم بد وقسم مختلفین خواهد بود پس از مجذور قسم اعظم مضاف را ساقط کنند اگر مضاف زائد باشد درینصورت باقي هم مجذور خواهد بود پس جذر آنرا بر جذر مضروف فیه قسمت سازند واگر مضاف ناقص باشد مضاف را برقسم اصغر بیفزایند و جذر مجموع را برجذر مضروب فیه قسمت سازند که خارج بهر دو صورت جذر صغیر مطلوب بود *

فائدهٔ چهارم اگر در مضاف کسر باشد ومخرج آن مجذور بود پس آنرا مجنس نموده ومضاف صحیح اعتبار نموده استخراج مجهول سازند وبعد ازان برجذر آن مجذور قسمت سازند واگر مخرج مجذور نبود پس آن مخرج را في نفسه ضرب نموده مجذور ساخته عمل سازند *

فائدهٔ پنجم هرگاه در سؤالیکه مضاف اصل مجذوردهن باشد وعددی بحسب السؤال بهم رسد وبعد ازان بخواهند که عددی دیگر بهمان صفت بهم رسانند پس ضعف جذر صغیر حاصل را در جذر کبیر حاصل ضرب کرده حاصل الضرب را بر مضاف قسمت سازند که خارج جذر صغیر دیگر مطلوب بود وازان جذر کبیر حاصل نمایند وبهمین طریق اعداد کثیرهٔ بهم توانند رسید *

فائدهٔ ششم اگر مضاف اصل بر کدام مجذور قسمت پذیر باشد آنرا بر آن مجذور قسمت کرده و خارج را مضاف اصل قرار داده جذر صغیر حاصل نمایند و آن جذر صغیر را در جذر مجذور که مقسوم علیه بود ضرب سازند حاصل جذر صغیر مطلوب خواهد بود *

فائدهٔ هفتم اگر مضروب و مضاف هر دو غیر مجذور باشند لیکن بحیثیتیکه مسطح آن هر دو مجذور میتواند شد پس بطریق جبر و مقابلهٔ طرفین معادله فرض کرده جمله راکه در آن مضروب فیه و مضاف واقع شود در احدی از مضروب فیه خواه مضاف ضرب ساخته و طرف آخر را هم در همان عدد ضرب نموده عدد حاصل ضرب مضاف را بطرف آخر بطور جبر و مقابله نقل سازند و در جملهٔ آخر عمل مجذور نمایند که درینصورت طرفیکه مضروب فیه واقع شود مجذور خواهد ماند و مضاف نیز مجذور خواهد شد و بعد از عمل جذر مجذور حاصل را بر جذر اعداد طرف اولی قسمت نمایند که خارج جذر صغیر مطلوب خواهد بود *

بیان امثله بترتیب قواعد مذکورهٔ عمل مجذور ؛ سؤال کدام عدد است که اگر مجذور آنرا در پنج ضرب سازم و بر حاصل شانزده بیفزایم مجذور شود ؛ جواب مثلاً سه را جذر صغیر فرض کردم و مجذور آنرا در پنج ضرب نموده بر حاصل چهار افزودم ۴۹ شد و آن مجذور است چون درینجا مضاف اصل زائد و مجذور است و مضاف مفروض نیز مجذور لهذا بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر ۴ را بر ۱۶ قسمت نمودم خارج $\frac{1}{4}$ شد و بر جذر آن که $\frac{1}{2}$) است ۳ راکه جذر صغیر مفروض است قسمت کردم خارج ۶ جذر صغیر مطلوب بر آمد و جذر کبیر ۱۴ خواهد بود ؛ سؤال کدام عدد است که چون مجذور او را در سه ضرب کنند و نه بر حاصل ضرب بیفزایند مجذور شود ؛ جواب جذر صغیر مثلاً هفت را فرض کردم و مجذور آنرا در سه ضرب کردم حاصل ۱۴۷ شد و بر آن ۲۲ مضاف مفروض افزودم ۱۶۹ شد و جذر آن ۱۳) است آنرا جذر کبیر نام نهادم چون درینجا مضاف مفروض غیر مجذور است لهذا بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر مفروض ضرب ساخته تضعیف نمودم و حاصل راکه ۱۸۲) است جذر صغیر عمل نام نهادم و ۴۸۴ راکه مجذور مضاف مفروض است مضاف عمل نام نهادم پس مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت نمودم خارج $\frac{۴۸۴}{۹}$ شد بر جذر خارج که $\frac{۲۲}{۳}$ است جذر صغیر عمل را قسمت کردم $\frac{۲۱}{۱۱}$ خارج القسمة جذر صغیر مطلوب است ؛ سؤال کدام عدد است که چون مجذور آنرا

در چهار ضرب ساخته و ۳۶ نقصان کنند مجذور باقیمانده؛ جواب ده را جذر صغیر فرض کردم و مجذور آنرا در چهار ضرب کرده ۱۴۴ ازان نقصان کردم و الا ۱۴۴ را مضاف مفروض ناقص قرار دادم چون درینجا مضاف مفروض ناقص مجذور واقع شد لهذا بموجب مرقوم الصدر عمل نمودم و الا ۱۴۴ را بر الا ۳۶ که مضاف اصل است قسمت کردم و بر جذر خارج که ۲ شد جذر صغیر را که ده است قسمت کردم خارج ۵ جذر صغیر مطلوب برآمد و اگر درین سؤال مثلا دو را جذر صغیر فرض کردم مجذور آنرا در چهار که مضروب فیه سائل است ضرب ساختم و هفت نقصان نمودم ۳ جذر کبیر اول برآمد پس چون درینجا مضاف مفروض ناقص غیر مجذور است لهذا بموجب قاعدهٔ آن ½ جذر صغیر ثانی فرض کردم و مجذور آنرا در ۴ که مضروب فیه سائل است ضرب ساخته بر حاصل هفت را مضاف مفروض ثانی قرار داده افزودم ۱۶ شد جذر آنرا که ۴ است جذر کبیر ثانی نام نهادم بعد ازان جذر صغیر ثانی را در جذر کبیر اول و جذر کبیر ثانی را در جذر صغیر اول ضرب کردم مجموع حاصلین ۱۲/۲ شد آنرا جذر صغیر عمل قرار دادم و مسطح مضافین مفروضین که الا ۴۹ است مضاف عمل نام نهادم پس چون درینجا مضاف عمل مجذور ناقص شد بدستور عمل کردم اعني الا ۴۹ را بر الا ۳۶ که مضاف اصل بود قسمت کردم خارج ۱/۳۶ شد جذر آن گرفتم ۱/۶ برآمد جذر صغیر عمل را که ۱۲/۲ است برآن قسمت کردم خارج ۱۰/۲ جذر صغیر مطلوب است؛ سؤال کدام عدد است که اگر مجذور آنرا در پنج ضرب کرده بر حاصل هفتده صحیح و سه ربع بیفزایند مجذور شود؛ جواب چون در سؤال سائل مضاف مع الکسر است و مخرج کسر چهار بود که بذات خود مجذور است لهذا در چهار ضرب ساختم ۵ مال و ۷۱ صحیح مساوي ۴ مربع سیاه شد پس برای فرض جذر صغیر اول ملاحظه مضاف نمودم که بحیثیتي می باید که اگر آنرا بر هفتاد و یک قسمت نمایم خارج مجذور شود لهذا هفتاد و یک را در چهار ضرب ساختم و حاصل را که دو صد و هشتاد و چهار است مضاف ثاني قرار دادم درینصورت جذر صغیر ثانی را ده فرض کردم چراکه هرگاه مربع آنراکه صد است در پنج ضرب کرده بر حاصل دو صد و هشتاد و چهار بیفزایم مجموع مجذور میشود پس جذر صغیر ده و جذر کبیر بست و هشت و مضاف دو صد و هشتاد و چهار پس مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت نمودم خارج چهار شد و جذر آن دو است جذر صغیر را که ده بود بر دو قسمت نمودم خارج پنج شد و آن جذر

صغیراست و مضاف هفتاد ویک وچون مضاف اصل که هفده صحیح و سه ربع است در چهار ضرب یافته بود لهذا پنج راکه جذر صغیراست برد وکه جذر چهار است قسمت نمودم خارج دو صحیح ویک نصف جذر صغیر مطلوب برآمد ∴ سؤال کدام مجذوراست که چون آنرا در پنج ضرب کنند وبست بیفزایند مجذور شود ∴ پس جواب صورت معادله هکذا شد ۵ مال و ۲۰ معادل مربع سیامک چون مضروب فیه ومضاف هردو غیر مجذور اند لیکن بحیثیتی واقع شده اند که مسطح آن هردو مربع و مجذور ده میشود لهذا برای تسهیل عمل بموجب بیان فائدهٔ هفتم جملهٔ اولی را در پنج ضرب نمودم ۲۵ مال و ۱۰۰ معادل ۵ مربع سیامک گردید عدد را بطرف آخر نقل کردم هکذا شد ۲۵ مال معادل ۵ مربع سیامک الا ۱۰۰ شد در جملهٔ آخر عمل مجذور کردم ده را مثلا جذر صغیر فرض کردم و مجذور آنرا که ۱۰۰) است در پنج ضرب کردم ۵۰۰ شد و ۱۰۰ که مضاف است ازان ساقط کردم ۴۰۰ مجذور ماند و جذر آنرا که ۲۰) است برجذر عدد ۲۵ که عدد طرف اولی است قسمت کردم خارج ۴ جذر مطلوب است *

فائده در تبسیط الوان کثیره که معادل یکدیگر شوند باید دانست که هرگاه مجهولات متعدده در سؤال واقع میشوند اهل هند هریکی ازان را بلونی تعبیر میکنند و هرگاه در سؤال سائل بحسب سؤال تصرف کنند و معادلهٔ الوان بالوان خواه معادله لونی بالوان واقع شود لازم است که در آن معادله یک لون را معادل باقی الوان سازند واگر در معادلهٔ اولی عدد هم باشد آنراهم شامل الوان سازند وچون معادلهٔ اولی یقین است که دو جمله خواهد بود ولونیکه معادل او مطلوب است در هر جمله که باشد الوان دیگر را ازان جمله ساقط نموده برجملهٔ ثانی بیفزایند نفیا واثباتا یعنی آن الوان مسقطه در جملهٔ اولی اگر منفی باشد در جملهٔ ثانی مثبت خواهد بود واگر در جملهٔ اولی مثبت خواهد گردید در جملهٔ ثانیه منفی خواهد شد و بعد ازان هردو جمله معادلهٔ ثانی را برعدد لون مطلوب قسمت کنند که تا مقدار لون واحد که مجهول است برآید واگر معادلهٔ لون مطلوب بطریق دیگر هم بالوان ممکن باشد عمل نمایند وازان هردو معادله هردو جملهٔ ثانیه را باهم معادله نموده معادلهٔ ثالثه حاصل کنند ودرآن معادلهٔ لون دیگر را بحسب مرقوم الصدر معادل سازند وهمچنین تاکه لونی از الوان معادل عدد واقع شود پس بطریق استخراج قواعد ستهٔ جبریه اخراج مجهول نمایند و بعد ازان استخراج الوان دیگر کنند که سهل خواهد بود واگر معادله لونی باعدد نشود پس یک لون یا دو لون را

با اعداد مفروضه بحسب مناسب مقام تعبیر کرده عدد سازند ونیز اگر معادلین لون واحد مطلوب مختلف العدد باشند اعني عدد لون مطلوب مختلف باشد پس هرد و معادله را در دو عدد دیگر ضرب کنند بحیثیتیکه اعداد حاصل الضرب هرد و معادله مساوي شوند وخواه اعداد هرد و معادله را بر دو عدد قسمت نمایند بحیثیتیکه خارج هرد و مساوي باشد وازان مطلوب بحسب مرقوم الصدر حاصل کنند واگر یک لون معادل لوني مثبت خواه منفي وعدد واقع شود پس آنرا بعمل مضروب استخراج کنند اعني عدد لون مطلوب را مقسوم علیه وعدد لون معادل را مقسوم وعدد را مضاف فرض سازند مثلا ۴ سیامک معادل ۶ نیلک و ۳ باشد پس شش را مقسوم وچهار را مقسوم علیه وسه را مضاف فرض کنند پس بعد عمل مضروب خارج مقدار سیامک ومضروب مقدار نیلک خواهد بود*

فائده اگر لوني معادل لوني باشد درینصورت عدد لون اول مقدار لون ثاني وعدد لون ثاني مقدار عدد لون اول خواهد بود ∴ سؤال کدام عدد است که اگر آنرا بر شش قسمت کنم پنج باقیماند واگر بر پنج قسمت کنم چهار واگر بر چهار قسمت کنم سه واگر بر سه قسمت کنم دو باقیماند ∴ جواب مجهول را شيء فرض کردم وبحسب السؤال بر شش قسمت کردم ومقدار خارج را سیامک نام نهادم پس هرگاه سیامک را در ۶ که مقسوم علیه است ضرب کردم ۶ سیامک و ۵ معادل شيء شد وهمچنین شيء را بر پنج قسمت کردم ومقدار خارج را نیلک نام نهادم پس ۵ نیلک و ۴ معادل شيء شد وهمچنین شيء را بر چهار قسمت نمودم وخارج را زردک نام کردم پس ۴ زردک و ۳ معادل شيء شد وباز شيء را بر سه قسمت کردم وخارج را سبزک نام نهادم پس ۳ سبزک و ۲ معادل شيء شد واین معادلهٔ رابعه است چون درهر معادله جملهٔ اولی شيء است پس هرد و جملهٔ ثانیه معادلهٔ اولی وثاني وثالث ورابع را باهم معادله کردم که آن همه معادله باهم مساوي اند وعدد را مستثنی نموده بطرف آخر افزودم بدینصـــــــــــــورت

اولی	۶ سیامک	معادل	۵ نیلک الا ۱
ثاني	۵ نیلک	معادل	۴ زردک الا ۱
ثالث	۴ زردک	معادل	۳ سبزک الا ۱

وظاهر است که هرگاه مقدار زردک معلوم شود مقدار الوان دیگر هم ازان معلوم میتوانند شد لهذا برای استخراج آن عمل مضروب کردم ۴ زردک را مقسوم و ۳ سبزک را مقسوم علیه

وواحد را مضاف قرار دادم وعمل کردم بدینصورت مقسوم ۴ مقسوم علیه ۳ مضاف ۱ چون حاصل قطار یک مرتبه دارد ۱ | ۱ وواحد است ومضاف هم واحد پس مقدار خارج ونیز مقدار مضروب واحد برآمد وچون عدهٔ مراتب قطار فرد واقع شد خارج را از مقسوم ومضروب را از مقسوم علیه نقصان کردم مقدار مضروب که زردک است ۲ ومقدار خارج که سبزک است ۳ برآمد وچون در امتحان مطلوب ازین هر دو عدد حاصل نشد لهذا بقاعدهٔ عمل مضروب اعداد دیگر پیدا کردم عدد خارج را برمقسوم وعدد مضروب را برمقسوم علیه چند بار افزودم تا که عدد مطلوب حاصل شد پس مقدار مقسوم که زردک است ۱۴ ومقدار مقسوم علیه که سبزک است ۱۹ گردید وهرگاه در معادلهٔ ثانی که ۴ زردک الا ۱ معادل ۵ نیلک است چهار را در چهارده ضرب کردم حاصل پنجاه وشش شد واحد کم کردم پنجاه وپنج باقیماند برعدد نیلک که پنج است قسمت کردم یازده خارج مقدار نیلک وهمچنین مقدار سیامک نه برآمد ومقدار شیء پنجاه ونه شد وهو المطلوب * مثال دیگر کدام سه عدد اند که اگر اول را در پنج ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت کنند باقی وخارج مساوی باشد واگر عدد دویم آنرا در هفت ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت نمایند نیز خارج وباقی مساوی شود الا اینکه خارج وباقی ثانی یک عدد از خارج وباقی اول زیاده باشد وعدد سیوم است که چون در نه ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت نمایند خارج وباقی مساوی باشد وخارج وباقی سیوم از خارج وباقی ثانی یک عدد زیاده باشد * جواب خوارج وباقیات را بسبب مساوات شیء فرض کردم بدینصورت اول شیء ثانی شیء و ۱ ثالث شیء و ۲ وهر سه اعداد را بالوان تعبیر کردم بدینصورت اول سیامک ثانی نیلک ثالث زردک پس معادلهٔ اولی ۵ سیامک الا شیء مقسوم علی ۲۰ معادل شیء شد وبعد ترفیع ۵ سیامک الا شیء معادل ۲۰ شیء گردید بلکه ۵ سیامک معادل ۲۱ شیء بلکه ۵ سیامک مقسوم علی ۲۱ معادل شیء شد ومعادلهٔ ثانی ۷ نیلک الا شیء والا واحد مقسوم علی ۲۰ معادل شیء الا واحد است بحسب الفرض پس بعد ترفیع ۷ نیلک الا شیء والا واحد معادل ۲۰ شیء و ۲۰ شد بلکه ۷ نیلک معادل ۲۱ شیء و ۲۱ پس ۷ نیلک الا ۲۱ مقسوم علی ۲۱ معادل شیء گردید ومعادلهٔ ثالث ۹ زردک الا شیء والا ۲ مقسوم علی ۲۰ معادل شیء و ۲) است پس بعد ترفیع ۹ زردک الا شیء والا ۲ معادل ۲۰ شیء و ۴۰ شد بلکه ۹ زردک الا ۴۲ مقسوم علی ۲۱ معادل شیء گردید پس معادلهٔ اولی را با ثانی وثانی را با ثالث معادله کردم بدینصورت ۵ سیامک

معادل ۷ نیلک الا ۲۱ معادل ۹ زردک الا ۴۲ شد عمل قطار کردم اعني عدد نیلک را مقسوم
وعدد زردک را مقسوم علیه و ۲۱ را عدد مضاف قرار دادم بدینصورت مقسوم ۷ مقسوم علیه ۹
وچون ۲۱ مضاف بود لهذا مقسوم علیه را در دو ضرب کرده از مضاف ساقط نمودم وسه را که
باقیماند مضاف قرار دادم ودو را برای خارج محفوظ داشتم وقطار گرفتم بدینصورت
چون ۲۱ مضاف از مقسوم علیه زیاده است لهذا آنرا بر ۹ قسمت کرده

٠	۹ خارج
۱	۱۲ مضروب
۳	۹
۳	
٠	

نوشتم وعدد خارج القسمة که دو است محفوظ داشتم وسه را مضاف قرار دادم چون عدة قطار
فرد است لهذا بموجب ضابطهٔ عمل مضروب بعد طرح خارج و مضروب از مقسوم ومقسوم علیه
۲ مقدار مقسوم که نیلک است و ۷ خارج که مقدار زردک است برآمد وچون این هردو عدد را در
معادلهٔ اولی امتحان کردم درست نیامد لهذا ۹ و ۷ که عدد مقسوم ومقسوم علیه است برآن هردو
عدد مرة بعد اخری بموجب قاعده افزودم بدینصورت
پس مقدار سیامک ۴۲ برآمد ومقدار نیلک ۳۳ ومقدار رشي ۱۰ شد واگر اوّلا
دریافت کنند که بچند مرتبه عدد مقسوم علیه ومقسوم را بر خارج ومضروب باید
افزود که مطلوب حاصل شود پس در معادلهٔ اولی وثاني مقدار نیلک بعمل
قطار برآرند وهرگاه آنرا در مقسوم علیه ونیز در عدد مقسوم ضرب کرده بر خارج

نیلک	زردک
۹	۷
۹	۷
۱۵	۱۴
۹	۷
۲۴	۲۱
۹	۷
۳۳	۲۸

ومضروب بیفزایند آن هردو حاصل مقدار نیلک وزردک خواهد بود مثلا در مثال مذکور بعمل
قطار از معادلهٔ اولی وثاني که بدینصورت است ۵ سیامک معادل ۷ نیلک الا ۲۱ مقدار نیلک برآوردم
پس عدد نیلک را مقسوم وعدد سیامک را مقسوم علیه و ۲۱ رن را که مضاف است بر مقسوم علیه
قسمت نمودم وخارج را که چهار شد محفوظ داشتم وواحد را که باقي ماند مضاف قرار دادم
وقطار گرفتم بدینصورت

۱	۳ خارج
۳	۲ مضروب
۱	
٠	

و ۴ محفوظ را بر خارج افزودم هفت شد وچون مضاف رن است لهذا خارج را
از مقسوم ومضروب را از مقسوم علیه ساقط نمودم مقدار سیامک صفر ومقدار نیلک سه برآمد وآنرا
در نه که عدد مقسوم وهفت که عدد مقسوم علیه است ضرب نمودم وحاصل را بر خارج ومضروب اول
افزودم ۳۳ مقدار نیلک و ۲۸ مقدار زردک برآمد وهو المطلوب ∴ مثال دیگر کدام عدد است
که چون آنرا برد وقسمت کنند یکی باقیماند واگر بر سه قسمت کنند دو واگر بر پنج قسمت کنند سه

وحال خارج نیز همچنین باشد اعني اگر خارج اول را بر دو قسمت کنند نیز یکی باقیماند و خارج
دویم را اگر بر سه قسمت کنند دو باقیماند و خارج سیوم را اگر بر پنج قسمت کنند سه باقیماند پس
مجهول را شيء فرض کردم و خارج اول را دو سیامک و واحد فرض کردم چراکه سائل در سؤال
خود گفته است که حال خارج هم عند القسمة مثل حال عدد مجهول است وظاهر است که هرگاه
دو سیامک و واحد را بر دو قسمت کنم خارج یک سیامک خواهد بود و واحد باقي خواهد ماند
و همچنین خارج دویم را سه نیلک و دو فرض کردم و خارج سیوم را پنج زردک و سه فرض ساختم
درینصورت شيء الا واحد مقسوم علی ۲ معادل دو سیامک و واحد گردید و هرگاه ترفیع کردم
شيء معادل چهار سیامک و سه عدد شد و همچنین شيء الا ۲ مقسوم علی ۳ معادل سه نیلک و ۲
است پس بحسب ترفیع شيء معادل ۹ نیلک و ۸ شد و همچنین چون شيء الا ۳ مقسوم علی ۵
معادل ۵ زردک و سه عدد است پس بحسب الترفیع شيء معادل ۲۵ زردک و ۱۸ عدد شد و هرگاه
معادلهٔ ثاني و ثالث شيء را باهم معادله کردم ۹ نیلک معادل ۲۵ زردک و ۱۰ گردید پس بعمل
قطار مقدار زردک و نیلک معلوم کردم بدینصـــــورت

مقسوم ۲۵ زردک * مقسوم علیه ۹ نیلک * مضاف ۱۰
۹ ساقط
۱ مضاف
۱ محفوظ برای خارج

۲	۱۱ خارج
۱	۱۴ مضروب
۳	۳
۱	
۰	

چون قطار فرد است لهذا خارج را از مقسوم و مضروب را از مقسوم علیه ساقط نمودم خارج ۱۴
و مضروب ۵ ماند و بعد زیادت محفوظ که واحد است مقدار خارج اعني مقدار نیلک پانزده برآمد و مقدار
مضروب اعني مقدار زردک پنج گردید و هرگاه مقدار نیلک را در معادلهٔ اولی و ثاني تعبیر بعد ذکر کردم
مقدار سیامک سی و پنج برآمد و مقدار شيء یکصد و چهل و سه گردید و هو المطلوب * مثال دیگر کدام
دو عدد است که اگر اول را بر پنج قسمت کنند یکی باقیماند و چون ثاني را بر شش قسمت کنند
دو باقیماند و چون فضل ما بینهما را بر سه قسمت کنند دو باقیماند و اگر مجموع هر دو را بر نه قسمت کنند

پنج باقي ماند وچون مسطح آن هردو را بر هفت قسمت کنند شش باقیماند سوای شش وهشت که مطابق سؤال است عددی دیگر پیدا باید نمود ؞ جواب صاحب دستور الحساب دراستخراج سؤال هذا طول العمل نموده است و طریق سهل این است که اول دراعداد مقسوم علیها نظر کردم چون درمیان نه وسه تداخل بود لهذا نه را گرفتم و آنرا در پنج که مقسوم علیه عدد اول است ضرب ساختم چهل وپنج شد پس عدد اول را چهل وپنج شيء وشش عدد فرض کردم چراکه بحسب سؤال اصل عدد اول شش وعدد ثاني هشت است وضروراست که برآن عددی بیفزایند که از روي قسمت بالکل فنا شود وبازهمان نه را در شش که مقسوم علیه عددی ثاني است ضرب کردم پس عدد ثاني پنجاه وچهار شيء وهشت عدد شد وفضل بینهما نه شيء ودو گردید ومجموع هردو نود ونه شيء وچهارده عدد شد چون درین هرچهار اعداد بحسب السؤال عمل کردم عمل درست می آید الاّ درقسمت مسطح آن هردو عدد بر هفت عمل راست نمیشود چراکه در هردو اعداد مفروضه که اول شش و ثاني هشت است عدد اشیاء هردو که یکی پنجاه و چهار ودویم چهل وپنج است بر هفت قسمت پذیرنیست وحالانکه بحسب السؤال ضروراست که بر هفت قسمت پذیرد لهذا ضرورة شيء مساوي هفت گردید درینصورت عدد اول سه صد وبست و یک عدد دویم سه صد وهشتاد وشش برآمد واگر شيء را از اضعاف هفت هراعداد که فرض کنند مطلوب حاصل خواهد شد ؞ مثال دیگر کدام عدداست که چون او را در نه ضرب کنند ونیز در هفت ضرب نمایند وحاصلین را برسي قسمت کنند مجموع هردو باقي مع هردو خارج بست وشش باشد ؞ جواب مجهول را شيء فرض کردم ودر شانزده که مجموع نه وهفت است ضرب نمودم حاصل شانزده شيء شد وهرگاه شانزده شيء الا باقي را برسي قسمت نمودم وخارج القسمة را سیامک نام نهادم وآنرا کامل نمودم اعني در ۳۰ ضرب کردم حاصل ۳۰ سیامک معادل ۱۶ شيء الا باقي شد وچون یک سیامک که خارج القسمة است برطرفین معادله افزودم بحسب السؤال ۱۶ شيء الا ۲۹ سیامک معادل ۲۶ که مجموع باقي وخارج است شد وهرگاه کامل کردم

۱۶ شيء معادل ۲۹ سیامک و ۲۶ شد و برای دریافت مقدار سیامک عمل مضروب نمودم بدینصورت

مقسوم ۲۹ سیامک * مقسوم علیه ۱۶ شيء * مضاف ۲۶
۱۶ ساقط
۱۰
۱ محفوظ

۱ | ۹۰ خارج
۱ | ۵۰ مضروب
۴ | ۴۰
۱۰
۰

چون عدد قطار فرد است لهذا بموجب ضابطه عمل مضروب مقسوم و مقسوم علیه را از خارج و مضروب طرح نموده باقي هرد و را از مقسوم و مقسوم علیه نقصان کردم مقدار خارج بست و هفت و مقدار مضروب ۱۴ برآمد پس عدد مطلوب یعني شيء بست و هفت و مقدار خارج چهارده و مقدار باقي دوازده گردید ٭ مثال دیگر چهار کس اند که اول پنج اسپ و دو شتر و هشت استر و هفت گاو و دویم سه اسپ و هفت شتر و دو استر و یک گاو و سیوم شش اسپ و چهار شتر و یک استر و دو گاو و چهارم هشت اسپ و یک شتر و سه استر و یک گاو دارد و مال هریک مساوي است پس قیمت هرکدام چه باشد ٭ جواب قیمت اسپ را شيء و قیمت شتر را سیامک و قیمت استر را نیلک و قیمت گاو را زردک فرض نمودم پس معادلهٔ جملهٔ اولی با جملهٔ ثاني ۵ شيء ۲ سیامک ۸ نیلک ۷ زردک معادل ۳ شيء ۷ سیامک ۲ نیلک ۱ زردک شد بحسب السؤال و بعد اسقاط متداخلین ۲ شيء ۶ نیلک ۶ زردک معادل ۵ سیامک گردید و هرگاه شيء را بطرفی و باقي اجناس را بطرفی دیگر نمودم شيء معادل ۵ سیامک الا ۶ نیلک و الا ۶ زردک مقسوم علی ۲ و معادلهٔ جملهٔ ثاني با ثالث ۳ شيء ۷ سیامک ۲ نیلک ۱ زردک معادل ۶ شيء ۴ سیامک ۱ نیلک ۲ زردک شد و بعد اسقاط متداخلین و رجوع بشيء واحد و گردانیدن شيء بطرفی شيء معادل ۳ سیامک ۱ نیلک الا یک زردک مقسوم علی ۳ شد و معادلهٔ جملهٔ ثالث با رابع ۶ شيء ۴ سیامک ۱ نیلک ۲ زردک معادل ۸ شيء ۱ سیامک ۳ نیلک ۱ زردک گردید و بعد اسقاط متداخلین و رجوع بشيء واحد آوردن شيء بطرفی از معادله شيء معادل ۳ سیامک ۱ زردک الا ۲ نیلک مقسوم علی ۲ شد و هرگاه خواستم که جنسی با جنسی معادل شود و باقي اجناس مشترکه ساقط شوند لهذا جملهٔ ثاني معادلهٔ اولی را

باجملهٔ ثاني معادلهٔ ثاني معادل نمودم چراکه باهم مساوي یکدیگراند وبعد تسویهٔ کسور وحذف متداخلین
۹ سیامک معادل ۲۰ نیلک ۱۶ ز ردک شد پس یک سیامک معادل ۲۰ نیلک و ۱۶ ز ردک مقسوم
علی ۹ شد وهمچنین ثانیا برای دریافت مقدار سیامک جملهٔ ثاني معادلهٔ ثاني رامعادل جملهٔ ثاني معادلهٔ
ثالث گردانیدم وبعد تسویهٔ کسور وحذف متداخلین ۳ سیامک معادل ۸ نیلک الا ۵ زردک شد
پس یک سیامک معادل ۸ نیلک الا ۵ زردک مقسوم علی ۳ گردید پس جملهٔ که اولا یک سیامک
معادل آن شده است معادلهٔ جملهٔ هذا که سیامک ثانیا معادل آن شد باهم معادل گردانیدم وبعد تسویهٔ
کسور واسقاط متداخلین ۹۳ زردک معادل ۱۲ نیلک گردید پس بموجب قاعده که بصدد مذکور
شده اعني اگرلونی معادل لونی واقع شود عدد لون اول مقدار لون ثاني وعدد لون ثاني مقدار
لون اول است مقدار زردک اعني قیمت گاو ۱۲ ومقدار نیلک اعني قیمت استر ۹۳ برآمد واز
روی معادله های صدر مقدار سیامک ۲۲۸ ومقدار شيء ۲۵۵ گردید واگر رجوع باقل کنند ازانجا که
در اعداد هرچهار جنس توافق بالثلث است هرچهار را بر سه قسمت کنند مطلوب حاصل شود ٭
مثال دیگر سه شخص تجارت پیشه بودند که اول شش درهم ودویم هشت درم وسیوم صد درم داشت
هرسه برگ تانبول بیک قیمت خریدند ونیز بیک قیمت فروختند واز هرواحد برگی چند باقیماند
پس هر برگ را به پنج درم فروختند ومال هرسه برابر گردید پس بچه قیمت اول خریدند وبچه قیمت
فروختند وچند برگ ازهریک باقیماند که بعد از فروختن مال همه برابر شده ٭ جواب خرید عدد
برگ في درهم راشيء وعدد برگ فروخت في درهم راعددی معین فرض کردم مثلا یکصد وده چراکه
عدد فروخت زائد ازیکصد که مقدار مال سیوم است می باید پس عدد خرید برگ شخص اول
شش شيء شد وهرگاه آنرا بریک صد وده که عدد فروخت است قسمت کردم وخارج راکه مقدار
درهم فروخت اول است سیامک نام نهادم پس معادله بدینصورت شد ۶ شيء الا باقي مقسوم
علی ۱۱۰ معادل سیامک پس ۶ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ سیامک بلکه ۶ شيء الا ۱۱۰ سیامک
معادل باقي بلکه ۳۰ شيء الا ۵۵۰ سیامک معادل ۵ باقي شد وهرگاه برآن یک سیامک افزوده
شود ۳۰ شيء الا ۵۴۹ سیامک مقدار مال اول باشد وهمچنین معادلهٔ شخص دویم بدینصورت ۸
شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل نیلک پس ۸ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ نیلک بلکه ۸ شيء
الا باقي معادل ۱۱۰ نیلک بلکه ۸ شيء الا ۱۱۰ نیلک معادل باقي بلکه ۴۰ شيء الا ۵۵۰ نیلک

معادل ۵ باقي وبرآن یک نیلک افزوده شد ۴۰ شيء الا ۴۹۵ نیلک معادل مال دویم بلکه معادل
۳۰ شيء الا ۴۹۵ سیامک شد وصورت معادلۀ شخص سیوم بدینصورت ۱۰۰ شيء الا باقي مقسوم
علی ۱۱۰ معادل زردک وهمچنین ۱۰۰ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ زردک بلکه ۵۰۰ شيء
الا ۴۹۵ زردک مقدار مال سیوم معادل ۳۰ شيء الا ۴۹۵ سیامک مال اول معادل ۴۰ شيء الا
۴۹۵ نیلک مال دویم گردید وهرگاه اول وثاني را معادله کردم بعد اسقاط متداخلین وردّ وتکمیل
سیامک معادل ۴۹۵ نیلک الا ۱۰ شيء مقسوم علی ۴۹۵ گردید وهمچنین معادلۀ اول وثالث
بدینصورت شد سیامک معادل ۴۹۵ زردک الا ۴۷۰ شيء پس جملتین اُخریین رامعادله کردم
۴۹۵ نیلک الا ۱۰ شيء معادل ۴۹۵ زردک الا ۴۷۰ شيء گردید وبعد اسقاط متداخلین وتکمیل
وردّ ۴۶۰ شيء معادل ۴۹۵ زردک الا ۴۹۵ نیلک شد وهرگاه عمل مضروب نمودم مقسوم (۶۰)
مقسوم علیه (۴۹۵) مضاف (۰) درینصورت ۴۹۵ که مقسوم علیه است مقدار مضروب اعني
شيء برآمد پس مقدار سیامک ۲۹ ومقدار باقي ۱۰۴ ومقدار مال اول ۴۹۵ ومقدار نیلک ۳۹ ومقدار
باقي ۱۰۲ ومقدار مال ثاني ۴۹۵ ومقدار زردک ۴۹۹ ومقدار باقي ۱۰ ومال ثالث ۴۹۵ شد وبطور
صاحب دستور الحساب ۶ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل سیامک پس ۶ شيء الا باقي معادل ۱۱۰
سیامک بلکه ۶ شيء الا ۱۱۰ سیامک معادل باقي پس بحسب الضرب در پنج ۳۰ شيء الا ۵۵۰ سیامک معادل
۵ باقي شد وهرگاه برآن یک سیامک افزودم ۳۰ شيء الا ۴۹۵ مقدار مال اول شد وباز برای مال دویم تعیین
قیمت باربعۀ متناسبه نمودم بدینطور که هرگاه در ۶ شيء یک سیامک باشد پس در هشت شيء چه خواهد بود
بقاعدۀ اربعۀ متناسبه عمل نمودم یک سیامک ویک ثلث سیامک برآمد ومعادلۀ آن بدینصورت گردید
۸ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل ۱ $\frac{۱}{۳}$ سیامک معادل $\frac{۴}{۳}$ سیامک پس ۸ شيء الا باقي
معادل ۴۴۰ سیامک مقسوم علی ۳ نیلک بلکه ۸ شيء الا ۴۴۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل باقي
وهرگاه آنرا بحسب السؤال در پنج ضرب کردم ۴۰ شيء الا ۲۲۰۰ سیامک مقسوم علی ۳
معادل ۵ باقي وهرگاه قدر فروخت اول را برآن افزودم ۴۰ شيء الا ۲۱۹۶ سیامک مقسوم علی
۳ معادل مال دویم بلکه مساوي ۳۰ شيء الا ۴۹۵ سیامک مال اول وهمچنین قیمت فروخت
سیوم را باربعۀ متناسبه حاصل ساختم $\frac{۶ \text{ شي}}{۱ \text{ سیامک}}$ | ۱۰۰ شي ۵۰ سیامک مقسوم علی ۳ برآمد پس ۱۰۰

شيء الا باقی مقسوم علی ۱۱۰ معادل ۵۰ سیامک مقسوم علی ۳ بلکه ۱۰۰ شيء الا باقي معادل ۵۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ بلکه ۱۰۰ شيء الا ۵۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل باقي وهرگاه بحسب سؤال در پنج ضرب نمودم ۵۰۰ شيء الا ۲۷۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل ۵ باقی وهرگاه قدر فروخت برآن افزودم ۵۰۰ شيء الا ۲۷۴۵۰ سیامک مقسوم علی ۳ مال سیوم گردید وهرگاه مال اول را با مال ثاني معادله کردم ۳۰ شيء الا ۵۴۹ سیامک معادل ۴۰ شيء الا ۲۱۹۶ سیامک مقسوم علی ۴ و بالجبر والمقابلة ۳۰ شيء مقسوم علی ۳ معادل ۵۴۹ سیامک مقسوم علی ۳ شد پس مقدار شيء ۵۴۹ ومقدار سیامک ۳۰ برآمد وآن از روي امتحان درست نیست*

فائده در اسؤله واجوبه سؤال کدام عدد است که هرگاه مربع آنرا در شش ضرب کنند وبر حاصل مضاعف آن عدد بیفزایند مجموع مجذور شود؛ جواب مجهول را شيء فرض کردم ومجذور اخیر را مربع سیامک پس ۶ مال ود وشيء معادل مربع سیامک شد وچون این معادله را در شش ضرب ساختم ۳۶ مال ودوازده شيء معادل ۶ مربع سیامک شد وچون جملهٔ اولی بحیثیتي واقع است که اگر واحد برآن بیفزایم مجذوری میشود که جذر آن ۶ شيء و واحد باشد پس واحد برآن افزودم وبموافقت او بر جملهٔ ثاني هم واحد افزودم درینصورت ۶ مربع سیامک و واحد دهن معادل مجذور که جملهٔ اول است گردید عمل مجذور کردم بدینطریق که جذر صغیر را دو فرض کردم و مربع آنرا در شش ضرب ساخته بر حاصل واحد افزودم بست و پنج گردید وجذر آن پنج پس مقدار سیامک ۲ ومقدار جذر کبیر اعني ۶ شيء وواحد پنج برآمد پس مقدار شيء دو ثلث گردید واگر خواهم که مقدار شيء صحیح بهمرسانم دو را که جذر صغیر بود ضعف نموده در پنج که جذر کبیر است ضرب ساختم حاصل بست شد و آن جذر صغیر ومقدار سیامک است پس جذر کبیر ۴۹ معادل ۶ شيء و واحد شد ومقدار شيء هشت صحیح برآمد؛ سؤال کدام دو عدد اند که هرگاه مربع مجموع آنها ومکعب مجموع آنها را جمع سازند مساوي ضعف مجموع مکعب آن هر دو عدد باشد؛ جواب عدد اصغر را شيء الا سیامک و عدد اعظم را شيء و سیامک فرض نمودم تاکه مجموع هردو ۲ شيء گردد پس مربع مجموع چهار مال ومکعب مجموع ۸ کعب شد وچون مجذور اصغر یک مال الا مسطح ۲ شيء في سیامک ومربع سیامک است پس مکعب اصغر یک مکعب شيء ومسطح ۳ شيء في مربع سیامک الا ۳ مال في سیامک والا مکعب سیامک شد

ومکعب اعظم یک مکعب شيء ومسطح ۳ شيء في مربع سیامک ومسطح ۳ مال في سیامک ومکعب سیامک گردید وچون آن هرد وعدد را جمع نمودم دو مکعب شيء ومسطح ۲ شيء في مربع سیامک گردید وضعف آن ۴ مکعب شيء ومسطح ۱۲ شيء في مربع سیامک معادل ۴ مال شيء و۸ مکعب شيء گردید وبعد اسقاط متداخلین مسطح ۱۲ شيء في مربع سیامک معادل ۴ مال شيء و۴ مکعب شيء شد وهرگاه هرد وجمله رابرشيء قسمت نمودم ۱۲ مربع سیامک معادل ۴ مال و۴ شيء شد وچون جملهٔ ثاني بحیثیتي واقع شده که اگربرآن واحد بیفزایم مجذور میشود وجذرآن ۲ شيء وواحد خواهد بودلهذا واحد بهرد وجمله افزودم پس جملهٔ اول ۱۲ مربع سیامک وواحد مساوي مجذور گردید عمل مجذور نمودم وجذر صغیر دو فرض کردم ومجذور آنراکه چهاراست درد وازده ضرب ساختم وبرحاصل واحد افزودم چهل ونه شد که مجذور است وجذرآن هفت مقدار جذر کبیر ومعادل ۲ شيء وواحد گردید پس مقدار شيء ۳ برآمد ومقدار سیامک ۲ درینصورت عدد اصغر واحد وعدد اعظم پنج گردید وهوالمطلوب واگر خواهم عددی دیگر پیدا سازم پس ضعف دو راکه جذر صغیر است درهفت که جذر کبیر بود ضرب ساخته برمضاف که واحد بود قسمت نمودم خارج ۲۸ جذر صغیر گردید ودرینصورت جذر کبیر ۹۷ شد پس مقدار شيء ۴۸ برآمد وعدد اصغر ۲۰ وعدد اعظم ۷۶ گردید * سؤال کدام عدداست که چون مال مال آنرادر پنج ضرب ساخته از حاصل یکصد نقصان سازند باقي مجذور ماند * جواب چون سؤال متضمن مال مال است لهذا مجذور آخر را مسطح مال في مربع سیامک فرض کردم چراکه مسطح المجذورین مجذور می باشد درینصورت ۵ مال مال الا ۱۰۰ مال معادل مال في مربع سیامک شد وهرگاه هرد وجمله رابرمال قسمت نمودم ۵ مال الا ۱۰۰ معادل مربع سیامک گردید پس عمل ضرب مجذور کردم وجذر صغیر اول ۲ فرض کردم ومجذور آنراکه چهاراست درپنج ضرب ساخته پنج مضاف کردم بست وپنج شد وجذر آن که پنج است جذر کبیر اول گردید وباز جذر صغیر ثاني را ۳ فرض کردم ومجذور آنرا درپنج ضرب ساخته بست نقصان کردم نیز بست وپنج باقیماند وجذر آن هم که پنج است جذر کبیر ثاني شد درینصورت بموجب قاعدهٔ عمل مجذور بست وپنج جذر صغیر مطلوب ومقدار سیامک پنجاه وپنج پس مجهول بست وپنج است وجذر مجذور آخر یکهزار وسه صد وهفتاد وپنج برآمد بایددانست که اگر پنج راجذر صغیر فرض

کنم و مجذور آنرا در پنج ضرب کرده از حاصل صد عدد نقصان کنم باقی بست و پنج ماند و آن هم مجذور است پس مقدار مجهول و مقدار سیامک نیز پنج باشد و جذر مجذور آخر بست و پنج مجذور است پس مقدار مجهول و مقدار سیامک نیز پنج باشد و جذر مجذور آخر بست و پنج

شود :. سؤال کدام دو عدد اند که تفاضل آنها مجذور است و مجموع مجذور آن هر دو مساوی مکعب تفاضل است :. جواب عدد اعظم را شيء و قدر تفاضل را مربع سیامک فرض کردم پس اصغر شيء الا مربع سیامک شد و چون مجذور اعظم مال شيء است و مجذور اصغر مال شيء و یک مال مال سیامک الا مسطح ۲ شيء في مربع سیامک است درینصورت دو مال شيء و یک مال مال سیامک الا ۲ مسطح شيء في مربع سیامک مساوي کعب کعب سیامک گردید بحسب السؤال زیرا که تفاضل مجذور بود و کعب آن کعب کعب است و هر گاه این معادله را تضعیف نمودم ۴ مال شيء و ۲ مال مال سیامک الا ۴ مسطح شيء في مربع سیامک معادل ۲ کعب کعب سیامک شد چون ظاهر است که اگر از جملهٔ اولی یک مال مال سیامک ساقط نموده شود باقي مجذور میماند که جذر آن ۲ شيء الا مربع سیامک خواهد بود لهذا یک مال مال سیامک را از جملهٔ اولی کاستم پس جملهٔ ثاني ۲ کعب کعب سیامک الا یک مال مال سیامک ماند که مساوي باقي جملهٔ اول و مجذور است درینصورت جملهٔ اولی را که مجذور منطق است مسطح مال مال سیامک في مربع نیلک فرض نمودم و جملهٔ ثاني را که ۲ کعب کعب سیامک الا یک مال مال سیامک بود نیز مسطح دو مال مال سیامک في مربع سیامک الا یک مال مال سیامک تعبیر ساختم و هر دو جمله را بر مال مال سیامک قسمت نمودم پس مربع نیلک معادل ۲ مربع سیامک الا واحد شد عمل مجذور نمودم پنج جذر صغیر و مقدار سیامک و هفت مقدار جذر کبیر و نیلک گردید درینصورت ۲ شي الا ۲۵ معادل ۱۷۵ شد پس مقدار شيء اعني عدد اعظم یکصد و مقدار اصغر هفتاد و پنج و مقدار تفاضل بست و پنج برآمد و هو المطلوب :. مثال دیگر شخصی بمحتاجی روز اول سه روپیه و بعد از ان دو دو روپیه هر روز زائد دادن شروع کرد و آن محتاج روزی زر عطا را شمار کرده از محاسبی پرسید آنچه از عطا تا امروز نزد من است اگر این کریم همین طریق عطا کند دیگر چند روز سه چند خواهد شد :. جواب عددی ایام عطاء گذشته را شيء و عدد ایام را که در آن سه مثل حسب السؤال خواهد شد سیامک فرض کردم و بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه که بتزاید اثنین اثنین باشد عمل نمودم چون مقرر است که در تزاید اثنین اثنین اگر در خانهٔ اول عدد دو باشد پس در خانهٔ اخیر مسطح عدة خانه

در عدد تزاید میباشد درینصورت عدد خانهٔ اخیر ۲ شي شد و هرگاه آنرا با عدد خانهٔ اول که هم دو
است جمع نموده در نصف عدد خانه که نصف شيء است ضرب ساختم یک مال و یک شيء گردیده
و آن جمع اعداد متوالیه بتزاید اثنین اثنین است بشرطیکه در خانهٔ اول دو باشد چون از سؤال سائل
روز اول عدد سه ظاهر است پس یک شيء بر آن افزودم مجموع عطاء گذشته یک مال و ۲ شيء شد
و همچنین مجموع عطاء اخیر مطلوبه یک مربع سیامک و ۲ سیامک باشد و آن سه مثل عطاء گذشته
بحسب السؤال والفرض است پس ۳ مال و ۶ شيء معادل یک مربع سیامک و ۲ سیامک گردید
و هرگاه این معادله را در سه ضرب کردم ۹ مال و ۱۸ شيء معادل ۳ مربع سیامک و ۶ سیامک گردید
و چون جملهٔ اول بحیثیتی واقع شد که اگر عدد نه بر آن بیفزایم مجذور شود که جذر آن ۳ شيء و ۳
باشد لهذا جملهٔ اولی را تعبیر بمربع نیلک الا نه نمودم و معادله کردم بدینصورت مربع نیلک الا ۹
معادل ۳ مربع سیامک و ۶ سیامک و بعد ازان این معادله را هم در سه ضرب ساختم ۳ مربع نیلک
الا ۲۷ معادل ۹ مربع سیامک و ۱۸ سیامک شد حالا جملهٔ ثاني بحیثیتي واقع شد که اگر عدد نه
بیفزایم مجذور شود پس بهر دو جمله عدد نه افزوده جملهٔ ثاني را مربع زردک قرار دادم پس ۳
مربع نیلک الا ۱۸ معادل مربع زردک گردید عمل مجذور کردم چون مضاف بر نه که مجذور است
قسمت می پذیرد لهذا آنرا قسمت کرده الادو را مضاف اصل قرار دادم پس سه جذر صغیر بر آمد
آنرا در جذر نه که هم سه است ضرب ساختم نه جذر صغیر مطلوب و مقدار نیلک شد و درینصورت
پانزده جذر کبیر و مقدار زردک گردید و چون زردک معادل ۳ سیامک و ۳) است پس مقدار
سیامک چهار بر آمد و مقدار نیلک معادل ۳ شيء و ۳ بود پس مقدار شيء دو بر آمد و معلوم شد که ایام
عطاء گذشته دو روز است و ایام کل که در آن سه مثل گذشته شود چهار روز است پس اگر گویم
دو روز دیگر هم بمحتاج بهمان طریق عطا کند سه مثل نزد او مجتمع خواهد شد ∴ مثال دیگر کدام
دو عدد اند که چون مربع اعظم را در هفت و مربع اصغر را در هشت ضرب سازند مجموع مجذور
شود و نیز اگر بر تفاضل حاصلین واحد بیفزایند مجموع مجذور شود ∴ جواب اصغر را شيء
فرض کردم و برای عدد اعظم غور کردم که با اصغر چه نسبت خواهد بود چون از قاعدهٔ عمل
مجذور ظاهر است که هرگاه مضاف را در مجذوری ضرب سازند و جذر صغیر را در جذر آن مجذور
ضرب کنند حاصل جذر صغیر مطلوب می باشد که مضاف آن مسطح مضاف فی المجذور بود

وچون از سوال معلوم شد که مجموع هفت مربع اعظم وهشت مربع اصغر مجذور می باشد
گویا هشت مربع اصغر مضاف است وبر مربع اصغر قسمت پذیر است لهذا هفت را مضروب فیه
وهشت را مضاف فرض نموده استخراج جذر صغیر نمودم جذر صغیر دو برآمد آنرا در اصغر
ضرب ساختم ۲ شيء مقدار اعظم شد پس مسطح مربع اعظم در هفت ۲۸ مال ومسطح مربع اصغر
در هشت ۸ مال گردید ومجموع ۳۶ مال معادل مجذور است که جذر آن ۶ شيء باشد وچون
تفاضل بین مسطحین ۲۰ مال است وبحسب السؤال هرگاه بر آن بیفزایم مجذور شود پس ۲۰
مال و۱ معادل مجذور باشد باز عمل مجذور کردم ودجذر صغیر که مقدار شيء است برآمد پس عدد
اعظم چهار وعدد اصغر دو باشد ∴ سؤال کدام دو عدد اند که مجموع آنها مجذور میشود ونیز
مجموع مجذور اعظم ومکعب اصغر مجذور باشد ∴ جواب اعظم را شيء واصغر را سیامک
فرض کردم پس یک مربع شيء ویک مکعب سیامک معادل مجذور گردید وچون مضروب فیه
واحد وبذات خود مجذور است ومضاف مکعب سیامک واقع شده لهذا مکعب سیامک را
بر سیامک قسمت کردم خارج مربع سیامک گردید واز ان یک سیامک که مقسوم علیه بود نقصان
کرده باقی را که مربع سیامک الا سیامک ماند تنصیف نمودم وبر جذر مضروب فیه که هم واحد بود
قسمت کردم خارج نصف مربع سیامک الا نصف سیامک مقدار جذر صغیر که شيء است برآمد
وچون مجموع عددین بحسب سؤال مجذور است پس نصف مربع سیامک الا نصف سیامک را
با یک سیامک جمع نمودم مجموع نصف مربع سیامک ونصف سیامک معادل مجذور شد وآنرا
مجذور مربع نیلک فرض کردم پس مربع سیامک وسیامک معادل ۲ مربع نیلک شد وهرگاه
این معادله را در چهار ضرب کرده واحد بهر دو طرف افزودم ۴ مربع سیامک و۴ سیامک و۱
معادل ۸ مربع نیلک و۱ گردید چون جملهٔ اولی مجذور منطق است مربع زردک فرض کردم
پس ۸ مربع نیلک و۱ معادل مربع زردک شد عمل مجذور نمودم چون درینجا ممکن است
که جذر صغیر را واحد فرض کنم لکن درینصورت حصول مطلوب نمیشود زیرا که واحد بنفس خود
هم مجذور است وهم جذر ومقدار شيء نصف مربع سیامک الا نصف سیامک برآورده شده است
درینصورت هرگاه مقدار سیامک هم واحد برآید مقدار شيء صفر گردد وآن خلاف مفروض است
لهذا دو شش را جذر صغیر فرض کردم چون موافق مطلوب بود پس مقدار جذر کبیر هفده گردید

وآن معادل ۲ سیامک و واحد شد چراکه ۴ مربع سیامک و ۴ سیامک و ۱ معادل ۸ مربع نیلک
و ۱ بود و درینصورت مقدار سیامک که عدد اصغر است هشت برآمد و مقدار شيء که عدد اعظم
است ۲۸ گردید و همچنین اگر در عمل مجذور سوای عدد شش عددی دیگر فرض کرده عمل نمایم
اعداد دیگر مقدار اعظم و اصغر خواهد برآمد ∴ سوال کدام دو عدد اند که چون مربع هردو را
با مسطح هردو جمع سازند مجذور شود و اگر جذر حاصل جمع را در مجموع عددین ضرب ساخته واحد
بیفزایند نیز مجذور است ∴ جواب اعظم را شيء و اصغر را شيء الا سیامک فرض کردم پس مربع هردو را
با مسطح هردو جمع نمودم ۳ مربع شيء و یک مربع سیامک الا ۳ شيء في سیامک معادل مربع
نیلک بحسب السؤال شد پس هردو طرف معادله را بحسب قاعده دوازده ضرب کردم ۳۶ مربع
شيء و ۱۲ مربع سیامک الا ۳۶ شيء في سیامک معادل ۱۲ مربع نیلک شد چون جملهٔ اولی بحیثیتی
واقع شد که اگر سه مربع سیامک ازان ساقط کنند باقی مجذور میماند که جذر آن ۶ شيء الا ۳ سیامک
بود لهذا آنرا ساقط کردم پس جملهٔ ثانی ۱۲ مربع نیلک الا ۳ مربع سیامک معادل مجذور که عبارت
از جملهٔ اولی باشد گردید و عمل مجذور نمودم اول مضاف را که الّا سه مربع سیامک بود بر مربع
سیامک قسمت نموده صرف الّا سه را مضاف فرض نمودم و جذر صغیر هفت فرض کردم و مربع
آنرا در دوازده ضرب نمودم پانصد و هشتاد و هشت گردید و هرگاه دوازده ساقط نمودم پانصد و هفتاد
و شش ماند که مجذور است چون دوازده که مضاف است صلاحیت آن دارد که اگر بر مضاف
اصل قسمت کنند خارج مجذور برآید لهذا آنرا بر سه قسمت نمودم بر جذر خارج که دو است
هفت را که جذر صغیر مفروض بود قسمت نمودم سه صحیح و یک نصف برآمد پس سه صحیح
و یک نصف سیامک جذر صغیر مطلوب برآمد و دوازده سیامک جذر کبیر که مساوی جذر جملهٔ
اولی است گردید درینصورت ۶ شيء الا ۳ سیامک معادل ۱۲ سیامک شد بلکه ۶ شيء معادل ۱۵ سیامک
گردید پس سیامک معادل $\frac{۲}{۵}$ شيء شد و ازین جهت مقدار اصغر $\frac{۳}{۵}$ شيء گردید و هرگاه ازسرنو
معادله کردم اعني مربع اعظم و مربع اصغر را با مسطح هردو جمع نمودم $\frac{۴۹}{۲۵}$ مربع شيء معادل
مجذور شد و هرگاه جذر آنرا که هفت خمس شيء است در مجموع عددین ضرب ساخته واحد بر آن
افزودم ۵۶ مربع شيء و ۱ معادل مجذور گردید بحسب السؤال باز عمل مجذور کردم و پنج جذر
صغیر فرض کردم پس مضاف مفروض هشت و جذر کبیر هم هشت برآمد چون مضاف اصل واحده

وبذات خود مجذور بود لهذا ضعف جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر ضرب نموده بر مضاف
مفروض قسمت نمودم خارج ده مقدار جذر صغیر مطلوب که مساوي شيء است برآمد پس عدد
اعظم ده وعدد اصغر شش شد وهو المطلوب وبطریق دیگر اگر اعظم را شيء واصغر را سیامک فرض کنم
پس مربع شيء ومربع سیامک ومسطح شيء في سیامک معادل مربع نیلک شد بحسب السؤال واین
معادله را در سي وشش ضرب نمودم ۳۶ مربع شيء و۳۶ مربع سیامک و۳۶ شيء في سیامک معادل ۳۶
مربع نیلک گردید چون جملهٔ اولیٰ بحیثیتی واقع شده که اگر ۲۷ مربع سیامک ازان ساقط کنند باقي
مجذور میماند که جذر آن ۶ شيء و۳ سیامک باشد لهذا آنرا ساقط نمودم پس جملهٔ ثاني ۳۶ مربع نیلک
الا ۲۷ مربع سیامک معادل مجذور اعني جملهٔ اول شد وچون درینجا مضروب فیه مجذور است
ومضاف مسطح فی المجذور لهذا مضاف را بر مربع سیامک قسمت کرده خارج را که الا ۲۷ ماند
بر الا واحد قسمت نمودم خارج بست وهفت مثبت شد ازان الا واحد ساقط نمودم بست وهشت
گردید ونصف آنرا که چهارده است بر جذر مضروب فیه که شش است قسمت نمودم خارج $\frac{2}{1}$
شد پس $\frac{2}{1}$ سیامک جذر صغیر مطلوب شد ودرینصورت ۳ ۱ سیامک جذر کبیر که مساوي جذر جملهٔ
اولیٰ است پس ۶ شيء و۳ سیامک معادل ۱۳ سیامک شد بلکه ۶ شيء معادل ۱۰ سیامک بلکه سیامک
اعني اصغر معادل ۶ شيء شد پس رجوع بطریق اول نمود ❊ سوال دیگر کدام دو عدد اند که چون
یک عدد را با مسطح هردو جمع سازند ومجموع را تنصیف سازند مکعب باشد واگر مجذور هردو را
جمع نمایند نیز مجذور شود واگر بر مجموع هردو عدد ۲ بیفزایند نیز مجذور شود واگر بر تفاضل
آن هردو عدد ۲ بیفزایند نیز مجذور شود واگر بر تفاضل مجذورین آن هردو عدد ۸ بیفزایند
مجذور باشد واگر پنج ضلع را که چهار جذر و یک ضلع مکعب است جمع نمایند نیز مجذور شود ❊
جواب اعظم را مربع شيء الا واحد واصغر را دو شيء فرض کردم وچون مسطح هردو و ۲ کعب الا ۲
شيء است وهرگاه بر آن اصغر را افزودم مجموع دو کعب شد ونصف آن یک کعب وضلع آن شيء
باشد وچون مجذور اعظم مال مال و واحد الا ۲ مال است ومجذور اصغر ۴ مال ومجموع مجذورین
مال مال و واحد و مال شد وآن هم مجذور است که جذر آن یک مال و واحد باشد وهرگاه هردو عدد را
جمع نموده بر مجموع ۲ افزودم یک مال و ۲ شيء و ۱ گردید واین هم مجذور است که جذر آن
شيء و ۱ باشد وهرگاه بر تفاضل آن هردو عدد ۲ بیفزایم یک مال و واحد الا ۲ شيء میشود وآن هم

مجذور است وجذر آن شيء الا ۱ و چون بر تفاضل مجذورين آن هردو ۸ بیفزایم مال مال و ۹ الا ٦ مال میشود وآن هم مجذور است که جذر آن یک مال الا ۳ باشد وهرگاه هر پنج ضلع را که خارج شده اند جمع نمودم ۲ مال و ۳ شيء الا ۲ معادل مجذور شد بحسب السؤال ودر ینجا جذر جملهٔ اولی یافته نمی شود لهذا جبر نمودم ۲ مال و ۳ شيء معادل مربع سیامک و ۲ گردید واین معادله را در هشت ضرب کرده بر حاصل عدد نه بهر دو جمله افزودم ۱٦ مال و ۲۴ شيء و ۹ معادل ۸ مربع سیامک و ۲٥ شد چون حالا جملهٔ اولی مجذور است که جذر آن ۴ شيء و ۳ باشد لهذا در جملهٔ ثاني عمل مجذور نمودم پنج جذر صغیر مقدار سیامک و ۱٥ مقدار جذر کبیر که مساوي جذر جملهٔ اولی است برآمد پس ۴ شيء و ۳ معادل ۱٥ شد ودرینصورت مقدار شيء ۳ ومقدار عدد اعظم ۸ ومقدار اصغر ٦ برآمد واگر جذر صغیر ٦ مفروض کنم پس جذر کبیر ۱۷ ومضاف عمل ۱ شود وچون مضاف عمل مجذور است آنرا بر مضاف اصل که (۲٥) است قسمت نمودم جذر خارج $\frac{1}{5}$ گردید پس شش را بر یک خمس قسمت نمودم جذر صغیر مطلوب ۳۰ شد وجذر کبیر ۸٥ ودرینصورت ۴ شيء و ۳ معادل ۸٥ شد بلکه شيء معادل $\frac{20}{\frac{1}{2}}$ بلکه عدد اعظم $\frac{419}{\frac{1}{4}}$ وعدد اصغر ۱۴ شد ٭ سؤال کدام دو عدد اند که اگر بر مجموع آنها خواه بر تفاضل آنها سه بیفزایند مجذور شود واگر از مجموع مجذورین آن هردو چهار کم سازند نیز مجذور شود واگر بر تفاضل مجذورین دوازده بیفزایند مجذور گردد واگر بر نصف مسطح العددين المذکورين عدد اصغر را بیفزایند مکعب گردد واگر بر مجموع ضلعهای دو بیفزایند مجذور شود ٭ جواب مقدار تفاضل را یک مال الا ۲ شيء والا ۲ فرض کردم چراکه هرگاه بحسب السؤال سه برآن بیفزایم مجذور میشود وجذر آن شيء الا واحد است وعدد اصغر را دو شيء فرض کردم پس عدد اعظم یک مال الا دو شد وهرگاه بر مجموع عددين که یک مال ودو شيء الا دو میشود سه افزودم یک مال ودو شيء و ۱ گردید وآن مجذور است که جذر آن شيء و ۱ باشد وچون مجذور اعظم یک مال المال و ۴ الا ۴ مال است ومجذور اصغر ۴ مال ومجموع هردو یک مال المال و ۴ میشود وهرگاه ازان چهار ساقط کردم باقي یک مال مال میماند وآن هم بذات خود مجذور است که جذر آن یک مال باشد وچون تفاضل مجذورين یک مال المال و ۴ الا ۸ مال است وهرگاه دوازده برآن افزودم یک مال المال وشانزده الا ۸ مال شد وآن هم مجذور است که جذر آن یک مال الا ۴ باشد وچون مسطح العددين دو کعب الا ۴ شيء است ونصف آن یک کعب الا ۲ شيء وهرگاه اصغر را

برآن بیفزایم یک کعب میشود که ضلع کعب آن شيء باشد وهرگاه مجموع ضلعهای مرقوم نمودم بدینصــــــــــــورت

ضاع تفاضـــــل	شيء لا ۱
ضلع مجموع عددین	شيء و ۱
ضلع مجموع مجذورین	مال
ضلع تفاضل مجذورین	مال الا ۴
ضلع مکعب	شيء

مجموع ۳ شيء ودومال الا ۴ گردید وهرگاه برآن دوافزودم دومال و۳ شيء الا ۲ معادل مجذور شد بحسب السؤال وچون این اصم است لهذا مجذور را مربع سیامک فرض کرده معادله نمودم ۲ مال و۳ شيء معادل مربع سیامک و۲ گردید وهرگاه این معادله را درهشت ضرب کرده عددنه بهردوطرف افزودم ۱۶ مال و۲۴ شيء و۹ معادل ۸ مربع سیامک و۲۵ گردید چون جملهٔ اولی مجذور است لهذا درجملهٔ ثاني عمل مجذور نمودم وپنج را جذر صغیر فرض کردم پس جذر کبیر ۱۵ ومعادل ۴ شيء و۳ که جذر جملهٔ اولی است گردید پس مقدار شيء سه برآمد ودرینصورت عدد اعظم هفت وعدد اصغر شش گردید واگر ۱۷۵ را جذر صغیر فرض نمایم پس جذر کبیر ۴۹۵ باشد ومقدار شيء ۱۲۳ وازان عدد اعظم واصغر را حاصل سازند وهمچنین اگر اعداد دیگر جذر صغیر فرض کنم اعداد کثیره حاصل تواند شد ∴ سؤال کدام عدد است که اگر آنرا درسه ضرب کنند وواحد بیفزایند مجذور شود ونیز اگر درپنج ضرب سازند وواحد بیفزایند مجذور شود ∴ جواب مجهول را شيء فرض کردم پس ۳ شيء و۱ معادل مربع سیامک شد درینصورت شيء معادل مربع سیامک الا ۱ مقسوم علی ۳ گردید وهرگاه آنرا درپنج ضرب کرده بحسب السؤال واحد بیفزایم نیز مجذور نیلک میشود درینصورت ۵ مربع سیامک الا ۵ مقسوم علی ۳ وواحد معادل مربع نیلک است بلکه ۵ مربع سیامک الا ۲ معادل ۳ مربع نیلک بلکه ۵ مربع سیامک معادل ۳ مربع نیلک و۲ شد وهرگاه این معادله را درپنج ضرب ساختم ۲۵ مربع سیامک معادل ۱۵ مربع نیلک و۱۰ شد چون جملهٔ اولی مجذور است که جذر آن ۵ سیامک باشد لهذا درجملهٔ ثاني عمل مجذور نمودم ونه را جذر صغیر فرض کردم پس جذر کبیر ۳۵ معادل جذر جملهٔ اولی گردید بدین طریق ۳۵ معادل ۵ سیامک بلکه ۷ معادل سیامک درینصورت ۴۹ معادل ۳ شيء و۱ بلکه ۴۸ معادل ۳ شيء بلکه شيء معادل ۱۶ شد ∴ سؤال کدام عدد است که چون درسه ضرب کنند ویکی بیفزایند مکعب شود وچون مجذور ضلع آن مکعب را درسه ضرب کنند ویکی بیفزایند مجذور شود ∴

جواب آن عدد راشيء فرض کردم پس بحسب السؤال ۳ شيء و ۱ معادل مکعب سیامک شد وهرگاه ضلع سیامک را چهار فرض کردم پس مکعب آن که ۶۴) است معادل ۳ شيء و ۱ واقع شد وهرگاه واحد از عدد کاستم ۶۳ باقي معادل ۳ شيء ماند بر عدد اشیاء قسمت کردم خارج ۲۱ عدد مطلوب است ∴ سؤال دیگرکدام دو عدد اند که تفاضل مجذورین آنها را در دو ضرب کنند وسه بیفزایند مجذور شود ∴ جواب تفاضل مجذورین را نصف مال الا $\frac{1}{2}$ فرض کردم چراکه هرگاه این را تضعیف کنم یک مال الا ۳ میشود و هرگاه برآن سه بیفزایم یک مال گردد که بذات خود مجذور است و عدد اصغر را شيء فرض کردم پس مربع آن مال شد وهرگاه برآن نصف مال الا $\frac{1}{2}$ افزودم مجموع یک ونیم مال الا $\frac{1}{2}$ معادل مربع عدد اعظم شد چراکه تفاضل مجذورین برمربع اصغر افزوده ام چون جملهٔ اولی منطق نیست لهذا برای تکمیل تضعیف نمودم ۳ مال الا ۳ معادل ۲ مجذور اعظم گردید وبازاین معادله را در سه ضرب کردم ۹ مال الا ۹ معادل ۶ مجذور اعظم شد بلکه ۹ مال معادل ۶ مجذور اعظم و ۹ شد چون جملهٔ اولی مجذور منطق است لهذا درجملهٔ ثاني عمل مجذور کردم پس اول چهار را جذر صغیر فرض کردم پس چهار مضاف و ۱۰ جذر کبیر حاصل گردید بموجب قاعدهٔ عمل مجذور ضعف جذر صغیر را در جذر کبیر ضرب کردم پس ۸۰ جذر صغیر عمل شد و مسطح مضافین مفروضین که مربع مضاف مفروض ۱۶) است مضاف عمل قرار داده بر مضاف اصل قسمت نمودم خارج $\frac{16}{9}$ شد بر جذر آن که $\frac{4}{3}$) است جذر صغیر عمل را قسمت نمودم خارج شصت گردید وآن جذر صغیر مطلوب است ومقدار عدد اعظم پس عدد اصغر چهل و نه باشد ∴ سؤال دیگر مجذور بیست بالفرض مربع شيء معلوم ومیخواهم که آنرا منقسم بمربعین آخرین نمایم مثل مربع سیامک ومربع نیلک پس مقدار سیامک ونیلک چه باشد ∴ جواب یک مربع معلوم فرض کردم که مجموع مربعین معلومین باشد مثل مربع زردک که بالفرض مجموع مربع سفیدک ومربع سبزک است پس گویم نسبت مربع شيء که معلوم است بطرف مربع سیامک که احد القسمین از مجهول است مثل نسبت مربع زردک که بالفرض معلوم است بطرف مربع سفیدک که نیز بالفرض معلوم است خواهد بود پس مسطح مربع شيء في مربع سفیدک را بر مربع زردک قسمت کردم خارج مربع سیامک برآمد و همچنین اگر مسطح مربع شيء في مربع سبزک را بر مربع زردک قسمت کنم خارج مربع نیلک خواهد بود و همچنین اگر سؤال

متضمن مربعات کثیره باشد عمل میتوان کرد ∴ سؤال دیگر قال صاحب عیون الحساب نُریدان نقسم عدداً غیر مجذور یکون مرکبا من مجذورین بمجذورین غیرهما قال الفاضل مولانا شرفي نضربه في ۲۵ ونقسم الحاصل بمجذورین ثم نقسم کلا منهما علی ۲۵ لیخرج المطلوب اقول تقسیم الحاصل بمربعین یحتاج الی هذه القاعدة فید ورفقط این ضعیف میگوید که فی الحقیقة قاعدهٔ که مولانا شرفي بیان کرده مستلزم دور وناقص است لکن صاحب عیون الحساب هم باوجود اعتراض کدام قاعدهٔ دیگر برای استخراج آن بیان نساخته ازین معلوم میشود که ایشان هم از استخراج آن عاجز مانده اند وحالانکه هرگاه جذر قسم اعظم مجهول را اشیاء الاّ جذر قسم اعظم معلوم فرض کنند وجذر قسم اصغر مجهول را اشیاء الاّ جذر اصغر معلوم تعبیر نمایند بحیثیتیکه عدد اشیاء جذر حصهٔ اعظم مجهول اعظم از عدد اشیاء جذر حصهٔ اصغر باشد ومعادله نموده استخراج مطلوب نمایند که بغایت سهولیت خواهد برآید مثلا ده راکه مرکب از نه وواحد که هردو مجذور اند است منقسم بمجذورین غیرهما نمائیم پس جذر حصهٔ اعظم را ۲ شيء الا ۳ وجذر حصهٔ اصغر را شيء الا ۱ فرض کردم پس مربع اعظم ۴ مال و ۹ عدد الا ۱۲ شيء ومربع اصغر یک مال وواحد الا ۲ شيء گردید درینصورت مجموع آن هردو ۵ مال و ۱۰ الا ۱۴ شيء معادل ۱۰ شد بحسب السؤال بلکه ۵ مال معادل ۱۴ شيء شد بحسب تبدیل مستثنی واسقاط متداخلین بلکه ۵ شيء معادل ۱۴ گردید ودرینصورت مقدار شيء ۲ ۴/۵ برآمد پس جذر مربع اعظم ۲/۵ وجذر مربع اصغر ۱/۵ برآید وهو المطلوب واگر جذر حصهٔ اعظم را ۴ شيء الا ۳ وجذر حصهٔ اصغر را (۲ شيء الا ۱ خواه باعداد دیگر تعبیر کنم نیز مطلوب حاصل میشود ∴

سؤال دیگر في عیون الحساب نُریدان نجد عددین لو انقصنا مجموعهما من کل واحد من مربعیهما بقي مجذور قال الفاضل الشرفي نطلب مربعا اذا القي منه جذره یبقی نصف ما یحصل من زیادة جذره علیه ونزید علی کل الحاصلین ربع درهم ونأخذ جذریهما لیحصل المطلوب کالتسعة فانک اذا زدت علیه جذره حصل ۱۲ وان انقصت منه جذره بقي ۶ فاذا زدنا علی کل منهما ربعا حصل ۱۲/۴ و ۹/۴ وجذراهما ۳/۲ و ۴/۲) اقول لا یوجد مربع بهذه الصفة غیر التسعة ولا یوجد غیر الثلثة عدد یکون ما انقص منه بواحد نصف ما یزید علیه بواحد فقط * بایددانست که از کلام مولانا شرفي معلوم می شود که آن جناب اعداد مجهول را اول معلوم کرده این قاعده مقرر نموده اند چرا که هرگاه بموجب قاعده سوای عدد نه مربعی دیگر یافته نمی شود

پس این قاعده را قاعده نمیتوان گفت ونیز معلوم میشود که عددین مجهولین هم بدانست مولانا صرف $۳\frac{۱}{۲}$ و $۲\frac{۱}{۲}$ اند لا غیرهما واز بیان صاحب عیون الحساب که با وجود اعتراض استخراج اعداد دیگر بطریق دیگر نکردند معلوم میشود که ایشان هم عاجز بوده اند لهذا این ضعیف طریق دیگر آنرا بیان میکند که اصغر آن عددین را شیء واعظم را شیء و ۱ فرض کردم پس مربع اعظم مال و ۲ شیء و ۱) است وهرگاه ازان مجموع عددین را که ۲ شیء و ۱ میشود ساقط کنم باقی مال میماند وآن بذات خود مجذور است و چون مربع اصغر مال است وهرگاه ازان ۲ شیء و واحد را که مجموع العددین است ساقط کنم می باید که مجذور باقیماند بحسب السؤال پس معادله کردم یک مال الا ۲ شیء و الا واحد معادل مربع سیامک شد چون جملهٔ اولی مجذور نیست لهذا عدد دو بهر دو طرف افزودم پس یک مال والا ۲ شیء و ۱ معادل مربع سیامک و ۲ شد وجملهٔ اولی مجذور گردید پس طلب کردم عددی را که بر مربع آن دو بیفزایم مجذور شود بقاعدهٔ عمل مجذور واحد را از دو ساقط نموده باقی را تنصیف نمودم $\frac{۱}{۲}$ مقدار سیامک گردید وهرگاه بر مربع آن دو افزودم $۲\frac{۱}{۴}$ شد وجذر آن $۱\frac{۱}{۲}$ (است وآن معادل جذر جملهٔ اولی که شیء الا ۱) است گردید پس مقدار شیء که اصغر است $۲\frac{۱}{۲}$ ومقدار اعظم $۳\frac{۱}{۲}$ شد وهو المطلوب واگر بقاعدهٔ عمل مجذور $۳\frac{۱}{۲}$ را جذر صغیر فرض کرده وبر مربع آن که $۱۲\frac{۱}{۴}$ (است هشت بیفزایند $۲۰\frac{۱}{۴}$ میشود پس جذر کبیر $۴\frac{۱}{۲}$ ومضاف عمل ۸ شد چون مضاف بحیثیتی واقع شده که اگر آنرا بر مضاف اصل که دو است قسمت کنم خارج مجذور میشود که جذر آن دو است لهذا جذر صغیر را که $۳\frac{۱}{۲}$ بود بر دو قسمت نمودم خارج $۱\frac{۳}{۴}$ جذر صغیر و مقدار سیامک برآمد پس جذر کبیر $۲\frac{۱}{۴}$ معادل شیء الا ۱ شد پس مقدار شیء که اصغر است $۳\frac{۱}{۴}$ ومقدار اعظم $۴\frac{۱}{۴}$ گردید همچنین اگر $۱۵\frac{۱}{۲}$ را جذر صغیر فرض کنم وبر مربع آن ۳۲ بیفزایم پس جذر صغیر مفروض $۱۵\frac{۱}{۲}$ وجذر کبیر مفروض $۱۶\frac{۱}{۲}$ ومضاف عمل ۳۲ گردید وهرگاه مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت کردم ۱۶ خارج شد وآن مربع است پس بر جذر آن جذر صغیر مفروض وجذر کبیر مفروض را قسمت کردم پس $۳\frac{۷}{۸}$ مقدار جذر صغیر اعنی سیامک و $۴\frac{۱}{۸}$ جذر کبیر معادل شیء الا واحد گردید پس مقدار شیء که عدد اصغر است $۵\frac{۱}{۸}$ وعدد اعظم $۶\frac{۱}{۸}$ شد وهمچنین اعداد غیرمتناهی بهم میتوان رسید ٭ سؤال دیگر کدام عدد است که مجموع مربع ومکعب آن مربع می شود ونیز کدام عدد است که فضل بین المکعب والمربع

آن بقدر مربع عددی باشد ؛ جواب چون این هرد و سؤال علیحده علیحده اند لهذا برای استخراج اول مجهول را مال الا واحد فرض کردم و مربع و مکعب آن حاصل نمایم مطلوب بر می آید و برای سؤال ثانی مجهول را مال و واحد فرض سازم و مربع و مکعب حاصل گردانم مطلوب حاصل میشود درینصورت معلوم شد که از هر مربع که واحد ساقط کنم باقی مقدار مجهول سؤال اول است و اگر واحد بر آن بیفزایند مقدار مجهول سؤال ثانی است ؛ سؤال دیگر کدام دو عدد اند که مجموع مکعب آنها مجذور باشد ؛ جواب عدد اصغر را مال و اعظم را ۲ مال فرض کردم پس مکعب اصغر یک کعب کعب و مکعب اعظم ۸ کعب کعب شد و مجموع آن هر دو ۹ کعب کعب که مجذور است گردید و جذر آن ۳ کعب است پس هر مجذور و ضعف آن صلاحیت جواب دارند ؛ سؤال دیگر کدام دو عدد اند که تفاضل بین المکعبین آنها مجذور باشد قال صاحب عیون الحساب نضرب مجذورا تارة فی الثمانیة وتارة فی التسعة ومکعب الحاصلین فیفضل الاول علی الثانی بمربع مضروب ثلثة عشر فی مکعب جذر ذلک المجذور باید دانست که ازین بیان معلوم میشود که عمل بالاستقراء شده است چراکه آن هرد و عدد هشت و هفت اند و از ضرب هر مجذور در آن اعداد بموجب بیان صدر اعداد کثیره حاصل میتواند شد لکن بطریق جبر و مقابله استخراج کردن آن شاید نزد صاحب عیون الحساب دشوار بوده است و این ضعیف میگوید که اصغر را شیء و اعظم را شیء و واحد فرض کنم پس کعب اصغر یک کعب و کعب اعظم یک کعب و ۳ مال و ۳ شیء و واحد میشود و تفاضل بینهما سه مال و سه شیء و واحد است آنرا معادل مربع سیامک فرض کردم بحسب السوال درینصورت یک مال و یک شیء و ۱/۳ معادل ثلث مربع سیامک گردید بلکه یک مال و یک شیء معادل ثلث مربع سیامک الا یک ثلث شد بلکه یک مال و یک شیء و ۱/۴ معادل ثلث مربع سیامک الا ۱/۱۲ شد بحسب زیادت مربع نصف عدد اشیاء چون جذر جملهٔ اولی شیء و ۱/۲) است آنرا معادل مربع نیلک فرض کردم پس مربع نیلک مساوی یک ثلث مربع سیامک الا ۱/۱۲ شد بلکه ۱۲ مربع نیلک و ۱ معادل ۴ مربع سیامک شد چون جملهٔ ثانی مجذور است پس بقاعدهٔ عمل مجذور مقدار نیلک برآوردم دو برآمد درینصورت مقدار مربع سیامک ۱۳/۴ شد و چون نیلک معادل شیء و ۱/۲) است پس مقدار شیء ۱/۲ گردید و آن عدد اصغر است و مقدار عدد اعظم ۳/۲ برآمد و اگر بخواهند اعداد کثیره بعمل مجذور بهم تواند رسید و نیز

اگر اصغر را شيء واعظم را شيء و ۲ وغيره بهر عدديکه خواهند تعبير کنند وبهمين طريق استخراج نمايند اعداد کثير بهم ميرسد ؛ سؤال ديگر قال صاحب عيون الحساب مسئلة دقيقة اخترعتها ثلثة مجذورات جذر الاول في الثاني ۱۸ وجذر الثالث في الاول ۱۶ وجذر الثاني في الثالث ۴۸ بايددانست که هرچند اين سؤال چندان دقيق نيست لاکن صاحب عيون الحساب آنرا بدقت برآورده لهذا دقيق نوشته است واين نحيف ميگويد که مجذور اول را مال ومجذور ثاني را مربع سيامک ومجذور ثالث را مربع نيلک فرض کردم ودرينصورت شيء في مربع سيامک معادل ۱۸ شد بحسب السؤال پس شيء معادل ۱۸ مقسوم علی مربع سيامک بلکه مال معادل ۳۲۴ مقسوم علی مالمال سيامک گرديد درينصورت نيلک في مال اعني ۳۲۴ نيلک مقسوم علی مالمال سيامک معادل ۱۶ شد بحسب السؤال بلکه ۳۲۴ نيلک معادل ۱۶ مال مال سيامک شد بلکه نيلک معادل ۱۶ مال مال سيامک مقسوم علی ۳۲۴ گرديد پس مربع نيلک معادل ۲۵۶ مالکعب کعب سيامک مقسوم علی ۱۰۴۹۷۶ شد وچون سيامک في مربع نيلک معادل ۴۸) است بحسب السؤال پس ۲۵۶ کعب کعب کعب سيامک مقسوم علی ۱۰۴۹۷۶ معادل ۴۸ گرديد بلکه ۲۵۶ کعب کعب کعب سيامک معادل ۵۰۳۸۸۴۸ شد بلکه کعب کعب کعب سيامک معادل ۱۹۶۸۳ شد وهرگاه کعب اين عدد برآوردم ۲۷ برآمد که کعب آن سه ومعادل سيامک است پس مربع سيامک معادل نه شد پس شيء معادل ۱۸ مقسوم علی مربع سيامک معادل ۲ گرديد ومال معادل ۴ شد پس نيلک معادل ۱۶ مقسوم علی مال معادل ۴ گشت ؛ سؤال ديگر از عيون الحساب پنج شتران پُر بار اند چون بار شتر اول سُنگين بود لهذا بار هريک شتر را غير شتر اول تضعيف کرده از بار شتر اول کم کردند درينصورت بر شتر دويم بار سنگين شد لهذا هر چهار شتر باقي را تضعيف کرده از شتر دويم کم کردند پس بار شتر سيومي سنگين شد براي آنهم باز هر چهار باقي را تضعيف نمودند پس بار چهارمين سنگين شد باز هر چهار ديگر تضعيف نمودند پس پنجمي سنگين شد باز هر چهار را تضعيف ساختند پس بار هر پنج شتر مساوي گرديد پس مقدار بار شتران که اول بود ومقدار مساوات چه باشد ؛ جواب اگرچه صاحب عيون الحساب براي استخراج اين سؤال قاعدهٔ علٰحده مقرر کرده وبيان آنرا طويل ساخته است لاکن بدانست فقير بد وطريق استخراج آن سهل است طريق اول عدد

مساوات را شيء فرض کردم و عمل بالعکس نموده بدینصورت نوشتم

اول	دویم	سیوم	چهارم	پنجم
شيء	شيء	شيء	شيء	شيء
١/٢ شيء	١/٢ شيء	١/٢ شيء	١/٢ شيء	٦/٢ شيء
١/۴ شيء	١/۴ شيء	١/۴ شيء	١١/۴ شيء	٦/۴ شيء
١/٨ شيء	١/٨ شيء	٢١/٨ شيء	١١/٨ شيء	٦/٨ شيء
١/١٦ شيء	۴١/١٦ شيء	٢١/١٦ شيء	١١/١٦ شيء	٦/١٦ شيء
٨١/٣٢ شيء	۴١/٣٢ شيء	٢١/٣٢ شيء	١١/٣٢ شيء	٦/٣٢ شيء

چون بحسب السؤال تضعیفات چهار شتران نموده از ثقل کم کرده اند لهذا برعکس آن هر چهار را تنصیف ساخته مجموع را اول بر پنجمي افزودم و از تنصیفات چهار شتر نموده بر چهارمی افزودم و همچنین تا اول عمل نمودم پس سي و دو مقدار شيء برآمد و مقدار بار شتر اول ٨١ و بار دویم ۴١ و بار سیوم ٢١ و بار چهارم ١١ و بار پنجم ٦ گردید و بطریق دیگر بار شتر اول را مجموع شيء و سیامک و نیلک و زردک و سفیدک فرض کردم و بار دویم را سیامک و بار سیوم را نیلک و با، چهارم را زردک و بار پنجم را سفیدک فرض نمودم و چون ظاهر است که بار هر شتر که بسبب سنگینی ضعیف دیگران کم کرده میشود از هریکي باقي مساوي باقي دیگر میماند چراکه بار بحسب

تضعیفات متساویات در آخر مساوي میگردد لهذا آنرا نوشتم بدین صـــــــــورت

		تضعیف هرچهار واسقاط ازاول	تضعیف هرچهار واسقاط ازثانی	تضعیف هرچهار واسقاط ازثالث	تضعیف هرچهار واسقاط ازرابع	تضعیف هرچهار واسقاط ازخامس
اول	شيء وسیامک ونیلک وزردک وسفیدک	شيء	۲ شيء	۴ شيء	۸ شيء	۱۶ شيء
دوم	سیامک	۲ سیامک	۲ سیامک بد ۲ شيء قص ۲ نیلک قص ۲ زردک قص ۲ سفیدک قص [illegible]	۴ شيء	۸ شيء	۱۶ شيء
سیوم	نیلک	۲ نیلک	۴ نیلک	۴ نیلک بد ۴ شيء قص ۴ زردک قص ۴ سفیدک قص [illegible]	۸ شيء	۱۶ شيء
چهارم	زردک	۲ زردک	۴ زردک	۸ زردک	۸ زردک بد ۱۲ شيء قص ۸ سفیدک قص [illegible]	۱۶ شيء
پنجم	سفیدک	۲ سفیدک	۴ سفیدک	۸ سفیدک	۱۶ سفیدک	۱۶ سفیدک بد ۳۲ شيء قص [illegible]

چون ۱۶ سفیدک بد ۳۲ شيء قص معادل ۱۶ شيء بد است پس ۱۶ سفیدک معادل ۴۸ شيء بلکه سفیدک معادل ۳ شيء شد وچون ۸ زردک بد ۱۲ شيء قص ۸ سفیدک قص معادل ۸ شيء بود وهرگاه مقدار سفیدک را بدل از شيء کردم ۸ زردک معادل ۴۲ شيء شد پس زردک معادل ۵ $\frac{1}{4}$ شيء شد وچون ۴ نیلک بد ۴ شيء قص ۴ زردک قص ۴ سفیدک قص معادل ۴ شيء بد است

وهرگاه مقدار زردک وسفیدک ازشيء بدل کردم ۴ نیلک معادل ۴۲ شيء شد بلکه نیلک معادل ½ ۱۰ شيء گردید وهمچنین چون ۲ سیامک ند شيء قص ۲ نیلک قص ۲ زردک قص ۲ سفیدک قص معادل ۲ شيء بود پس سیامک معادل ۴۱ شيء شد بلکه سیامک معادل ½ ۲۰ شيء گردید پس مقدار اول ½ ۴۰ شيء ومقدار ثاني ½ ۲۰ شيء مقدار ثالث ½ ۱۰ شي مقدار رابع ½ ۵ شيء ومقدار خامس ۳ شيء گردید وعدد مساوات ۱۶ شيء پس هرعدد راکه بخواهم شيء فرض کنم مطلوب حاصل میشود ؛

سؤال دیگر بچه طور صور ترتیبات بین الامور متعدده معلوم شود مثلاً اعداد امور متعدده از واحد تا نه معلوم اند ومیخواهم که صور ترکیب ثنائي وثلاثي ورباعي وخماسي وغیره ازان بدانم بدینطریق

ترکیب ثنائی

۱	۱
۲	۲

وغیره مفرد متکرره

۲	۱
۳	۲
۳	۱

وغیره ثنائی متکرره

ترکیب ثلاثی

۱	۱	۱
۲	۲	۲

وغیره مفرد متکرره

۲	۱	۱
۲	۲	۱

وغیره ثنائی متکرره

۳	۲	۱

وغیره ثلاثي متکرره

ترکیب رباعي

وغیره مفرد متکرره	۱	۱	۱	۱
وغیره ثنائي متکرره	۲	۱	۱	۱
وغیره ثلاثي متکرره	۳	۲	۱	۱
وغیره رباعي متکرره	۴	۳	۲	۱

جواب باید دانست که چون در ترکیب ثنائي گویا دو خانه است که درآن همه اعداد واقع میشوند وعدد دو عدد منزل مال است پس صور حاصل ترکیب مربع اعداد معلومه خواهد بود چنانکه اگرعدد معلوم را شيء فرض کنم پس شيء في شيء حاصل ترکیب ثنائي است وهمچنین در ترکیب ثلاثي چون عدد سه عدد منزل کعب است پس صور حاصل ترکیب کعب اعداد معلومه است اعني شيء في شيء في شيء وهکذا بعد ذلک واگر بخواهند که صور ترکیبات باعتبار تکرار وغیرتکرار بدانند پس باید دانست که صور غیرمتکرره حاصل ضرب مضروبات متوالیه است نزولاً ازعدداخیر بعدة خانه هاي مطلوبه مثلاً در مثال مذکور صور غیر متکرره در ترکیب ثنائي حاصل ضرب ۹ في ۸ وحاصل ترکیب ثلاثي غیرمتکرره ۹ في ۸ في ۷ وحاصل ترکیب رباعي غیرمتکرره ۹ في ۸ في ۷ في ۶ وعلی هذا القیاس وترکیبات متکرره باقسام میباشد مفرد متکرره وثنائي

شـــــــــکل ۱۶۲

صور مفرد متکرره ∴ شيء في

صو رثنائي غيرمتكرره ∴ شيء في

وهمچنين در

اول * مفرد متکرره ∴ شيء في ا في ا ---- ع
ثنائي متكرره ∴ شيء في شيء الا ا في ا
مساوي شيء في

دوم * ثنائي متكرره ∴ شيء في شيء الا ا في ۲ --- ع
ثلاثي غيرمتكرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲
مساوي شيء

خلاصه حاصل تر

مفرد متکرره ∴ شيء في ا

ثنائي متكرره ∴ شيء في

ثلاثي غيرمتكرره ∴ شيء في

ودرتر

اول * مفرد متکرره ∴ شيء في ا في ا في ا --- ع
ثنائي متكرره ∴ شيء في شيء الا ا في ا في ا
مساوي شيء في

دوم * ثنائي متكرره ∴ شيء في شيء الا ا في ۲ في ا --- ع
ثلاثي متكرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في ا
مساوي شيء في

سوم * ثنائي متكرره ∴ شيء في شيء الا ا في ۲ في ۲ ---- ع
ثلاثي متكرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في ۲
مساوي

چهارم * ثلاثي متكرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في ۳ ------ ع
رباعي غيرمتكرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في شيء الا ۳
مساوي

خلاصه حاصل

مفرد متکرره ∴ شيء في ا

ثنائي متكرره ∴ شيء في شيء

ثلاثي متكرره ∴ شيء في شيء

رباعي غيرمتكرره ∴ شيء في

متکرره وثلاثي متکرره وغیرآن پس در ترکیب ثنائي صرف مفرد متکرره وثنائي غیرمتکرره واقع خواهد شد
و در ترکیب ثلاثي مفرد متکرره وثنائي متکرره وثلاثي غیرمتکرره واقع خواهد گردید وهکذا در ترکیب
رباعي وغیره پس در هر ترکیبات از ابتدای ترکیب مفرد بغایت ترکیب که بواحد ازان ترکیب
مطلوب کم باشد متکرره واقع میتواند شد وصرف یک ترکیب آخر که در هرخانهٔ اعداد مختلفه
واقع شوند غیرمتکرره خواهد بود چون در ترکیب ثنائي صور مفرد متکرره وصور ثنائي غیرمتکرره
خواهد شد در ینصورت (شکل ۱۶۲)

پس اگر بخواهند که صور ترکیبات متکرره بالتفصیل مفرد متکرره وثنائي متکرره وثلاثي
متکرره وغیرآن بدانند طریقش این است که حاصل ترکیبات غیرمتکرره را در مضروب فیه که
بموجب بیان ذیل بهم خواهد رسید بالتفصیل ضرب سازند وطریق بهم رسانیدن مضروب فیه‌های
آنها این است که اول اعداد از واحد بقدر عدهٔ خانه‌های مطلوبه که بواحد ازان کم باشد
بنویسند وبرای مفرد متکرره مضروب فیه عدد واحد بنویسند وبرای ثنائي متکرره اگرخانه‌های
مطلوبه سه است پس مجموع اعداد متوالي تا دو که سه است مضروب فیه حاصل ترکیب
ثنائي غیرمتکرره خواهد بود واگرخانه‌های مطلوبه چهار باشد پس مضروب فیه سه خانه را
در دو ضرب کرده واحد بیفزایند که همان مضروب فیه خواهد بود واگرخانهٔ مطلوبه پنج باشد
پس مضروب فیه چهارخانه را ضعف نموده واحد بیفزایند وهکذا بعد ذلک وبرای ترکیب ثلاثي
متکرره اگرخانه‌های مطلوبه چهار باشد جمع اعداد متوالي تا سه بگیرند ومضروب فیه قرار دهند
واگرخانه‌های مطلوبه پنج باشد مضروب چهارخانه را در سه ضرب نموده مضروب فیه ثنائي
چهارخانه را بران بیفزایند که مجموع مضروب فیه پنج خانه خواهد بود وهکذا بعد ذلک وبرای
ترکیب رباعي متکرره اگرخانه‌های مطلوبه پنج باشد مجموع اعداد تا چهار بگیرند که مضروب فیه
خواهد بود واگرخانه‌های مطلوبه شش بود مضروب فیه پنج خانه را در چهار ضرب نموده بر حاصل
مضروب فیه ثلاثي پنج خانه بیفزایند وهکذا بعد ذلک مثلاً خواهم که صور مترتبهٔ عدد نه تا خانهٔ هفتم

بالتفصیل بدانم نوشتم بدینصورت

۱	۲	۳	۴	۵	۶
مضروب فیه مفرد متکرره			مساوي	۱	
مضروب فیه ثنائي			۱ و ۲ مساوي	۳	مضروب فیه سه خانه
			۱ و ۳ في ۲ مساوي	۷	مضروب فیه چهار خانه
			۱ و ۷ في ۲ مساوي	۱۵	مضروب فیه پنج خانه
			۱ و ۱۵ في ۲ مساوي	۳۱	مضروب فیه شش خانه
			۱ و ۳۱ في ۲ مساوي	۶۳	مضروب فیه هفت خانه
مضروب فیه ثلاثي			۳ و ۳ مساوي	۶	مضروب فیه چهار خانه
			۷ و ۶ في ۳ مساوي	۲۵	مضروب فیه پنج خانه
			۱۵ و ۲۵ في ۳ مساوي	۹۰	مضروب فیه شش خانه
			۳۱ و ۹۰ في ۳ مساوي	۳۰۱	مضروب فیه هفت خانه
مضروب فیه رباعي			۶ و ۴ مساوي	۱۰	مضروب فیه پنج خانه
			۲۵ و ۱۰ في ۴ مساوي	۶۵	مضروب فیه شش خانه
			۹۰ و ۶۵ في ۴ مساوي	۳۵۰	مضروب فیه هفت خانه
مضروب فیه خماسي			۱۰ و ۵ مساوي	۱۵	مضروب فیه شش خانه
			۶۵ و ۱۵ في ۵ مساوي	۱۴۰	مضروب فیه هفت خانه
مضروب فیه سداسي			۱۵ و ۶ مساوي	۲۱	مضروب فیه هفت خانه

باید دانست که صاحب عیون الحساب هرچند طریق استخراج صور مرتبهٔ ثنائي وثلاثي ورباعي وغیره که مال وکعب ومال المال وغیره میشود بیان نموده ونیز طریق استخراج صور متکرره بیان ساخته لاکن کدام قاعدهٔ کلي برای استخراج صور متکررهٔ ثنائي وثلاثي ورباعي وغیره مذکور نکرده بلکه از امثلهٔ مندرجهٔ کتاب مذکور صاف معلوم میشود که قاعدهٔ مرقومة الصدر بجناب ایشان معلوم نشده بود وفي الحقیقة در هیچ کتب بنظر فقیر نیامده تحیف آنرا استنباط نموده است

پس درینصورت در مثال مذکور حاصل ترکیب ثنائي و ثلاثي و رباعي و خماسي و سداسي و سباعي بالتفصیل بموجب ذیل خواهد شد

۹ في ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ مساوي ۷۲
۸۱ مساوي حاصل ترکیب ثنائي

۹ في ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ في ۳ مساوي ۲۱۶
۹ في ۸ في ۷ مساوي ۵۰۴
۷۲۹ مساوي حاصل ترکیب ثلاثي

۹ في ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ في ۷ مساوي ۵۰۴
۹ في ۸ في ۷ في ۶ مساوي ۳۰۲۴
۹ في ۸ في ۷ في ۶ مساوي ۳۰۲۴
۶۵۶۱ مساوي حاصل ترکیب رباعي

۹ في ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ في ۱۵ مساوي ۱۰۸۰
۹ في ۸ في ۷ في ۲۵ مساوي ۱۲۶۰۰
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۱۰ مساوي ۳۰۲۴۰
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۵ مساوي ۱۵۱۲۰
۵۹۰۴۹ مساوي حاصل ترکیب خماسي

۹ في ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ في ۳۱ مساوي ۲۲۳۲
۹ في ۸ في ۷ في ۹۰ مساوي ۴۵۳۶۰
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۶۵ مساوي ۱۹۶۵۶۰
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۵ في ۱۵ مساوي ۲۲۶۸۰۰
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۵ في ۴ مساوي ۶۰۴۸۰
۵۳۱۴۴۱ مساوي حاصل ترکیب سداسي

۹ في ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ في ۶۳ مساوي ۴۵۳۶
۹ في ۸ في ۷ في ۳۰۱ مساوي ۱۵۱۷۰۴
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۳۵۰ مساوي ۱۰۵۸۴۰۰
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۵ في ۱۴۰ مساوي ۲۱۱۶۸۰۰
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۵ في ۴ في ۲۱ مساوي ۱۲۷۰۰۸۰
۹ في ۸ في ۷ في ۶ في ۵ في ۴ في ۳ مساوي ۱۸۱۴۴۰
۴۷۸۲۹۶۹ مساوي حاصل ترکیب سباعي

گفتار دویم در جبر و مقابله بطوریکه نزد حکماء فرنگ رواج دارد

و این فقیر با وجودیکه از زبان انگریزي مطلق آشنا نیست صرف بوساطت کتاب لغات انگریزي که در آن معني فارسي مرقوم بود کتاب (الجبرا) تصنیف (مسترجان باني کسنتل) را که در سنه ۱۸۰۸ عیسوي بمقام (ولویچ) شهرلندن پاي تخت انگلستان درمدرسهٔ فوج بادشاهي بعبارت دقیق انگریزي مرقوم شده بود ترجمه نموده واکثرجا چون بیان انگریزي از بیان فارسي مختلف میشود لهذا برای تصریح بعبارت صاف ارقام مطالب نمودم و برای امتحان درستي ترجمه در ملاحظهٔ حضور صاحب عالیجاه خداوند نعمت (مسترهنري دگایس) بهادر دام اقباله درآورده مورد تحسین گردید الحمد لله علی نعمائه و بالله التوفیق و در آن نیز مقدمه و چند مطالب است *

مقدمه در بیان تعریف جبر و مقابله و اصطلاحات و علامات آن بدانکه اهل فرنگ فن جبر و مقابله را (الجبرا) گویند و این لفظ ماخوذ از عربي است چراکه الف و لام بر آن دال است و آن فنّی است که اعداد بحروف مفروضه تعبیر میکنند * (لایک) مقادیریکه بحروف متماثله مرقوم شوند مثل م و مربع م وغیر آن * (انلایک) مقادیر مرقومه بحروف غیر متماثله مثل م و ک وغیر آن * (کنون) مقادیر معلوم القدر را گویند * (انون) مقادیر مجهول * (سیمپل) مقادیر مفرد اعني یک حرف باشد مثل م خواه مربع م * (کمپوند) مقادیر مرکبه از چند حروف مثل م ومربع م * (پوزي تیو) مقدار مثبت اعني زائد و مستثنی منه * (نگیتیو) مقدار منفي اعنی ناقص و مستثنی * (لایک سین) بدانکه (سین) بمعنی نشان است و لایک متماثل را گویند اعني جمله که همه مقادیر آن مثبت باشند یا همه منفي بوند و چون رسم تحریر مقادیر مثبته خواه منفي بنشان مثبت که بدینصورت است + و بنشان منفي که بدینصورت − لهذا اگر جمیع مقادیر مثبت باشند خواه منفي آنرا (لایک سین) میگویند مثل م + مربع م + ک خواه − م − مربع م − ک * (ان لایک سین) مقادیریکه مثبت و منفي هردو باشند اعني نشان آنها متماثل نباشد مثل + م − مربع ک * (کوئیفیشنت) عدد ماقبل حروف مثل ۴ م خواه ۳ مربع م * (بنومیل) مقدار مرکب از دو حرف خواه آن هردو مثبت باشد خواه منفي خواه مختلف مثل + م + ک خواه + م − ک خواه − م − ک * (ترنومیل) مقادیر مرکب از سه حروف بشرح صدر مثل + م + مربع م + ک خواه + م + مربع م − ک خواه − م − مربع م − ک * (کوادرینومیل) مقادیر مرکب

ازچهار حروف بشرح صدر * (ریزي ڈیل) مرکب از دو حرف که یکی مثبت باشد و دیگر منفي مثل + م - ک * (پوور) مضلع را گویند مثل مال وکعب و غیرآن * (انڈکس) بمعني فهرست است[۲] و در اصطلاح عدد منزل را گویند مثل دو که عدد منزل مال است و سه که عدد منزل کعب است و باید دانست که برای مضلعات هر حرف عدد منزل فوق آن حرف مینویسند مثل مربع م بدینصورت مٗ و مال المال م بدینصورت مٗ * (سرڈ) مضلع اصم را گویند * (ریشنل) مقداریکه دران نشان ضلع نباشد و نشان ضلع آن بدینصورت است [* (رِسْ پَروکُل) درلغت بمعني مقدار مقلوب است[۳] و مراد ازان عددی مقسوم بر دیگری و نشان آن بدینصورت است ÷ خواه بطور کسور مقسوم را فوق و مقسوم علیه را تحت آن بعد خط عرضي نویسند مثل م مقسوم علی ک را بدینصورت نویسند م ÷ ک خواه م/ک * بیان تفصیل نشانها * (+) نشان مثبت وجمع است و باید دانست که هرگاه مثبت در ابتدا واقع میشود بلا نشان هم دلالت بر مثبت میکند * (-) نشان مستثنی وتفریق * (×) نشان ضرب * (÷) نشان قسمت است * (: :: :) نشان اربعهٔ متناسبه است چنانکه اگر گویند نسبت م بطرف ک مثل نسبت ب بطرف ح است بدینصورت نویسند م : ک :: ب : ح * [نشان جذر است که آنرا (سکویر روٹ) گویند (سکویر) بمعني مجذور و (روٹ) بمعني ضلع است[۴] * ۳[نشان ضلع کعب که آنرا کعب (روٹ) گویند[۵] و همچنین برای ضلع هر مضلع بر نشان مذکور عدد منزل آن مضلع مینویسند و نیز گاهی برای نشان ضلع واحد را مقسوم بر عدد منزل مینویسند مثلا اگر خواهند که جذر م بنویسند بدینصـــورت [م خواه

---

(۲) در لغت بمعني انگشت شهادت است یعني چیزي که بوسیلهٔ آن بسوی چیزی اشاره کرده شود و در اصطلاح بمعني فهرست است که بوسیلهٔ آن بسوي ابواب و فنون وغیره اشاره میرود * (۳) در لغت بمعني مشارکت است و در اصطلاح بمعني عددی را بر عدد دیگر قسمت کرده بعده همان عدد دیگر را بر عدد اول قسمت کنند * (۴) (سکویر) بمعني مربع (روٹ) بمعني جذر واصل * (۵) در انگریزي (کیوب روٹ) است *

مُ^½ وکعب بدینصورت ³√مُ خواه بدینصورت مُ^⅓ ومضروب بدینصورت م × ب و (م + ب) × س خواه بلانشان هرد وحرف رایکجا نویسند مثل م ب اعني مسطح م في ب و (م + ب) س اعني مسطح مجموع م و ب في س وباید دانست که هردو خط منحرف نشان جمله است وگاهی بعوض علامت درمیان مضروب ومضروب فیه نقطه مرقوم میسازند بدینصورت م • ب وهرگاه میخواهند که برای مقداری مضلعی غیرمعلوم المنزل سازند بران نشان ن خواه م میگذارند چنانکه حُ خواه بُ وهرگاه ضلع اول آن مطلوب شود بدینصورت نویسند حُ^½ خواه بُ^½ * (=) نشان مساوي ومعادل *

مطلب اول درجمع که آنرا (اَدِیْشَنْ) گویند

وآن بردو نوع است یکی جمع مقادیر متماثله وآن دوصنف است صنف اول متماثله درحروف ونشان وصنف دویم متماثله درنشان ومختلف درحروف ونوع دویم غیرمتماثله درنشان وآن نیزدو صنف است یکی متماثله درحروف ومختلف درنشان ودویم مختلف درحروف ونشان پس درصنف اول اعداد ماقبل حروف راجمع کرده نشان بماقبل آن بدهند

امثلة الصنف الاول من النوع الاول

+ م − ٦ ب ک	+٥ ک² +٥ ک ے	+٧ م ک − ٤ ے
+٧ م − ٣ ب ک	+٣ ک² +٢ ک ے	+٨ م ک − ٣ ے
+٨ م − ٢ ب ک	+ ک² +٣ ک ے	+٦ م ک − ٢ ے
+١٠ م − ٧ ب ک	+٧ ک² +٨ ک ے	+٤ م ک − ٣ ے
+٢ م − ب ک	+ ک² + ک ے	+٢ م ک − ٢ ے
+ م − ٥ ب ک	+١٧ ک² +١٩ ک ے	+٢٧ م ک − ١٤ ے
+٣٣ م − ٢٤ ب ک		

ودرصنف دویم اعداد هریک حروف متماثله جداجدامع نشان جمع کنند *

ودرصنف اول نوع دویم باید که مستثنی را ازمستثنی منه ساقط نموده جمع نمایند *

ودرصنف دویم نوع دویم نیز همچنین بایدکه مستثنی هرحروف متماثله ساقط کنند وباقی راجمع نمایند*

مثال صنف دویم نوع اول	مثال صنف اول نوع ثانی	مثال صنف ثانی نوع ثانی
+ ۵ م	− ۳ م	+ ۵ ک ے
+ ۴ ک	+ ۷ م	+ ۴ م ک
+ ۶ م	+ ۸ م	− ۱ ک ے
+ ۷ ب	− م	− ۴ م ک
+ ۱۱ م + ۴ ک + ۷ ب	− ۲ م	+ ۴ ک ے
	+ ۹ م	

مطلب دویم در تفریق که آن را (سُوبْتَرَاکْشَنْ) گویند

وآن نیزمثل جمع دونوع وهرنوع دوصنف است وقاعدهٔ آن این است که نشان منقوص راکه نشان مستثنی است تبدیل نموده جمع سازند .

	مثال صنف اول نوع اول	مثال صنف دویم نوع اول	مثال صنف اول نوع دویم	مثال صنف دویم نوع دویم
منقوص منه	۵ $م^{۲}$ − ۲ ب	۴ م	۵ م	+ ۴ م
منقوص	۲ $م^{۲}$ − ۵ ب	۳ ک	− ۳ م	− ۳ ک
	۳ $م^{۲}$ + ۳ ب	۴ م − ۳ ک	+ ۸ م	۴ م + ۳ ک

مطلب سیوم در ضرب وآنرا (مُلْتِیپْلِکیشَنْ) گویند

وطریقش چنان است که مضروب ومضروب فیه را محاذی یکدیگرنوشته اعداد رادراعداد وحروف رادرحروف ضرب نموده حاصل ضرب رابطور ضرب نایم تحت خط عرضی نوشته جمع سازند وبایددانست که هرگاه حرفی رادرمثل خودش ضرب کنند حاصل مجذور آن حرف خواهد بود پس بالای آن عدد دوکه نشان عدد منزل مال است مینویسند وهمچنین اگرآن حرف رادرمجذورآن حرف ضرب سازند حاصل کعب میشود چنانچه درمطلب چهارم بیان ضرب درصفحه ۳۴۶ گذشت وچون ضرب مفرد درمفرد سهل است چنانکه م رادر م ضرب

کنند حاصل مربع م میشود بدینصورت م۲ خواه م م واگر م را در ک ضرب سازند حاصل م ب نویسند لهذا امثلهٔ ضرب مرکبات نوشته میشود

مثال اول

مضروب ک + ے

مضروب فیه ک + ے

ک۲ + ک ے

+ ک ے + ے۲

حاصل الضرب ک۲ + ۲ ک ے + ے۲

مثال دوم

۵ ک + ۴ ے

۳ ک − ۲ ے

۱۵ ک۲ + ۱۲ ک ے

− ۱۰ ک ے − ۸ ے۲

۱۵ ک۲ + ۲ ک ے − ۸ ے۲

مثال سیوم

ک۲ + ک ے − ے۲

ک − ے

ک۳ + ک۲ ے − ے ک ے۲

− ک۲ ے − ے۲ ک + ے۳

ک۳ ⁂ − ۲ ے۲ ک + ے۳

فائده بدانکه اگر مثبت را در مثبت و منفی را در منفی ضرب سازند حاصل ضرب مثبت میشود واگر مضروبین مختلفین که یکی مثبت و دیگری منفی بود حاصل منفی خواهد بود چنانکه (+ م) × (+ ب) = + م ب و (− م) × (− ب) = + م ب و (− م) × (+ ب) خواه (+ ب) × (− م) = − م ب و نیز چون م − م = ۰ پس (م − م) × − ب = ۰ خواهد بود *

مطلب چهارم در قسمت وآنرا (ڈیویشن) گویند

وآن نیز دو نوع است یکی آنکه مقسوم اجناس قلیل باشد و دویم آنکه اجناس کثیره باشد وبرای طریق قسمت اول تمهیدی بیان میکنیم که چون خارج قسمت حرفی بر نفس خود اعنی

قسمت شيء علي شيء خواه قسمت مال علي مال وهكذا مساوي واحد ميشود بدينصورت $\frac{م}{م}=۱$ وهمچنين $\frac{۸ ب ک}{۲ ب}=۴ ک$ وهمچنين $\frac{م ب ک}{م ک ی}=\frac{ب}{ی}$ پس گويم $۱۲ ک ے \div ۶ ک^{۲}$ اعني دوازده مضروب في ک ے مقسوم عليه ۶ مضروب في مربع ک مساوي ۲ ے مقسوم علي ک است بدينصورت $\frac{۱۲ ک ے}{۶ ک^{۲}}=\frac{۲ ے}{ک}$ زيرا که مربع ک درحقيقت ک مضروب في ک است ونيز مجموع مسطح م في ب ومربع ب مقسوم علي ۲ ب مساوي مجموع م و ب مقسوم علي دواست زيراکه ۲ ب عبارت است ازمسطح ۲ في ب و م ب مسطح م في ب است ومربع ب مسطح ب في ب وچون مضروب ومضروب فيه درمقسوم ومقسوم عليه متحداست لهذا آنرا ازمقسوم ومقسوم عليه ساقط کردم باقي م و ب مقسوم علي دو ماند بدينصورت $\frac{م ب + ب^{۲}}{۲ ب}=\frac{م+ب}{۲}$ * درينصورت قسمت نوع اول سهل است چنانچه ازامثله واضح شود مثـــــــــــــال

مقسوم		مقسوم عليه		خارج
$۱۸ ک^{۲}$	$\div$	$۹ ک$	$=$	$۲ ک$
$۱۰ ک^{۲} ے^{۲}$	$\div$	$-۵ ک^{۲} ے$	$=$	$-۲ ے$
$-۹ م ک^{۲} ے^{۲}$	$\div$	$۹ ک^{۲} ے$	$=$	$-م ے$
$-۸ ک^{۲}$	$\div$	$-۲ ک$	$=$	$۴ ک$
$۱۰ م ب + ۱۵ م ک$	$\div$	$۵ م$	$=$	$۲ ب + ۳ ک$

فائده بايد دانست که درقسمت اگر حروف مقسوم عليه داخل مقسوم خواهند بود قسمت ممکن است والّا مقسوم رابرمقسوم عليه منسوب خواهند کرد مثلاً $م ب + ب^{۲}$ را بر ۲ ب قسمت کنند قسمت ممکن است واگر $م ک + ک^{۲}$ را بر ۲ ب قسمت سازند قسمت ممکن نيست پس آنرا منسوب کرده بدينصورت خواهند نوشت $\frac{م ک + ک^{۲}}{۲ ب}$ زيراکه قسمت عکس

ضرب است پس اگر حروف مقسوم علیه احدی از مضروبین حروف مقسوم باشد خارج حرف آخر خواهد بود چنانکه مب + ب۲ در حقیقت م × ب + ب × ب است پس هرگاه آنرا بر ب قسمت سازند خارج م + ب شود پس برای حصول خارج قسمت در مقسوم نظر باید کرد که مقسوم علیه در کدام حرف ضرب یافته است و نیز چون حاصل ضرب مثبت در مثبت و منفی در منفی مثبت است و حاصل ضرب مختلفین منفی پس خارج قسمت را بلحاظ مقسوم و مقسوم علیه حاصل سازند و برای قسمت نوع دویم باید که مقسوم را جائی بنویسند و مقسوم علیه را بطرف یمین مقسوم بعد خط منحرف [)] فاصل برنگارند و خارج القسمة را بطرف یسار بعد خط منحرف [(] فاصل نهند و حروف خارج القسمة را چنانکه در قسمت اعداد اعظم الآحاد طلب میکنند بهم رسانند که هرگاه آنرا در مقسوم علیه ضرب کرده از حروف مقسوم ساقط کنند تواند شد و حاصلات مرقوم را تحت مقسوم نوشته ساقط نمایند چنانکه در اعمال قسمت اعداد معمول است و باقی را تحت خط عرضی نوشته باز طلب حرف دیگر نمایند و همچنین عمل تمام کنند مثلاً خواستم که ک(۲) + ۲ ک ے + ے(۲) را بر ک + ے قسمت کنم نوشتم بدین صورت

خارج	مقسوم	مقسوم علیه
ک + ے (	ک(۲) + ۲ ک ے + ے(۲)	) ک + ے

ک(۲) + ک ے

ک ے + ے(۲)

ک ے + ے(۲)

مثال دیگر

خارج	مقسوم	مقسوم علیه
م(۲) + ۲ م ک + ک(۲) (	م(۳) + ۳ م(۲) ک + ۳ م ک(۲) + ک(۳)	) م + ک

م(۳) + م(۲) ک

۲ م(۲) ک + ۳ م ک(۲)

۲ م(۲) ک + ۲ م ک(۲)

م ک(۲) + ک(۳)

م ک(۲) + ک(۳)

مثـــــال دیگر

مقسوم علیه | مقسوم | خارج

م − ۳) م^{۳} − ۹ م^{۲} + ۲۷ م − ۲۷ (م^{۲} − ۶ م + ۹

م^{۳} − ۳ م^{۲}

− ۶ م^{۲} + ۲۷ م

− ۶ م^{۲} + ۱۸ م

۹ م − ۲۷

۹ م − ۲۷

مثـــــال دیگر

مقسوم علیه | مقسوم | خارج

ب − ے) ب^{۴} − ے^{۴} (ب^{۳} + ب^{۲} ے + ب ے^{۲} + ے^{۳}

ب^{۴} − ب^{۳} ے

+ ب^{۳} ے − ے^{۴}

+ ب^{۳} ے − ب^{۲} ے^{۲}

+ ب^{۲} ے^{۲} − ے^{۴}

+ ب^{۲} ے^{۲} − ب ے^{۳}

+ ب ے^{۳} − ے^{۴}

+ ب ے^{۳} − ے^{۴}

مطلب پنجم در کسور و آنرا (فراکشن) گویند و در آن چند مسئله است

مسئلهٔ اولی در تجنیس و آن صحیح را کسر ساختن است طریقش آنکه حرف صحیح را در حروف مخرج کسر ضرب سازند و حاصل را اگر با آن صحیح کسر هم بوده باشد با صورت کسر جمع نموده بر مخرج منسوب سازند کما هو طریق تجنیس کسور الاعداد مثلاً خواهم ۳ $\frac{۵}{۷}$ را

مجنس کنم $\frac{3\times7+5}{7}=\frac{21+5}{7}=\frac{26}{7}$ وهمچنین $م-\frac{ب}{ک}=\frac{م\times ک-ب}{ک}=\frac{مک-ب}{ک}$

وهمچنین $ک+\frac{ک^2}{م}=\frac{ک\times م+ک^2}{م}=\frac{کم+ک^2}{م}$ وهمچنین $ک-\frac{م^2-ک^2}{ک}=$

$\frac{ک^2-م^2+ک^2}{ک}=\frac{2ک^2-م^2}{ک}$ زیرا که مستثنی دویم مثبت میشود *

مسئلهٔ ثانیه در ترفیع وآن کسور را صحیح ساختن است طریقش چنان است که صورت کسر را برمخرج قسمت سازند که خارج صحیح خواهد بود و از روی قسمت اگر چیزی باقیماند آنرا برمخرج منسوب سازند که آن کسر باقی است چنانچه در کسور اعداد میکنند مثـــال

ترفیع $\frac{17}{5}=17\div5=3\frac{2}{5}$ وترفیع $\frac{مک+م^2}{ک}=(مک+م^2)\div ک=م+\frac{م^2}{ک}$ وهمچنین

ترفیع $\frac{مب-م^2}{ب}=(مب-م^2)\div ب=م-\frac{م^2}{ب}$ وترفیع $\frac{مے+2ے^2}{م+ے}=ے+\frac{ے^2}{م+ے}$

وترفیع $\frac{2ک^2ے}{2ک}=کے$ وترفیع $\frac{م^2-ک^2}{م-ک}=م+ک$ *

مسئلهٔ ثالثه در استخراج مخرج مشترک کسور وطریقش آنست که صورت هر یک کسر را فرداً فرداً در همه مخارج سوای مخرج خاص آن کسر ضرب سازند تا که صورت نو برای کسر حاصل شود وهمه مخارج را در یک دیگر ضرب سازند که مخرج مشترک حاصل شود مثلاً $\frac{م}{ب}+\frac{ب}{ک}$ از یک

مخرج بگردانیم پس م را در ک ضرب کردم و ب را در ب حاصل مک و $ب^2$ شد واین صورت کسر گردید و ب را در ک ضرب کردم حاصل بک شد وآن مخرج مشترک است پس صور

کسور را بر مخرج مشترک منسوب ساختم مطلوب بدینصورت برآمد $\frac{مک+ب^2}{بک}$

وهمچنین اگر $\frac{\text{م}}{\text{ب}}$ و $\frac{\text{ب}}{\text{ک}}$ و $\frac{\text{ک}}{\text{د}}$ را ازیک مخرج بگیرم $\frac{\text{مکد}}{\text{بکد}}$ و $\frac{\text{ب}^{۲}\text{د}}{\text{بکد}}$ و $\frac{\text{ک}^{۲}\text{ب}}{\text{بکد}}$

واگر $\frac{۳\text{ک}}{۲\text{م}} \times \frac{۲\text{ب}}{۳\text{س}}$ راعني مسطح هردو رااز یک مخرج بگیرم پس اگر مضروبین راجداجدا بنویسم

بدینصورت شود $\frac{۹\text{سک}}{۶\text{مس}} \times \frac{۴\text{مب}}{۶\text{مس}}$ واگرحاصل الضرب رایک جابنویسم $\frac{۶\text{کب}}{۶\text{مس}}$ شود*

مسئلۀ رابعه دراستخراج وفق بین الصورة والمخرج وطریقش این است اعظم را براقلّ قسمت نمایند اگرمرتبۀ اولی از روی قسمت هیچ باقي نماند همان وفق صورت ومخرج خواهد بود واگردرقسمت اول چیزی باقیماند مقسوم علیه اول را بران باقي قسمت کنند وهمچنین مرّات بعمل آرند تا آنکه درقسمت هیچ باقي نه افتد پس آن مقسوم علیه اخیر وفق مشترک خواهد بود واگر بهیچ نوع قسمت صحیح نشود پس حرف ثالث تجویز باید کرد که عادّ مقسوم ومقسوم علیه شود که آن وفق مشترک خواهد بود مثلاً خواستم که برای $\frac{\text{سک}+\text{ک}^{۲}}{\text{سم}^{۲}+\text{م}^{۲}\text{ک}}$ وفق مشترک پیدا کنم اول مقسوم را برمقسوم علیه قسمت نمودم قسمت نه پذیرفت لهذامقسوم علیه دیگر پیدا کردم که آن س + ک است ومقسوم علیه اول ومقسوم را ساقط میکند پس همان وفق مشترک گردید وهمچنین برای $\frac{\text{ک}^{۳}-\text{ب}^{۲}\text{ک}}{\text{ک}^{۲}+۲\text{بک}+\text{ب}^{۲}}$ وفق مشترک طلب کردم اول مقسوم را برمقسوم علیه قسمت نمودم قسمت نه پذیرفت وعلى العکس هم اعني مقسوم علیه را برمقسوم قسمت نمودم نیز قسمت ممکن نبود لهذا هردو راجدا جدا بر ک + ب که عدد ثالث است قسمت ساختم هردو رافنا نمود پس دانستم که آن وفق مشترک است * تنبیه باید دانست که حتی الامکان وفق اعظم المقدار بهم رسانند که تا غلط نشود * فائده حروف ونشان که درمقدار مقسوم ومقسوم علیه مشترک باشد ضرورةً عادّ آنها خواهد شد پس بهتراست که ازانها وفق مشترک ترکیب یابد *

مسئلۀ خامسه در رجوع کسراعظم بطرف کسراقل وطریقش آن است که اول وفق مشترک بطوریکه درمسئلۀ رابعه گفته شد بهم رسانند وبعدازان صورت کسر را بران مقدار وفق مشترک

قسمت نموده خارج را صورت کسر قرار دهند و مخرج را بر وفق مشترک قسمت نموده خارج را مخرج متعین سازند که حاصل النسبة آن مقدار رجوع باقل خواهد بود مثلا خواستم که $\frac{\text{سک}+\text{ک}^{2}}{\text{سم}^{2}+\text{م}^{2}\text{ک}}$ را رجوع باقل کنم چون $\text{س}+\text{ک}$ مقدار وفق مشترک است و هرگاه مقسوم را بر وفق مذکور قسمت نمودم خارج ک برآمد و هرگاه مقسوم علیه را بر وفق مذکور قسمت ساختم خارج م^{2} برآمد پس ک را بر م^{2} منسوب ساختم بدینصورت رجوع باقل شد $\frac{\text{ک}}{\text{م}^{2}}$ و همچنین $\frac{\text{ک}^{3}-\text{ب}^{2}\text{ک}}{\text{ک}+2\,\text{ب}\,\text{ک}+\text{ب}^{2}}$ را رجوع باقل نمودم چون $\text{ک}+\text{ب}$ مقدار وفق مشترک است پس از روی قسمت مقسوم بر وفق خارج $\text{ک}^{2}-\text{ک}\,\text{ب}$ گردید و از روی قسمت مقسوم علیه بر وفق خارج $\text{ک}+\text{ب}$ شد پس خارج مقسوم را بر خارج مقسوم علیه منسوب ساختم رجوع باقل شد بدینصورت $\frac{\text{ک}^{2}-\text{ک}\,\text{ب}}{\text{ک}+\text{ب}}$ وصورت قسمت مقسوم و مقسوم علیه بر وفق مشترک برای توضیح نوشته میشود *

مقسوم علیه که وفق مشترک است	مقسوم	خارج
$\text{ک}+\text{ب}$)	$\text{ک}^{3}-\text{ب}^{2}\text{ک}$ (	$\text{ک}^{2}-\text{ک}\,\text{ب}$

$$\text{ک}^{3}+\text{ک}^{2}\text{ب}$$
$$-\text{ک}^{2}\text{ب}-\text{ب}^{2}\text{ک}$$
$$-\text{ک}^{2}\text{ب}-\text{ب}^{2}\text{ک}$$

مقسوم علیه که وفق مشترک است	مقسوم که در حقیقت مقسوم علیه اصلی است	خارج
$\text{ک}+\text{ب}$)	$\text{ک}^{3}+2\,\text{ب}\,\text{ک}+\text{ب}^{2}$ (	$\text{ک}+\text{ب}$

$$\text{ک}^{2}+\text{ا}\,\text{ب}\,\text{ک}$$
$$\text{ا}\,\text{ب}\,\text{ک}+\text{ب}^{2}$$
$$\text{ا}\,\text{ب}\,\text{ک}+\text{ب}^{2}$$

و همچنین $\frac{\text{ک}^{2}-1}{\text{ک}\,\text{ے}+\text{ے}}$ را رجوع باقل کردم وفق مشترک $\text{ک}+1$ است پس مقسوم و مقسوم علیه را بر وفق مشترک قسمت کردم رجوع باقل بدینصورت شد $\frac{\text{ک}-1}{\text{ے}}$ و همچنین

$\frac{ک^4 - ب^4}{ک^3 + ب^2 ک}$ را رجوع باقل کردم وفق مشترک $ک^2 + ب^2$ است پس رجوع باقل شد بدینصورت $\frac{ک^2 - ب^2}{ک}$ وهمچنین $\frac{۵ م^5 + ۱۰ م^4 ب + ۵ م^3 ب^2}{م^3 ب + ۲ م^2 ب^2 + ۲ م ب^3 + ب^4}$ را رجوع باقل کردم چون وفق مشترک $م + ب$ است رجوع باقل شد بدینصورت $\frac{۵ م^4 + ۵ م^3 ب}{م^2 ب + م ب^2 + ب^3}$

مسئلۂ سادسه در جمع کسور وطریقش آن است که اول همه کسور را از مخرج مشترک بموجب مسئلۂ ثالثه حاصل کنند بعد ازان صور جمیع کسور را جمع کرده بر مخرج مشترک منسوب سازند مثلاً خواستم که $\frac{ک}{۲} + \frac{ک}{۳}$ را جمع کنم پس بدینصورت نوشتم

$ک \times ۳ = ۳ک$ صورت اولی

$ک \times ۲ = ۲ک$ صورت ثانیه

$۲ \times ۳ = ۶$ مخرج

پس حاصل جمع $\frac{۳ک}{۶} + \frac{۲ک}{۶} = \frac{۵ک}{۶}$ وهمچنین اگر $\frac{م}{ب} + \frac{س}{ی} + \frac{س}{ف}$ را جمع کنم نوشتم بدینصورت

* $م \times ی \times ف = م ی ف$

$س \times ب \times ف = س ب ف$

$س \times ب \times ی = س ب ی$

$ب \times ی \times ف = ب ی ف$ *

پس حاصل جمع بدینصورت شد $\frac{م ی ف}{ب ی ف} + \frac{س ب ف}{ب ی ف} + \frac{س ب ی}{ب ی ف} = \frac{م ی ف + س ب ف + س ب ی}{ب ی ف}$

وهمچنین اگر $م - \frac{۳ک^2}{ب} + ب + \frac{۲مک}{س}$ را جمع کنم پس صورت کسر نوشتم بدینصورت

$۳ک^2 \times س = ۳سک^2$

$۲مک \times ب = ۲مبک$

$ب \times س = ب س$

وحاصل جمع $م - \frac{۳سک^2}{ب س} + ب + \frac{۲مبک}{ب س} = م + ب + \frac{۲مبک - ۳سک^2}{ب س}$ ❊

مثال دیگر * ک/۲ + ک/۳ + ک/۴ را جمع کردم نوشتم بدینصـــــــــــــــورت

ک × ۳ × ۴ = ۱۲ ک

ک × ۲ × ۴ = ۸ ک

ک × ۲ × ۳ = ٦ ک

۲ × ۳ × ۴ = ۲۴

پس حاصل جمع ۱۲ک/۲۴ + ۸ک/۲۴ + ٦ک/۲۴ = ۲٦ک/۲۴ = ک + ک/۱۲ ؞

مسئلهٔ سابعه در تفریق کسر از کسر دیگر بایدکه کسور منقوص و منقوص منه را از یک مخرج بگیرند چنانکه در جمع مذکور شد بعد ازان صورت منقوص را از صورت منقوص منه ساقط کرده باقی را بر مخرج مشترک منسوب سازند و اگر از منقوص و منقوص منه صحیح هم باشد دران هم مثلی که در تفریق صحیح مذکور شد بعمل آرند مثـــــلا ک/۳ منقوص منه و ۲ک/۱۱ منقوص

چون ک × ۱۱ = ۱۱ ک

۲ک × ۳ = ٦ ک

۳ × ۱۱ = ۳۳

* پس حاصل تفریق شد ۱۱ک/۳۳ − ٦ک/۳۳ = ۵ک/۳۳ ؞

مثال دیگر * (ک − م)/۳ب منقوص منه ؞ (۲م − ۴ک)/۵سہ منقوص

چون (ک − م) × ۵سہ = ۵سہ ک − ۵ م سہ

(۲م − ۴ک) × ۳ب = ٦ م ب − ۱۲ ب ک

۳ب × ۵سہ = ۱۵ ب سہ

پس حاصل تفریق (۵سہ ک − ۵ م سہ)/۱۵ ب سہ − (٦ م ب − ۱۲ ب ک)/۱۵ ب سہ

= (۵سہ ک − ۵ م سہ − ٦ م ب + ۱۲ ب ک)/۱۵ ب سہ ؞

مسئلهٔ ثامنه در ضرب کسور و طریقش آنست که صورت کسر را در صورت کسر ضرب سازند و مخرج را در مخرج بطور ضرب کسور اعداد تا صورت کسر نو و مخرج نو حاصل شود و آن حاصل ضرب است * فائده هرگاه کسور مضرو بین برکدام مقداری قلیل اعنی وفق مشترک

قسمت می تواند شد مضروبین را بران قسمت کرده و رجوع باقل ساخته ضرب خواهند کرد * فائده هرگاه کسری در کسر دیگر که ضرب کرده شود و حروف صورت یکی در مخرج دیگری داخل باشد پس حروف متداخله را ساقط کرده باقي را باهم ضرب نمایند که همان حاصل ضرب مجموع است * فائده هرگاه کسر را در صحیح ضرب کنند پس صورت کسر را در صحیح ضرب کرده بر مخرج منسوب سازند * فائده هرگاه کسری ضرب کرده شود در مقداریکه دران مقدار حروف مضروب و مخرج آن باشد پس حاصل ضرب را برهمان حروف مشترک قسمت نموده رجوع باقل خواهند نمود *

مثال $\frac{\text{ک}}{\text{۶}} \times \frac{\text{۲ک}}{\text{۹}}$ چون $\frac{\text{ک} \times \text{۲ک}}{\text{۶} \times \text{۹}} = \frac{\text{۲ک}^{\text{۲}}}{\text{۵۴}}$ است وآن از روي رجوع باقل $\frac{\text{ک}^{\text{۲}}}{\text{۲۷}}$ شد وهوا المطلوب * مثال دیگر * $\frac{\text{ک}}{\text{۲}} \times \frac{\text{۴ک}}{\text{۵}} \times \frac{\text{۱۰ک}}{\text{۲۱}}$ چون $\frac{\text{ک} \times \text{۴ک} \times \text{۱۰ک}}{\text{۲} \times \text{۵} \times \text{۲۱}} = \frac{\text{۴۰ک}^{\text{۳}}}{\text{۲۱۰}}$ وآن $\frac{\text{۴ک}^{\text{۳}}}{\text{۲۱}}$ * مثال دیگر * $\frac{\text{۳ک}}{\text{۲}} \times \frac{\text{۳م}}{\text{ب}} = \frac{\text{۹مک}}{\text{۲ب}}$ * مثال دیگر * $\frac{\text{ک}}{\text{م}} \times \frac{\text{ک}+\text{م}}{\text{م}+\text{س}} = \frac{\text{ک}^{\text{۲}}+\text{مک}}{\text{م}^{\text{۲}}+\text{مس}}$ * مثال دیگر * $\frac{\text{۲ک}}{\text{۵}} \times \frac{\text{۳ک}^{\text{۳}}}{\text{۲م}} = \frac{\text{۶ک}^{\text{۴}}}{\text{۱۰م}} = \frac{\text{۳ک}^{\text{۴}}}{\text{۵م}}$ *

مثال دیگر * $\frac{\text{۲ک}}{\text{م}} \times \frac{\text{۳مب}}{\text{س}} \times \frac{\text{۳مس}}{\text{۲ب}} = \text{۹مک}$ چراکه ۲ که احدالمضروبین صورت کسر اول و مب که احدالمضروبین صورت کسر ثاني است و س که احدالمضروبین صورت کسر ثالث است داخل مخارج بود آنرا ساقط کردم باقي $\text{ک} \times \text{۳} \times \text{۳م}$ ماند حاصل ضرب آن ۹ مک است * مثال دیگر * $(\text{ب} + \frac{\text{بک}}{\text{م}}) \times \frac{\text{م}}{\text{ک}} = \frac{\text{بم}}{\text{ک}} + \frac{\text{بکم}}{\text{مک}} = \frac{\text{بم}+\text{بک}}{\text{ک}}$ * مثال دیگر * $\frac{\text{ک}^{\text{۳}}-\text{ب}^{\text{۲}}}{\text{بس}} \times \frac{\text{ک}^{\text{۲}}+\text{ب}^{\text{۲}}}{\text{ب}+\text{س}} = \frac{\text{ک}^{\text{۵}}+\text{ک}^{\text{۳}}\text{ب}^{\text{۲}}-\text{ب}^{\text{۲}}\text{ک}^{\text{۲}}-\text{ب}^{\text{۴}}}{\text{ب}^{\text{۲}}\text{س}+\text{بس}^{\text{۲}}}$ * مثال دیگر * $\frac{\text{ک}+\text{۱}}{\text{م}} \times \frac{\text{ک}-\text{۱}}{\text{م}+\text{ب}} = \frac{\text{ک}^{\text{۲}}-\text{۱}}{\text{م}^{\text{۲}}+\text{مب}}$ *

مسئلۀ تاسعه در قسمت کسور و طریقش آنست که مخرج کسر مقسوم علیه را در صورت کسر مقسوم و صورت کسر مقسوم علیه را در مخرج کسر مقسوم ضرب نمایند خواه مقسوم را بحال خود داشته و مقسوم علیه را قلب کنند اعني مخرج را فوق و صورت کسر را تحت نویسند و هر دو

في

مقسوم ومقسوم علیه را بطور ضرب کسور ضرب نمایند که حاصل اول صورت کسر وحاصل ثانی مخرج کسر خارج قسمت مطلوب است * فائدہ اگر مقسوم کسور متعدده باشند باید که از یک مخرج نموده وجمع کرده قسمت نمایند وهمچنین اگر مقسوم علیه کسور متعدده باشند عمل نمایند * فائدهٔ دوم اگر کسر را بر مقدار صحیح قسمت کنند پس صورت کسر را بر صحیح قسمت سازند اگر ممکن باشد والّا مخرج را در ان صحیح ضرب نموده صورت کسر را بر حاصل منسوب سازند * فائدهٔ سیوم اگر صورت کسر مقسوم ومقسوم علیه خواه هردو مخرج آنها بر مقدار ثالث که وفق مشترک باشد قسمت پذیرد پس آنها را بر وفق قسمت نموده برخارج عمل قسمت هذا بقاعدهٔ مرقومة الصدر نمایند * مثال اگر خواهم که $\frac{\text{ک}}{3}$ را بر $\frac{2\text{ک}}{9}$ قسمت کنم پس مقسوم را بحال خود داشته مقسوم علیه را قلب نموده ضرب کردم حاصل ضرب مطلوب گردید بدینصورت $\frac{\text{ک}}{3} \times \frac{9}{2\text{ک}} = \frac{9\text{ک}}{6\text{ک}} = \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$ وهو المطلوب ٭ مثال دیگر * $\frac{2\text{م}}{\text{ب}}$ را بر $\frac{4\text{س}}{\text{د}}$ قسمت کنم بطریق صدر عمل نمودم $\frac{2\text{م}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{4\text{س}} = \frac{2\text{مد}}{4\text{بس}} = \frac{\text{مد}}{2\text{بس}}$ وآن مطلوب است ٭

مثال دیگر* $\frac{\text{ک} + \text{م}}{2\text{ک} - 2\text{ب}}$ را بر $\frac{\text{ک} + \text{ب}}{5\text{ک} + \text{م}}$ قسمت کنم پس مقسوم علیه را قلب کرده ضرب نمودم $\frac{\text{ک} + \text{م}}{2\text{ک} - 2\text{ب}} \times \frac{5\text{ک} + \text{م}}{\text{ک} + \text{ب}} = \frac{5\text{ک}^2 + 6\text{مک} + \text{م}^2}{2\text{ک}^2 - 2\text{ب}^2}$ ٭

مثال دیگر* اگر $\frac{2\text{ک}^3}{\text{ک}^3 + \text{م}^3}$ را بر $\frac{\text{ک}}{\text{ک} + \text{م}}$ قسمت کنم بطریق مرقوم الصدر عمل نمودم خارج قسمت $\frac{2\text{ک}^4 + 2\text{ک}^3\text{م}}{\text{ک}^4 + \text{م}^3\text{ک}}$ وبقاعدهٔ رجوع باقل $= \frac{2\text{ک}^2}{\text{ک}^2 - \text{مک} + \text{م}^2}$ شد وهو المطلوب ٭

مثال دیگر * $\frac{4\text{ک}^2}{7}$ را بر 5ک قسمت کنم پس صورت کسر مقسوم را بحال خود گذاشته مخرج را در مقسوم علیه ضرب نموده مخرج قرار دادم بدینصورت $\frac{4\text{ک}^2}{7 \times 5\text{ک}} = \frac{4\text{ک}^2}{35\text{ک}} = \frac{4\text{ک}}{35}$ وهو المطلوب ٭

مثال دیگر* $\frac{\text{ک}^4 - \text{ب}^4}{\text{ک}^2 - 2\text{بک} + \text{ب}^2}$ را بر $\frac{\text{ک}^2 + \text{بک}}{\text{ک} - \text{ب}}$ قسمت کنم پس بقاعدهٔ مذکوره

مقسوم علیه را مقلوب کرده ضرب ساختم حاصل $\frac{\text{ک}^{۵} - \text{ب}^{۴}\text{ک} - \text{ک}^{۴}\text{ب} + \text{ب}^{۵}}{\text{ک}^{۴} - \text{ب}\,\text{ک}^{۳} - \text{ب}^{۲}\text{ک}^{۲} + \text{ب}^{۳}\text{ک}}$ شد چون درصورت ومخرج وفق مشترک حاصل کردم $\text{ک}^{۳} - \text{ک}\,\text{ب}^{۲} - \text{ک}^{۲}\text{ب} + \text{ب}^{۳}$ برآمد پس صورت ومخرج هردورا بران قسمت کرده خارج صورت رابرخارج مخرج منسوب ساختم بدینصورت شد $\frac{\text{ک}^{۲} + \text{ب}^{۲}}{\text{ک}}$ وآن مساوي $\text{ک} + \frac{\text{ب}^{۲}}{\text{ک}}$ *

مطلب ششم درساختن مضلعات که آنرا(انولیوشن) مقدارموجودمثل مال وکعب ومالمال وغیره گویند*

قاعده مقدار مطلوب مضلع رادرذات خودش بعدة عددمنزل مضاع مطلوب واحدکم مرة بعداخرى ضرب سازند یاعدد منزل آن مقدار رادرعدد منزل مضلع مطلوب ضرب ساخته حاصل رابالاي همان مقدار برای علامت ونشان مرقوم سازند که آن علامت دالّ برمضلع مطلوب باشد وبایددانست که هرگاه جذرمثبت باشد جمیع مضلعات آن هم مثبت خواهد بود و هرگاه جذرمنفي باشد جمیع مضلعات آن که درمنازل زوج اند مثبت خواهند بود ومضلعات منازل فرد منفي و درمضلعات نزولي هرمقدارمضلعات صعودي مخرج آن مخرج واقع میشوند و مضلعات صورت کسردرصورت مضلع مطلوب می افتند یعني مضلعات صورت کسرمنسوب برمضلعات مخرج میشوند مثلا مضلع کعب $\frac{۲}{۳} = \frac{۸}{۲۷}$ *

قاعدۀ دیگراگرعدد منزل رابحروف ن یا م تعبیر کرده باشند وبخواهند که مضلعی دیگر ازان بسازند پس ن رادرعدد منزل مطلوب ضرب کرده حاصل رافوق حرف معلوم بنویسند مثلا اگربخواهندکه کعب م بسازند پس ن رادرسه که عدد منزل کعب است ضرب کرده فوق م نویسند بدینصورت $\text{م}^{۳\text{ن}}$

مثال اول *	مثال دویم *
م ضلع اول	$\text{م}^{۲}$ ضلع اول
$\text{م}^{۲}$ = مجذور	$\text{م}^{۴}$ = مجذور
$\text{م}^{۳}$ = کعب	$\text{م}^{۶}$ = کعب
$\text{م}^{۴}$ = مالمال	$\text{م}^{۸}$ = مالمال
$\text{م}^{۵}$ = مالکعب ⁂	$\text{م}^{۱۰}$ = مالکعب ⁂

مثال سیوم *

−۳ م ضلع اول
+۹ م^{2} = مجذور
−۲۷ م^{3} = کعب
+۸۱ م^{4} = مالمال
−۲۴۳ م^{5} = مالکعب ∴

مثال چہارم *

−۲ م ک^{2} ضلع اول
+۴ م^{2} ک^{4} = مجذور
−۸ م^{3} ک^{6} = کعب
+۱۶ م^{4} ک^{8} = مال مال
−۳۲ م^{5} ک^{10} = مالکعب ∴

مثال پنجم *

ک / م ضلع اول
ک^{2} / م^{2} = مجذور
ک^{3} / م^{3} = کعب
ک^{4} / م^{4} = مالمال ∴

مثال ششم *

−۲ م ک^{2} / ۳ ب ضلع اول
+۴ م^{2} ک^{4} / ۹ ب^{2} = مجذور
−۸ م^{3} ک^{6} / ۲۷ ب^{3} = کعب
+۱۶ م^{4} ک^{8} / ۸۱ ب^{4} = مالمال ∴

مثال ہفتم *

ک + م = جذر یعنی ضلع اول
ک + م
ک^{2} + ک م
+ ک م + م^{2}
ک^{2} + ۲ ک م + م^{2} = مجذور
ک + م
ک^{3} + ۲ ک^{2} م + ۱ ک م^{2}
+ ۱ ک^{2} م + ۲ ک م^{2} + م^{3}
ک^{3} + ۳ ک^{2} م + ۳ ک م^{2} + م^{3} = کعب ∴

* سؤال حاصل کعب ۲ م^{2} ∴ جواب ۸ م^{6} *
* سؤال حاصل مالمال ۲ م ک ∴ جواب ۱۶ م^{4} ک^{4} *
* سؤال حاصل کعب − ۸ ک^{3} ے ∴ جواب − ۵۱۲ ک^{9} ے^{3} *
* سؤال حاصل مالمال ۲ م^{2} ک / ۳ ب ∴ جواب ۱۶ م^{8} ک^{4} / ۸۱ ب^{4} *

قاعدہ (سر آیزک نیوٹن) نامی قاعدہ برای ساختن مضلعات مقادیر کہ مرکب از دو حرف باشند مثبت بوند خواہ منفی خواہ مختلف از اصول منازل مقرر ساختہ میگوید کہ اول نام مضلعات ماقبل مضاع مطلوب برای ہر دو حرف علی عکس ترتیب نوشتہ باہم ضرب سازند وطریقش این است کہ اول عدد منزل مضاع مطلوب را نوشتہ و واحد از ان کم کردہ

باقي را در يمين او بنگارند و باز از ان واحد كم كرده در يمين او بنهند و همچنين تا صفر برسند و تحت آن باز عدد منزل مضلع مطلوب را نوشته و واحد از ان كم كرده در يسار نويسند و باز از ان واحد كم كرده در يسار آن بنگارند و همچنين باز تا بصفر برسند كه آن اعداد منازل مضرو بين هر دو حرف اند پس آنها را باعتبار همان منزل باهم ضرب سازند و بعد از ان اعداد اصول منزل پيدا كنند و طريقش آن است كه اول واحد و عدد منزل مطلوب نوشته بعد از ان عدد منزل مضلع مطلوب را در عدد منزل ماقبلش ضرب نموده بر دو قسمت كنند و حاصل را در عدد منزل كه ماقبل آن است ضرب ساخته بر سه قسمت سازند و همچنين تا آخر برسند پس اين حاصلات را كه اعداد اصول منازل اند ما قبل مضروبات سابق بگذارند كه مطلوب برآيد و بايد دانست كه اگر نشان هر دو حروف مثبت است پس همه حروفهاي آن مضلع مثبت خواهند بود و اگر نشان هر دو منفي باشد پس اگر مضلع مطلوب بمنزل فرد است همه حروف در مضلع مذكور منفي خواهند بود و اگر مضلع مطلوب در منزل زوج است همه حروف مثبت خواهند افتاد و اگر مختلف اند پس همه حروف كه در مرتبهٔ فرد اند مثبت خواهند بود و حروف مرتبهٔ زوج منفي چنانكه از امثله مفصل مفهوم خواهد شد * مثال اول خواستم كه مالكعب $\text{م} + \text{ک}$ بسازم چون مالكعب منزل پنجم است لهذا عدد منزل را براي هر دو حرف بقاعدهٔ مرقومة الصدر علي عكس ترتيب نوشتم بدينصورت

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵
۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

بعد از ان اين اعداد هر دو سطر را اعداد منازل هر دو حرف فرض كرده و نوشته باهم ضرب ساختم بدينصورت

$$\text{م}^{5} + \text{م}^{4} + \text{م}^{3} + \text{م}^{2} + \text{م}^{1} + 0 \quad \text{مضروب}$$

$$0 + \text{ک}^{1} + \text{ک}^{2} + \text{ک}^{3} + \text{ک}^{4} + \text{ک}^{5} \quad \text{مضروب فيه}$$

$$\text{م}^{5} + \text{م}^{4}\text{ک} + \text{م}^{3}\text{ک}^{2} + \text{م}^{2}\text{ک}^{3} + \text{م}\,\text{ک}^{4} + \text{ک}^{5} \quad \text{حاصل}$$

بعد از ان اعداد اصول منازل آن بهم رسانيدم بدينصورت شد $\frac{1\times 5}{1}$ و $\frac{5\times 4}{2}$ و $\frac{10\times 3}{3}$ و $\frac{10\times 2}{4}$ و $\frac{5\times 1}{5}$ اعني ۱ و ۵ و ۱۰ و ۱۰ و ۵ و ۱ پس اين اعداد ما قبل مضروبات سابق نوشتم بدينصورت شد

$$\text{م}^{5} + 5\,\text{م}^{4}\text{ک} + 10\,\text{م}^{3}\text{ک}^{2} + 10\,\text{م}^{2}\text{ک}^{3} + 5\,\text{م}\,\text{ک}^{4} + \text{ک}^{5}$$

و اين مضلع مطلوب است *

مثال دويم خواستم كه كعب كعب $\text{ک} - \text{م}$ بدانم چون كعب كعب منزل ششم است لهذا منازل را بدينصورت نوشتم

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶
۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

پس مضلعات حرفين بهمان ترتيب مذكور نوشته باهم ضرب

ساختم بدینصورت $ک^{6} + ک^{5} + ک^{4} + ک^{3} + ک^{2} + ک^{1} + 0$ مضروب

$0 - م^{1} + م^{2} - م^{3} + م^{4} - م^{5} + م^{6}$ مضروب فیه

$ک^{6} - ک^{5} م + ک^{4} م^{2} - ک^{3} م^{3} + ک^{2} م^{4} - ک م^{5} + م^{6}$ حاصل ضرب

۲×۱۵ ۳×۲۰

بعدازان اعداد اصول منازل راحاصل کردم بدینصورت شد $\frac{1 \times 6}{1}$ و $\frac{6}{2}$

۶×۱ اعني ۱ و۶ و۱۵ و۲۰ و۱۵ و۶ و۱ این اعداد اصول منازل شد آن را

بترتیب نوشتم پس $ک^{6} - 6 ک^{5} م + 15 ک^{4} م^{2} - 20 ک^{3} م^{3} + 15 ک$

فائده باید دانست که مجموع اعداد اصول منازل هر مضلعات مساوي

تابهمان منزل مثلا مجموع اعداد اصول منازل کعب مساوي کعب دواست

اصول منازل مال مال مساوي مال‌مال دواست وهکذا چراکه اصول منازل باعد

وتفصیل این در باب اول دربیان مضلعات گذشت مثلا ۱ + ۱ که اصول منزل

که نیز ضلع اول است و ۱ + ۲ + ۱ که اعداد اصول منزل مجذوراست = ۴ مجذ

و ۱ + ۳ + ۳ + ۱ که اعداد اصول منزل کعب است = ۸ کعب دواست وهکذا *

فائده چون ازروی قاعدهٔ مرقومة الصدر معلوم شد که مضروبین هردو حروف

المضلع یکی صعودي ودیگری نزولي متناظرمی باشد ونیز اعداد اصول منزل مسطح عدد

مضلع اعظم في عددمنزل مضلع ماقبل خود مقسوم علی ۲ و ۳ و ۴ علی سبیل الترتیب

دربنصورت ممکن است که بیک مرتبه مضلع مطلوب حاصل نمایند مثلا اگر عدد منزل را

فرض کنم پس نویسم بدینصورت $(م + ب)^{ن} = م^{ن} + ن \times م^{ن-1} \times ب + ن \times \frac{ن-1}{2} \times م^{ن-2} \times ب^{2} +$

$ن \times \frac{ن-1}{2} \times \frac{ن-2}{3} \times م^{ن-3} \times ب^{3}$ وغیره ؛ مثال دیگر * $(م - ب)^{ن} = م^{ن} - ن \times م^{ن-1} \times ب +$

$ن \times \frac{ن-1}{2} \times م^{ن-2} \times ب^{2} - ن \times \frac{ن-1}{2} \times \frac{ن-2}{3} \times م^{ن-3} \times ب^{3}$ وغیره *

مطلب هفتم دراستخراج ضلع اول مضلعات علی وجه العام که آن را (ایول یوشن)

گویند وآن عکس قاعدهٔ ساختن مضلعات است واستخراج ضلع اول وترکیب معلوم کردن ضلع

مجذور وضلع کعب وغیره مقادیر معلومه است مفرد باشند یا مرکب ودران چند بیان است *

بیان اول در بهمرسانیدن ضلع اول مقادیر مفرده وطریقش آن است ۹ ک^۲ — ۶۴ برارم نوشتم
حروف مفرده باعتبار همان منزل بهمرسانند تا که ماقبل ضلع اول مضلع حروف (ک^۲ + ۲ ک — ۴
ازان حروف یا حرف برعدد منزل مضلع مطلوب قسمت کرده حرف یا حروف
که سابق خارج شده اند ماقبل این حرف یا حروف مستخرجه برنگارند که ضلع اول
فائده ضلع اول مضلع مثبت که بمنزل زوج باشد مثبت ومنفي هردو میتواند
مجذور برای + مر^۲ مثبت مر و منفي مر هردو میتواند شد بدینصورت (+ مر) × (+
ونیز (— مر) × (— مر) = + مر^۲ و هر مضلع که درمنزل فرد واقع شود ضلع اول او مساو
آن مضلع خواهد بود اعني اگر آن مضلع مثبت است ضلع اول آن هم مثبت خواهد بضلع
واگر منفي است منفي خواهد برآمد زیرا که ضلع کعب + مر^۳ مثبت مر است وضلع کعب — مر
منفي مر است بدینصورت (+ مر) × (+ مر) × (+ مر) = + مر^۳ و (— مر) × (— مر) × (— مر)
= — مر^۳ وضلع اول مضلع منفي که درمنزل زوج باشد ممتنع است چرا که ضلع اول آن
نه مثبت میتواند شد ونه منفي *

فائدهٔ دیگر ضلع اول مسطح المضلعين مساوي مسطح ضلعين مضروبين مي باشد *

فائده ضلع اول مضلع کسر ضلع اول صورت کسر منسوب علی ضلع اول مخرج است *

مثال اول خواستم که جذر ۹ ک^۲ بدانم پس نوشتم بدینصورت $\sqrt{۹ ک^۲} = ۳ ک^{\frac{۲}{۲}} = ۳ ک$ وهوالمطلوب *

مثال دیگر خواستم که ضلع کعب ۸ ک^۳ بدانم نوشتم بدینصورت $\sqrt[۳]{۸ ک^۳} = ۲ ک^{\frac{۳}{۳}} = ۲ ک$ * مثال دیگر

خواستم که ضلع مجذور $\frac{۳ ک^۲ ے^۲}{۴ مر^۲}$ بدانم نوشتم بدینصورت $\sqrt[۲]{\frac{۳ ک^۲ ے^۲}{۴ مر^۲}} = \frac{ک ے × \sqrt{۳}}{۲ مر}$ * مثال دیگر

اگر ضلع کعب $\frac{۱۶ ک^۴ ے^۳}{۲۷ مر^۳}$ بدانم نوشتم بدینصورت $\sqrt[۳]{\frac{۱۶ ک^۴ ے^۳}{۲۷ مر^۳}} = \frac{۲ ک ے × \sqrt[۳]{۲ ک}}{۳ مر}$ زیرا که

چون درینجا مقصود ضلع کعب است لهذا اول صورت کسر را باعتبار مضروبين فرض کردم که
احد المضروبين کعب باشد بدینصورت شد ۸ × ۲ ک × ک^۳ ے^۳ وبعد ازان ضلع کعب هریکی
از مضروبين که ممکن بود برآوردم ضلع کعب هرکدام که ممکن نبود بالای آن نشان ضلع کعب

ساختم بدینصورت ک^٦ + م^٦ هند وحرف دویم را که مقسوم مفروض است بران قسمت کنند
۰ − اول نوشته برای مجموع مضلع مطلوب الضلع درست کرده از ارقام
ک^٦ چنانکه پیشتر کرده بودند وهمچنین تاکه مجموع تمام شود مثلاً اگرخواهند
بعدازان اعداد اصولیج کنند اول برای رقم اول ضلع کعب استخراج کرده وکعب آنرا ساقط نموده
۶×۱ اعني او ۶ وز رقم اول باشد تحت خط عرضي نویسند وباز ضلع خارج را مجذور نموده
ساخته که درحقیقت سه مجذور ربود مقسوم علیه قرار دهند ورقم دویم از ارقام مضاع
بترتیب نوشته ضلع را بران قسمت سازند وخارج را باخارج اول جمع کرده کعب مجموع بسازند وآنرا
فائده مضلع مطلوب الضلع بلالحاظ تفریق سابق باز تفریق کنند وباقي را مع دو حرف دیگرکه
تابهما ا وزآن باشد تحت خط عرضي نوشته بدستور برای خارج ثالث عمل نمایند وهکذا
اصا عمل تمام شود *

فائده ازین قاعده عموما در مضلعات اعظم هیچ دشواري در استخراج ضلع اول نمیشود
بلکه گاه گاه بآساني ضلع اول مرکبات خارج میشوند ؛ مثال خواستم که ضلع اول این حروف
که مجذور است برآرم م^٤ − ٢ م^٣ ک + ٣ م^٢ ک^٢ − ٢ م ک^٣ + ک^٤ نوشتم بدینصورت

م^٤ − ٢ م^٣ ک + ٣ م^٢ ک^٢ − ٢ م ک^٣ + ک^٤ (م^٢ − م ک + ک^٢

م^٤

٢ م^٢) − ٢ م^٣ ک + ٣ م^٢ ک^٢

م^٤ − ٢ م^٣ ک + م^٢ ک^٢

٢ م^٢) + ٢ م^٢ ک^٢

م^٤ − ٢ م^٣ ک + ٣ م^٢ ک^٢ − ٢ م ک^٣ + ک^٤ ؞

والخارج اي م^٢ − م ک + ک^٢ هو ضلع مجذور مطلوب ؞

مثال دیگر خواستم که ضلع کعب $ک^{۶}$ + ۶ $ک^{۵}$ − ۴۰ $ک^{۳}$ + ۹۶ ک − ۶۴ برارم نوشتم بدینصـــــورت ❊ $ک^{۶}$ + ۶ $ک^{۵}$ − ۴۰ $ک^{۳}$ + ۹۶ ک − ۶۴ ($ک^{۲}$ + ۲ ک − ۴

$ک^{۶}$

۳ $ک^{۴}$) + ۶ $ک^{۵}$

$ک^{۶}$ + ۶ $ک^{۵}$ + ۱۲ $ک^{۴}$ + ۸ $ک^{۳}$

۳ $ک^{۴}$) − ۱۲ $ک^{۴}$

$ک^{۶}$ + ۶ $ک^{۵}$ − ۴۰ $ک^{۳}$ + ۹۶ ک − ۶۴ *

فائده طریق دیگر برای استخراج ضلع اول مضلعات مرکبه این است که حروفهای مضلع مطلوب الضلع را ملاحظه کرده حرف های چند بحسب مناسب مقصود از ان استنباط نموده باهم بنشان مثبت خواه منفي ضلع اول قرار دهند و برای آن مضلع مطلوب الضلع درست سازند اگر مطابق افتد فهوا لمطلوب والّا نشانهای مثبت و منفي را باهم تبدیل ساخته ضلع اول بامتحان حاصل سازند *

فائده این نحیف مترجم میگوید که از قاعدهٔ مرقومة الصدر معلوم میشود که در کتب اهل فرنگ ترکیب استخراج ضلع اول مضلعات بوجه عام بطوریکه در مطلب دهم باب اول که برای استخراج ضلع اول مضلعات عددی مرقوم شده نیست چراکه اگر بهمان طریق درینجا هم از روی جدول و تعیین صفوف برای مضلعات سابقه استخراج ضلع اول نمایند بسیار سهل میشود وچون ظاهر است که قواعدیکه درینجا بصدر مذکور گردیده منحصر بر مضلعات منطقه است لهذا رعایت یک امر درجدول ضرور است اعني در ارقام مضلع مطلوب الضلع نظر باید کرد که جمیع مضلعات سابقه بترتیب مرقوم شوند واگر کدام یکی از مضلعات سابقه دران موجود نباشد پس برای آن یک خانه خالي بگذارند و دران صفر نهند و مراد از مضلعات سابقه مضلعات حرف اول است که در مضلعات حرف دویم یا سیوم ضرب یافته مرقوم شوند چنانچه از مثال مفصل مفهوم شود مثلا خواستم که ضلع کعب $ک^{۶}$ + ۶ $ک^{۵}$ − ۴۰ $ک^{۳}$ + ۹۶ ک − ۶۴ بدانم چون در ارقام مذکوره مال مال ک ومال ک مرقوم نیست لهذا درجدول دو خانه زائد کشیدم ودر مقام ما لمال که بعد از ما لکعب است صفر نهادم وهمچنین در مقام مال که بعد از کعب است

صفر نوشتم وصفوف ضلع ومال درمیان جدول منفصل کرده بطوریکه ضلع کعب برای اعداد خارج میکردم درینجا نیز خارج نمودم وصورت آن عمل هکـــــــذا (شکل ۱۶۳)

مثال دیگر خواستم که ضلع مال المال این ۱۶ مر^۴ − ۹۶ مر^۳ ک + ۲۱۶ مر^۲ ک^۲ − ۲۱۶ ک^۳ + ۸۱ ک^۴ بدانم پس بطریق مذکور جدول کشیده استخراج کردم صورت العمل هکذا (شکل ۱۶۴)

مطلب هشتم دربیان اصم الجذر وآنرا (سرد) گویند

بدانکه اصم الجذر مقداری است که ضلع اول او صحیح نباشد وضلع اول آنرا هرگاه ضرور شود از علامت کسور عدد منزل یا از وسیلهٔ نشان ضلعیکه بدینصورت ([ ) است تعبیر میکنند اعني ضلع مجذور عدد دو بدینصورت ۲ ^۱/۲ خواه [۲ وضلع کعب مجذور ۳ بدینصورت ۳ ^۲/۳ خواه بدینصورت ^۳[۹ پس همه جا صورت کسر عدد اصول مضلع مع مخرج مضاف علامت ضلع میشود اعني درحقیقت این نشان موضوع برای ضلع اول است وچون ضلع اول یک مضلع مفرد مطلوب باشد حرف واحد رابرعدد منزل آن مضلع منسوب میسازند واگر ضلع اول مضلع مضاف بر مضلع آخر مطلوب بود عدد مضاف الیه را منسوب برعدد منزل آن مضلع که مضاف است میکنند چنانکه از امثله واضح است مثلاً ضلع مال بدینصورت ۱/۲ وضلع کعب ۱/۳ وضلع کعب مجذور بدینصورت ۱/۴ وضلع مجذور کعب ۳/۲ وضلع مجذور مال مال ۴/۲ وضلع مال مال مجذور ۲/۴ وهکذا ودرین مطلب چند مسئله است *

مسئلهٔ اولی درنوشتن مقداریکه بلانشان جذری باشد مثل ضلع اصم الجذر وطریقش آن است که مضلع آن مقدار حاصل کنند ودریمین آن علامت ضلعی گذارند مثلاً خواستم که سه را ضلع مجذور بسازم چون ۳ × ۳ = ۳ ^۲ = ۹ پس بالاي آن نشان جذر نهادم بدینصورت شد [۹ خواه ۹ ^۱/۲ وهوالمطلوب ∴ مثال دویم خواستم که ۲ ک^۳ را ضلع کعب بسازم چون ۲ ک^۲ × ۲ ک^۲ × ۲ ک^۲ = (۲ ک^۲)^۳ = ۸ ک^۶ پس دریمین آن نشان ضلعي نهادم بدینصورت شد ^۳[۸ ک^۶ خواه (۸ ک^۶) ^۱/۳ وهوالمطلوب ∴ مثال سیوم خواستم که ۱/۲ ک کے را ضلع مجذور بسازم چون ۱/۲ ک کے × ۱/۲ ک کے = ۱/۴ ک^۲ کے^۲ پس نشان جذر دریمین آن نهادم بدینصورت شد [۱/۴ ک^۲ کے^۲ *

مسئلهٔ دویم درطریق فرود آوردن مقادیر مختلفة المنازل تحت نشان ضلع یک مضلع دیگر

۲م				- ۳ک	
۱۶ م^{۴} ۱۶ م^{۴}	- ۹۶ م^{۳} ک - ۹۶ م^{۳} ک	+ ۲۱۶ م^{۲} ک^{۲} + ۲۱۶ م^{۲} ک^{۲}	- ۲۱۶ م ک^{۳} - ۲۱۶ م ک^{۳}	+ ۸۱ ک^{۴} + ۸۱ ک^{۴}	صف کب
	+ ۳۲ م^{۳}	- ۷۲ م^{۲} ک	+ ۷۲ م ک^{۲}	- ۲۷ م ک^{۳}	
+ ۲۴ م^{۳} + ۸ م^{۳}					
		+ ۲۴ م^{۲}	- ۲۴ م ک	+ ۹ ک^{۲}	صف ال
+ ۱۲ م^{۲} + ۱۲ م^{۲}					
+ ۸ م^{۲} + ۴ م^{۲}					
			۶ م	- ۳ ک	
+ ۲ م + ۶ م					صف ضلع
+ ۲ م + ۴ م					
+ ۲ م + ۲ م					

معین مشترک بحیثیتیکه همه اضلاع درهردو صورت جدا جدا مساوی القدر باشند چنانکه ضلع مال مال ۲۵۶ وضلع کعب کعب ۶۴ را تحت نشان ضلع مال بنویسم اعنی همان مقدار ضلع مال مال ۲۵۶ را که چهار است تعبیر بجذرکنم وهمان ضلع کعب کعب ۶۴ را که دواست تعبیر بجذر نمایم وگویم جذرالجذر ۲۵۶ وجذرالکعب ۶۴ طریقش آن است که اعداد منزلهای مقادیر را بر عدد منزل مشترک معین جداجدا قسمت نمایند که خارج القسمة یاعدد منزل نوجدا جدا برای آن مقادیر شود پس بالای آن عدد منزل مضلع معین مشترک رابنویسند که حاصل ترکیب مساوی مقادیر مطلوب است وباید دانست که عدد منزل معین مشترک درساختن این مقادیر ازیک مخرج مشترک اصل واقع میشود * مثال اول خواستم که $15^{\frac{1}{4}}$ و $9^{\frac{1}{6}}$ را تحت عدد منزل $\frac{1}{2}$ بیارم بحیثیتیکه مقدار آنها مساوی سابق باشد پس قسمت کنم عدد منزل هردو مقادیر را بدینصورت *

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$ خارج قسمت عدد منزل مقدار اول

$$\frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$ خارج قسمت عدد منزل مقدار ثانی

پس آنرا بالای مقادیر مذکوره جدا جدا نوشته بالای آن عدد منزل مشترک را نوشتم بدینصورت $\left(15^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$ و $\left(9^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ مقدار مطلوب است * مثال دویم خواستم که $م^{2} + ک^{\frac{1}{4}}$ را تحت منزل $\frac{1}{3}$ بیارم پس قسمت کردم عدد منزل هردو مقادیر را بدینصورت شد *

$$2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = \frac{6}{1} = 6$$ خارج قسمت مقدار اول

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{4}$$ خارج قسمت مقدار ثانی

پس آنرا بالای مقادیر مذکوره جدا جدا نوشته بالای آن عدد منزل مشترک را نوشتم بدینصورت شد $\left(م^{6}\right)^{\frac{1}{3}}$ و $\left(ک^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}$ * مثال سیوم خواستم که $3^{\frac{1}{2}}$ و $2^{\frac{1}{3}}$ از عدد منزل مشترک $\frac{1}{6}$ بسازم بدستور مذکور قسمت کردم *

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{2} = 3 \;*\; \frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{3} = 2$$

منسوب کردم بدینصورت شد $\left(3^{3}\right)^{\frac{1}{6}} + \left(2^{2}\right)^{\frac{1}{6}} = (27)^{\frac{1}{6}} + (4)^{\frac{1}{6}}$ * مثال چهارم خواستم

که $م^{\frac{۱}{۴}} + ت^{\frac{۱}{۴}}$ را از عدد منزل مشترک $\frac{۱}{۸}$ بسازم بعد اتمام عمل بدستور مذکور بدینصورت شد *

$$\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۸}{۱} = \frac{۸}{۲} = ۴ \quad * \quad \frac{۱}{۴} \div \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۴} \times \frac{۸}{۱} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

حاصل بدینصورت شد $(م^{۴})^{\frac{۱}{۸}} + (ت^{۲})^{\frac{۱}{۸}}$ *

مسئلهٔ سیوم در فرود آوردن اصم الجذر بطرف حروف اقل اعني رجوع باقل نمودن طریقش آن است که در آن اصم الجذر مضلع اعظم طلب کنند که مضروب آن در مساوي آن اصم الجذر باشد پس ضلع آن مضلع را ماقبل آن عدد مضروب فیه نوشته درمیان آن هردو نشان ضلعی که بالای آن اصم الجذر بود ثبت نمایند ودرصورتیکه آن اصم الجذر مشتمل بر مضلع صحیح نباشد پس دیگر حروف که اقل از ان ممکن نبود تجویز نمایند بحیثیتیکه مضروب آنها در عددی مساوي آن اصم الجذر بود چنانکه از مثال بخوبي فهم شود انشاء الله تعالی ٭ مثال اول خواستم که $\sqrt{۴۸}$ را رجوع باقل نمایم چون $\sqrt{۴۸} = \sqrt{(۳\times۱۶)} = \sqrt{۱۶}\times\sqrt{۳} = ۴\times\sqrt{۳} = ۴\sqrt{۳}$ وهو المطلوب ٭ مثال دویم خواستم $\sqrt[۳]{۱۰۸}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt[۳]{۱۰۸} = \sqrt[۳]{(۴\times۲۷)} = \sqrt[۳]{۲۷}\times\sqrt[۳]{۴} = ۳\times\sqrt[۳]{۴} = ۳\sqrt[۳]{۴}$ وهو المطلوب ٭ مثال سیوم $\sqrt{۱۲۵}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt{۱۲۵} = \sqrt{(۵\times۲۵)} = \sqrt{۲۵}\times\sqrt{۵} = ۵\times\sqrt{۵} = ۵\sqrt{۵}$ وهو المطلوب ٭ مثال چهارم $\sqrt{\frac{۶۴}{۱۴۷}}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt{\frac{۶۴}{۱۴۷}} = \sqrt{\frac{۳\times۱۸}{۳\times۴۹}} = \sqrt{\frac{۱۸}{۴۹}} = \frac{\sqrt{۲\times۹}}{\sqrt{۴۹}} = \sqrt{\frac{(۲\times۹)}{۴۹}} = \frac{۳}{۷}\times\sqrt{۲} = \frac{۳}{۷}\sqrt{۲}$ وهو المطلوب ٭ مثال پنجم $\sqrt[۳]{۲۴۳}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt[۳]{۲۴۳} = \sqrt[۳]{(۹\times۲۷)} = \sqrt[۳]{۲۷}\times\sqrt[۳]{۹} = ۳\times\sqrt[۳]{۹} = ۳\sqrt[۳]{۹}$ وهو المطلوب ٭ مثال ششم $\sqrt[۳]{\frac{۱۶}{۸۱}}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt[۳]{\frac{۱۶}{۸۱}} = \sqrt[۳]{\frac{۱۴۴}{۷۲۹}} = \sqrt[۳]{(۱۸\times\frac{۸}{۷۲۹})} = \sqrt[۳]{۱۸}\times\frac{۲}{۹} = \frac{۲}{۹}\sqrt[۳]{۱۸}$ ٭ مثال هفتم $\sqrt{۹۸مک}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt{۹۸مک} = \sqrt{(۴۹م^{۲}\times۲ک)} = ۷م\times\sqrt{۲ک} = ۷م\sqrt{۲ک}$ وهو المطلوب ٭ مثال هشتم $\sqrt[۳]{(ک^{۳} - م^{۲}ک^{۳})}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt[۳]{(ک^{۳} - م^{۲}ک^{۳})} = \sqrt[۳]{ک^{۳}}\times\sqrt[۳]{(ک - م^{۲})} = ک\times\sqrt[۳]{(ک - م^{۲})} = ک\sqrt[۳]{(ک - م^{۲})}$

وهو المطلوب ❊ مثال نهم $\sqrt[۳]{م^۳ک + ۳م^۳ک^۲}$ هرچند جواب این در کتاب انگریزی مرقوم نبود لیکن این ضعیف میگوید که چون $\sqrt[۳]{م^۳ک + ۳م^۳ک^۲} = \sqrt[۳]{م^۳ × (ک + ۳ک^۲)} =$ $م × \sqrt[۳]{(۳ک^۲ + ک)} = م\sqrt[۳]{(۳ک^۲ + ک)}$ وهو المطلوب ❊

مسئلهٔ چهارم در جمع مقادیر اصم الجذر و طریقش آنست که اول این همه مقادیر را از یک منزل مشترک بهم رسانند بموجب مسئلهٔ دویم و بعد از ان همه کسور را از همان مخرج مشترک درست کنند و رجوع با قل نمایند بموجب مسئلهٔ سیوم پس اگر در همه مقادیر کسور صحیحه از یک مخرج برایند آنها را در همه حصه مقدارهای غیرنشان جذری جمع کرده با نشان ضرب مینویسند که مجموع مطلوب خواهد بود و اگر آن کسور در همه مقدارها مساوی اصل که مخرج مشترک است واقع نشود بعینه جمع خواهد شد با نشانهای مثبت و منفی ❊ مثال اول خواستم که $\sqrt{۲۷} + \sqrt{۴۸}$ را جمع کنم چون $\sqrt{۲۷} = \sqrt{(۹ × ۳)} = ۳ × \sqrt{۳}$ ❊ و نیز $\sqrt{۴۸} = \sqrt{۱۶} × \sqrt{۳} = ۴ × \sqrt{۳}$ پس مجموع $۳\sqrt{۳} + ۴\sqrt{۳} = (۳ + ۴) × \sqrt{۳} = ۷\sqrt{۳}$ وهو المطلوب ❊ مثال دویم خواستم که $\sqrt[۳]{۵۰۰} + \sqrt[۳]{۱۰۸}$ را جمع کنم چون $\sqrt[۳]{۵۰۰} = \sqrt[۳]{(۱۲۵ × ۴)} = ۵\sqrt[۳]{۴}$ ❊ و نیز $\sqrt[۳]{۱۰۸} = \sqrt[۳]{(۲۷ × ۴)} = ۳\sqrt[۳]{۴}$ درینصورت $۵\sqrt[۳]{۴} + ۳\sqrt[۳]{۴} = (۵ + ۳) × \sqrt[۳]{۴} = ۸\sqrt[۳]{۴}$ وهو المطلوب ❊

مثال سیوم $\sqrt{۷۲} + \sqrt{۱۲۸}$ را جمع کنم چون $\sqrt{۷۲} = \sqrt{(۳۶ × ۲)} = ۶\sqrt{۲}$ ❊ و نیز $\sqrt{۱۲۸} = \sqrt{(۶۴ × ۲)} = ۸\sqrt{۲}$ پس مجموع هردو $۱۴\sqrt{۲}$ مطلوب است ❊ مثال چهارم $\sqrt{۲۷} + \sqrt{۱۴۷}$ را جمع کنم چون $\sqrt{۲۷} = \sqrt{(۹ × ۳)} = ۳\sqrt{۳}$ ❊ و نیز $\sqrt{۱۴۷} = \sqrt{۴۹ × ۳} = ۷\sqrt{۳}$ پس مجموع هردو $۱۰\sqrt{۳}$ مطلوب است ❊ مثال پنجم $\sqrt{\frac{۲}{۳}} + \sqrt{\frac{۲۷}{۵۰}}$ را جمع کنم چون مخرج مشترک ۱۵۰) است پس کسور آن هردو گرفتم $\sqrt{\frac{۱۰۰}{۱۵۰}} + \sqrt{\frac{۸۱}{۱۵۰}}$ شد پس $\sqrt{\frac{۱۰۰}{۱۵۰}} = \sqrt{\frac{۱۰۰}{۲۵} × \frac{۱}{۶}}) = \frac{۱۰}{۵}\sqrt{\frac{۱}{۶}} = \frac{۱۰}{۳۰}\sqrt{۶}$ ❊ و نیز $\sqrt{\frac{۸۱}{۱۵۰}} = \sqrt{\frac{۸۱}{۲۵} × \frac{۱}{۶}} = \frac{۹}{۵}\sqrt{\frac{۱}{۶}} = \frac{۹}{۳۰}\sqrt{۶}$ ❊ پس مجموع هردو $\frac{۱۹}{۳}\sqrt{۶}$ مطلوب است ❊

مثال ششم $\sqrt[۳]{۴۰} + \sqrt[۳]{۱۳۵}$ را جمع کنم چون $\sqrt[۳]{۴۰} = \sqrt[۳]{(۵ × ۸)} = ۲\sqrt[۳]{۵}$ ❊ و نیز $\sqrt[۳]{۱۳۵} = \sqrt[۳]{۲۷ × ۵} =$

$3\sqrt[3]{5}$ پس مجموع هردو $5\sqrt[3]{5}$ مطلوب است * مثال هفتم $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + 5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ را جمع کنم چون $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$
در مخرج $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ داخل بود لهذا اول $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ را رجوع باقل نمودم بدینصورت $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}} =$
$5\sqrt[3]{\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}} = 5\times\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ * و هرگاه آنرا با $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ جمع کردم $\frac{11}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ شد پس مخرجین را باهم ضرب
کرده ترفیع نمودم $\frac{11}{8}\sqrt[3]{16}$ مطلوب برآمد * مثال هشتم $2\sqrt[3]{\text{م}^3\text{ب}} + 3\sqrt[3]{64\,\text{ب}\,\text{ک}^4}$ را جمع کنم
چون $2\sqrt[3]{\text{م}^3\text{ب}} = 2\,\text{مب}$ * و نیز $3\sqrt[3]{64\,\text{ب}\,\text{ک}^4} = 3\times 8\sqrt[3]{\text{ب}\,\text{ک}^4} = 24\,\text{ک}\sqrt[3]{\text{ب}}$
پس هردو را جمع نمودم $2\,\text{مب} + 24\,\text{ک}\sqrt[3]{\text{ب}}$ مطلوب شد * مثال نهم $9\sqrt{243} +$
$10\sqrt{363}$ را جمع کنم چون $9\sqrt{243} = 9\sqrt{(3\times 81)} = 9\times 9\sqrt{3} = 81\sqrt{3}$ * و نیز $10\sqrt{363} =$
$10\sqrt{(3\times 121)} = 10\times 11\sqrt{3} = 110\sqrt{3}$ و مجموع هردو $191\sqrt{3}$ و آن مطلوب است *
مثال دهم $\sqrt{27\,\text{م}^4\text{ک}} + \sqrt{3\,\text{م}^2\text{ک}}$ را جمع کنم چون $\sqrt{27\,\text{م}^4\text{ک}} = \sqrt{9\,\text{م}^4\times 3\,\text{ک}} =$
$3\,\text{م}^2\sqrt{3\,\text{ک}}$ * و نیز $\sqrt{3\,\text{م}^2\text{ک}} = \sqrt{(\text{م}^2\times 3\,\text{ک})} = \text{م}\sqrt{3\,\text{ک}}$ پس مجموع هردو $(3\,\text{م}^2+\text{م})\sqrt{3\,\text{ک}}$
و هو المطلوب * مثال یازدهم خواستم که $\sqrt[4]{400} + \sqrt[6]{512000}$ را جمع کنم چون مختلف المنازل
بودند لهذا هردو را از منزل مال گرفتم چراکه هردو منزل زوج است پس بموجب مسئلهٔ ثانیه هرگاه
هردو را بر منزل مال قسمت کردم $(400^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} + (512000^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}$ برآمد چون کسور آن هردو
صحیح بود اعنی جذر ۴۰۰ گرفتم ۲۰ شد و ضلع کعب ۵۱۲۰۰۰ گرفتم هشتاد برآمد پس $\sqrt{20} +$
$\sqrt{80}$ را جمع کردم $\sqrt{20} = \sqrt{(5\times 4)} = 2\sqrt{5}$ و $\sqrt{80} = \sqrt{(5\times 16)} = 4\sqrt{5}$ پس مجموع
مساوی $6\sqrt{5}$) است و هو المطلوب و باید دانست که این مثال در اصل کتاب نبود *

مسئلهٔ پنجم در تفریق اصم الجذر از یک دیگر و طریقش آنست که منقوص و منقوص منه را
از یک مخرج مساوی القدر درست کنند پس منقوص را از منقوص منه ساقط نمایند و اگر در منقوص
و منقوص منه اصم الجذر مشترک نبود آنرا بوسیلهٔ نشان منفی تفریق سازند * مثال اول خواستم که از
عدد $\sqrt{448}$) این عدد $\sqrt{112}$ را ساقط کنم چون $\sqrt{448} = \sqrt{(7\times 64)} = 8\sqrt{7}$ * و نیز $\sqrt{112} = \sqrt{(7\times 16)} =$

$4\sqrt{7}$ پس درینصورت $8\sqrt{7} - 4\sqrt{7} = (8-4)\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$ وهوالمطلوب * مثال دویم از عدد $\sqrt[3]{192}$ عدد $\sqrt[3]{24}$ را ساقط کنم چون $\sqrt[3]{192} = \sqrt[3]{64\times 3} = 4\sqrt[3]{3}$ ونیز $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8\times 3} = 2\sqrt[3]{3}$ درینصورت $4\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$ وهوالمطلوب * مثال سیوم از عدد $2\sqrt{50}$ عدد $\sqrt{18}$ را ساقط کنم چون $2\sqrt{50} = 2\sqrt{25\times 2} = 10\sqrt{2}$ ونیز $\sqrt{18} = \sqrt{9\times 2} = 3\sqrt{2}$ درینصورت $10\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ وهوالمطلوب * مثال چهارم از عدد $\sqrt[3]{320}$ عدد $\sqrt[3]{40}$ را ساقط کنم چون $\sqrt[3]{320} = \sqrt[3]{64\times 5} = 4\sqrt[3]{5}$ ونیز $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{(8\times 5)} = 2\sqrt[3]{5}$ درینصورت $4\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{5}$ وهوالمطلوب * مثال پنجم از عدد $4\sqrt{\frac{3}{5}}$ عدد $3\sqrt{\frac{5}{27}}$ را ساقط کنم چون $4\sqrt{\frac{3}{5}} = 4\sqrt{\frac{81}{135}} = 4\sqrt{\frac{81}{15\times 9}} = \frac{12}{15}\sqrt{15}$ ونیز $3\sqrt{\frac{5}{27}} = 3\sqrt{\frac{25}{15\times 9}} = \frac{5}{15}\sqrt{15}$ درینصورت $\frac{12}{15}\sqrt{15} - \frac{5}{15}\sqrt{15} = \frac{7}{15}\sqrt{15}$ وهوالمطلوب * مثال ششم از عدد $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ عدد $\sqrt[3]{\frac{9}{32}}$ را ساقط کنم چون $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{64}{96}} = \sqrt[3]{\frac{64}{12\times 8}} = 2\times\sqrt[3]{\frac{1}{12}}$ ونیز $\sqrt[3]{\frac{9}{32}} = \sqrt[3]{\frac{27}{96}} = \sqrt[3]{\frac{27}{12\times 8}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{12}}$ پس حاصل تفریق $(2 - 1\frac{1}{2})\times\sqrt[3]{\frac{1}{12}} = \frac{1}{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{12}}$ است وهوالمطلوب * مثال هفتم از عدد $\sqrt{80\,\text{م}^{4}\,\text{ک}}$ عدد $\sqrt{20\,\text{م}^{2}\,\text{ک}}$ را ساقط کنم چون $\sqrt{80\,\text{م}^{4}\,\text{ک}} = \sqrt{16\,\text{م}^{4}\times 5\,\text{ک}} = 4\,\text{م}^{2}\sqrt{5\,\text{ک}}$ ونیز $\sqrt{20\,\text{م}^{2}\,\text{ک}} = \sqrt{(4\,\text{م}^{2}\times 5\,\text{ک})} = 2\,\text{م}\sqrt{5\,\text{ک}}$ درینصورت حاصل تفریق $(4\,\text{م}^{2} - 2\,\text{م})\sqrt{5\,\text{ک}}$ وهوالمطلوب * مثال هشتم از عدد $8\sqrt[3]{\text{م}^{3}\,\text{ب}}$ عدد $\sqrt[3]{\text{م}^{6}\,\text{ب}}$ را ساقط کنم چون $8\sqrt[3]{\text{م}^{3}\,\text{ب}} = 8\,\text{م}\times\sqrt[3]{\text{ب}}$ ونیز $\sqrt[3]{\text{م}^{6}\,\text{ب}} = \text{م}^{2}\times\sqrt[3]{\text{ب}}$ درینصورت حاصل تفریق $(8\,\text{م} - \text{م}^{2})\sqrt[3]{\text{ب}}$ وهوالمطلوب *

مسئلۀ ششم در ضرب مقادیر اصم الجذر بایک دیگر * اول مقادیر اصم الجذر را از منزل مشترک معین بموجب مسئلۀ ثانیه حاصل سازند بعد ازان آنها را با هم ضرب کنند واعداد ماقبل آنها را اگر باشد نیز باهم ضرب کنند پس حاصل ضرب اعداد را ما قبل حاصل ضرب اصم الجذرها بنویسند ورجوع باقل بموجب مسئلۀ ثالثه کنند که مطلوب حاصل شود * مثال اول خواستم

که $3\sqrt{8}$ را در $2\sqrt{6}$ ضرب کنم اول عدد را در عدد و اصم الجذر را در اصم الجذر ضرب ساختم $6\sqrt{48}$ شد پس رجوع باقل نمودم بدینصورت $6\sqrt{48}=6\sqrt{16\times3}=6\times4\sqrt{3}=24\sqrt{3}$ وهو المطلوب ۞

مثال دویم خواستم که $\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ را در $\frac{3}{4}\sqrt[3]{\frac{5}{9}}$ ضرب سازم چون $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{5}{9}}=\frac{3}{8}\times\sqrt[3]{\frac{10}{18}}=\frac{3}{8}\times\sqrt[3]{\frac{15}{27}}=\frac{3}{8}\times\sqrt[3]{\frac{1}{27}\times15}=\frac{3}{8}\times\frac{1}{3}\sqrt[3]{15}=\frac{3}{24}\times\sqrt[3]{15}=\frac{1}{8}\sqrt[3]{15}$ وهو المطلوب ۞ مثال سیوم خواستم که $5\sqrt{8}$ را در $3\sqrt{5}$ ضرب کنم چون $5\times3\times\sqrt{8}\times\sqrt{5}=15\times\sqrt{40}=15\sqrt{4\times10}=30\sqrt{10}$ وهو المطلوب ۞ مثال چهارم خواستم که $\frac{1}{2}\sqrt[3]{6}$ را در $\frac{2}{3}\sqrt[3]{18}$ ضرب کنم چون $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\sqrt[3]{6}\times\sqrt[3]{18}=\frac{2}{6}\times\sqrt[3]{108}=\frac{2}{6}\sqrt[3]{4\times27}=\frac{2}{6}\times3\times\sqrt[3]{4}=1\times\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{4}$ وهو المطلوب ۞

مثال پنجم خواستم که $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{8}}$ را در $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{7}{10}}$ ضرب کنم چون $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\sqrt{\frac{1}{8}}\times\sqrt{\frac{7}{10}}=\frac{6}{12}\times\sqrt{\frac{7}{80}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{35}{400}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{400}\times35}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{20}\times\sqrt{35}=\frac{1}{40}\sqrt{35}$ وهو المطلوب ۞ مثال ششم خواستم که $\sqrt[3]{18}$ را در $5\sqrt[3]{4}$ ضرب کنم چون $5\times\sqrt[3]{18}\times\sqrt[3]{4}=5\sqrt[3]{72}=5\sqrt[3]{8\times9}=5\times2\times\sqrt[3]{9}=10\times\sqrt[3]{9}$ وهو المطلوب ۞ مثال هفتم خواستم که $\text{م}^{\frac{1}{3}}$ را در $\text{م}^{\frac{2}{3}}$ ضرب کنم اعنی ضلع کعب م را در ضلع کعب مجذور م ضرب کنم چون درینجا $\sqrt[3]{\text{م}}\times\sqrt[3]{\text{م}^2}=\sqrt[3]{\text{م}^3}=\text{م}$ وهو المطلوب ۞ مثال هشتم خواستم که $\sqrt{\text{ک}+\text{ے}}$ را در $\sqrt[3]{\text{ک}+\text{ے}}$ ضرب کنم چون اینجا منازل مختلف است لهذا هر دو را از $\sqrt[6]{\ }$ حاصل ساختم پس $\sqrt{\text{ک}+\text{ے}}=\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^3}$ ونیز $\sqrt[3]{\text{ک}+\text{ے}}=\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^2}$ درینصورت حاصل ضرب $\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^3}\times\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^2}=\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^5}$ وهو المطلوب ۞ مثال نهم خواستم که $\text{ک}+\sqrt{\text{ے}}$ را در $\text{ک}-\sqrt{\text{ے}}$ ضرب کنم چون $\text{ک}\times\text{ک}=\text{ک}^2$ ونیز $(\text{ک}\times-\sqrt{\text{ے}}+\text{ک}\times\sqrt{\text{ے}})=0$ و $\sqrt{\text{ے}}\times-\sqrt{\text{ے}}=-\text{ے}$ درینصورت حاصل ضرب $\text{ک}^2-\text{ے}$ شد وهو المطلوب ۞ مثال دهم خواستم که $(\text{م}+\sqrt{\text{ب}})^{\frac{1}{2}}$ را در $(\text{م}-\sqrt{\text{ب}})^{\frac{1}{2}}$ ضرب کنم پس بقاعدهٔ مذکوره عمل نمودم $\sqrt{\text{م}^2-\text{ب}}$ برآمد وهو المطلوب *

مسئلهٔ هفتم در قسمت مقادیر اصم الجذر بریکدیگر وطریقش آنست که مقسوم ومقسوم علیه را از منزل مشترک گرفته اعداد ماقبل مقسوم را بر اعداد ماقبل مقسوم علیه قسمت کنند واصم الجذر مقسوم را بر اصم الجذر مقسوم علیه قسمت نمایند ورجوع باقل سازند چنانچه بالا گذشت ❊ مثال اول خواستم که $8\sqrt{108}$ را بر $2\sqrt{6}$ قسمت کنم پس ۸ را بر ۲ و ۱۰۸ را بر ۶ قسمت نمودم خارج $4\sqrt{18}$ شد آنرا رجوع باقل ساختم چون $4\sqrt{18} = 4\sqrt{9\times 2} = 4\times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ وهوالمطلوب ❊ مثال دویم خواستم که $8\sqrt[3]{512}$ را بر $4\sqrt[3]{2}$ قسمت کنم چون $(8 \div 4)\times\sqrt[3]{512 \div 2} = 2\sqrt[3]{256} = 2\sqrt[3]{(64\times 4)} = 2\times 4\times\sqrt[3]{4} = 8\sqrt[3]{4}$ وهوالمطلوب ❊ مثال سیوم خواستم که $4\sqrt[3]{1000}$ را بر $2\sqrt[3]{4}$ قسمت کنم چون $(4 \div 2)\times\sqrt[3]{1000 \div 4} = 2\sqrt[3]{250} = 2\sqrt[3]{125\times 2} = 10\sqrt[3]{2}$ وهوالمطلوب ❊ مثال چهارم خواستم که $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{1}{135}}$ را بر $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{5}}$ قسمت کنم چون $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}\times\sqrt{\frac{1}{135} \div \frac{1}{5}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{5}{135}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{1}{27}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{3}{81}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{1}{81}\times 3} = \frac{9}{8}\times\frac{1}{9}\sqrt{3} = \frac{1}{8}\sqrt{3}$ وهوالمطلوب ❊ مثال پنجم خواستم که $6\sqrt{10}$ را بر $3\sqrt{5}$ قسمت کنم پس شش را بر سه وده را بر پنج قسمت کردم خارج $2\sqrt{2}$ شد وهوالمطلوب ❊ مثال ششم خواستم که $\frac{5}{7}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ را بر $\frac{2}{5}\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ قسمت کنم چون $\left(\frac{5}{7} \div \frac{2}{5}\right)\sqrt[3]{\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}} = \frac{25}{14}\sqrt[3]{\frac{8}{9}} = \frac{25}{14}\times\sqrt[3]{\frac{24}{27}} = \frac{25}{14}\times\sqrt[3]{\frac{8}{27}\times 3} = \frac{25}{14}\times\frac{2}{3}\times\sqrt[3]{3} = \frac{25}{21}\sqrt[3]{3}$ وهوالمطلوب ❊ مثال هفتم خواستم که $\frac{2}{5}\sqrt[3]{\text{م}}$ را بر $\frac{3}{4}\sqrt{\text{م}}$ قسمت کنم چون $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$ و $\sqrt[3]{\text{م}}$ و $\sqrt{\text{م}}$ هر دو را از منزل مشترک ۶ گرفتم پس $\sqrt[3]{\text{م}} = \sqrt[6]{\text{م}^2}$ و $\sqrt{\text{م}} = \sqrt[6]{\text{م}^3}$ در اینصورت $\sqrt[6]{\text{م}^2} \div \sqrt[6]{\text{م}^3} = \sqrt[6]{\frac{1}{\text{م}}}$ پس خارج قسمت $\frac{8}{15}\sqrt[6]{\frac{1}{\text{م}}}$ شد هوالمطلوب *

مسئلهٔ هشتم در ساختن مضلعات مقادیر اصم الجذر * وطریقش آنست که عدد منزل آن اصم الجذر را در عدد منزل مضلع مطلوب ضرب کنند وحاصل را با مضلعهٔ اعداد ماقبل آن اصم الجذر وصل سازند که حاصل مطلوب شود ❊ مثال اول خواستم که مجذور $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\text{م}}$ بسازم

چون هرگاه ضلع کعب را که $\frac{1}{3}$ است در ۲ که عدد منزل مجذور است ضرب ساختیم $\frac{2}{3}$ گردید و مجذور $\frac{2}{3}$ که عدد ماقبل است $\frac{4}{9}$ شد درینصورت مجذور $\sqrt[3]{م} = م^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{م^2}$ پس $\sqrt[9]{م^2}^{\,\frac{4}{9}}$ حاصل ضرب مطلوب است ٭ مثال دویم خواستم که مکعب $\frac{5}{7}\sqrt{7}$ بسازم چون $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{125}{343}$ ٭ ونیز $(\sqrt{7})^3 = (7)^{3 \times \frac{1}{2}} = (7)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3}$ درینصورت $\frac{125}{343}\sqrt{343}$ حاصل ضرب مطلوب است ٭ مثال سیوم خواستم که مجذور $\sqrt[3]{3}$ بسازم پس بموجب قاعدهٔ مذکوره عمل نمودم $\sqrt[3]{9}$ برآمد ٭

مسئلهٔ نهم در استخراج ضلع اول مقادیر اصم الجذر ٭ طریقش آن است که عدد منزل اصم الجذر را بر عدد منزل ضلع مطلوب قسمت کنند و خارج را عدد منزل قرار داده با ضلع اول اعداد ماقبل وصل کنند ٭ مثال اول خواستم که ضلع مجذور $\sqrt[3]{9}$ بدانم چون $\sqrt{9} = 3$ ونیز $(3^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{2}{3} \div 2} = 3^{\frac{1}{3}}$ ازین سبب $\sqrt[3]{3} = 3 \times \sqrt[3]{9}$ $\sqrt[6]{3}$ وهو المطلوب ٭ مثال دویم خواستم که ضلع کعب $\frac{1}{8}\sqrt{2}$ بدانم چون $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$ ونیز $(\sqrt{2})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2} \div 3} = 2^{\frac{1}{6}}$ درینصورت $\frac{1}{2} \times \sqrt[6]{2}$ حاصل مطلوب شد ٭ مثال سیوم خواستم که ضلع مجذور $(10)^3$ بدانم چون $\sqrt{10^3} = \sqrt{(10)^2 \times 10} = 10 \times \sqrt{10}$ وهو المطلوب ٭ مثال چهارم خواستم که ضلع کعب $\frac{8}{27} \times م^2$ بدانم $\frac{2}{3}م$ مطلوب است ٭ مثال پنجم خواستم که ضلع مال مال $3ک^2$ بدانم چون $\sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{ک^2} = \sqrt[4]{3} \times \sqrt{ک}$ ای $3^{\frac{1}{4}} \times ک^{\frac{1}{2}}$ وهو المطلوب ٭ مثال ششم خواستم که ضلع مجذور $ک^2 - 4ک\sqrt{م} + 4م$ بدانم پس بقاعدهٔ استخراج جذر $ک - 2\sqrt{م}$ برآمد وهو المطلوب ٭

فائده برای استخراج ضلع مجذور مقدار مرکب از دو حرف که آن را (بنومیل و بینومیل) گویند اصولی مقرر کرده اند ٭ مثلاً خواستم که $\sqrt{م + \sqrt{ب}}$ خواه $\sqrt{م - \sqrt{ب}}$ بدانم پس اول $\sqrt{م^2 - ب}$ را = ء فرض کنند و باز $\sqrt{م + \sqrt{ب}}$ را = $\sqrt{\frac{م + ء}{2}} + \sqrt{\frac{م - ء}{2}}$ فرض نمایند ونیز $(\sqrt{م - \sqrt{ب}})$ را = $\sqrt{\frac{م + ء}{2}} - \sqrt{\frac{م - ء}{2}}$ فرض سازند که همان مطلوب خواهد بود ٭ چنانکه ضلع مجذور $8 + 2\sqrt{7}$ استخراج کنم چون $\sqrt{8^2 - (2\sqrt{7})^2} = \sqrt{64 - 28} = \sqrt{36} = 6$ درینصورت

$\sqrt{8+2\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{8+6}{2}}+\sqrt{\frac{8-6}{2}}=\sqrt{7}+\sqrt{1}=1+\sqrt{7}$ وهوالمطلوب وهمچنین ضلع مجذور $3-\sqrt{8}$ اگر استخراج کنم چون $\sqrt{9-8}=\sqrt{1}=1$ در ینصورت $\sqrt{3-\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{3+1}{2}}-\sqrt{\frac{3-1}{2}}=\sqrt{2}-1$ وهوالمطلوب * وبرای استخراج ضلع کعب مقدار مرکب مذکور کدام قاعدهٔ کلیه متعین نمی تواند شد *

مطلب نهم در بیان سلسلهٔ غیر متناهي قسمت وجذر وغیره وآن را (انفنت سیرس) میگویند اعني قسمت کردن ارقام معلّم را که خارج قسمت آنها منتهي نشود خواه استخراج ضلع اول مضلع اصم نمایند که منتهي برقمی نگردد بلکه تا هرجا که عمل نمایند می تواند شد وبسبب استخراج حرف اول خارج قسمت خواه ضلع دیگر همه حروف الی غیر النهایة بهم می تواند رسید ودران چند مسئله است *

مسئلهٔ اول * درفرود آوردن مقادیر ذوکسر درسلسلهٔ غیر متناهي وطریقش آن است که صورت کسر را بر مخرج قسمت کنند بطوریکه در مطلب چهارم مذکور شده وخارج قسمت استخراج نمایند تا هرقدر که استخراج توانند کرد که آن سلسله مطلوب است مثلاً خواستم که $\frac{م}{م-ک}$ را در سلسلهٔ غیر متناهي بیارم پس صورت کسر را مقسوم ومخرج را مقسوم علیه مقرر کرده عمل نمودم بدینصورت

بقیه

مقسوم علیه $(م - ک)$ مقسوم $مک$ $\left(ک + \frac{ک^{۲}}{م} + \frac{ک^{۳}}{م^{۲}} + \frac{ک^{۴}}{م^{۳}} + \frac{ک^{۵}}{م^{۴}}\right.$ وغیرها خارج قسمت

$$مک - ک^{۲}$$

$$+ک^{۲}$$

$$+ک^{۲} - \frac{ک^{۳}}{م}$$

$$+\frac{ک^{۳}}{م}$$

$$+\frac{ک^{۳}}{م} - \frac{ک^{۴}}{م^{۲}}$$

$$+\frac{ک^{۴}}{م^{۲}}$$

$$+\frac{ک^{۴}}{م^{۲}} - \frac{ک^{۵}}{م^{۳}}$$

$$+\frac{ک^{۵}}{م^{۳}}$$

$$+\frac{ک^{۵}}{م^{۳}} - \frac{ک^{۶}}{م^{۴}}$$

$$+\frac{ک^{۶}}{م^{۴}}$$

وهکذا الی غیر النهایة

مثال دیگر خواستم که $\frac{م}{(م + ک)^{۲}}$ را در سلسلهٔ غیر متناهی بیارم
چون درینجا مقسوم علیه مربع مجموع $م + ک$ است لهذا
$(م^{۲} + ک^{۲} + ۲\,مک)$ را مقسوم علیه قرار دادم و بدستور عمل کردم

مقسوم علیه $\left(\text{م}^{۲} + \text{ک}^{۲} + \text{۲مک}\right)$ مقسوم $\text{م}^{۲}$ $\Big($ $۱ - \frac{\text{۲ک}}{\text{م}} + \frac{\text{۳ک}^{۲}}{\text{م}^{۲}} - \frac{\text{۴ک}^{۳}}{\text{م}^{۳}}$ وغیره خارج قسمت

$$\text{م}^{۲} + \text{ک}^{۲} + \text{۲مک}$$

$$- \text{ک}^{۲} - \text{۲مک}$$

$$- \text{۴ک}^{۲} - \text{۲مک} - \frac{\text{۲ک}^{۳}}{\text{م}}$$

$$+ \text{۳ک}^{۲} \quad * \quad + \frac{\text{۲ک}^{۳}}{\text{م}}$$

$$+ \text{۳ک}^{۲} \quad * \quad + \frac{\text{۶ک}^{۳}}{\text{م}} + \frac{\text{۳ک}^{۴}}{\text{م}^{۲}}$$

$$* \quad * \quad - \frac{\text{۴ک}^{۳}}{\text{م}} - \frac{\text{۳ک}^{۴}}{\text{م}^{۲}}$$

$$- \frac{\text{۴ک}^{۳}}{\text{م}} - \frac{\text{۸ک}^{۴}}{\text{م}^{۲}} - \frac{\text{۴ک}^{۵}}{\text{م}^{۳}}$$

$$+ \frac{\text{۵ک}^{۴}}{\text{م}^{۲}} + \frac{\text{۴ک}^{۵}}{\text{م}^{۳}}$$ وغیره

مسئلهٔ دوم در فرود آوردن اصم الجذر مرکب در سلسلهٔ غیرمتناهي وطریقش آنست که ضلع اول حرف اول استخراج نمایند بطریقیکه در مطلب هفتم گفته شد ودیگر حروف بهمان دستور استخراج کنند تاهر مرتبه که ضرور و ممکن باشد که آن سلسله مطلوبه است * مثال خواستم که ضلع مجذور $\text{م}^{۲} + \text{ک}^{۲}$ رادر سلسلهٔ غیرمتناهي استخراج کنم پس بقاعدهٔ مطلب هفتم عمل نمودم *

بدینصورت

$$\text{م}^2+\text{ک}^2 \;\Big(\; \text{م} + \frac{\text{ک}^2}{2\,\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{8\,\text{م}^3} + \frac{\text{ک}^6}{16\,\text{م}^5} - \frac{5\,\text{ک}^8}{128\,\text{م}^7}$$ وغیره وهو الخارج المطلوب

$$\text{م}^2$$

$$2\,\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{2\,\text{م}} \;\Big)\; \text{ک}^2$$

$$+\,\text{ک}^2 + \frac{\text{ک}^4}{4\,\text{م}^2}$$

$$2\,\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{8\,\text{م}^3} \;\Big)\; -\frac{\text{ک}^4}{4\,\text{م}^2}$$

$$-\frac{\text{ک}^4}{4\,\text{م}^2} - \frac{\text{ک}^6}{8\,\text{م}^4} + \frac{\text{ک}^8}{64\,\text{م}^6}$$

$$2\,\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{4\,\text{م}^3} + \frac{\text{ک}^6}{16\,\text{م}^5} \;\Big)\; +\frac{\text{ک}^6}{8\,\text{م}^4} - \frac{\text{ک}^8}{64\,\text{م}^6}$$

$$\frac{\text{ک}^6}{8\,\text{م}^4} - \frac{\text{ک}^8}{16\,\text{م}^6}$$ وغیره

$$-\frac{5\,\text{ک}^8}{64\,\text{م}^6}$$ وغیره وهکذا الی ما لا نهایة له

فایده این طریق در استخراج ضلع مجذور اکثر معمول است ودر ضلع مضلعات دیگر عمل بسیار طول میشود واین ضعیف میگوید که اگر بطریق جدول که برای استخراج ضلع مضلعات در مطلب هفتم این نحیف بیان کرده عمل نمایند غالبکه در استخراج ضلع مضلعات دیگر هم سهولیت واقع شود*

مسئلهٔ سیوم در فرود آوردن مقدار اصم الجذر مرکب از دو حرف در سلسلهٔ غیر متناهی بوجه خاص وطریقش آنست که آن هر دو حرف را مبدل بدو حرف دیگر مع علامات مضلعات آن کنند وعدد منزل ضلع مطلوب را $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ فرض کنند وباز حرف دیگر با نشان مناسب مثبت ومنفی بنویسند*

مثلاً $\text{ر}^2 - \text{ک}^2$ مطلوب الجذر است پس $\text{ف} = \text{ر}^2$ و $\text{ل} = -\frac{\text{ک}^2}{\text{ر}^2}$ فرض کردم وعدد منزل مطلوب را

علی الترتیب ومجموع مربعات آنها ۵۴۹) است ؛ جواب عدد اول را) م فرض کردم درینصورت عدد ثانی $\frac{\text{۲م}}{\text{۳}}$ زیراکه نسبت $\frac{\text{۱}}{\text{۲}} : \frac{\text{۱}}{\text{۳}} :: \text{م} : \frac{\text{۲م}}{\text{۳}}$ است و نیز عدد ثالث $\frac{\text{م}}{\text{۲}}$ گردید زیراکه $\frac{\text{۱}}{\text{۳}} : \frac{\text{۱}}{\text{۴}} :: \frac{\text{۲م}}{\text{۳}} : \frac{\text{م}}{\text{۲}}$ پس مربع اول $\text{م}^{\text{۲}}$ و مربع ثانی $\frac{\text{۴م}^{\text{۲}}}{\text{۹}}$ و مربع ثالث $\frac{\text{م}^{\text{۲}}}{\text{۴}}$ گردید و مجموع آن $\frac{\text{۶۱م}^{\text{۲}}}{\text{۳۶}} = \text{۵۴۹}$ شد بحسب السؤال بلکه ۶۱ م = ۱۹۷۶۴ بلکه $\text{م}^{\text{۲}} = \frac{\text{۱۹۷۶۴}}{\text{۶۱}} = \text{۳۲۴}$ بلکه م = ۱۸ = عدد اول پس ۱۲ = عدد ثانی و ۹ = عدد ثالث خواهد بود وبطریق دیگر اگر از روی مخرج مشترک اعداد کسور نسبت بگیرم ۶ و ۴ و ۳ میشود پس اول را) ۶ م و ثانی را) ۴ م و ثالث را) ۳ م فرض نمایم درینصورت مربع اول ۳۶ $\text{م}^{\text{۲}}$ و مربع ثانی ۱۶ $\text{م}^{\text{۲}}$ و مربع ثالث ۹ $\text{م}^{\text{۲}}$ می شود و مجموع ۶۱ $\text{م}^{\text{۲}}$ = ۵۴۹ بلکه $\text{م}^{\text{۲}} = \frac{\text{۵۴۹}}{\text{۶۱}} = \text{۹}$ بلکه م = ۳ وازین سبب اعداد مجهول ۱۸ و ۱۲ و ۹ خارج شد ⁂

سؤال سی و هشتم کدام دو عدد اند که مجموع آنها * مثلاً ۲۰ و مجموع مکعبین آنها * مثلاً ۲۲۴۰ باشد پس استخراج آن علی العموم بچه نوع باشد ؛ جواب عدد مجموع عددین را) ح و مجموع مکعبین را) ب و عدد اعظم را م فرض کردم پس اصغر ح − م شد چراکه ظاهر است که مجموع م و ح − م = ح) است و مکعب هردو نمودم مکعب اعظم $\text{م}^{\text{۳}}$ و مکعب اصغر $\text{ح}^{\text{۳}} - \text{۳ح}^{\text{۲}}\text{م} + \text{۳ح م}^{\text{۲}} - \text{م}^{\text{۳}}$ و مجموع هردو $\text{ح}^{\text{۳}} - \text{۳ح}^{\text{۲}}\text{م} + \text{۳ح م}^{\text{۲}} = \text{ب}$ بلکه $\text{۳ح م}^{\text{۲}} - \text{۳ح}^{\text{۲}}\text{م} = \text{ب} - \text{ح}^{\text{۳}}$ بلکه $\text{م}^{\text{۲}} - \text{ح م} = \frac{\text{ب}}{\text{۳ح}} - \frac{\text{ح}^{\text{۳}}}{\text{۳ح}}$ بلکه $\text{م} - \text{ح م} = \frac{\text{ب}}{\text{۳ح}} - \frac{\text{ح}^{\text{۲}}}{\text{۳}}$ بلکه $\text{م}^{\text{۲}} - \text{ح م} + \frac{\text{ح}^{\text{۲}}}{\text{۴}} = \frac{\text{ب}}{\text{۳ح}} - \frac{\text{ح}^{\text{۲}}}{\text{۳}} + \frac{\text{ح}^{\text{۲}}}{\text{۴}}$ بلکه $\text{م}^{\text{۲}} - \text{ح م} + \frac{\text{ح}^{\text{۲}}}{\text{۴}} = \frac{\text{ب}}{\text{۳ح}} - \frac{\text{ح}^{\text{۲}}}{\text{۱۲}}$ بلکه $\text{م} - \frac{\text{ح}}{\text{۲}} = \sqrt{\frac{\text{ب}}{\text{۳ح}} - \frac{\text{ح}^{\text{۲}}}{\text{۱۲}}}$ بلکه $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{ب}}{\text{۳ح}} - \frac{\text{ح}^{\text{۲}}}{\text{۱۲}}} + \frac{\text{ح}}{\text{۲}}$ بحسب العموم و بحسب العدد المذکور) $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{۲۲۴۰}}{\text{۶۰}} - \text{۳۳}\frac{\text{۱}}{\text{۳}}} + \text{۱۰} = \sqrt{\text{۳۷}\frac{\text{۱}}{\text{۳}} - \text{۳۳}\frac{\text{۱}}{\text{۳}}} + \text{۱۰} = \sqrt{\text{۴}} + \text{۱۰} = \text{۱۲}$ ⁂

سؤال سی و نهم عدد ۲۴۰ را می خواهم که دو قسم کنم بشرطیکه نسبت قسم اعظم مقسوم علی الاصغر بطرف اصغر مقسوم علی الاکبر مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵ باشد ؛ جواب قسم اعظم را م فرض کردم پس قسم اصغر ۲۴۰ − م شد و نسبت $\frac{\text{م}}{\text{۲۴۰} - \text{م}}$ بطرف $\frac{\text{۲۴۰} - \text{م}}{\text{م}}$

مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵) است بحسب السؤال وهرگاه برای تسهیل عمل ۲۴۰ را ص و ۱۴۷ را س و ۷۵ را ه فرض کردم درینصورت م/(ص − م) : (ص − م)/م :: س : ه است بلکه ه م/(ص − م) = س × (ص − م)/م بحسب مسطح الطرفین و مسطح الوسطین بلکه ه م² = س × (ص − م)² بلکه ه م²/س = (ص − م)² بلکه م √(ه/س) = ص − م بحسب التجذیر وچون √(ه/س) = √(۷۵/۱۴۷) = ۵/۷ پس ۵/۷ م = ص − م بلکه ۵ م = ۷ ص − ۷ م بلکه ۱۲ م = ۷ ص بلکه م = ۷ ص/۱۲ = ۱۶۸۰/۱۲ = ۱۴۰ ؛

سؤال چهارم دو مزدور باجرت فی یوم مختلف مشغول کاری شدند وایام شغل اول شش یوم زیاده ازایام شغل ثانی گردید واول وجه اجرت ۹۶ دینار وثانی ۵۴ دینار یافت لیکن اگر ثانی بقدر ایام اول واول بقدر ایام ثانی عمل می نمود وجه اجرت هردو متساوی میشد پس مقدار ایام عمل هریکی ومقدار یومیهٔ هریکی چه باشد ؛ جواب ایام شغل اول را م فرض کردم پس ایام شغل ثانی م − ۶ باشد ومقدار یومیهٔ اول ۹۶/م ومقدار یومیهٔ ثانی ۵۴/(م − ۶) گردید ولهذا اگر ثانی بقدر ایام اول عمل می نمود ۵۴/(م − ۶) × م می یافت واگر اول بقدر ایام ثانی کار می کرد ۹۶/م × (م − ۶) حاصل می نمود وچون این هردو وجه بحسب السؤال متساوی اند پس ۵۴ م/(م − ۶) = ۹۶ × (م − ۶)/م بلکه ۵۴ م² = ۹۶ × (م − ۶)² بلکه ۹ م² = ۱۶ × (م − ۶)² بلکه ۳ م = ۴ × (م − ۶) بحسب التجذیر بلکه ۳ م = ۴ م − ۲۴ بلکه م = ۲۴ = ایام عمل اول پس ۹۶/۲۴ = ۴ = یومیهٔ اول ونیز ۵۴/(۲۴ − ۶) = ۵۴/۱۸ = ۳ = یومیهٔ ثانی ؛ سؤال چهل ویکم زید وعمرو در وقت معین از موضعین خود ها که مسافت بینهما ۳۲۰ میل بود برای ملاقات یکدیگر روانه شدند وعمرو هر روز هشت میل زیاده از زید قطع منزل می کرد وعدد ایام که دران ملاقات هردو واقع شد مساوی نصف عدد امیال قطع هر روزهٔ زید بود پس آنها در چند روز باهم ملاقات کردند ؛ جواب عدد ایام تلاقی طرفین را م فرض کردم پس مقدار مسافت هر روزهٔ زید ۲ م شد ومقدار مسافت هر روزهٔ عمرو ۲ م + ۸ گردید وچون ۲ م × م = ۲ م² = امیال که زید آنرا قطع کرده وهمچنین (۲ م + ۸) × م

= ۲ م^۲ + ۸ م = امیال که عمرو آنرا قطع نمود پس مجموع ۴ م^۲ + ۸ م = ۳۲۰ بحسب السؤال
بلکه م^۲ + ۲ م = ۸۰ بلکه م^۲ + ۲ م + ۱ = ۸۱ بلکه م + ۱ = ۹ بلکه م = ۸ = عدد ایام ملاقات
طرفین پس ۱۶ = مقدار قطع مسافت هر روزهٔ زید و ۱۲۸ = امیال مقطوعهٔ زید و ۲۴ = قطع
مسافت هر روزهٔ عمرو و ۱۹۲ = امیال مقطوعهٔ عمرو ❊ سؤال چهل و دوم دو شخص مثل
زید و عمرو بیک وقت معین بجای معین روانه شدند که فاصلهٔ نود میل است و زید یک میل
زیاده از عمرو در یک ساعت قطع راه می نمود و یک ساعت قبل از عمرو بمقام مطلوب رسید پس
هر یک در یک ساعت چه قدر میل قطع کرد ❊ جواب عدد امیال قطع زید که در یک ساعت
می کرد م فرض کردم پس عدد امیال قطع عمرو فی ساعت واحد م − ۱ شد و درینصورت
هرگاه نود میل را ع فرض نمودم عدد ساعات قطع زید ع/م و عدد ساعات عمرو ع/(م − ۱) شد
پس ع/م + ۱ = ع/(م − ۱) بحسب السؤال بلکه ع م + م^۲ − ع − م = ع م بلکه ع م + م^۲
= ع م + ع + م بلکه م^۲ − م = ع بلکه م^۲ − م + ۱/۴ = ع + ۱/۴ بلکه م − ۱/۲ = √[ع + ۱/۴]
بلکه م = √[ع + ۱/۴] + ۱/۲ و چون ع عبارت از نود میل است پس √[۹۰ + ۱/۴] = ۹ ۱/۲ پس
م = ۹ ۱/۲ + ۱/۲ = ۱۰ = عدد امیال قطع زید فی ساعة واحدة و ۹ = عدد امیال قطع عمرو
فی ساعة واحدة ❊ سؤال چهل و سوم کدام دو عدد اند که اگر مجموع آنها را در اکبر ضرب کنند
حاصل مساوی صد امثال اصغر شود و اگر در اصغر ضرب نمایند حاصل مساوی ۶۴ مثال اکبر
گردد ❊ جواب اکبر را م و اصغر را ک فرض کردم پس (م + ک) × م = ۱۰۰ ک
و (م + ک) × ک = ۶۴ م بلکه م^۲ + م ک = ۱۰۰ ک و ک^۲ + م ک = ۶۴ م و هرگاه
معادلهٔ اولی را در ک و معادلهٔ ثانی را در م ضرب نمودم م^۲ ک + م ک^۲ = ۱۰۰ ک^۲
و م ک^۲ + م^۲ ک = ۶۴ م^۲ و چون جملهٔ اولی در هر دو معادله متساوی است درینصورت
۱۰۰ ک^۲ = ۶۴ م^۲ بلکه ۱۰ ک = ۸ م بحسب التجذیر بلکه ۵ ک = ۴ م پس ک = ۴ م/۵
و هرگاه مقدار ک را تبدیل کردم پس ۱۶/۲۵ م^۲ + ۴ م^۲/۵ = ۶۴ م بلکه ۳۶/۲۵ م^۲ = ۶۴ م بلکه
۳۶/۲۵ م = ۶۴ بلکه ۳۶ م = ۱۶۰۰ بلکه م = ۱۶۰۰/۳۶ = ۴۰۰/۹ = ۴۴ ۴/۹ پس ک = ۳۵ ۵/۹ ❊

سؤال چهل وچهارم هرگاه دو عدد بحیثیتی باشند که مسطح احدهما فی الآخر مساوی مربع تفاضل مابینهما بود پس نسبت بین العددین المذکورین چه خواهد بود ؛ جواب هرگاه اصغر را ک فرض کنم ومقدار نسبت را م نسبت ک اعنی اصغر بطرف اعظم مثل نسبت واحد بطرف م است بحسب الفرض ودرینصورت ک م مقدار اعظم باشد بحسب اربعهٔ متناسبه و م ک − ک مقدار تفاضل مابینهما گردید پس م ک × ک = (م ک − ک)۲ بحسب السؤال بلکه م ک۲ = م۲ ک۲ − ۲ م ک۲ + ک۲ وهرگاه این معادله را بر ک۲ قسمت نمودم پس م = م۲ − ۲ م + ۱ شد بلکه م۲ − ۳ م = − ۱ بلکه م۲ − ۳ م + ۱/۴ ۲ = ۱/۴ ۱ = ۵/۴ بلکه م − ۱/۲ ۱ = √(۵/۴) = √۵/۲ بلکه م = (۳ + √۵)/۲ وچون √۵ = ۲۳۶/۱۰۰۰ ۲ تقریبا درینصورت م = ۶۱۸/۱۰۰۰ ۲ تقریبا پس نسبت بین العددین المطلوبین مثل نسبت واحد بطرف ۲۶۱۸/۱۰۰۰ خواهد بود ؛ سؤال چهل وپنجم کدام دو عدد اند که مسطح انها ۳۰۰) است واگر بر اصغر ۱۰ بیفزایند واز اعظم هشت نقصان کنند پس مسطح آنها هم ۳۰۰ شود ؛ جواب اعظم را م واصغر را ک فرض کردم پس م ک = ۳۰۰ بحسب السؤال ونیز (م − ۸) × (ک + ۱۰) = ۳۰۰ بلکه م ک + ۱۰ م − ۸ ک − ۸۰ = ۳۰۰ بحسب السؤال درینصورت م ک = م ک + ۱۰ م − ۸ ک − ۸۰ بحسب مساوات جملتین آخرین بلکه ۸ ک + ۸۰ = ۱۰ م بلکه م = ۸ک/۱۰ + ۸ ودر معادلهٔ اولی هرگاه مقدار م را تبدیل کردم پس (۸ک/۱۰ + ۸) × ک = ۳۰۰ بلکه ۸ک/۱۰ + ۸ ک = ۳۰۰ بلکه ۸ ک۲ + ۸۰ ک = ۳۰۰۰ بلکه ک۲ + ۱۰ ک = ۳۰۰۰/۸ = ۳۷۵ بلکه ک۲ + ۱۰ ک + ۲۵ = ۴۰۰ بلکه ک + ۵ = ۲۰ بلکه ک = ۱۵ پس م = ۳۰۰/۱۵ = ۲۰ ؛ سؤال چهل وششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ۱۰۰ ونسبت تفاضل بینهما بطرف مجموعهما مثل نسبت مسطحهما الی تفاضل مربعیهما باشد ؛ جواب ۵۰ را که نصف عدد معلوم است ه ونصف تفاضل عددین را م فرض کردم درینصورت ه + م = اعظم و ه − م = اصغر پس نسبت ۲ م که مقدار تفاضل است الی ۲ ه مثل نسبت (ه + م) × (ه − م) الی (ه + م)۲ − (ه − م)۲ است بلکه ۲ م : ۲ ه :: ه۲

بطرف رابع باشد آنرا نسبت مستوي و (ديريکت پراپرشن) گويند مثل ۳ و۶ و۵ و۱۰ و ک و مک و ے و مے *

فائدۂ سيوم هرگاه چهار مقادير بحيثيتي باشند که نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت رابع بطرف ثالث باشد آنرا نسبت ذوطرفين و نسبت مقلوب خوانند و در انگريزي (ريسپروکل پراپرشن) و (انورس پراپرشن) گويند مثل ۲ و۶ و۹ و۳ و مر و مر رو ب رو ب در ينها نسبت مقلوب و ذوطرفين است *

فائدۂ چهارم هرگاه مقادير متناسبۂ هندسي متواليه باشند اعني نسبت اول بطرف دويم مثل نسبت دويم بطرف سيوم و نسبت سيوم بطرف چهارم باشد و هکذا آنرا (جمتري پروگرشن) گويند اعني نسبت هندسي متوالي خوانند مثل ۲ و۴ و۸ و۱۶ و۳۲ وغيرآن و مر و مر ر و مر ر۲ و مر ر۳ و مر ر۴ وغيرآن *

فائدۂ پنجم اگر چهار مقادير متناسبۂ هندسي باشند مسطح وسطين مساوي مسطح طرفين مي باشد مثل ۲ و۴ و۶ و۱۲ که (۲ × ۱۲ = ۴ × ۶) است و همچنين مر و مر ر و ب و ب ر که مقادير متناسبه اند (مر × ب ر = مر ر × ب) است *

فائدۂ ششم اگر چهار مقادير در نسبت هندسي مستويه باشند حاصل ضرب وسطين مقسوم بر احد الطرفين مساوي طرف آخر مي باشد و همچنين مسطح مقسوم بر احد الوسطين مساوي وسط آخر ميشود مثلا ۳ و۹ و۵ و۱۵ پس مسطح الوسطين اعني ۹ × ۵ مقسوم علی ۳ = ۱۵ که طرف آخر است و همچنين $\frac{۳ \times ۱۵}{۹} = ۵$ که وسط آخر است و هکذا ک و مک و ے و مے

پس $\frac{مک \times ے}{مے} = ک$ و نيز $\frac{مے \times ک}{مک} = ے$ *

فائدۂ هفتم در هر نسبت متواليۂ هندسي حاصل ضرب طرفين مساوي حاصل ضرب وسطين که بعد هر يکي از آنها از هر دو طرف مساوي باشد ميشود مثل ۱ و۳ و۹ و۲۷ و۸۱ و۲۴۳ وغيرآن پس ۱ × ۲۴۳ = ۳ × ۸۱ = ۹ × ۲۷ *

فائدۂ هشتم در هر نسبت متواليۂ هندسي مقدار آخر مساوي حاصل ضرب مقدار در مضلع نسبت است که عدد منزل آن بعدۂ آن مقادير بواحد کم باشد ميشود مثلا ۲ و۶ و۱۸ و۵۴ و۱۶۲

چون درینجا مقدار نسبت سه است ومقدار عدهٔ پنج وهرگاه ازان واحد کم کردم چهار ماند وآن عدد منزل مال مال است پس مسطح ۲ که عدد اول است در مال‌ال ۳ که عدد نسبت است = ۱۶۲ که عدد اخیر است میشود *

فائدهٔ نهم اگر مجموع مقادیر متوالیه علی نسبت هندسي را بدانم پس مسطح مقدار اخیر را در مقدار نسبت گرفته تفاضل ما بین آن ومقدار اول را بر مقدار نسبت بواحد کم قسمت کنم که خارج قسمت مطلوب باشد مثلاً خواستم که مجموع ۲ و ۴ و ۸ وغیر آن تا ۵۱۲ بدانم چون مقدار نسبت دواست پس (۲ × ۵۱۲) − ۲ / ۲−۱ = ۱۰۲۴ − ۲ / ۱ = ۱۰۲۲ وهو المطلوب وهمچنین اگر مقدار اول م ومقدار نسبت ر ومقدار آخر (م رⁿ) وخواهم که مجموع جمیع مقادیر بدانم درینصورت

(م رⁿ × ر) − م / ر − ۱ = م رⁿ − م / ر − ۱ = (رⁿ − ۱) × م / ر − ۱ وهو المطلوب *

فائدهٔ دهم اگر چهار مقادیر متناسبه باشند آنها از روی تبدیل بموجب تفصیل ذیل در نسبت معتبر خواهند بود *

اول نسبت متساوی م : ب :: س : د .... خواه ۲ : ۶ :: ۵ : ۱۵

دویم قلب النسبة ب : م :: د : س .... خواه ۶ : ۲ :: ۱۵ : ۵

سیوم ابدال النسبة م : س :: ب : د .... خواه ۲ : ۵ :: ۶ : ۱۵

چهارم ترکیب النسبة م : م + ب :: س : س + د ... خواه ۲ : ۸ :: ۵ : ۲۰

پنجم نسبت استثنائیه م : ب − م :: س : د − س ... خواه ۲ : ۴ :: ۵ : ۱۰
واین را تفریق النسبة وفضل النسبة نیز گویند

ششم نسبت مخلوط ب + م : ب − م :: د + س : د − س خواه ۸ : ۴ :: ۲۰ : ۱۰
واین را نسبت مع الترکیب والتفریق نیز خوانند

هفتم نسبت مضروبه ر م : ر ب :: س : د ...... خواه ۲×۳ : ۶×۳ :: ۵ : ۱۵

هشتم نسبت منقسمه م ÷ ر : ب ÷ ر :: س : د ...... خواه ۲/۲ : ۶/۲ :: ۵ : ۱۵

نهم هرگاه چهار مقادیر متناسبه باشند ونسبت اول بطرف چهارم مثل نسبت اول بطرف سیوم باشد پس آن همه چهار مقادیر متساوي خواهند بود چنانکه م و ب و س و د چهار مقادیر متناسبه

باشند ونسبت مر : ء :: مر : س بود پس هر چهار مقادیر متساوي خواهند بود * سؤال اول مقدار اول نسبت متوالیهٔ هندسي واحد است ومقدار نسبت ۲ وعدهٔ مقادیر پس مجموع مقادیر چه باشد ؛ جواب بموجب فائدهٔ هشتم $1 \times (2)^9 = 1 \times 512 = 512$ واین مقدار آخر است وبموجب فائدهٔ نهم $\frac{(2 \times 512) - 1}{2 - 1} = 1023$ وهوالمطلوب * سؤال دویم عدد اول نسبت هندسي متوالي $\frac{1}{2}$) است ومقدار نسبت $\frac{1}{3}$ وعدهٔ مقادیر ۵ پس مجموع مقادیر چه باشد ؛ جواب چون بموجب فائدهٔ هشتم $\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{81} = \frac{1}{162}$ واین مقدار عدد اخیر است پس بموجب فایدهٔ نهم $\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{162} \times \frac{1}{3}\right)\right] \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{486}\right) \div \frac{2}{3} = \frac{121}{243} \times \frac{3}{2} = \frac{363}{486} = \frac{121}{162}$ وهوالمطلوب باید دانست که درینجا چون در مقسوم ومقسوم علیه هرد ومستثنی اعظم از مستثنی منه است لهذا در هرد و علامت مثبت ومنفي را منقلب ساخته قسمت نمودم تا خارج قسمت مثبت برآمد واین برای تسهیل عمل است والّا بی تبدیلی علامت هم مفاد همین میشود * سؤال سیوم مقدار اول مقادیر نسبت متوالیهٔ هندسي واحد است ومقدار نسبت ۳ وعدهٔ مقادیر ۱۲ میخواهم که مجموع آنها بدانم چون بموجب فائدهٔ هشتم $1 \times (3)^{11} = 177147$ واین مقدار آخر است پس بموجب فائدهٔ نهم $\frac{(3 \times 177147) - 1}{3 - 1} = \frac{531440}{2} = 265720$ وهوالمطلوب * سؤال چهارم مقدار اول مقادیر نسبت هندسي متوالي واحد است ومقدار نسبت $\frac{1}{3}$ وعدهٔ مقادیر ۱۲ پس مجموع آنها چه باشد ؛ جواب چون بموجب فائدهٔ هشتم $1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{11} = \frac{1}{177147}$ واین مقدار اخیر پس بموجب فائدهٔ نهم $\left[1 - \left(\frac{1}{177147} \times \frac{1}{3}\right)\right] \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \left(1 - \frac{1}{531441}\right) \div \frac{2}{3} = \frac{531440}{531441} \times \frac{3}{2} = \frac{1594320}{1062882} = 1 + \frac{88573}{177147}$ *

مطلب دوازدهم در معادلات مفرده

بدانکه معادله عبارت است ازانکه دو مقدار متساوی القدر ومختلف البیان مقابل وموازن یک دیگر شوند ودرمیان آنها نشان مساوات بدینصورت (=) می نهند وان معادله را (ایکویشن) گویند بمعنی مقابله مثل $12 - 5 = 7$ ومقابلهٔ مفرد آنست که مشتمل بر مقدار یک مجهول باشد

بدون اشتمال مضلعی دران مثال ک − م + ب = س و درینجا مجهول صرف مقدار ک) است
واین را (سنپل ایکویشن) گویند (سنپل) بمعنی مفرد است و درین مطلب چند بیان است *

بیان اول در ترکیب معلوم کردن مقدار مجهول مفرد بموجب قواعد مفصلهٔ ذیل
واین را (ریدیکشن اف ایکویشن) گویند (ریدکشن) بمعنی تقلیل وتخفیف است *

قاعدهٔ اول هرگاه شامل مجهول دیگر مقادیرهم باشند پس آن مقادیر را ازیک طرف مقابله بطرف دیگر نقل کنند مع تبدیل نشان مثبت ومنفي وایز مقادیریکه مشتمل بررقم مجهول باشد اگر بطرف دیگر مقابله واقع شوند آن همه را بطرف مجهول همچنان مع تبدیل نشان مثبت ومنفي نقل نمایند مثلاً ک + ۳ = ۷ پس اینجا ک = ۷ − ۳ = ۴ ⁂ مثال دیگر ک − ۴ + ۶ = ۸) اینجا ک = ۸ + ۴ − ۶ = ۶ ⁂ مثال دیگر ک − م + ب = س − ء چون مجهول ک) است پس ک = س − ء + م − ب ⁂ مثال دیگر ۴ ک − ۸ = ۳ ک + ۲۰) اینجا ۴ ک − ۳ ک = ۲۰ + ۸ = ک = ۲۸ *

قاعدهٔ دویم اگر رقم مقدار مجهول مضروب درکدام مقدار دیگر باشد آن مقدار مضروب فیه را ساقط کنند وارقام دیگر را که بطرف مقابلهٔ دیگر باشند بررقم مضروب فیه مسقط قسمت کنند مثلاً م ک = م ب − م (واینجا ک مجهول است ومضروب فیه م پس م را ساقط کرده مقادیر طرف آخر را بر م قسمت نمودم ک = ب − ۱ ماند ⁂ مثال دیگر ۲ ک + ۴ = ۱۶) اینجا ک + ۲ = ۸ باکه ک = ۸ − ۲ = ۶ وهمچنین م ک + ۲ ب م = ۳ س چون اینجا ک مجهول است پس ک = ۳س/م − ۲ ب *

قاعدهٔ سوم اگر رقم مجهول مقسوم برکدام مقدار باشد آن مقدار مقسوم علیه را حذف کنند و دیگر همه حروف مقابله را دران مقسوم علیه ضرب سازند مثلاً ک/۲ = (۵ + ۸) اینجا ک = ۱۰ + ۱۶ = ۲۶ ⁂ مثال دیگر ک/م = ب + س − ء) اینجا ک مجهول است پس ک = م ب + م س − م ء ⁂ مثال دیگر ۲ک/۳ − ۲ = ۶ + ۴) اینجا ۲ ک − ۶ = ۱۸ + ۱۲ باکه ک = ۳۶/۲ = ۱۸ *

قاعدهٔ چهارم * اگر مقدار مجهول تحت نشان اصم الجذر باشد آن نشان را حذف کنند و ارقام باقي را بقدر عدد منزل آن اصم الجذر مضلع سازند مثلاً $\sqrt{ک - ۲} = ۶$ اینجا $\sqrt{ک} = ۶ + ۲ = ۸$ پس $ک = (۸)^{۲} = ۶۴$ * مثال دیگر $\sqrt{۴ک + ۱۶} = ۱۲$) اینجا $۴ک + ۱۶ = ۱۴۴$ بلکه $۴ک = ۱۴۴ - ۱۶ = ۱۲۸$ واگر هردو طرف مقابله را بر ۴ قسمت کنم پس $ک = ۳۲$ شود * مثال دیگر $\sqrt[۳]{(۲ک + ۳)} + ۴ = ۸$) اینجا $\sqrt[۳]{(۲ک + ۳)} = ۸ - ۴ = ۴$ پس $۲ک + ۳ = (۴)^{۳} = ۶۴$ بلکه $۲ک = ۶۴ - ۳ = ۶۱$ بلکه $ک = ۳۰\frac{۱}{۲}$ *

قاعدهٔ پنجم * اگر طرف مقابله که مشتمل بر مقدار مجهول است کدام مضلع کامل باشد پس ضلع اول آن استخراج نمایند و بهمان نسبت ضلع اول طرف آخر خارج کنند مثلاً $ک^{۲} + ۶ک + ۹ = ۲۵$ چون طرف اول که مشتمل بر مقدار مجهول است مجذور کامل بود لهذا جذر آن استخراج کردم پس $ک + ۳ = \sqrt{۲۵} = ۵$ بلکه $ک = ۵ - ۳ = ۲$ * مثال دیگر $۳ک^{۲} - ۹ = ۲۱ + ۳$) اینجا $۳ک^{۲} = ۲۱ + ۳ + ۹ = ۳۳$ بلکه $ک^{۲} = ۱۱$ بلکه $ک = \sqrt{۱۱}$ * مثال دیگر $\frac{۴ک^{۲}}{۳} + ۱۰ = ۲۰$) اینجا $۲ک^{۲} + ۳۰ = ۶۰$ پس $ک^{۲} + ۱۵ = ۳۰$ بلکه $ک^{۲} = ۳۰ - ۱۵ = ۱۵$ بلکه $ک = \sqrt{۱۵}$ *

قاعدهٔ ششم * اگر نسبت مقدار مجهول بطرف مقداري ديگر مثل نسبت مقداری آخر بطرف مقداری آخر باشد اینجا بطریق اربعهٔ متناسبه بضرب طرفین و وسطین مساوات حاصل کرده عمل نمایند * مثلاً $۳ک : ۱۶ :: ۵ : ۱۰$) اینجا $۳ک \times ۱۰ = ۱۶ \times ۵$ بلکه $۳۰ک = ۸۰$ بلکه $ک = \frac{۸۰}{۳۰} = \frac{۸}{۳} = ۲\frac{۲}{۳}$ * مثال دیگر $\frac{۲ک}{۳} : م :: ب^{۲} : س$) اینجا ک مجهول است پس $۲س \frac{ک}{۳} = م ب$ بلکه $۲س ک = ۳م ب$ بلکه $ک = \frac{۳م ب}{۲س}$ * مثال دیگر $۱۲ - ک : \frac{ک}{۲} :: ۴ : ۱$) اینجا $۱۲ - ک = \frac{۴ک}{۲} = ۲ک$ بلکه $۲ک + ک = ۱۲$ بلکه $۳ک = ۱۲$ بلکه $ک = \frac{۱۲}{۳} = ۴$ *

قاعدهٔ هفتم * اگر مقادیر متساویه مع نشان متساوی در هر دو طرف مقابله باشند اعنی متداخلین بوند آنهارا از هر دو طرف ساقط کنند وهمچنین اگر مضروب یا مقسوم علیه در همه ارقام مساوی باشد پس آنهارا حذف نمایند * مثلاً ۴ ک + م = ب + م) اینجا ۴ ک = ب بلکه ک = ب/۴ ❁ مثال دیگر ۳ م ک + ۵ م ب = ۸ م س) اینجا ۳ ک + ۵ ب = ۸ س بلکه ک = (۸ س − ۵ ب)/۳ ❁ مثال دیگر ۲ ک/۳ − ۸/۳ = ۱۶/۳ − ۸/۳) اینجا ۲ ک = ۱۶ بلکه ک = ۸ ❁ سؤال ۵ ک − ۱۵ = ۲ ک + ۶ پس مقدار ک بهم باید رسانید که چه باشد ∴ جواب چون ۵ ک − ۲ ک = ۶ + ۱۵ بلکه ۳ ک = ۲۱ بلکه ک = ۲۱/۳ = ۷ وهوالمطلوب ❁ سؤال دویم ۵ م ک − ۳ ب = ۲ د ک + س پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون ۵ م ک − ۲ د ک = س + ۳ ب بلکه (۵ م − ۲ د) × ک = س + ۳ ب) ازین سبب ک = (س + ۳ ب)/(۵ م − ۲ د) وهوالمطلوب ❁ سؤال سیوم ۳ ک۲ − ۱۰ ک = ۸ ک + ک۲ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا بحسب قسمت معادله علی ک * ۳ ک − ۱۰ = ۸ + ک بلکه ۳ ک − ک = ۸ + ۱۰ = ۱۸ بلکه ۲ ک = ۱۸ بلکه ک = ۹ ❁ سؤال چهارم ۶ م ک۳ − ۱۲ م ب ک۲ = ۳ م ک۳ + ۶ م ک۲ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا از روی قسمت معادله علی ۳ م ک۲ خارج ۲ ک − ۴ ب = ک + ۲ بلکه ۲ ک − ک = ۲ + ۴ ب بلکه ک = ۲ + ۴ ب وهوالمطلوب ❁ سؤال پنجم ک/۲ − ک/۳ + ک/۴ = ۱۰ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون از روی ضرب مخرج اول ک − ۲ ک/۳ + ۲ ک/۴ = ۲۰ و از روی ضرب مخرج دویم ۳ ک − ۲ ک + ۶ ک/۴ = ۶۰ و از روی ضرب مخرج سیوم ۱۲ ک − ۸ ک + ۶ ک = ۲۴۰ بلکه ۱۰ ک = ۲۴۰ پس ک = ۲۴ وهوالمطلوب ❁ سؤال ششم (ک − ۳)/۲ + ک/۳ = ۲۰ − (ک − ۱۹)/۲ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا بسبب ضرب مخرج اول ک − ۳ + ۲ ک/۳ = ۴۰ − ک + ۱۹ و از روی ضرب مخرج دویم ۳ ک − ۹ + ۲ ک = ۱۲۰ − ۳ ک + ۵۷ بلکه ۳ ک + ۲ ک + ۳ ک = ۱۲۰ + ۵۷ + ۹ بلکه ۸ ک

= ۱۸۶ پس ک = ۱۸۶/۸ = ۲۳/۱/۴ وهو المطلوب * سؤال هفتم [۲ک/۳ + ۵ = ۷ پس مقدار ک

چه باشد * جواب چون اینجا [۲ک/۳ = ۷ − ۵ = ۲ پس ازروی تربیع ک۲/۳ = ۲۲ = ۴

وازروی ضرب مخرج ۲ ک = ۱۲ پس ک = ۶ * سؤال هشتم ک + [مر۲ + ک۲ = ۲مر۲/[مر۲+ک۲

پس مقدار ک چه باشد * جواب چون بحسب ضرب مخرج ک [مر۲ + ک۲ + مر۲ + ک۲ =

۲ مر۲ بلکه ک [مر۲ + ک۲ = مر۲ − ک۲ وبحسب التربیع ک۲ × (مر۲ + ک۲) = (مر۲ − ک۲)۲

= مر۴ − ۲ مر۲ ک۲ + ک۴ بلکه ک۲ مر۲ + ک۴ = مر۴ − ۲ مر۲ ک۲ + ک۴ بلکه ک۲ مر۲ + ۲ مر۲ ک۲ =

مر۴ بلکه ۳ مر۲ ک۲ = مر۴ وبحسب قسمت معادله علی ۳ مر۲ خارج ک۲ = مر۲/۳ پس ک =

مر × [۱/۳ وهو المطلوب *

بیان دویم * درطریق استخراج مقدار دومجهول و پیدا کردن مقابلهٔ مفرد مشتمل برهریکی ازان هردومجهول ودران چند قواعد است *

قاعدهٔ اول * اول یک مجهول درمقدار هریک مقابله که مشتمل برمقدار مجهول ومقدار معلوم باشد بهم رسانند وبعد ازان مساوات آنرا ازروی آن مقابلها درست کنند که یک معادلهٔ نو مشتمل برمجهول ثانی شود پس مجهول ثانی را بطوریکه دربیان اول گفته شد خارج کنند وبعد ازان مقدار مجهول اول نیزضرورةً معلوم خواهد شد * مثلاً ۲ ک + ۳ ے = ۲۳ و ۵ ک − ۲ ے = ۱۰ پس اگرمقدار ک + ے را معلوم کنم اول مقدار ک) ازروی هردومقابله برآوردم بموجب مقابلهٔ اول ک = (۲۳ − ۳ ے)/۲ وبموجب مقابلهٔ دویم ک = (۱۰ + ۲ ے)/۵

وازین سبب (۲۳ − ۳ ے)/۲ = (۱۰ + ۲ ے)/۵ بلکه ۲۳ − ۳ ے = (۲۰ + ۴ ے)/۵ بلکه ۱۱۵ −

۱۵ ے = ۲۰ + ۴ ے بلکه ۱۹ ے = ۱۱۵ − ۲۰ = ۹۵ پس ے = ۹۵/۱۹ = ۵ وچون ک =

(۲۳ − ۳ ے)/۲ بود وهرگاه مقدار ے معلوم شد پس ک = (۲۳ − ۱۵)/۲ = ۸/۲ = ۴ وهو المطلوب *

مثال دویم ک + ے = مر و ک − ے = ب ومقدار ک و ے مجهول است پس

ازروی هرد و مقابله مقدار ک معلوم کردم بموجب مقابلهٔ اول ک = م ــ ے وبموجب
مقابلهٔ ثانی ک = ب + ے وازین سبب م ــ ے = ب + ے بلکه ۲ ے = م ــ ب
بلکه ے = (م ــ ب)/۲ وچون ک = م ــ ے بود وهرگاه مقدار ے معلوم شد پس ک =
م ــ (م ــ ب)/۲ = (م + ب)/۲ وهوالمطلوب ٭ مثال سیوم ۱/۲ ک + ۱/۳ ے = ۷ و ۱/۳ ک + ۱/۲ ے
= ۸ ومقدار ک و ے مجهول است چون ازروی مقابلهٔ اول ک = ۱۴ ــ ۲ ے/۳
وبموجب مقابلهٔ ثانی ک = ۲۴ ــ ۳ ے/۲ وازین سبب ۱۴ ــ ۲ ے/۳ = ۲۴ ــ ۳ ے/۲ بلکه
۴۲ ــ ۲ ے = ۷۲ ــ ۹ ے/۲ بلکه ۸۴ ــ ۴ ے = ۱۴۴ ــ ۹ ے بلکه ۵ ے = ۶۰ بلکه
ے = ۱۲ ودرینصورت ک = ۱۴ ــ ۲۴/۳ = ۶ وهوالمطلوب ٭ مثال چهارم ک + ے = ه
و ک۲ ــ ے۲ = ء ومقدار ک و ے مجهول است چون بموجب مقابلهٔ اول ک = ه ــ ے
وبموجب مقابلهٔ دویم ک = √(ء + ے۲) درینصورت ه ــ ے = √(ء + ے۲) وبحسب التربیع
ه۲ + ے۲ ــ ۱۰ ے = ء + ے۲ بلکه ه۲ = ء + ۱۰ ے بلکه ه۲ ــ ء = ۱۰ ے پس
ے = (ه۲ ــ ء)/۱۰ ودرینصورت ک = ه ــ (ه۲ ــ ء)/۱۰ بلکه ک = (ه۲ + ء)/۱۰ وهوالمطلوب ٭

قاعدهٔ دوم ٭ مقدار یک مجهول را ازیک مقابله که مشتمل بر مقدار مجهول ثانی باشد حاصل کنند
ودر مقابلهٔ دیگر مقدار مجهول اول را بمقدار حاصل بدل سازند که معادله صرف مشتمل بر مقدار
مجهول ثانی شود پس مقدار مجهول ثانی را بموجب بیان اول خارج نمایند که مقدار
مجهول هم ضرورةً خارج خواهد شد ٭ مثال ک + ۲ ے = ۱۷ و ۳ ک ــ ے = ۲ مقدار
ک و ے مجهول است چون ازروی مقابلهٔ اول ک = ۱۷ ــ ۲ ے پس هرگاه مقدار
ک را در مقابلهٔ ثانی ازحاصل بدل کردم (۱۷ ــ ۲ ے) × ۳ ــ ے = ۲ بلکه ۵۱ ــ ۶ ے ــ
ے = ۲ بلکه ۵۱ ــ ۷ ے = ۲ بلکه ۷ ے = ۵۱ ــ ۲ = ۴۹ پس ے = ۷ درینصورت
ک = ۱۷ ــ ۱۴ = ۳ وهوالمطلوب ٭ مثال دویم م : ب :: ک : ے و ک۲ + ے۲ = س
مقدار ک و ے مجهول است چون بحسب اربعهٔ متناسبه م ے = ب ک پس ک

$= \frac{\text{م ے}}{\text{ب}}$ وهرگاه درمعادلهٔ ثاني مقدار ک را ازحاصل بدل کردم $\frac{\text{م}^2\text{ے}^2}{\text{ب}^2} + \text{ے}^2 = \text{س}$ بلکه $\text{م}^2\text{ے}^2 + \text{ب}^2\text{ے}^2 = \text{ب}^2\text{س}$ بلکه $\text{ے}^2 = \frac{\text{ب}^2\text{س}}{\text{م}^2+\text{ب}^2}$ درینصورت بحسب تجذیر $\text{ے} = \sqrt{\frac{\text{ب}^2\text{س}}{\text{م}^2+\text{ب}^2}}$ وضرورةً $\text{ک} = \sqrt{\frac{\text{س م}^2}{\text{م}^2+\text{ب}^2}}$ وهوالمطلوب *

قاعدهٔ سیوم اول مقدارهای یک مقابله را درکدام عدد حسب مناسب ضرب کنند یابر کدام عدد قسمت نمایند وخواه درهردو مقابله بهمین طورعمل سازند بحیثیتیکه مقدار یک مجهول درهردو معادله مساوي افتد پس ازروی جمع یا تفریق هردومعادله یک معادلهٔ دیگر پیدا خواهد شد که مشتمل برمقدار یک مجهول باشد پس آن مجهول رابموجب بیان اول خارج کنند که ضرورةً مجهول دویم نیزخارج خواهد شد * مثال ۳ ک + ۵ ے = ۴۰ و ک + ۲ ے = ۱۴ ومقدار ک و ے مجهول است پس مقابلهٔ دویم را اگر درسه ضرب کردم ۳ ک + ۶ ے = ۴۲ شد وهرگاه ازان مقابلهٔ اولی را تفریق کردم ۶ ے − ۵ ے = ۴۲ − ۴۰ بلکه ے = ۲ گردید وازین سبب ضرورةً ک = ۱۴ − ۴ = ۱۰ وهوالمطلوب * مثال دویم ۵ ک − ۳ ے = ۹ و ۲ ک + ۵ ے = ۱۶ ومقدار ک و ے مجهول است پس اگر مقابلهٔ اولی را در دو ومقابلهٔ دویم را در پنج ضرب کردم پس ۱۰ ک − ۶ ے = ۱۸ حاصل مقابلهٔ اولی شد و ۱۰ ک + ۲۵ ے = ۸۰ حاصل مقابلهٔ دویم گردید پس حاصل مقابلهٔ اولی را ازحاصل مقابلهٔ دویم ساقط نمودم باقي ۳۱ ے = ۶۲ ماند بلکه ے = ۲ وضرورةً $\text{ک} = \frac{۶+۹}{۵} = ۳$ وهوالمطلوب *
وبطریق دیگر اگر مقابلهٔ اولی را در پنج ومقابلهٔ ثاني را درسه ضرب کنم پس حاصل مقابلهٔ اولی ۲۵ ک − ۱۵ ے = ۴۵ وحاصل مقابلهٔ ثاني ۶ ک + ۱۵ ے = ۴۸ پس ازروی جمع هردو مقابله ۳۱ ک = ۹۳ بلکه ک = ۳ پس ضرورةً $\text{ے} = \frac{۱۶-۶}{۵} = ۲$ شد *

بیان سیوم درطریق استخراج مقادیر سه مجهول وبهم رسانیدن سه مقابلهٔ مفرد مشتمل بران *

قاعده هرسه مقادیر مجهول را به سه حروف تعبیرکنم ومقدار مجهول اول ازهرسه مقابله حاصل سازم که مشتمل برمقادیر دو مجهول باقي خواهد بود بعد ازان مقدار مجهول اول را که ازروی مقابلهٔ اولی حاصل شده است با حاصل مقابلهٔ دویم وسیوم معادل ساخته مقدار مجهول دویم را

قیط

که مشتمل بر مقدار صرف مجهول ثالث باشد از هر دو مقابله حاصل کنند وان هر دو حاصل ثاني را
باهم معادل کنند که یک مقابلهٔ نو مشتمل صرف بر مجهول ثالث خواهد بود پس استخراج مجهول
ثالث بموجب بیان اول نمایندکه بعد ازان مقادیر مجهول اول و دویم نیز ازان حاصل خواهد شد *

فائده باید دانست که درین ترکیب مقدار مجهول اکثر بسیار زود بهم میرسد وگاهی از انقلاب
وضرب وتفریق نیز مقادیر مجهول حاصل میشوند ** مثال ک + ے + ر = ۲۹ و ک + ۲ ے + ۳ ر = ۶۲
و ۱/۲ ک + ۱/۳ ے + ۱/۴ ر = ۱۰ ومقدار ک و ے و ر هر سه مجهول است چون بموجب
مقابلهٔ اولی ک = ۲۹ − ے − ر وبموجب مقابلهٔ دویم ک = ۶۲ − ۲ ے − ۳ ر وبموجب
مقابلهٔ سیوم ک = ۲۰ − ۲ے/۳ − ر/۲ وازین سبب ۲۹ − ے − ر = ۶۲ − ۲ ے − ۳ ر
ونیز ۲۹ − ے − ر = ۲۰ − ۲ے/۳ − ر/۲ ودرینصورت از مقابلهٔ اولی بعد اسقاط متداخلات
ے = ۳۳ − ۲ ر واز روی مقابلهٔ ثاني بعد اسقاط متداخلات ے = ۲۷ − ۳ر/۲ وازین سبب
۳۳ − ۲ ر = ۲۷ − ۳ر/۲ بلکه ر = ۱۲ پس ضرورةً ے = ۳۳ − ۲۴ = ۹ و ک = ۲۹ − ۹ − ۱۲ =
۸ وهو المطلوب ** مثال دویم ۱/۲ ک + ۱/۳ ے + ۱/۴ ر = ۶۲ و ۱/۳ ک + ۱/۴ ے + ۱/۵ ر = ۴۷
و ۱/۴ ک + ۱/۵ ے + ۱/۶ ر = ۳۸ ومقدار ک و ے و ر مجهول است چون مقادیر هر سه
مقابله را بمخرج مشترک کسور مرفوع نمودم پس ضعف مقابلهٔ اولی مضروب در دوازده که
مخرج مشترک است ۱۲ ک + ۸ ے + ۶ ر = ۱۴۸۸ وحاصل ضرب مقابلهٔ ثاني در شصت
که مخرج مشترک است ۲۰ ک + ۱۵ ے + ۱۲ ر = ۲۸۲۰ وحاصل ضرب معادلهٔ ثالث
در یک صد وبست که ضعف مخرج مشترک است ۳۰ ک + ۲۴ ے + ۲۰ ر = ۴۵۶۰
گردید پس هرگاه مقادیر مقابلهٔ دویم را از ضعف مقابلهٔ اولی ساقط نمودم باقي ۴ ک + ے =
۱۵۶ وسه چند مقابلهٔ سیوم را از پنج گونه مقابلهٔ دویم ساقط کردم ۱۰ ک + ۳ ے = ۴۲۰
ماند وهرگاه درین معادلتین معادلهٔ ثاني را از سه چند معادلهٔ اولی ساقط نمودم باقي ۲ ک = ۴۸
بلکه ک = ۲۴ وازین سبب چون ے = ۱۵۶ − ۴ ک پس ے = ۶۰ شد و ر = ۱۲۰ *

سؤال اول بهمرسان دو عدد بحیثیتیکه مجموع آن هردو ۴۰ و تفاضل آن هردو ۱۶ باشد ∴ جواب اصغر را ک فرض کردم پس اعظم ک + ۱۶ شد درینصورت ک + ک + ۱۶ = ۴۰ بلکه ۲ ک = ۲۴ بلکه ک = ۱۲ و آن عدد اصغر است پس ۱۲ + ۱۶ = ۲۸ و آن عدد اعظم است * سؤال دویم کدام عدد است که ثُلث از رُبع او بقدر شانزده زیاده است ∴ جواب مجهول را ک فرض کردم پس ۱ک/۳ = ک/۳ و همچنین ۱ک/۴ = ک/۴ و ازین سبب ک/۳ − ک/۴ = ۱۶ بحسب سؤال پس ک − ۳/۴ ک = ۴۸ بلکه ۴ ک − ۳ ک = ۱۹۲ بلکه ک = ۱۹۲ * سؤال سیوم قسمت کن یک هزار را بسه حصه بشرطیکه حصهٔ اولی از حصهٔ دویم بقدر هفتاد و دو زیاده باشد و حصهٔ سیوم از حصهٔ اولی بقدر یک صد زیاده باشد ∴ جواب حصهٔ دوم را ک فرض کردم پس ک + ۷۲ = حصهٔ اولی و ک + ۱۷۲ = حصهٔ سیوم درینصورت ک + ک + ۷۲ + ک + ۱۷۲ = ۱۰۰۰ بلکه ۳ ک + ۲۴۴ = ۱۰۰۰ بحسب السؤال بلکه ۳ ک = ۷۵۶ بلکه ک = ۷۵۶/۳ = ۲۵۲ و این مقدار حصهٔ دویم است پس مقدار حصهٔ اولی ۲۵۲ + ۷۲ = ۳۲۴ و مقدار حصهٔ ثالث ۲۵۲ + ۱۷۲ = ۴۲۴ و هو المطلوب * سؤال چهارم غنیمت یکهزار روپیه درمیان دو شخص تقسیم شده است بحیثیتیکه نسبت حصهٔ انها مثل نسبت هفت بطرف نه است پس مقدار حصهٔ هریک چه باشد ∴ جواب حصهٔ شخص اول را) ک فرض کردم پس حصهٔ ثاني ۱۰۰۰ − ک شد پس ک : ۱۰۰۰ − ک :: ۷ : ۹ بحسب السؤال درینصورت از روی اربعهٔ متناسبه ۹ ک = ۷۰۰۰ − ۷ ک بلکه ۹ ک + ۷ ک = ۷۰۰۰ بلکه ۱۶ ک = ۷۰۰۰ و ازین سبب ک = ۷۰۰۰/۱۶ = ۴۳۷½ و آن مقدار حصهٔ اولی است پس مقدار حصهٔ ثاني = ۵۶۲½ شد و هو المطلوب * سؤال پنجم فرشی مربع است که قیمت آن في ذرعه دو (شلنگ)(۳) مساوي قیمت مجموع هرچهار ضلع آن في ذرعه پنج (شلنگ) است پس مقدار یک ضلع آن چند ذرعه باشد ∴ جواب ضلع مطلوب را) ک فرض کردم درینصورت ۴ ک = مجموع ذرعه های هرچهار ضلع باشد و ک۲ = مجموع ذرعه های مساحت فرش است پس ۴ ک × ۵ = ۲۰ ک = قیمت فرش از روی هرچهار ضلع و ک۲ ×

---

(۳) (شلنگ) انگریزی ضرب نقرئي مقدار آن برا بر پنجشش آنه است *

۲ = ۲ $ک^{۲}$ = قیمت فرش از روي ذرعه‌هاي مساحت پس ۲ $ک^{۲}$ = ۲۰۰ ک وازین سبب
$ک^{۲}$ = ۱۰۰ بلکه ک = ۱۰ وآن مقدار ذرعه ضلع مطلوبه است * سؤال ششم مزدوري
براي چهل روز اجرت کاري مقرر کرد بدين شرط که في يوم بيست فلوس بگيرد واگر غيرحاضر
شود جريمانه غيرحاضري في يوم هشت فلوس بدهد بعد اتمام ميعاد يک (پونڈ) ويازده (شلنگ)
وهشت فلوس يافت پس چند روز کار کرد وچند روز غيرحاضري بود ؛ جواب چون دوازده فلوس را
يک (شلنگ) وبيست (شلنگ) را يک (پونڈ) مقرر است پس عدد روزهاي عمل را ک
فرض کردم وعدد روزهاي غيرحاضري را ۴۰ − ک پس ک × ۲۰ = ۲۰ ک وآن مقدار اجرت
ايام عمل شد و (۴۰ − ک) × ۸ = ۳۲۰ − ۸ ک = مقدار جرمانهٔ غيرحاضري وازين سبب
۲۰ ک − (۳۲۰ − ۸ ک) = (۱ پونڈ + ۱۱ شلنگ + ۸ فلوس) = ۳۸۰ فلوس بحسب
السؤال وبدين سبب ۲۰ ک − ۳۲۰ + ۸ ک = ۳۸۰ بلکه ۲۸ ک = ۳۸۰ + ۳۲۰ =
۷۰۰ پس ک = $\frac{۷۰۰}{۲۸}$ = ۲۵ = ايام عمل ونيز ۴۰ − ک = ۴۰ − ۲۵ = ۱۵ = ايام غير
حاضري وهو المطلوب * سؤال هفتم کدام کسر است که اگر واحد برصورت کسر افزوده شود
آن کسر يک ثلث گردد واگر واحد برمخرج آن افزوده شد آن کسر يک ربع شود ؛ جواب
کسر مجهول را $\frac{ک}{م}$ فرض کردم درينصورت $\frac{ک + ۱}{م}$ = $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{ک}{م + ۱}$ = $\frac{۱}{۴}$ بحسب سؤال
پس از روي ضرب مخرجين ۳ ک + ۳ = م و ۴ ک = م + ۱ و بحسب التفريق
۴ ک − ۳ ک − ۳ = م + ۱ − م بلکه ک − ۳ = ۱ بلکه ک = ۴ و چون م =
۳ ک + ۳ بود درينصورت م = ۱۲ + ۳ = ۱۵ شد پس کسر مطلوب $\frac{۴}{۱۵}$ برآمد *

مطلب سيزدهم در معادلات مرکب مربعي وآنرا (کواڈرٹک ايکويشن) گويند

(کواڈر) عبارت از مربع است بايد دانست که مقابلهٔ مربعي دو قسم است يکي مقابلهٔ
مربعي مفرد دوم مقابلهٔ مربعي مرکب چون ترکيب استخراج مقابلهٔ مربعي مفرد از
مطلب دوازدهم ظاهر گرديده که رجوع بمعادلهٔ مفرد ميشود لهذا الحال بيان استخراج معادلات
مرکب مربعي کرده ميشود بدانکه معادلهٔ مرکب مربعي آنست که مشتمل برمربع وشي باشد
وآن منحصر در سه شکل است * شکل اول $ک^{۲}$ + م ک = ن * شکل دوم $ک^{۲}$ − م ک

= ب * شکل سیوم $\text{ک}^{2} - \text{م}\,\text{ک} = -\text{ب}$ * واین بعینه ثلثهٔ مقترنات است وقاعدهٔ استخراج مقدار ک که مجهول است برای این هرسه شکل در ذیل بیان کرده میشود *

قاعدهٔ اولی حرفی راکه با مقدار مجهول در یک طرف مقابله وصل است مبدل باعداد سازند وحرفی راکه در طرف آخر واقع است نیز باعداد بدل کنند چراکه آن هردو ضرورةً اعداد معلوم خواهند بود بعد ازان اگر با مجذور مقدار مجهول کدام عدد ما قبل باشد آنرا حذف کنند وباقي همه اعداد مقابله را بران قسمت کنند ومربع نصف عدد ما قبل مجهول را بهردو طرف مقابله بیفزایند تا طرفی که دران مقدار مجهول واقع است یک مجذور کامل شود پس ضلع مجذور هردو طرف مقابله استخراج کنند که مقدار مجهول بحسب مقصود متعین شود *

فائده چون ضلع مجذور هریک مقدار مثبت ومنفي هردو میتواند شد پس برای ضلع مقابله مربعی دو رقم ظاهر خواهد شد چنانکه ضلع مجذور $+\text{ج}^{2}$ یکی ازین دو خواهد بود $+\text{ج}$ خواه $-\text{ج}$ چراکه $(+\text{ج}) \times (+\text{ج})$ خواه $(-\text{ج}) \times (-\text{ج})$ هریک $= +\text{ج}^{2}$ میشود وضلع مجذور $-\text{ج}^{2}$ خواه $\sqrt{-\text{ج}^{2}}$ محال است پس ضلع مجذور یک طرف این مقابله همیشه متساوي یا مجموع مقدار مجهول ونصف عدد ما قبل او خواهد بود *

فائدهٔ دویم درهر مقابله که دو مقدار مفروض اند یکی مربع مقدار مجهول ودیگر عدد ما قبل مجهول که ضعف نصف خودش باشد وآن مقدار مجهول شيء بود خواه از مضلعات شيء درینصورت جذر آن مقابله صاف خارج میتواند شد وازان مقدار مجهول که شيء است نیز بخوبی میتواند برآمد * مثلا $\text{ک}^{4} + \text{م}\,\text{ک}^{2} = \text{ب}$ خواه $\text{ک}^{ن} + \text{م}\,\text{ک}^{\frac{ن}{2}} = \text{ب}$ درینصورت هرگاه مربع نصف م برهردو طرف زیاده کنند وجذر بگیرند ک^{2} ونصف م در صورت اول $= \sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ خواهد شد وهمچنین درصورت ثاني $\text{ک} + \frac{1}{2}\text{م} = \sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ چون مقدار م و ب و ج معلوم است پس ضرورة ازروی تجذیر رجوع بمقابلهٔ مفرد خواهد نمود *

فائدهٔ سیوم در شکل اول که ($\text{ک}^{2} + \text{م}\,\text{ک} = \text{ب}$) است اینجا $\text{ک} + \frac{1}{2}\text{م} = \sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})}$ خواهد بود واین جذر از دو حال خالي نیست $+\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ خواهد بود یا $-\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ چراکه هرگاه آن هر دو مضروب في نفسه شوند حاصل $\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}$ میشود پس برای رفع

این مغالطه نشان غیرمعین مثبت و منفی ما قبل نشان جذر بدینصورت نویسند $\pm$ مثل
$\text{ک} = \pm\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} - \frac{1}{2}\text{م}$ پس درین شکل $\text{ک} = \pm\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م})} - \frac{1}{2}\text{م}^{2}$ و چون
مقدار اول ک) اعنی $\text{ک} = +\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})} - \frac{1}{2}\text{م}$ بسبب مثبت بودن مقدار ک همیشه
مثبت خواهد بود چراکه هرگاه $\frac{1}{4}\text{م}^{2} + \text{ب}$) اعظم از $\frac{1}{4}\text{م}^{2}$ پس ضرورةً ضلع مجذور اعظم اعنی
$\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})}$ اعظم خواهد بود از جذر اصغر اعنی $\sqrt{\frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ که مساوی $\frac{1}{2}\text{م}$) است پس
بلا شبهه $\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}} - \frac{1}{2}\text{م}$ همیشه مثبت خواهد بود و قدر دویم ک) اعنی $\text{ک} =$
$-\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})} - \frac{1}{2}\text{م}$ بسبب منفی بودن مقدار ک همیشه منفی خواهد بود چراکه درینجا
هر دو رقم منفی است پس مجموع منفی خواهد بود لهذا هرگاه $\text{ک}^{2} + \text{م} = \text{ب}$ که شکل
اول است مینویسم $\text{ک} = +\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م})} - \frac{1}{2}\text{م}$ برای مثبت مقدار ک و همچنین ک
$= -\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})} - \frac{1}{2}\text{م}$ برای منفی مقدار ک و همچنین در شکل دویم چون $\text{ک} = \pm$
$\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})} + \frac{1}{2}\text{م}$ پس قدر اول ک) اعنی $\text{ک} = +\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})} + \frac{1}{2}\text{م}$ همیشه
مثبت خواهد بود بسبب مثبت بودن هردو رقم برای مثبت مقدار ک) اعنی $\text{ک} =$
$-\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} + \frac{1}{2}\text{م}$ همیشه منفی میشود برای منفی مقدار ک چراکه $(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})$ اعظم
از $\frac{1}{4}\text{م}^{2}$ پس $\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{2}\text{م}^{2}}$ نیز اعظم خواهد بود از $\sqrt{\frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ که مساوی $\frac{1}{2}\text{م}$) است پس ضرورةً
$-\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})} + \frac{1}{2}\text{م}$ همیشه مقدار منفی خواهد بود وازین سبب هرگاه $\text{ک}^{2} - \text{مک}$
$= \text{ب}$ که شکل دویم است باشد می نویسم $\text{ک} = +\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} + \frac{1}{2}\text{م}$ برای مثبت
مقدار ک و نیز $\text{ک} = -\sqrt{(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})} + \frac{1}{2}\text{م}$ برای منفی مقدار ک وازین سبب در
هر دو شکل اول و دویم مقدار مجهول هر دو میتواند شد مثبت خواه منفی و در شکل سیوم
هرگاه $\text{ک} = \pm\sqrt{(\frac{1}{4}\text{م}^{2} - \text{ب})} + \frac{1}{2}\text{م}$) است پس هر دو قدر ک مثبت خواهد بود

چراکه $\frac{1}{4}$ م^2) اعظم است از ب پس قدر اول ک) اعني ک = + √[($\frac{1}{4}$ م^2 − ب)] + $\frac{1}{2}$ م مثبت خواهد بود بسبب هرد و ارقام مثبته وقدر دویم ک) اعني ک = − √[($\frac{1}{4}$ م^2 − ب)]

+ $\frac{1}{2}$ م نیز مثبت است بسبب اینکه $\frac{1}{4}$ م^2) اعظم است از ($\frac{1}{4}$ م^2 − ب) پس √[$\frac{1}{4}$ م^2] که $\frac{1}{2}$ م است اعظم خواهد بود از √[($\frac{1}{4}$ م^2 − ب)] پس ضرورة − √[($\frac{1}{4}$ م^2 − ب)] + $\frac{1}{2}$ م همیشه مقدار مثبت خواهد شد وازین سبب هرگاه ک^2 − م ک = − ب شود که شکل سیوم است مینویسم ک = + √[($\frac{1}{4}$ م^2 − ب)] + $\frac{1}{2}$ م و نیز ک = − √[($\frac{1}{4}$ م^2 − ب)] + $\frac{1}{2}$ م برای مثبت مقدار ک

و باید دانست که درین شکل سیوم اگر ب) اعظم باشد از $\frac{1}{4}$ م^2 پس سؤال صریح غیر ممکن خواهد بود بسبب اینکه مجذور کدام مقدار مثبت باشد یا منفي هرگز منفي نمی تواند شد و هرگاه ب) اعظم از $\frac{1}{4}$ م^2 باشد یک مقدار منفي خواهد بود درینصورت √[($\frac{1}{4}$ م^2 − ب)] محال وغیر ممکن خواهد بود ❊

مثال اول ک^2 + ۴ ک = ۱۴۰ و مقدار ک مطلوب است چون بحسب زیادت مجذور نصف عدد ما قبل ک که چهار است ک^2 + ۴ ک + ۴ = ۱۴۰ + ۴ = ۱۴۴ و بحسب التجذیر ک + ۲ = ۱۲) ازین سبب ک = ۱۲ − ۲ = ۱۰ ❊ مثال دویم ک − ۶ ک + ۸ = ۸۰ و مقدار ک مطلوب است چون بحسب اسقاط متداخلین ک^2 − ۶ ک = ۸۰ − ۸ = ۷۲ و بحسب زیادت مجذور نصف عدد ماقبل ک که − ۶) است ک^2 − ۶ ک + ۹ = ۷۲ + ۹ = ۸۱ و بحسب التجذیر ک − ۳ = ۹) ازین سبب ک = ۹ + ۳ = ۱۲ ❊ مثال سیوم ۲ ک^2 + ۸ ک − ۲۰ = ۷۰ و مقدار ک مطلوب است چون بحسب جبر ۲ ک^2 + ۸ ک = ۷۰ + ۲۰ = ۹۰ و بحسب قسمت علی دو که عدد ما قبل مجذور است ک^2 + ۴ ک = ۴۵ و بحسب زیادت مجذور نصف عدد ماقبل ک کما ذکر ک^2 + ۴ ک + ۴ = ۴۹ و بحسب التجذیر ک + ۲ = ۷ پس ک = ۷ − ۲ = ۵ ❊ مثال چهارم ۳ ک^2 − ۳ ک + ۶ = $\frac{۵}{۲}$ و مقدار ک مطلوب است اینجا بسبب قسمت علی ۳ که عدد ما قبل مجذور است ک^2 − ک + ۲ =

$\frac{۱}{۹}$ و بسبب اسقاط متداخلین $ک^{۲} - ک = \frac{۱}{۹} - ۲$ و بحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک خواهد بود $ک^{۲} - ک + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۹} - ۲ + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۳۶}$ و بحسب التجذیر $ک - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۶}$ پس $ک = \frac{۲}{۳}$ *

بیان سؤالات

سؤال اول * کدام دو عدد اند که تفاضل مابین آنها هشت و مسطح آنها (۲۴۰) است ٭ جواب اصغر را ک فرض کردم پس اعظم (ک + ۸) شد و هرگاه هر دو را باهم ضرب کردم $ک \times (ک + ۸) = ۲۴۰$ بحسب السؤال درینصورت $ک^{۲} + ۸ک = ۲۴۰$ و بحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک میشود $ک^{۲} + ۸ک + ۱۶ = ۲۴۰ + ۱۶ = ۲۵۶$ و بحسب التجذیر $ک + ۴ = ۱۶$ پس $ک = ۱۶ - ۴ = ۱۲$ و این مقدار عدد اقل است پس اعظم $۱۲ + ۸ = ۲۰$ و هو المطلوب ٭ سؤال دویم قسمت کنند عدد شصت را بدو حصه بحیثیتیکه مسطح آن هردو ۸۶۴ باشد ٭ جواب حصهٔ اعظم را ک فرض کردم پس اصغر ۶۰ − ک شد درینصورت $ک \times (۶۰ - ک) = ۶۰ک - ک^{۲} = ۸۶۴$ بحسب السؤال پس $ک^{۲} - ۶۰ک = -۸۶۴$ و بحسب زیادت نصف مربع عدد ماقبل ک کما ذکر $ک^{۲} - ۶۰ک + ۹۰۰ = -۸۶۴ + ۹۰۰ = ۳۶$ و بحسب التجذیر $ک - ۳۰ = \sqrt{۳۶} = ۶$ پس $ک = ۶ + ۳۰ = ۳۶$ و آن مقدار حصهٔ اعظم است پس اصغر = ۲۴ و هو المطلوب ٭ سؤال سیوم * کدام دو عدد اند که مجموع آنها ده است و مجموع مربعین آنها پنجاه و هشت ٭ جواب عدد اعظم را ک فرض کردم و مجموع را که ده معلوم است م فرض نمودم پس اصغر م − ک شد و مجموع مجذورین را که نیز معلوم است ب فرض کردم پس $ک^{۲} + (م - ک)^{۲} = ۲ک^{۲} + م^{۲} - ۲مک = ب$ بحسب السؤال بلکه $ک^{۲} + \frac{م^{۲}}{۲} - مک = \frac{ب}{۲}$ بحسب قسمت علی دو بلکه $ک^{۲} - مک = \frac{ب}{۲} - \frac{م^{۲}}{۲} = \frac{ب - م^{۲}}{۲}$ بحسب الجبر درینصورت $ک^{۲} - مک + \frac{م^{۲}}{۴} = \frac{ب - م^{۲}}{۲} + \frac{م^{۲}}{۴} = \frac{۲ب - م^{۲}}{۴}$ بحسب زیادت مربع نصف م پس $ک - \frac{م}{۲} = \sqrt{\frac{۲ب - م^{۲}}{۴}}$ بحسب التجذیر پس $ک = \pm\sqrt{\frac{۲ب - م^{۲}}{۴}} + \frac{م}{۲}$ و این عدد اعظم است و چون $م - \left\{\frac{م}{۲} \pm \sqrt{\frac{۲ب - م^{۲}}{۴}}\right\} = \pm\sqrt{\frac{۲ب - م^{۲}}{۴}} + \frac{م}{۲}$ = عدد اصغر است

و ازین سبب عدد اعظم ۷ و عدد اصغر ۳ برآمد ❊ سؤال چهارم شخصی چادری خرید
وبقیمت بست وچهار روپیه آنرا فروخت و نفع بحساب في صد مثل اصل خرید حاصل شد
پس مقدار اصل قیمت و مقدار نفع چه باشد ❊ جواب اصل قیمت را ک فرض کردم پس
مقدار نفع ۲۴ − ک شد درینصورت بحسب اربعهٔ متناسبه که ۱۰۰ : ک :: ک : ۲۴ − ک)
است بحسب سؤال پس بحسب مساوات مسطح الطرفین و وسطین $ک^{۲}$ = ۱۰۰ × (۲۴ − ک)
= ۲۴۰۰ − ۱۰۰ ک پس $ک^{۲}$ + ۱۰۰ ک = ۲۴۰۰ و بحسب زیادت مربع نصف عدد
ماقبل ک میشود $ک^{۲}$ + ۱۰۰ ک + ۲۵۰۰ = ۲۴۰۰ + ۲۵۰۰ = ۴۹۰۰ و بحسب التجذیر
ک + ۵۰ = ۷۰ پس ک = ۷۰ − ۵۰ = ۲۰ =) اصل قیمت چادر پس ۴ = نفع شد ❊
سؤال پنجم شخصی نرگاوان بقیمت هشتاد روپیه خرید کرد بحیثیتیکه اگر چهار رأس زیاده میشد
قیمت في نرگاو از قیمت حال یک روپیه کم میشد پس نرگاو چند باشد ❊ جواب عدد نرگاوان را
ک فرض کردم پس قیمت في رأس $\frac{۸۰}{ک}$ شد و بحسب زیادت چهار رأس قیمت في رأس $\frac{۸۰}{ک+۴}$
گردید درینصورت $\frac{۸۰}{ک}$ = $\frac{۸۰}{ک+۴}$ + ۱ بحسب السؤال شد بلکه ۸۰ = $\frac{۸۰ک}{ک+۴}$ + ۱ ک
بحسب الضرب بلکه ۸۰ ک + ۳۲۰ = ۸۰ ک + $ک^{۲}$ + ۴ ک بحسب الترفیع بلکه $ک^{۲}$ +
۴ ک = ۳۲۰ بحسب اسقاط متداخلین بلکه $ک^{۲}$ + ۴ ک + ۴ = ۳۲۰ + ۴ = ۳۲۴ بحسب
زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک بلکه ک + ۲ = ۱۸ بحسب التجذیر بلکه ک = ۱۸ −
۲ = ۱۶ و این عدد نرگاوان مطلوب است ❊ سؤال ششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها
و حاصل الضرب آنها و تفاضل مجذورین آنها همه مساوی یک دیگر اند ❊ جواب عدد اعظم را
ک و عدد اصغر را ے فرض کردم درینصورت ک + ے = ک ے و نیز ک + ے
= $ک^{۲}$ − $ے^{۲}$ بحسب السؤال و نیز واحد = $\frac{ک^{۲} - ے^{۲}}{ک + ے}$ = ک − ے که خارج القسمة است
بلکه ک = ے + ۱ و ازین سبب (ے + ۱) + ے = (ے + ۱) × ے بلکه ۲ ے
+ ۱ = $ے^{۲}$ + ے پس $ے^{۲}$ − ے = ۱ و بحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ے

میشود ـےٰ ـ ـے + ۱/۴ = ۱ + ۱/۴ و بحسب التجذیر ـے ـ ۱/۲ = [۱/۴] = [۵/۴] = [۵]/۲ پس

ضرورۃً ـے = [۵]/۲ + ۱/۲ = (۱ + [۵])/۲ و ـکـ = ـے + ۱ = ([۵] + ۳)/۲ وهرگاه این معادله را تبدیل

بعد کرده شود باعتبار کسور اعشاریه پس ـکـ = ۲/۱,۶۱۸ و ـے = ۱/۱,۶۱۸ وهو المطلوب ٭

سؤال هفتم کدام چهار عدد اند علی نسبت عددی که تفاضل ما بینها متساوی است وحاصل

الضرب طرفین ۴۵ وحاصل ضرب وسطین ۷۷ ٭ جواب عدد اول را ـکـ فرض کردم ومقدار

تفاضل مشترک را ـے درینصورت ـکـ و ـکـ + ـے و ـکـ + ۲ ـے و ـکـ + ۳ ـے مقدار

هر چهار عدد باشد پس مسطح الطرفین ـکـ × (ـکـ + ۳ ـے) = ـکـٰ + ۳ ـکـ ـے = ۴۵

و (ـکـ + ـے) × (ـکـ + ۲ ـے) = مسطح الوسطین = ـکـٰ + ۳ ـکـ ـے + ۲ ـےٰ = ۷۷

بحسب السؤال درینصورت ۲ ـےٰ = ۷۷ ـ ۴۵ = ۳۲ بحسب التفریق بلکه ـےٰ = ۱۶

بحسب القسمة بلکه ـے = ۴ بحسب التجذیر پس ـکـٰ + ۳ ـکـ ـے = ـکـٰ + ۱۲ ـکـ = ۴۵

بحسب مقابلۃ مسطح الطرفین بلکه ـکـٰ + ۱۲ ـکـ + ۳۶ = ۴۵ + ۳۶ = ۸۱ بحسب زیادت

مربع نصف عدد ماقبل ـکـ وبحسب التجذیر ـکـ + ۶ = ۹ پس ـکـ = ۳ درینصورت اعداد

اربعه ۳ و ۷ و ۱۱ و ۱۵ شد وهو المطلوب ٭ سؤال هشتم کدام سه عدد اند علی نسبت متوالیۃ

هندسی که مجموع آنها ۱۴ ومجموع مجذورهای آنها ۸۴ است ٭ جواب هر سه اعداد را

ـکـ و ـے و ر فرض کردم چون در سه اعداد متوالیه علی نسبت هندسی مسطح الطرفین

مساوی مربع وسطی باشد درینصورت ـکـ ر = ـےٰ وچون ـکـ + ـے + ر = ۱۴ و ـکـٰ

+ ـےٰ + رٰ = ۸۴ بحسب السؤال است پس ـکـ + ر = ۱۴ ـ ـے بحسب مقابلۃ اولی

و ـکـٰ + ۲ ـکـ ر + رٰ = ۱۹۶ ـ ۲۸ ـے + ـےٰ بحسب التربیع بلکه ـکـٰ + رٰ + ۲ ـےٰ =

۱۹۶ + ـےٰ ـ ۲۸ ـے بحسب مساوات ۲ ـکـ ر با ۲ ـےٰ درینصورت ـکـٰ + رٰ + ـےٰ

= ۱۹۶ ـ ۲۸ ـے بحسب اسقاط المتداخلین بلکه ۱۹۶ ـ ۲۸ ـے = ۸۴ بحسب مساوات

مجموع مجذورات ازین سبب ـے = (۱۹۶ ـ ۸۴)/۲۸ = ۴ پس ـکـ ر = ـےٰ = ۱۶ بلکه ـکـ

= ۱۶/ر بلکه ـکـ + ـے + ر = ۱۶/ر + ۴ + ر = ۱۴ بلکه ۱۶ + ۴ ر + رٰ = ۱۴ ر بحسب ضرب مخرج

بلکہ ر^۲ − ۱۰ ر = − ۱۶ بلکہ ر^۲ − ۱۰ ر + ۲۵ = ۲۵ − ۱۶ = ۹ بحسب زیادت مربع نصف عدد ما قبل
رپس ر − ۵ = ۳ بحسب التجذیر بلکہ ر = ۳ + ۵ = ۸ وضرورةً ک = ۱۴ − ے − ر = ۱۴ −
۴ − ۸ = ۲ پس اعداد ثلثه ۲ و ۴ و ۸ مطلوب است ❊ سؤال نهم کدام دو عدداند که مجموع
آنها سہ معلوم است ومسطح آنها ب معلوم و مقصود است دانستن مجموع مجذورین آنها
وکعبین آنها ومال مال آنها پس طریق آن چه باشد ❊ جواب آن هردو را فرض کردم ک و ے
پس ک + ے = سہ و ک ے = ب بحسب السؤال بلکہ (ک + ے)^۲ = ک^۲ + ۲ ک ے
+ ے^۲ = سہ^۲ بحسب التربیع و ک^۲ + ۲ ک ے + ے^۲ − ۲ ک ے = سہ^۲ − ۲ ب
بلکہ ک^۲ + ے^۲ = سہ^۲ − ۲ ب = مجموع مجذور آن هردو ونیز (ک^۲ + ے^۲) × (ک + ے)
= (سہ^۲ − ۲ ب) × سہ بحسب الضرب بلکہ ک^۳ + ک ے × (ک + ے) + ے^۳ = سہ^۳
− ۲ سہ ب بلکہ ک^۳ + سہ ب + ے^۳ = سہ^۳ − ۲ سہ ب بسبب مساوات سہ ب و ک ے ×
(ک + ے) وازین سبب مجموع ک^۳ + ے^۳ = سہ^۳ − ۳ سہ ب = مجموع کعب آن هردو ونیز
چون (ک^۳ + ے^۳) × (ک + ے) = (سہ^۳ − ۳ سہ ب) × سہ بحسب الضرب بلکہ ک^۴
+ ک ے × (ک^۲ + ے^۲) + ے^۴ = سہ^۴ − ۳ سہ^۲ ب بلکہ ک^۴ + ب × (سہ^۲ − ۲ ب) +
ے^۴ = سہ^۴ − ۳ سہ^۲ ب بسبب مساوات ب × (سہ^۲ − ۲ ب) یا ک ے × (ک^۲ + ے^۲)
پس ضرورةً ک^۴ + ے^۴ = سہ^۴ − ۳ سہ^۲ ب − ب × (سہ^۲ − ۲ ب) = سہ^۴ − ۴ سہ^۲ ب + ۲ ب^۲ =
مجموع مال مال آنها وهمچنین تا هرجا که خواهند اخراج کنند ❊ سؤال دهم کدام چهار عدد اند
علی نسبت هندسی متوالی که مجموع آنها م معلوم است ومجموع مجذورهای آنها نیز ب
معلوم است ومقصود است استخراج آن اعداد ❊ جواب وسطین را ک و ے فرض کردم
درینصورت طرف اول ک^۲/ے وطرف آخر ے^۲/ک گردید بحسب خاصۀ نسبت پس مجموع وسطین را
سہ فرض کردم ومسطح آنها ء درینصورت مجموع طرفین م − سہ خواهد بود بحسب السؤال
ومسطح طرفین نیز ء خواهد شد بحسب خاصۀ اربعۀ متناسبه وازین سبب ک^۲ + ے^۲ = سہ^۲ −
۲ ء بموجب سؤال نهم ونیز ک^۴/ے^۲ + ے^۴/ک^۲ = (م − سہ)^۲ − ۲ ء ومجموع این هردو = ک^۲ + ے^۲ +

$\frac{ک^4}{ے^2} + \frac{ے^4}{ک^2} = س^2 + (م - س)^2 - ۴ء = ب$ بحسب السؤال وچون $\frac{ک^2}{ے} + \frac{ے^2}{ک} = م - س$ بحسب السؤال است پس $ک^3 + ے^3 = ے ک \times (م - س) = ء \times (م - س)$ وهرگاه $ک^3 + ے^3 = س^3 - ۳ س ء$ بموجب سؤال نهم است ازین سبب $ء \times (م - س) = س^3 - ۳ س ء$ بحسب المساواة بلکه $ء م - ء س + ۳ ء س = ء م + ۲ ء س = س^3$ بلکه $ء = \frac{س^3}{م + ۲ س}$ بحسب القسمة بلکه $س^2 + (م - س)^2 - ۴ ء = س^2 + (م - س)^2 - \frac{۴ س^3}{م + ۲ س} = ب$ بحسب المساواة بلکه $س^2 + \frac{ب س}{م} = \frac{م^2 - ب}{۲}$ بحسب زیادت مربع نصف رقم ماقبل س و بتجذیر الطرفین پس $س = \sqrt{\frac{م^2 - ب}{۲} + \frac{ب^2}{۴ م^2}} - \frac{ب}{۲ م}$ پس هرگاه مقدار س معلوم شد همه مقدارهای ء و ک و ے بطور سهل متعین خواهند شد *

مطلب چهاردهم * در استخراج معادلات بوجه العام وآنرا (ایکویشن انجنرل) گویند (ایکویشن) بمعنی مقابله است و (انجنرل) بمعنی عام است و دران چند بیان است *

بیان اول در خاصیت وماهیت معادلات که آنرا (نیچور) گویند بدانکه جمیع معادلات اعظم بسبب ضرب معادلات اصغر دریک دیگر که مشتمل بریک مقدار مجهول باشد حاصل میشوند * مثلا معادلهٔ مربعی از ضرب دو معادلهٔ مفرد حاصل میشود ومعادلهٔ کعبی بسبب ضرب سه معادلهٔ مفرد خواه یک معادله مربعی ویک معادله مفرد حاصل میشود ومعادلهٔ مال مالی بسبب ضرب چهار معادلهٔ مفرد خواه دو معادلهٔ مربعی خواه یک معادلهٔ کعبی ویک معادلهٔ مفرد بهم میرسد وهمچنین معادلات دیگر چنانکه مقدار مجهول اگر در معادلات مفرد مساوی م و ب و س و ء باشد * مثل $ک = م$ و $ک = ب$ و $ک = س$ و $ک = ء$ و هرگاه ارقام این معادلات را بیک طرف معادله آورده شود پس $ک - م = ۰$ و $ک - ب = ۰$ و $ک - س = ۰$ و $ک - ء = ۰$ خواهند شد وحاصل ضرب کدام دو دو از آنها مثل $(ک - م) \times (ک - ب) = ۰$ یک مقابله مربعی خواهد شد یا معادله دو مقداری ونیز حاصل ضرب سه از آنها مثل $(ک - م)$

×(ک − ب)×(ک − سہ) = ۰ صورت یک معادله کعبي خواهد شد یا معادله سه مقداري
ونیز حاصل الضرب چهار ازانها مثل (ک − م)×(ک − ب)×(ک − سہ)×(ک − ء)
= ۰ صورت یکمعادلۀ مالمالي خواهد شد یا صورت یکمعادله چهار مقداري و هکذا بعد
ذلک پس درینصورت هریک ازان مقادیر معلومات که درمقابلۀ معادل مفرد مجهول
بودند درمعادلۀ مرکب اعظم حاصل ضرب هریک درمقدار مجهول است یاهریک بامقدار
مجهول وصل کرده شده اند * مثلاً اگرهریک مقدار ک که م و ب و سہ و ء فرض کرده شده است
هرگاه بیکطرف آورده وبرای معادلۀ مالمالي باهم ضرب کرده شود مثل (ک − م)×
(ک − ب)×(ک − سہ)×(ک − ء) همه ارقام این مقابله معدوم خواهد شد ومجموع
مساوي صفر که لاشيء است خواهد بود چراکه درینجا سوای آن هرچهار مقدار که بمقام
ک آورده شده اند دیگر نیستند پس حاصل ترکیب معدوم خواهد بود ومساوي معادلۀ
منفي که ازترکیب امثال هریکی ازان هرچهار ضلع اول حاصل است یاازترکیب هریکی
ازان هرچهار مقادیر معلومه پیدا میشود خواهد بود و بعدازمساواة وترکیب همه امثال مقادیر
معلومه که شامل مقدار مجهول خواهد بود منفي خواهد افتاد * مثلاً اگرچهار مقدار م و ب
و سہ و ء را بعدد تعبیر کنم ۱ و ۲ و ۳ و ۴ پس ضرورةً درمال مالي معادلۀ ک^{۴} − ۱۰ ک^{۳} +
۳۵ ک^{۲} − ۵۰ ک + ۲۴ = ۰ خواهد بود وبلاشبهه است که اینجا دیگر مقدار ک سوای
این هرچهار متعین نمیتواند شد چراکه اگرکدام عدد دیگر درین معادله بجای ک متعین
کرده شود هیچ ازارقام معدوم نمیتواند شد واین بسبب آنست که درمعادلۀ مذکور مقدار
ک راکه مختلف است هرعدد که ازاعداد اربعۀ مذکوره فرض کنم میتواند شد ودرینصورت
بسبب حاصل منفي مساواة باصفر است بحسب مناسب این معادله وچون مقادیر مقابله
مفرد مثبت ومنفي هردو میتواند شد چنانکه اگرفرض کنم ک = − م و ک = ب و ک
= − سہ و ک = ء اینجا خواهند بود ک + م = ۰ و ک − ب = ۰ و ک + سہ = ۰ و ک
− ء = ۰ وازین سبب درمالمالي معادله (ک + م)×(ک − ب)×(ک + سہ)×(ک
− ء) = ۰ آن همه مقادیر معلومه − م و + ب و − سہ و + ء ضلعهای آن مقابله خواهند بود پس
نشانها وعدد ماقبل این مقابله بموجب نقشۀ مفصلۀ ذیل بخوبي مفهوم خواهد شد * مثلاً مقابله

مفرد ک − م و ک − ب وغیران باشد پس همیشه مضروب یکدیگر معادلات اعظم متوالیه خواهد بود بدینصورت ک − م = ۰ مضروب

ک − ب = ۰ مضروب فیه

ک^{2} − م ک − ب ک + ب م = ۰ حاصل الضرب مربعي معادله است

وهرگاه این را در ک − س = ۰ ضرب کنم حاصل ک^{3} − (م + ب + س) ک^{2} + (م ب + م س + ب م) ک − م ب س = ۰ این مرکب کعبي معادله است وهرگاه این را در ک − د = ۰ ضرب کنم حاصل ک^{4} − (م + ب + س + د) ک^{3} + (م ب + م س + م د + ب س + ب د + س د) ک^{2} − (م ب س + م ب د + م س د + ب س د) ک + م ب س د = ۰) این معادلهٔ مالالي است درینجا لحاظ باید کرد که عدد ماقبل رقم دویم مساوي مجموع همه مقادیر معلومه است مع تبدیل نشانهای مثبت ومنفي وعدد ماقبل رقم سیوم مساوي مجموع حاصل ضربهای آن همه مقادیر ازروی ضرب آن دودو مقادیر بایک دیگراست وعدد ماقبل رقم چهارم مساوي مجموع حاصل ضرب سه سه مقادیراست ورقم آخر مساوي با حاصل الضرب همه آن مقادیر با یکدیگر است مع نشان مثبت ومنفي بحسب مناسب ونیز لحاظ باید کرد که همه نشانهای مثبت ومنفي جمیع ارقام بترتیب واقع شده اند منفي بعد مثبت ورقم اول همیشه مثبت وبدون عدد ماقبل می باشد وآن مقدار مضلع اعظم مجهول است ورقم دویم مضلع مجهول که تحت مضلع اعظم است مضروب در مجموع مقادیر معلومه مع نشان منفي است ورقم سیوم مضلع تحتاني رقم دویم است مع مجموع حاصل ضرب دودو مقادیر معلومه وازین سبب مثبت واقع خواهد شد وهمچنین رقم چهارم مضلع تحتاني رقم سیوم میشود مع مجموع حاصل ضربهای سه سه مقادیر معلومه وضرورةً منفي واقع خواهد شد وهمچنین اگر بعد آن دیگر مضلعات تحتاني هم باشند بهمان نسبت واقع میشوند وازین بیان ظاهراست که اگر همه مقادیر معلومه مثبت باشند پس همه نشانهای ارقام مضلع اعظم مثبت ومنفي خواهد بود بالترتیب واگر همه مقادیر معلومه منفي بوند همه ارقام مثبت خواهند بود وازینجا ظاهر شد که هرگاه همه مقادیر متقابلهٔ مفرد ومنفي باشند تبدیل نشان نخواهد شد وبالجمله هرقدر که مقادیر مثبت درهریک مقابله خواهند بود همان قدر نشانها

متبدل از طرف مثبت بطرف منفي یا از طرف منفي بطرف مثبت خواهند شد وباقي همه منفي
وبدین سبب در مربعی مقابله اگر دو مقادیر متقابلین مفردین مثبت باشند یا یکی منفي بود پس
یک نشان مثبت ویک نشان منفي خواهد افتاد چنانکه درین مقابله ک^۲ − (م + ب) ک + م ب
= ۰ خواه (ک − م) × (ک − ب) = ۰) اینجا دو نشان مختلف است وازین جهت
هرد ومقدار معلوم مقابلهٔ مفرد مثبت است وهمچنین درین مقابله ک^۲ + (م + ب) ک + م ب = ۰
خواه (ک + م) × (ک + ب) اینجا در نشانها اختلاف نیست لهذا ضرورةً هرد ومقابلهٔ معلومه
معادلین مفردین منفي خواهند بود وهمچنین درین مقابله ک^۲ − (م − ب) ک − م ب = ۰
خواه (ک − م) × (ک + ب) چون اینجا هردونشان منفي اند پس ضرورةً یک مقدار
معادلهٔ مفرد مثبت خواهد بود ویکی منفي چراکه رقم اول مثبت است وآخر منفي پس اینجا
تبدیل نشان رقم دویم ضرورةً از طرف مثبت بطرف منفي خواهد شد وهمچنین در کعبي مقابله ها
همه مقادیر معلومه معادلات مفرده ممکن است که مثبت باشند یا همه منفي یادو از انها منفي
ویکی مثبت یا یکی منفي ود ومثبت چنانکه درین مقابله (ک − م) × (ک − ب) ×
(ک − س) = ۰ نشانهای این معادله علی الترتیب مثبت ومنفي خواهند بود چراکه عدد
منزل کعب سه وفرد است واین ارقام معلومه ضرورةً همه مثبت خواهند بود وهمچنین درین مقابله
(ک + م) × (ک + ب) × (ک + س) = ۰ هیچ جا نشان متبدل نخواهد شد بلکه همه نشان
مثبت خواهد افتاد وضرورةً ارقام معلومهٔ این معادله همه منفي خواهند بود وهمچنین درین معادله
ک^۳ − (م + ب − س) ک^۲ + (م ب − م س − ب س) ک + م ب س = ۰ یا (ک − م)
× (ک − ب) × (ک + س) دو نشان متبدل اند پس دو مقدار معلوم ازین معادله
مثبت اند ویکی منفي درینصورت اگر م + ب) اعظم از س باشد عدد ماقبل رقم دویم
یعني − م − ب + س ضرورةً منفي خواهد بود واگر م + ب) اصغر از س باشد عدد ماقبل
رقم سیوم ضرورةً منفي شود پس عدد ماقبل ک یعني م ب − م س − ب س درهمان صورت
منفي گردد وهمچنین درین مقابله ک^۳ + (م + ب − س) ک^۲ + (م ب − م س − ب س) ک
− م ب س = ۰ چون اینجا صرف یک نشان متبدل است ازین سبب یکی از مقادیر
معلومه مثبت است ودیگردو منفي درینصورت اگر م + ب اصغر از س باشد عدد ماقبل

رقم دویم منفی خواهد بود وسوم نیز ضرورةً منفی شود واگر م + ب) اعظم از سه باشد رقم دویم مثبت خواهد بود لیکن تبدل در دیگر ونشان بحسب دو مقدار دیگر خواهد شد* واز بیان این ترکیب رقم اخیر این معادلهٔ اعظم که مقسوم مفروض گردد حقیقت آن منکشف می شود و قاعده برای بهم رسانیدن هر مقدار در جمیع اقسام معادله حاصل می شود *

بیان دویم در قواعد و دران چند مسئله است

مسئلهٔ اولی در زیاده کردن یا ناقص کردن مقادیر ضلع یک مقابله معلوم بقدر کدام مقدار معلوم*
قاعدهٔ اولی کدام مقدار نو فرض کنند وآنرا مع مقدار معلوم با نشان مثبت خواه منفی حسب مطلوب وصل کنند و مضلعهای آنرا در همان مقابله بعوض مضلعهای مقدار مجهول درست سازند تا که یک مقابلهٔ نو بهم رسد و باید دانست که هرگاه در یک کعبی مقابلهٔ ضلع مرکب از ضلعین متساوین باشد پس آن مقابله فرود آورده می شود بطرف یک مقدار اصغر و بوسیلهٔ استخراج آن حصول مقدار مجهول آسان تر می شود ** مثال اول یک مربعی مقابله است ک^۲ + ۸ ک + ۱۵ = ۰ ومیخواهم که مقابلهٔ دیگر از مقدار ے که مع هفت ناقص معادل مقدار ک باشد درست سازم درینصورت ک = ے − ۷ فرض کردم واین را بعوض مقابلهٔ مذکور درست ساختم بدینصورت

ک^۲ = ے^۲ − ۱۴ ے + ۴۹
۸ ک = * + ۸ ے − ۵۶
۱۵ = * * + ۱۵

ے^۲ − ۶ ے + ۸ = ۰) واین مقابله مطلوب است

مثال دیگر ک^۳ − ب ک^۲ + ب ک − ر = ۰ ومیخواهم که این معادله را در معادلهٔ مجهول دیگر بیارم که مقدار ک بقدر سه زائد باشد پس ک = ے + سه فرض کردم بدینصورت

ک^۳ = ے^۳ + ۳ سه ے^۲ + ۳ سه^۲ ے + سه^۳

− ب ک^۲ = − ب ے^۲ − ۲ب سه ے − ب سه^۲

+ ب ک = + ب ے + ب سه

− ر = − ر

ومجموع این مقادیر = ۰ واین مقابلهٔ نومطلوب است

فائده در مثال اول دومقدار ک درمقابلهٔ مفرد یکی −۳ دویم −۵ میتواند شد وهمچنین دومقدار درمقابلهٔ ے^۲ − ۶ ے + ۸ = ۰ دو وچهار است وازین سبب تفاضل هفت میشود چنانکه مطلوب است وهمچنین درمعادلهٔ ثانیه که کعبي است رقم اخیرمعادله متبدله مساوي است بامعلومات مقابلهٔ اصل بحسب تفاضل سه وازسبب این معلومات اگررقم اخیرکدام معادله معلوم شود مجهول بطورسهل خارج میتواند شد چنانکه ازمثال واضح میشود* مثال ک^۳ + ک^۲ − ۱۰ ک + ۸ = ۰ ومیخواهم که مقابلهٔ نودرست کنم بحیثیتیکه ضلع آن مع چهار ناقص برابر ک باشد فرض کردم ک = ے − ۴ پس

ک^۳ = ے^۳ − ۱۲ ے^۲ + ۴۸ ے − ۶۴

+ ک^۲ = + ے^۲ − ۸ ے + ۱۶

− ۱۰ ک = − ۱۰ ے + ۴۰

+ ۸ = + ۸

مجموع = ے^۳ − ۱۱ ے^۲ + ۳۰ ے = ۰

واین مقابله مطلوب است

وبحسب قسمت علی ے خواهد شد ے^۲ − ۱۱ ے + ۳۰ = ۰ بلکه ے = ۶ وضرورةً ک = ۲ ودرین مثال معادلهٔ معلومه بطرف یک معادلهٔ مربعي فرود آمده ورقم اخیرمعدوم شد بسبب اختیارکردن − ۴ درینصورت − ۴ همیکی ازضلعهای این معادله ومساوي ک ست وچون ضلعهای مثبت هریک مقابله متبدل میشود با مقدار منفي متساوی القدر وضلعهای منفي با مقدار مثبت صرف بسبب تبدیل نشانهای ارقام علی الترتیب شروع از

لفظ دویم چنانکه ضلعهای مقابله ک۴ — ک۳ — ۱۹ ک۲ + ۴۹ ک — ۳۰ = ۰) اینجا + ۱ و + ۲ و + ۳ و — ۵) است لیکن بسبب تبدیل نشان صرف دویم و سیوم مقابله ک۴ + ک۳ — ۱۹ ک۲ — ۴۹ ک — ۳۰ = ۰ ضلعهای آن میشود — ۱ و — ۲ و — ۳ و + ۵ لهذا همه ضلعهای یک مقابله مثبت باشد خواه منفي متعین میشود بحسب زیادت یا نقصان هریک ازان بقدر مقدار معلوم *

مسئلهٔ دویم در معدوم کردن رقم دویم در هریک مقابله که خواهند و طریقش آنست که عدد ماقبل رقم دویم را بر عدد منزل مضلع اعظم قسمت کنند و خارج را مع تبدیل نشان مثبت یا منفي باکدام مفروض نو وصل کنند و مضلعات بحسب معادلهٔ مطلوبه درست سازند پس رقم دویم معدوم خواهد شد ۞ مثال ک۲ — ۸ ک + ۱۵ = ۰ میخواهم که معادلهٔ نو پیدا کنم که دران رقم دویم نباشد پس الّا هشت را که عدد ما قبل رقم دویم بود بردم که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت کردم خارج — ۴ شد آنرا بتبدیل نشان با عدد مفروض دیگر که ے باشد وصل کردم و مضلعات آن ساختم بدینصورت ک = ے + ۴ پس

$$ک^{2} = ے^{2} + ۸ ے + ۱۶$$
$$— ۸ ک = \quad — ۸ ے — ۳۲$$
$$+ ۱۵ = \quad + ۱۵$$
$$مجموع = ے^{2} \quad — ۱ = ۰$$

ازین مثال ظاهر است که هر معادلهٔ مربعي بدون تکمیل مجذور بسبب معدوم شدن رقم دویم حل میشود چراکه ے۲ = ۱ خواه ے = √۱ = ۱ پس ک = ے + ۴ = ۱ + ۴ = ۵ و این ضلع مطلوب است و مساوي با حاصل معادله مربعي میشود ۞ مثال دویم ک۳ — ۹ ک۲ + ۲۶ ک — ۲۴ = ۰ و میخواهم که رقم دویم را در معادلهٔ نو معدوم کنم پس نُه را که عدد ما قبل رقم دویم است برسه که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت کردم خارج — ۳ شد و آنرا تبدیل با مثبت نموده با مفروض آخر که ے باشد وصل کردم ک = ے + ۳ گردید درینصورت مضلعات آن بموجب معادلهٔ مذکوره درست ساختم حاصل مطلوب شد بدینصورت

ک۳ = ے۳ + ۹ ے۲ + ۲۷ ے + ۲۷
− ۹ ک۲ = − ۹ ے۲ − ۵۴ ے − ۸۱
+ ۲۶ ک = + ۲۶ ے + ۷۸
− ۳۴ = − ۳۴

مجموع = ے۳ − ے − ۱۰ = ۰ وهوالمطلوب ❁

مثال سیوم ک۴ + ۸ ک۳ − ۵ ک۲ + ۱۰ ک − ۴ = ۰ پس میخواهم که رقم دویم معادله معدوم کنم پس هشت راکه عدد ما قبل رقم دویم است بر ۴ که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج دو مثبت شد آنرا مع تبدیل نشان با ے که مفروض آخراست جمع نمودم ک = ے − ۲ شد مضلعات آنرا جمع کردم مطلوب برآمد بدینصورت

+ ک۴ = ے۴ − ۸ ے۳ + ۲۴ ے۲ − ۳۲ ے + ۱۶
+ ۸ ک۳ = + ۸ ے۳ − ۴۸ ے۲ + ۹۶ ے − ۶۴
− ۵ ک۲ = − ۵ ے۲ − ۲۰ ے − ۲۰
+ ۱۰ ک = + ۱۰ ے − ۲۰
− ۴ = − ۴

مجموع = ے۴ − ۲۹ ے۲ + ۹۴ ے − ۹۲ = ۰ وهوالمطلوب ❁

مثال چهارم ک۴ − ب ک۳ + ج ک۲ − ر ک + ا = ۰ پس میخواهم که رقم دویم را درمعادله نومعدوم کنم پس − ب راکه عددماقبل رقم دویم است بر ۴ که عددمنزل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج − ب/۴ شد وآنرا مع تبدیل نشان با ے که مفروض آخراست جمع کردم ک = ے + ب/۴ شدپس مضلعات آن بحسب معادلهٔ مطلوبه حاصل ساخته بدینصورت

گردید .... ک^{۴} = ے^{۴} + ب ے^{۳} + ۳ ب^{۲} ے^{۲} / ۸ + ب^{۳} ے / ۱۶ + ب^{۴} / ۲۵۶

− ب ک^{۳} = − ب ے^{۳} − ۳ ب^{۲} ے^{۲} / ۴ − ۳ ب^{۳} ے / ۱۶ − ب^{۴} / ۶۴

+ ح ک^{۲} = + ح ے^{۲} + ب ح ے / ۲ + ح ب^{۲} / ۱۶

− ر ک = − ر ے − ر ب / ۴

+ ۱ = + ۱

ومجموع آنها مقابله مطلوب است ∴

فائده چون مجموع همه ارقام معلومه درهریک مقابلهٔ مساوي با عدد ما قبل رقم دویم میشود هرگاه رقم دویم معدوم شد پس ضلعهای همه مقابلهٔ مثبت ومنفي هرد ومیتواند شد چراکه مجموع ضلعهای مثبت مساوي مجموع منفي است * مثلا درین کعبی مقابلهٔ ک^{۳} − ۷ ک = ۶ درینجا سه ضلع میشوند + ۳ و − ۲ و − ۱ وظاهر است که ۳ = ۲ + ۱ *

مسئلهٔ سیوم در استخراج ضلعهای معادلات بشرطیکه منطق باشند *

قاعده مقسوم علیهای رقم اخیر بهم باید رسانید که از روی قسمت صحیح برکدام کدام رقم قسمت می پذیرد وهریکی ازان مقسوم علیهای را یکی بعد دیگری بعوض مقدار مجهول متعین نموده مضلعات آن بحسب مقابلهٔ مطلوبه درست سازند وچون ارقام مثبت ومنفي معدوم کنندهٔ یک دیگراند لهذا آن مقسوم علیها متبدل بمثبت ومنفي برای هریکی از ضلعهای آن مقابله خواهند شد واگر هیچ یکی ازین مقسوم علیها حسب مطلوب نبود پس ضلعهای آن مقابله اصم خواهند بود مثبت باشند خواه منفي خواه سؤال محال خواهد بود ونیز اگر مقسوم علیهای رقم اخیر کثیر باشند پس آن مقابله را در دیگر مقابله اصغر بطریق زائد ویا ناقص بموجب مسئلهٔ اولی بقدر یک مقدار معلوم وحسب مناسب درست سازند ∴ مثال اول ک^{۳} − ۴ ک^{۲} − ۷ ک + ۱۰ = ۰ پس ضلع اول که مجهول است چه باشد چون مقسوم علیهای رقم اخیر که ده است + ۱ و − ۱ و + ۲ و − ۲ و + ۵ و − ۵ و + ۱۰ و − ۱۰) است وهرگاه رقم اخیر هرمقابلهٔ مساوي

باحاصل ضرب همه ضلعهای این مقابله دریک دیگرمی باشد لهذا ضرورةً حاجت بهم رسانیدن
مقسوم علیه ها در عدد شد وآنها را علی التوالی با مقدار ک که مجهول است بدل کرده
مضلعات بحسب مقابلهٔ مطلوبه درست ساختم بدینصورت

ک = ۱ درینصورت ۱ − ۴ − ۷ + ۱۰ = ۰

ک = −۱ درینصورت −۱ − ۴ + ۷ + ۱۰ = ۱۲

ک = ۲ درینصورت ۸ − ۱۶ − ۱۴ + ۱۰ = −۱۲

ک = −۲ درینصورت −۸ − ۱۶ + ۱۴ + ۱۰ = ۰

ک = ۵ درینصورت ۱۲۵ − ۱۰۰ − ۳۵ + ۱۰ = ۰

ازین سبب +۱ و −۲ و +۵ این سه ضلع فرداً فرداً مقدار ک مجهول مطلوب است * مثال دویم
$ے^{۴}$ − ۴ $ے^{۳}$ − ۸ ے + ۳۲ = ۰ پس مقدار ے چه باشد درینجا معادلهٔ مذکوره را بطرف
معادلهٔ دیگر تبدیل کردم تا مقسوم علیه ها اصغر وکمتر واقع شوند پس فرض کردم ے = ک + ۱
درینصورت $ے^{۴}$ = $ک^{۴}$ + ۴ $ک^{۳}$ + ۶ $ک^{۲}$ + ۴ ک + ۱

− ۴ $ے^{۳}$ = * − ۴ $ک^{۳}$ − ۱۲ $ک^{۲}$ − ۱۲ ک − ۴

− ۸ ے = * * * − ۸ ک − ۸

+ ۳۲ = * * * * + ۳۲

$ک^{۴}$ * − ۶ $ک^{۲}$ − ۱۶ ک + ۲۱ = ۰

این مقابله نو است

پس مقسوم علیه های رقم اخیر که (۲۱) است حاصل کردم ۱ و −۱ و +۳ و −۳ و +۷ و −۷ و −۲۱
و +۲۱ شد وهرگاه آنها را ازمقدار ک بدل کرده معادله درست ساختم بدینصورت شد

۱ − ۶ − ۱۶ + ۲۱ = ۰

۱ − ۶ + ۱۶ + ۲۱ = ۳۲

۸۱ − ۵۴ − ۴۸ + ۲۱ = ۰

۸۱ − ۵۴ + ۴۸ + ۲۱ = ۹۶

چون دیگر هیچ عدد ازمقسوم علیه ها حسب مطلوب نبود لهذا بهمین اکتفا کرده شد ودرینصورت

قکد

واحد و سه مقدار ک مجهول برآمد پس ک = ۲ خواه ۴ شد ٭ مثال سیوم ک۳ + ۳ مر ک۲ − ۴ مر۲ ک − ۱۲ مر۳ = ۰ پس درینجا مقدار ک مجهول است وچون مقسوم علیه های رقم اخیر که (۱۲ مر۳) است ۱ و − ۱ و ۲ و − ۲ و ۳ و − ۳ و ۴ و − ۴ و ۶ و − ۶ و ۱۲ و − ۱۲ میشود درینصورت بحسب تبدیل آنها بامقدار ک مضلعات آنها بدینصورت شد

ک = ۱ پس ۱ + ۳ − ۴ − ۱۲ = − ۱۲

ک = − ۱ پس − ۱ + ۳ + ۴ − ۱۲ = − ۶

ک = ۲ پس ۸ + ۱۲ − ۸ − ۱۲ = ۰

ک = − ۲ پس − ۸ + ۱۲ + ۸ − ۱۲ = ۰

ک = ۳ پس ۲۷ + ۲۷ − ۱۲ − ۱۲ = ۳۰

ک = − ۳ پس − ۲۷ + ۲۷ + ۱۲ − ۱۲ = ۰

درینصورت سه ضلع اعني ۲ مر خواه − ۲ مر خواه − ۳ مر = ک مجهول است وهو المطلوب ٭

مسئلهٔ چهارم در متعین نمودن ضلعهای مقابله بموجب قاعده (سر ایزک نیوتن)[۳] که ازترکیب مقسوم علیه های صحیح مقرر نموده است ٭

قاعده اول مقدار مجهول را باسه عدد یا زیاده ازان از اعداد متوالیه بر نسبت عددی متبدل سازند مثل ۲ و ۱ و ۰ و − ۱ و − ۲ وبعد ازان مقابلات نو بحسب مقابلهٔ مطلوبه از هر واحد ازان اعداد حاصل ساخته حاصل را و مقسوم علیه های حاصل طرف اخیر را درمیان خطهای

---

(۳) حکیمی بود که جمیع حکمای فرنگ اورا امام و رئیس خود پنداشته‌اند حنیو مذکور درسنه ۱۶۴۲ عیسوی مطابق سنه ۱۰۲۱ هجري قدسي پیدا شده درسنه ۱۷۲۶ عیسوي مطابق ۱۱۳۹ هجري وفات یافت ٭

هذا قول اشرف من اقواله الشریفه

وهو ان کان البعد بین الجسمین محسوسا لهما یتجاذبان بحیث تکون قوة التجاذب وقدر مربع البعد متناسبي التکافي مثلا لیکن مر ا ب ج) اجساما بحیث تکون مر ا ب ج متساویة القدر ویکون بعد ا من مر واحدا خطیا وبعد ب من مر ۲ وبعد ج من مر ۳ فتکون قوة التجاذب بین مر ا واحدا وقوة التجاذب بین مر ب ربعا وقوة التجاذب بین مر ج تسعا وعلی هذا القیاس ٭ وهذه القاعدة عامة لجمیع الاجسام من اي قسم کانت ارضیة او سماویة سفلیة او علویة ٭

مستقیم مقابل ارقام آن اعداد علی الترتیب بنویسند و بعد ازان از میان آن مقسوم علیه ها اعدادی راکه علی نسبت متوالیه عددي باشند صعوداً خواه نزولاً وتفاضل مابین آنها بقدر عدد ماقبل مضلع اعظم بود درمیان خط دیگر مقابل یک دیگر بنویسند پس عددی راکه محاذي صفر بهم رسد آنرا بر تفاضل مشترک قسمت سازند خواه عددی دیگر مناسب ازهمان ارقام مابین آن بهم رسانند وما قبل خارج قسمت نشان زائد یا ناقص حسب مناسب ثبت نموده مقدار مجهول را ازان تبدیل ساخته ضلع مقابله حاصل سازند وهرجا که دریک سلسلهٔ متوالیه عددی متعین نشود ضرورةً هریک اعداد جدا جدا که مقابل صفر واقع شوند از امتحان برآورده خواهند شد ❊ مثال ک۳ − ک۲ − ۱۰ ک + ۶ = ۰ پس مقدار ک چه باشد اینجا مقدار ک را با اعداد متوالیه عددي ۲ و ۱ و ۰ و −۱ تعبیر نموده بحسب مقابلهٔ مطلوبه ازهریکی مقابلات نودرست ساختم بدینصـــــــــــــــــــــــورت شد

ک = ۲ پس ۸ − ۴ − ۲۰ + ۶ = −۱۰

ک = ۱ پس ۱ − ۱ − ۱۰ + ۶ = −۴

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ + ۶ = ۶

ک = −۱ پس −۱ − ۱ + ۱۰ + ۶ = ۱۴

بعد ازان اعداد متوالیه را مع حاصل طرف اخیر آنها ومقسوم علیه های حاصل آنها و اعداد غیرمشترکهٔ آنها مابین خطوط مستقیم نوشتم بدینصـــــــــــــــــــورت

سلسلهٔ اعداد	حاصل	مقسوم علیه‌های حاصل	سلسلهٔ دوم از مقسوم علیه‌ها
۲	−۱۰	۱ و ۲ و ۵ و ۱۰	۵
۱	−۴	۱ و ۲ و ۴	۴
۰	+۶	۱ و ۲ و ۳ و ۶	۳
−۱	+۱۴	۱ و ۲ و ۷ و ۱۴	۲

چون درینجا رقم سه مقابل صفر واقع شده پس آنرا بر واحد که تفاضل مشترک است قسمت نمودم نیز خارج سه شد چون از سه مثبت مطلوب حاصل نمی شود لهذا آنرا منفي نموده آنرا

ازمقدار ک بدل کردم پس −۲۷ − ۹ + ۳۰ + ۶ = ۰ میشود درینصورت −۳ ضلع مطلوب است ﴿ مثال دویم ۲ $ک^{۳}$ − ۵ $ک^{۲}$ + ۴ ک − ۱۰ = ۰ پس مقدار ک چه باشد ؛ جواب مقدار ک را با اعداد متوالیه ۲ و ۱ و ۰ و −۱ و −۲ تعبیر کردم و مقابلات درست ساختم بدینصورت

ک = ۲ پس ۱۶ − ۲۰ + ۸ − ۱۰ = −۶

ک = ۱ پس ۲ − ۵ + ۴ − ۱۰ = −۹

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ − ۱۰ = −۱۰

ک = −۱ پس −۲ − ۵ − ۴ − ۱۰ = −۲۱

ک = −۲ پس −۱۶ − ۲۰ − ۸ − ۱۰ = −۵۴

اعداد سلسله	اعداد حواصل	مقسوم علیه ها	سلسلهٔ دویم از مقسوم علیه ها
۲	−۶	۱ و ۲ و ۳ و ۶	۱
۱	−۹	۱ و ۳ و ۹	۳
۰	−۱۰	۱ و ۲ و ۵ و ۱۰	۵
−۱	−۲۱	۱ و ۳ و ۷ و ۲۱	۷
−۲	−۵۴	۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۹	۹

چون پنج مقابل صفر واقع شده لهذا انرا بر تفاضل مشترک که مساوي عدد ما قبل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج نسمت ۱/۲ ۲ گردید و آن مقدار ک مطلوب است ﴿ مثال سیوم $ک^{۴}$ + $ک^{۳}$ − ۲۹ $ک^{۲}$ − ۹ ک + ۱۸۰ = ۰ پس مقدار ک چه باشد ؛ جواب مقدار ک را با اعداد متوالیه ۲ و ۱ و ۰ و −۱ و −۲ تعبیر کردم و مقابلات درست ساختم بدینصورت

ک = ۲ پس ۱۶ + ۸ − ۱۱۶ − ۱۸ + ۱۸۰ = ۷۰

ک = ۱ پس ۱ + ۱ − ۲۹ − ۹ + ۱۸۰ = ۱۴۴

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ ۰ + ۱۸۰ = ۱۸۰

ک = −۱ پس ۱ − ۱ − ۲۹ + ۹ + ۱۸۰ = ۱۶۰

ک = −۲ پس ۱۶ − ۸ − ۱۱۶ + ۱۸ + ۱۸۰ = ۹۰

سلسلهٔ اعداد	حواصل	مقسوم علیه ها
۱	۷۰	۱ و۲ و۵ و۷ و۱۰ و۱۴ وغیره
۲	۱۴۴	۱ و۲ و۳ و۴ و۶ و۸ وغیره
۰	۱۸۰	۱ و۲ و۳ و۴ و۵ و۶ وغیره
۱−	۱۶۰	۱ و۲ و۴ و۵ و۸ و۱۰ وغیره
۲−	۹۰	۱ و۲ و۳ و۵ و۶ و۹ وغیره

سلسلهٔ دویم مقسوم علیه	سلسلهٔ سیوم مقسوم علیه	سلسلهٔ چهارم مقسوم علیه	سلسلهٔ پنجم مقسوم علیه
۱	۲	۵	۷
۲	۳	۴	۶
۳	۴	۳	۵
۴	۵	۲	۴
۵	۶	۱	۳

چون درینجا چهار سلسله متوالیه از مقسوم علیه‌ها حاصل شده و در هر چهار سلسله صفر مقابل عدد سه و چهار و پنج واقع شده وچون تفاضل مشترک واحد است لهذا از روی قسمت هم همان اعداد حاصل شدند وچون آنهارا امتحان کردم (+۳ و+۴ و−۳ و−۵) این همه اعداد فردا فردا مساوی ک حاصل شدند *

مسئلهٔ پنجم در استخراج ضلع اول معادله کعبی بطریق خاص

قاعده اول رقم دوم معادلهٔ کعبي راکه رقم مال است بموجب مسئلهٔ دوم معدوم سازند پس آن معادلهٔ کعبي بطرف شکل هذا راجع خواهد شد $\text{ك}^3 \pm \text{م}\text{ك} = \pm \text{ب}$ وچون مقدار م و ب ضرورةً اعداد معلوم خواهند بود پس آنها رامع نشان اصلي آنها دارقام ذیل بدل سازند که حاصل ضلع مطلوب شود $\text{ك} = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\tfrac{1}{4}\text{ب}^2 + \tfrac{1}{27}\text{م}^3}} + \dfrac{-\tfrac{1}{3}\text{م}}{\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\tfrac{1}{4}\text{ب}^2 + \tfrac{1}{27}\text{م}^3}}}$ = ضلع مطلوب وباید دانست که این قاعده متفرع است از طریق مفصلهٔ ذیل * مثلاً معادلهٔ

کعبي را رجوع بشکل مذکور نمودم بدینصورت ک۳ + م ک = ب وفرض کردم ے + ر = ک و ۳ ے ر = − م پس اینجا بسبب تبدیل این مقادیر معادلهٔ مذکوره بدینصورت خواهد شد
ے۳ + ۳ ے۲ ر + ۳ ے ر۲ + ر۳ + م × (ے + ر) = ے۳ + ر۳ + ۳ ے ر × (ے + ر) + م × (ے + ر) = ے۳ + ر۳ − م × (ے + ر) + م × (ے + ر) = ے۳ + ر۳ = ب واگر از مجذور معادلهٔ مذکوره چهار کعب معادلهٔ ے ر = − ۱/۳ م ساقط کنم ے۶ − ۲ ے۳ ر۳ + ر۶ = ب۲ + ۴/۲۷ م۳ بلکه ے۳ − ر۳ = √(ب۲ + ۴/۲۷ م۳) خواهد شد وهرگاه این را با معادلهٔ هذا ے۳ + ر۳ = ب جمع کنم پس ۲ ے۳ = ب + √(ب۲ + ۴/۲۷ م۳) ودرینصورت ۲ ر۳ = ب − √(ب۲ + ۴/۲۷ م۳)
وهرگاه ے = ∛[۱/۲ ب + √(۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳)] ونیز ر = ∛[۱/۲ ب − √(۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳)]
وچون مقدار م منفي است و ۱/۲۷ م۳ اعظم از ۱/۴ ب۲ پس استخراج ضلع مجهول بسبب این قاعده حاصل منفي خواهد شد علی العموم وچون ظاهر است که ے + ر = ک بلکه = ∛[۱/۲ ب + √(۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳)] + ∛[۱/۲ ب − √(۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳)] وهرگاه ر = −م / ۳ ے درینصورت
ے + ر = ے + −م / ۳ ے = ک = ∛[۱/۲ ب + √(۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳)] + − ۱/۳ م / ∛[۱/۲ ب + √(۱/۴ ب + ۱/۲۷ م۳)] = ضلع مطلوب حسب قاعدهٔ مذکوره *

فائده این قاعده که برای استخراج معادلهٔ کعبي مذکور شد منسوب بطرف اکثر مشاهیر اهل ریاضي فرنگ است که بامتحان مقرر کرده اند واول معلوم نبود که این قاعده عام است لیکن بامتحانات کثیره عمومیة قاعدهٔ هذا بظهور پیوست * مثال اول ے۳ + ۳ ے۲ + ۹ ے = ۱۳ پس مقدار ے چه باشد چون بموجب مسئلهٔ دوم فرض کردم ے = ک − ۱ پس مقابلهٔ مذکوره بدینصورت شد

ے۳ = ک۳ − ۳ ک۲ + ۳ ک − ۱

۳ ے۲ = * + ۳ ک۲ − ۶ ک + ۳

۹ ے = * + * + ۹ ک − ۹

ک۳ + ۶ ک − ۷ = ۱۳

بلکه ک۳ + ۶ ک = ۲۰ وهرگاه ۶ را م و ۲۰ را ب فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مسئلهٔ هذا

ک = ۳]‏ ۱/۲ ب +]‏ ۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳) + ۳]‏ ۱/۲ ب +]‏ ۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳) − ۱/۳ م = ۳]‏ ۱۰ +]‏ ۱۰۰ + ۸)

+ ۳]‏ ۱۰ +]‏ ۱۰۰ + ۸) = ۳]‏ (۱۰ + ۱۰ ۳۹۲۳/۱۰۰۰۰) + ۳]‏ (۱۰ + ۱۰ ۳۹۲۳/۱۰۰۰۰) = ۳]‏ ۲۰ ۳۹۲۳/۱۰۰۰۰ +

= ۲ ۷۳۲/۱۰۰۰ + ۲ (۷۳۲/۱۰۰۰)‾ = ۲ ۷۳۲/۱۰۰۰ ۲ پس ک = ۲ وضرورةً ے = ۱ = ضلع مطلوب *

مثال دویم ک۳ − ۶ ک = − ۹ پس مقدار ک چه باشد چون درین معادله رقم دوم معدوم است لهذا احتیاج مسئلهٔ ثاني نيفتاد و م = − ۶ و ب = − ۹ فرض کردم درینصورت

بموجب قاعدهٔ مسئلهٔ هذا ک = ۳]‏ ۱/۲ ب +]‏ ۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳) − ۳]‏ ۱/۲ ب +]‏ ۱/۴ ب۲ + ۱/۲۷ م۳ − ۱/۳ م

= ۳]‏ − ۴ ۱/۲ +]‏ (۲۰ ۱/۴ − ۸) − ۳]‏ − ۴ ۱/۲ +]‏ (۲۰ ۱/۴ − ۸) = ۳]‏ − ۴ ۱/۲ + ۳ ۱/۲ − ۳]‏ − ۴ ۱/۲ + ۳ ۱/۲

= ۳]‏ − ۱ − ۳]‏ − ۱ = − ۱ − ۲ = − ۳ پس ک = − ۳ = ضلع مطلوب *

تنبيه اين فقير ميگويدكه درين قاعده احتياج استخراج جذر وضلع كعب ميشود وآن هردو تقريبي برمى آيند ونيز درقسمت ۱/۳ م كسر واقع ميشود وآن كسر رامى گذارند درينصورت دركعب منطق هم ازين سبب تفاوت كثير خواهد شد پس استخراج كعب اصم ازين قاعده غيرممكن است زيراكه باوجود اعمال كثيره كه خالي ازاشكال نيست تفاوت واختلال كثير راه

خواهد یافت پس بقاعدهٔ که در گفتار اول برای استخراج ضلع معادلات علی وجه العام بیان کرده ام عمل نمایند اسهل وانسب است یا بطریقیکه در مسئلهٔ سیوم مذکور شد استخراج نمایند بهتر است *

مسئلهٔ ششم در استخراج ضلع معادله مالمالي بطریق خاص *

قاعده رقم دوم معادلهٔ مال مالي را که رقم کعب است بموجب مسئلهٔ دوم معدوم سازند پس آن معادله راجع بشکل هذا خواهد شد ک^۴ + ب ک^۲ + ر ک + س = ۰ بعدازان یک معادلهٔ کعبي فرض کنند بدینصورت ے^۳ + ۲ ب ے^۲ + (ب^۲ − ۴ س) ے − ر^۲ = ۰ ورقم دوم این معادله رابموجب مسئلهٔ دوم معدوم ساخته مقدار ے بموجب مسئلهٔ پنجم بهمرسانند وبعدازان فرض کنند م = √ے و ز = −½ ب + ½ م^۲ − ر/۲م و ح = −½ ب + ½ م^۲ − ر/۲م بعدازان فرض کنند ومعادلهٔ مربعي بدینصورت ک^۲ + م ک + ز = ۰ و ک^۲ − م ک + ح = ۰ ومسطح آن هردو معادله مساوي معادلهٔ مال مالي مطلوبه خواهد بود وازین سبب چهار ضلع برای معادلهٔ مالمالي بهم خواهد رسید وچون معلوم شد که ک^۴ + ب ک^۲ + ر ک + س = ۰ این معادله مساوي است با حاصل ضرب هردو معادلهٔ مربعي اعني ک^۲ + م ک + ز = ۰ و ک^۲ − م ک + ح = ۰ پس حاصل ضرب ک^۴ + (ز + ح − م^۲) ک^۲ + (م ح − م ز) ک + ز ح = ۰ شد وهرگاه ز + ح − م^۲ = ب و م ح − م ز = ر و ز ح = س است وچون ز = −½ ب + ½ م^۲ + ر/۲م و ح = −½ ب + ½ م^۲ − ر/۲م و س = ز ح = ¼ ب^۲ − ½ ب م^۲ + ¼ م^۴ − ر^۲/۴م^۲ اند بدین سبب م^۶ + ۲ ب م^۴ + (ب^۲ − ۴ س) × م^۲ = ر^۲ = با معادلهٔ کعبي که از مقدار م بهم میرسد وآن بعینه معادلهٔ کعبي مفروضه است وچون همه ارقام آن عددي ومعلوم اند و ز = −½ ب + ½ م^۲ + ر/۲م و ح = −½ ب + ½ م^۲ − ر/۲م پس مقدار ز و ح نیز معلوم خواهد شد وازان مقدار ضلع مجذورین معادلین ک^۲ + م ک + ز = ۰ و ک^۲ − م ک + ح = ۰ نیز معلوم خواهد شد پس هرچهار ضلع مال مالي معادله هم متعین خواهد گردید ٭ مثال ی^۴ − ۴ ی^۳ − ۸ ی +

۳۲ = ۰ پس مقدار ء چه باشد اول برای معدوم کردن رقم دوم ء = ک + ۱ بموجب مسئلۀ دوم فرض کردم ومضلعات آن درست ساختم بدینصورت شد

$$ء^4 = ک^4 + ۴ک^3 + ۶ک^2 + ۴ک + ۱$$

$$-۴ء^3 = \quad -۴ک^3 - ۱۲ک^2 - ۱۲ک - ۴$$

$$-۸ء = * \quad * \quad * \quad -۸ک - ۸$$

$$+۳۲ = * \quad * \quad * \quad +۳۲$$

$$* \quad ک^4 \quad * \quad -۶ک^2 - ۱۶ک + ۲۱ = ۰$$

پس برای این مقابله یک معادلۀ کعبی بموجب مسئلۀ هذا فرض کردم بدینصورت −۶ = ب و −۱۶ = ر و ۲۱ = س چون معادله کعبی مفروضه بدینصورت است $ے^3 + ۲ب ے^2 + (ب^2 - ۴س) ے - ر^2 = ۰$ درینصورت بحسب اعداد مرقوم $ے^3 - ۱۲ ے^2 - ۴۸ ے - ۲۵۶ = ۰$ این معادله کعبی مفروضه شد پس بموجب مسئلۀ دوم برای معدوم کردن رقم دوم این معادله ے = ص + ۴ فرض کردم پس مضلعات آن بدینصورت حاصل شد

$$ے^3 = ص^3 + ۱۲ص^2 + ۴۸ص + ۶۴$$

$$-۱۲ے^2 = \quad -۱۲ص^2 - ۹۶ص - ۱۹۲$$

$$-۴۸ے = * \quad -۴۸ص - ۱۹۲$$

$$-۲۵۶ = * \quad * \quad -۲۵۶$$

$$* \quad ص^3 * \quad -۹۶ص - ۵۷۶ = ۰$$

یالکه $ص^3 - ۹۶ص = ۵۷۶$ هرگاه −۹۶ = م و ۵۷۶ = ب فرض کردم پس بموجب مسئلۀ پنجم

$$ص = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}ب + \sqrt{\tfrac{1}{4}ب^2 + \tfrac{1}{27}م^3}} - \frac{\tfrac{1}{3}م}{\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}ب + \sqrt{\tfrac{1}{4}ب^2 + \tfrac{1}{27}م^3}}} = \sqrt[3]{۲۸۸ + \sqrt{(۲۸۸)^2 + (۳۲)^3}} - \frac{-۳۲}{\sqrt[3]{۲۸۸ + \sqrt{(۲۸۸)^2 + (-۳۲)^3}}}$$

$$= \sqrt[3]{۲۸۸ + \sqrt{۸۲۹۴۴ - ۳۲۷۶۸}} - \frac{-۳۲}{\sqrt[3]{۲۸۸ + \sqrt{۸۲۹۴۴ - ۳۲۷۶۸}}}$$

$$= \sqrt[3]{۲۸۸ + \sqrt{۵۰۱۷۶}} - \frac{-۳۲}{\sqrt[3]{۲۸۸ + \sqrt{۵۰۱۷۶}}} = \sqrt[3]{۲۸۸ + ۲۲۴} - \frac{-۳۲}{\sqrt[3]{۲۸۸ + ۲۲۴}} = \sqrt[3]{۵۱۲} - \frac{-۳۲}{\sqrt[3]{۵۱۲}}$$

=۸ ـــ ۳۲/۸=۸+۴=۱۲ وازین سبب ے=ـ+۴=۱۶ پس خ = √ے =۴ و ز = ـــ ۹/۲ + ۱۹/۲

+ ۱۹/۸ = ۷ و ح = ـــ ۹/۲ + ۱۹/۲ ـــ ۱۹/۸ = ۳ پس ح = ۴ و ز = ۷ و ح = ۳ وهرگاه د ومقابلهٔ مربعی

مفروضه ک^۲ + ح ک + ز = ۰ و ک^۲ ـــ ح ک + ح = ۰ درینصورت ک^۲ + ح ک + ز = ک^۲ +

۴ ک + ۷ = ۰ و ک^۲ ـــ ح ک + ح = ک^۲ ـــ ۴ ک + ۳ = ۰ پس از روی معادلهٔ اولی ک = ـــ ۲

+ √ـــ ۳ خواه ـــ ۲ ـــ √ـــ ۳ وبموجب معادلهٔ دوم ک = ۳ خواه ۱ وازین سبب برای معادله

مالمالی ک^۴ ـــ ۶ ک^۲ ـــ ۱۶ ک + ۲۱ = ۰ چهار ضلع اول بهم رسیدند ۳ و ۱ و (ـــ ۲ + √ـــ ۳)

و (ـــ ۲ ـــ √ـــ ۳) وهرگاه واحد باهریکی ازینها جمع کرده شود بحسب مفروض اعنی ء =

ک + ۱ که سابق فرض شده بود درینصورت ۴ و ۲ و (ـــ ۱ + √ـــ ۳) و (ـــ ۱ ـــ √ـــ ۳)

این هرچهار ضلعهای معادله مالمالی مطلوبه ء^۴ ـــ ۴ ء^۳ ـــ ۸ ء + ۳۲ = ۰ حاصل شدند چون

ضلعین آخرین معدوم وغیرممکن اند لهذا ضلعین اولین اعنی ۴ و ۲ متعین خواهند شد *

فائده قاعده هذا را منسوب بطرف (دیسکرتیس) نامی میکنند وبعضی منسوب بحکماء

بابلی وبعضی منسوب بحکماء ابتالین می نمایند لیکن فی الحقیقة موجد آن (لا یرقراری) نامی

شخصی است و (دیسکرتیس) سوای آن قاعدهٔ دیگر برای استخراج ضلع معادله مالمالی

از دو معادلهٔ مربعی بطریق تفصیل ذیل ایجاد کرده ودر هریک معادله مالمالی یک معادلهٔ نو

بسبب تفاضل دو معادله مربعی معین ساخته وقاعده اینست که هرگاه یک معادله مالمالی

فرض کنم * مثلا ک^۴ + م ک^۳ + ب ک^۲ + س ک + ء = ۰ پس دو معادله مربعی فرض کنم

بدینصورت (ک^۲ + ۱/۲ م ک + ر)^۲ ـــ (ح ک + س)^۲ = ک^۴ + م ک^۳ + ب ک^۲ + س ک + ء = ۰

ومقدار ر و ح و س را حاصل کنم بدینصورت که (ک^۲ + ۱/۲ م ک + ر)^۲ ـــ (ح ک + س)^۲ =

ک^۴ + م ک^۳ + ۲ ر ک^۲ + ۱/۴ م^۲ ک^۲ + ر م ک + ر^۲ ـــ ح^۲ ک^۲ ـــ ۲ ح س ک ـــ س^۲ = ک^۴ +

م ک^۳ + ب ک^۲ + س ک + ء = ۰ ودرینصورت بعد اسقاط متداخلین سه معادله حاصل

میشوند * اول ۲ ر + ۱/۴ م^۲ ـــ ح^۲ = ب * دوم ر م ـــ ۲ ح س = س * سوم ر^۲ ـــ س^۲ = ء وازین

هر سه معادله سه معادلهٔ دیگر بهم می رسند * اول ۲ ر + ۱/۴ م^۲ ـــ ب = ح^۲ * دوم ر م ـــ س = ۲

ح س * سوم ر^۲ ـــ ء = س^۲ وهرگاه درین هر سه معادلهٔ اخیره معادلهٔ اول وثالث را باهم ضرب کنم

مساوی ربع مربع معادلهٔ ثانی خواهد بود درینصورت ۲ ر^۳ + (۱/۴ م^۲ ـــ ب) × ر^۲ ـــ ۲ ء ر ـــ

(¼ م۲ − ب) × ء = (ح۲ س۲) ۰ = ¼ (ر۲ م۲ − ۲ ر م س + س۲) گردید وهرگاه این هردومعادلین متقابلین را بیکطرف آورند وتنصیف سازند پس ر۳ − ½ ب ر۲ + (¼ م س − ء) ر − ½ (¼ س۲ + (ء) × (¼ م۲ − ب)) = ۰ وهرگاه ¼ م س − ء = ط و ¼ س۲ + ء × (¼ م۲ − ب) = ل فرض کنم پس معادلۀ کعبی نوبهم خواهد رسید بدینصورت ر۳ − ½ ب ر۲ + ط ر − ½ ل = ۰ وبوسیلۀ این معادله بموجب مسئلۀ پنجم مقدار ر متعین میتواند شد و هرگاه مقدار ر متعین شد پس مقدار ح و س نیز متعین خواهد شد بدینصورت ح = [(۲ ر + ¼ م۲ − ب)]^½ و س = (ر م − س) / ۲ ح وهرگاه این هرسه مقدار متعین شدند مقدار ک نیز حاصل خواهد شد چراکه (ک۲ + ½ م ک + ر)۲ − (ح ک + س)۲ عموما مساوي با ک۴ + م ک۳ + ب ک۲ + س ک + ء = ۰ فرض کرده شده است پس ظاهراست که هرگاه مقدار ک بموجب مقابلۀ اولی مع مضلعات مساوي صفر که لاشيء است می افتاد ضرورة معادلۀ ثاني نیزکه مساوي معادلۀ اولی است مساوي صفر خواهد بود وهرگاه بموجب معادلۀ مفروضۀ مربعي که ازحروف ح و ر و س درست شده است ومقدار آن هرسه حرف معلوم گردیده پس مقدار ک هم ازروی قاعدۀ معادلۀ مربعي استخراج خواهدگردید بدینصورت ک۲ + ½ م ک + ر = ± ح ک ± س بلکه ک = ± ½ ح − ¼ م ± ل (¼ م ± ½ ح) ± س − ر ل = ± ½ ح − ¼ م ± (۱/۱۶ م۲ ± ¼ م ح + ¼ ح۲ ± س − ر)^½ وازین همه ضلعهای مختلف معادلۀ مطلوبه بحسب تبدیل نشانها حاصل خواهد شد وبایددانست که درین قاعده فوایدی چند زیاده از قاعدۀ سابق است اول اینکه درینجا احتیاج پیدا کردن رقم دوم معادله برای ترتیب استخراج م نمیشود * دوم معادله ر = ½ ب ر + ط ر − ½ ل = ۰) اینجا ازمقدار ر دیگر شکل مفرد اخذکرده میشود بطور قاعدۀ سابق * سوم مقدار ر دران مقابله همیشه منطق میشود وهمه ضلعهای معادلۀ معلومه صرف منطق نمیشوند بلکه بعضی اصم هم می برآیند پس ضلعهای اصم رابضرورت ترک میکنند * مثال ک۲ + ۱۲ ک − ۱۷ = ۰ پس مقدار ک چه باشد درینجا بسبب مقابلۀ اعظم اعني ک۴ + م ک۳ + ب ک۲ + س ک + ء = ۰ مینویسم م = ۰ و ب = ۰ و س = ۱۲ و ء = ۱۷ وازین سبب ط = ¼ م س − ء = ۱۷ و ل = ¼ س۲ + ء × (¼ م۲ − ب) = ۳۶ و ر۳ − ½ ب ر۲ + ط ر − ½ ل = ر۳ + ۱۷ ر − ۱۸

= ۰ ودرینصورت ر = ۱ پس ح = √(۲ ر + ۴/۲۷ م³ − ب)^{۱/۲} = √۲ و س = (م ر − س)/(۲ ح) = −۱۲/(۲ √۲)

= −۳ √۲ پس ک = ± ۱/۲ √۲ ± (۱/۲ ± ۳ √۲ − ۱)^{۱/۲} = ± ۱/۲ √۲ ± (± ۳ √۲ − ۱/۲) *

تنبیه نزد فقیر درین هردو قاعده کمال نقص است چراکه درهردو قاعده برای استخراج ضلع کعب احتیاج مسئلهٔ پنجم میشود و حال مسئلهٔ پنجم سابق مذکور شد ومع هذا درین هردو قاعده نیز اکثر کسور واقع میشود وآنرا میگذارند ازینجهت اختلال کلی ومشقت بسیار متصور میشود *

فائده برای استخراج معادلهٔ مالمالی معادلهٔ چند ترکیب دیگر هم هست که چند اشخاص برآورده اند چنانچه یکی ازان (مسترلوزلر) که درسنه ۱۶۶۴ در ملک الیمان ایجاد کرده ونیز بعضی دیگر قواعد برای استخراج معادلات پنج مقداری هم از معادلات تعدانی آنها ترکیب داده معین کرده اند لیکن آنهمه قواعد نهایت ضعیف اند و قاعدهٔ عام نیستند که مقصود ازان معلوم تواند شد لهذا درینجا فروگذاشته شد *

مسئلهٔ هفتم در استخراج ضلعهای تقریبی بوجه عام باید که اول از روی امتحان ضلع تقریبی حاصل کنند وبعد ازان ضلع تقریبی را بحرف ر تعبیر ساخته تفاضل ما بین ضلع تقریبی وضلع تحقیقی را ه فرض کنند ومقدار مجهول را مساوی ر ± ه ثبت نمایند وبحسب معادله مضلعات حاصل سازند وبعد ازان مضلعات ه را حذف کرده باقی را رجوع بمعادلهٔ مفرد نمایند ومقدار ه حاصل کنند ومقدار ه جمع نمایند که ضلع اقرب التقریبی مطلوبه خواهد بود واگر ازان هم اقرب مطلوب باشد باز آن مقدار حاصل را ر تعبیر نموده و ه را مقدار تفاضل فرض کرده باز بدستور عمل نمایند وهمچنین تا هرجا که خواهند *

فائده این قاعده گاهی برای استخراج ضلعهای معادلات که نهایت مشکل ومحنت طلب بودند دربعض حالات خاص معین شده بود لیکن بسبب امتحان متواتر معلوم شد که مشتمل همه انواع معادلات است هرچند حصول مقدار صحیح تا کدام مرتبه معین نمیگردد ولیکن اقرب التقریبی حاصل میشود بسبب برآوردن ضلع تقریبی از روی امتحان * مثال ک³ − ۵ ک − ۳۱ = ۰ پس مقدار ک چه باشد چون از روی امتحان ضلع تقریبی مساوی هشت است پس فرض کردم ۸ = ر * ونیز ر + ه = ک پس مضلعات آن ساختم

بدینصورت

ک^۲ = ر^۲ + ۲ ره + ه^۲

−۵ ک = −۵ ر − ۵ ه

−۳۱ * = −۳۱

ر^۲ + ۲ ره − ۵ ر + ه^۲ − ۵ ه − ۳۱ = ۰

وهرگاه مربع ه را ساقط نمودم ومقدار ه رایک طرف مقابله آوردم ۲ ره − ۵ ه = − ر^۲ + ۵ ر + ۳۱ شد هرگاه این معادله رابر ۲ ر − ۵ قسمت کردم ه = (۳۱ + ۵ ر − ر^۲) / (۲ ر − ۵) گردید پس

ه = (۳۱ + ۴۰ − ۶۴) / (۱۶ − ۵) = ۷/۱۱ = ۶/۱۰ تقریبا گردید پس ک = ۸ ۶/۱۰ شد تقریبا واگر دوباره این مقدار ک را ر̄ فرض کردم ومقدار تفاضل را باضلع تحقیقی ه فرض نمایم درینصورت

ه = (۳۱ + ۵ ر − ر^۲) / (۲ ر − ۵) = (۳۱ + ۴۳ − ۷۳ ۹۶/۱۰۰) / (۱۷ ۲/۱۰ − ۵) = (۴/۱۰۰) / (۱۲ ۲/۱۰) = ۳۲/۱۰۰۰۰ تقریبا پس ک = ۸ ۶۰۳۲/۱۰۰۰۰ تقریبا واگر

بازاین مقدار را متبدل بحرف ر̄ سازم پس مقدار ه = ۷۷۸۰۸/۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ خواهدبود پس ک = ۸ ۶۰۳۲۰۷۷۸۰۸/۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

وهمچنین تاهرد ومرتبه که خواهند * مثال دوم ک^۳ + ک^۲ + ک = ۹۰ پس مقدار ک چه باشد چون بحسب امتحان ضلع تقریبي چهاراست لهذا ر = ۴ و ر + ه = ک فرض کردم پس

ک^۳ = ر^۳ + ۳ ر^۲ ه + ۳ ر ه^۲ + ه^۳

ک^۲ = ر^۲ + ۲ ره + ه^۲

ک = ر + ه

ر^۳ + ۳ ر^۲ ه + ر^۲ + ۲ ره + ر + ه = ۹۰

(بعد اسقاط مضلعات ه)

بلکه ۳ ر^۲ ه + ۲ ره + ه = ۹۰ − ر^۳ − ر^۲ − ر پس ه = (۹۰ − ر^۳ − ر^۲ − ر) / (۳ ر^۲ + ۲ ر + ۱) = (۹۰ − ۶۴ − ۱۶ − ۴) / (۴۸ + ۸ + ۱)

= ۶/۵۷ = ۱/۱۰ پس ک = ۴ ۱/۱۰ تقریبا وهرگاه ۴ ۱/۱۰ را متبدل بحرف ر ساختم پس ه = (۹۰ − ر^۳ − ر^۲ − ر) / (۳ ر^۲ + ۲ ر + ۱)

$= \frac{۹۰ - ۶۸\frac{۹۲۱}{۱۰۰۰} - ۱۶\frac{۸۱}{۱۰۰} - ۴\frac{۱}{۱۰}}{۱ + ۸\frac{۳}{۱۰} + ۶۰\frac{۴۳}{۱۰۰}} = \frac{۲۸۳}{۱۰۰۰۰۰}$ پس $ک = ۴\frac{۱۰۲۸۳}{۱۰۰۰۰۰}$ تقریبا وهو المطلوب *

طریق دیگر معادلهٔ اعظم برای $\overline{ﻫ}$ فرض کنم بدینصورت $م ﻫ + ب ﻫ^{۲} + س ﻫ^{۳} + ء ﻫ^{۴}$ وغیره $=$ ن) اینجا $\overline{ﻫ}$ مقدار تفاضل است و $\overline{م}$ و $\overline{ب}$ و $\overline{س}$ و $\overline{ء}$ وغیره عدد ماقبل $\overline{ﻫ}$ مضاعات اواست و $\overline{ن}$ مقدار عدد معلوم که بیکطرف مقابله واقع شده دربنصورت اول مقدار $\overline{ﻫ}$ تقریبی $\frac{م ن}{م^{۲} + ب ن}$ خواهد بود وهرگاه $س = \frac{ب}{م} \frac{س}{ب}$ فرض کنم پس $\frac{(م + س ن) \times ن}{م^{۲} + (ب + م س) \times ن} =$ دوم مقدار $\overline{ﻫ}$ تقریبی خواهد برآمد وهرگاه $\frac{ب^{۲}}{م} + \frac{م ء}{ب^{۲}} - \frac{ب س}{م س} = \overline{و}$ فرض کنم پس $\frac{م ن \times (م + و ن)}{م \times (م^{۲} + (ب + م و) \times ن) \times (و - س) \times ن} =$ سوم مقدار تقریبی $\overline{ﻫ}$ خواهد برآمد *

مثال $ک^{۲} + ۲۰ ک = ۱۰۰$ پس مقدار $ک$ چه باشد چون بحسب امتحان عدد چهار ضلع تقریبی است درینصـــــــــــــــــــــــورت $۴ + ﻫ = ک$ فرض کنم

$$\text{پس } ک^{۲} = ۱۶ + ۸ ﻫ + ﻫ^{۲}$$
$$۲۰ ک = ۸۰ + ۲۰ ﻫ$$
$$۹۶ + ۲۸ ﻫ + ﻫ^{۲} = ۱۰۰$$

بلکه $۲۸ ﻫ + ﻫ^{۲} = ۴$ پس بموجب قاعدهٔ هذا $م = ۲۸$ و $ب = ۱$ و $س = ۰$ و $ء = ۰$ و $ن = ۴$

ازین سبب $ﻫ = \frac{م ن}{م^{۲} + ب ن} = \frac{۱۱۲}{۷۸۸} = \frac{۲۸}{۱۹۷} = \frac{۱۴۲۱۳}{۱۰۰۰۰۰}$ واین اول مقدار $\overline{ﻫ}$ تقریبی است

وهرگاه $س = \frac{ب}{م} - \frac{س}{ب} = \frac{۱}{۲۸}$ پس $ﻫ = \frac{(م + س ن) \times ن}{م^{۲} + (ب + م س) \times ن} = \frac{۴ \times (\frac{۱}{۷} + ۲۸)}{۴ \times (۱ + ۱) + ۲۸ \times ۲۸}$

$= \frac{\frac{۱}{۷} + ۲۸}{۲ + \frac{۱}{۴} \times (۲۸)^{۲}} = \frac{۱۹۷}{۱۳۸۶} = \frac{۱۴۲۱۳۵۶۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰}$ واین مقدار دوم $\overline{ﻫ}$ تقریبی است وهرگاه $و =$

$\frac{۳ ب}{م} + \frac{م ء - ب س}{ب^{۲} - م س} = \frac{۱}{۱۴}$ درینصورت $ﻫ = \frac{م ن \times (م + و ن)}{م \times (م^{۲} + (ب + م و) \times ن) + (و - س) \times ن^{۲}}$

$= \frac{(\frac{۲}{۷} + ۲۸) \times ۴ \times ۲۸}{\frac{۴}{۷} + (۱۲ + ۷۸۴) \times ۲۸} = \frac{(\frac{۲}{۷} + ۲۸) \times ۲۸}{\frac{۱}{۷} + ۷۹۶ \times ۷} = \frac{۱۹۸ \times ۲۸}{۱ + ۷۹۶ \times ۴۹} = \frac{۵۵۴۴}{۳۹۰۰۵} = \frac{۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$

پس $\text{ک} = \frac{۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ ۴ و این ضلع تقریبی مطلوبه است باید دانست که در هرجا مخرج ذو اصفار بقدر ضعف عدد اعداد مخرج اول گرفته میشود تا اقرب التقریبی بهم رسد *

فائده باید دانست که این ترکیب برای استخراج ضلع تقریبی مضلعات اصم است وچون مضلعات مقدار ه که در قاعدهٔ اولی گذاشته می شوند درینجا مضلعات آنرا هم گرفته اقرب التقریبی حاصل می سازند لیکن درین طریق که مقادیر اول و ثانی و ثالث که برای ه مقرر کرده شده است از روی امتحان است پس ممکن است که برای دیگر اقرب التقریبی همچنین مقادیر ه بسبب اعداد ماقبل ماٰلمال ه وغیرآن درست کنند لیکن احترازاعن الاطناب والاشکال که اکثر غلطی وسهود ردرست کردن مقادیر متصور می شود بهمین قدر اکتفا کرده شد *

مسئلهٔ هشتم در استخراج ضلع تقریبی مضلع مفرد در عدد قاعده م = عدد یکه ضلع او مطلوب است فرض کنم و ر = ضلع تقریبی که بحسب امتحان بهم رسد و ه = عدد منزل مضلع مطلوب الضلع فرض سازم وبعد ازان $\text{و} = \frac{\text{ه ر}^{\text{ه}}}{\text{م} - \text{ر}^{\text{ه}}}$ فرض نمایم پس ضلع مطلوب $= \text{ر} + \frac{\text{ر} \times (\text{۶ و} + \text{ه} + ۱)}{\text{و} \times (\text{۶ و} + ۴\text{ه} - ۲)}$ تقریبا خواه مجهول $= \text{ر} + \frac{\text{ر} \times (\text{۲ و} + \text{ه})}{\text{و} \times (\text{۲ و} + ۲\text{ه} - ۱) + \frac{۱}{۶} \times (\text{ه} - ۱) \times (۲\text{ه} - ۱)}$ تقریبا خواهد بود * مثال اول $\text{ک}^{۲} = ۲$ پس جذر دو مطلوب است تقریبا چون جذر تقریبی آن بحسب امتحان $۱\frac{۴}{۱۰}$) است لهذا م = ۲ و $\text{ر} = ۱\frac{۴}{۱۰}$ و ه = ۲ و $\text{و} = \frac{۲ \times ۱\frac{۹۶}{۱۰۰}}{۲ - ۱\frac{۹۶}{۱۰۰}} = ۹۸$

ودرینصورت $\text{ک} = \text{ر} + \frac{\text{ر} \times (\text{۶ و} + \text{ه} + ۱)}{\text{و} \times (\text{۶ و} + ۴\text{ه} - ۲)} = ۱\frac{۴}{۱۰} + \frac{۵۹۱ \times ۱\frac{۴}{۱۰}}{۵۹۴ \times ۹۸} = ۱\frac{۴}{۱۰} + \frac{۱۹۷}{۱۹۸ \times ۷۰}$

$= ۱\frac{۴}{۱۰} + \frac{۱۹۷}{۱۳۸۶۰} = \frac{۴۱۴۲۱۳۵۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰}$ ۱ = ضلع تقریبی مطلوب است ونیز اگر از روی مساوات دوم عمل نمایم پس ضلع تقریبی مساوی $\frac{۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ ۱ خواهد بود چراکه $\text{ک} = \text{ر} + \frac{\text{ر} \times (\text{۲ و} + \text{ه})}{\text{و} \times (\text{۲ و} + ۲\text{ه} - ۱) + \frac{۱}{۶} \times (\text{ه} - ۱) \times (۲\text{ه} - ۱)} = ۱\frac{۴}{۱۰} + \frac{۱۹۸ \times ۱\frac{۴}{۱۰}}{۱۹۹ \times ۹۸ + \frac{۳}{۶}} = ۱\frac{۴۸۴۶۹۲}{۱۱۷۰۱۵۰} =$ مطلوب اعنی $\frac{۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ ۱ * مثال دوم $\text{ک}^{۳} = ۵۰۰$ پس مقدار ک چه باشد چون بحسب

امتحان حصہ ضلع تقریبی ۸ برآمد لہذا م = ۵۰۰ و ر = ۸ و ہ = ۳ و و = $\frac{۵۱۲ \times ۳}{۱۲-}$ = ۱۲۸ —

ازین سبب ک = ر + $\frac{ر \times (۶ و + ہ + ۱)}{و \times (۶ و + ۴ ہ - ۲)}$ = ۸ — $\frac{۶۳}{۱۰۰۰}$ = $\frac{۹۳}{۱۰۰}$ ۷ تقریبا خواہ ک = ر +

$\frac{ر \times (۲ و + ہ)}{و \times (۲ و + ۲ ہ - ۱) + \frac{۱}{۲} \times (ہ - ۱) \times (۲ ہ - ۱)}$ = ۸ + $\frac{۵۳۲ - \times ۸}{۱۲۸ - \times ۵۱۲ + \frac{۱}{۲}}$ = ۸ + — $\frac{۱۲۱۴۴}{۱۹۲۷۷۸}$ =

۸ — $\frac{۶۰۷۲}{۹۶۳۸۹}$ = $\frac{۹۳۷۰۰۵۲۵۹۹۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ ۷ = ضلع تقریبی مطلوبہ است *

مسئلۂ نہم در بہم رسانیدن ضلع تقریبی معادلۂ (ایکش لونین ٹیل) اعنی مضلعیکہ عدد منزل او مساوی ضلع اول او باشد *

قاعدہ اول دو عدد برای ضلع تقریبی بحسب امتحان انچہ ممکن باشد بہم رسانند وکسر عدد منزل آنہا راکہ (لوگری تہم) گویند حاصل کنند وطریق حصول آن در مطالب علیحدہ مذکور شود انشاءاللہ تعالی وازان ہر دو اعداد دو معادلۂ دیگر حاصل کنند بدینطریق کہ مسطح مجہول فی عدد منزل مجہول مساوی عدد منزل اعداد مقابلۂ مطلوبہ فرض کردہ بعد ازان ہر دو اعداد مفروضہ را درکسور اعداد منزل آنہا ضرب ساختہ باعدد منزل اعداد مقابلۂ اعداد اولی مساوی سازند وہرچہ خطا واقع شود زاید خواہ ناقص بران علامت زاید یا ناقص گذارند بعد ازان تفاضل عددین مفروضین را در خطاء اصغر ضرب کردہ حاصل را بر تفاضل خطائین قسمت سازند اگر خطائین متفقین باشند وبر مجموع آنہا قسمت کنند اگر خطائین مختلفین بوند باید دانست کہ در گرفتن تفاضل مجموع خطائین لحاظ زاید وناقص نمی کنند وبعد ازان خارج قسمت را باعدد متعلق خطاء اصغر جمع کنند اگر آنعدد بسیار اقل باشد وخواہ از عدد اعظم تفریق کنند کہ حاصل جمع تقریبی خواہد بود وبعد ازان آنرا وضلع تقریبی اعظم را گرفتہ باز بدستور عمل نمایند کہ ضلع اقرب التقریبی حاصل گردد *

فائدہ این قاعدہ را (مسنوجان برنیال) درسنہ ۱۰۹۷ عیسوی ایجاد کردہ است * مثال کک = ۱۰۰ پس مقدار ک چہ باشد تقریبا چون عدد منزل ۱۰۰ دو است بحسب منازل طبیعی درینصورت ک فی عدد منزل ک = عدد منزل ۱۰۰ = ۲ خواہد بود وہرگاہ بحسب امتحان معلوم میشود کہ مقدار ک اعظم از سہ واصغر از چہار است لہذا برای مقدار ک

دو عدد فرض کردم یکی $۳\frac{۵}{۱۰}$ دوم $۳\frac{۶}{۱۰}$ درینصورت عدد منزل ک = عدد منزل $۳\frac{۵}{۱۰}$ = $\frac{۵۴۴۰۶۸۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ پس ک × عدد منزل ک = $۱\frac{۹۰۴۳۳۸۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وهرگاه مفروض = دو بود درینصورت خطاء اول ناقص − $\frac{۹۵۷۶۲۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ ونیز ک = عدد منزل $۳\frac{۶}{۱۰}$ = $\frac{۵۵۶۳۰۲۵}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ پس ک × عدد منزل ک = $۲\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وچون مساوات مفروضه دو است لهذا خطاء ثانی زائد مساوی $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ گردید پس عدد اصغر وخطاء اصغر وعدد اعظم وخطاء اعظم را نوشته فضل هر دو عدد و مجموع الخطائین گرفتم بدینصورت

عدد اصغر $۳\frac{۵}{۱۰}$ خطاء اعظم − $\frac{۹۵۷۶۲}{۱۰۰۰۰۰۰}$

عدد اعظم $۳\frac{۶}{۱۰}$ خطاء اصغر + $\frac{۲۶۸۹}{۱۰۰۰۰۰۰}$

فضل العددین $\frac{۱}{۱۰}$ مجموع الخطائین نسبت خطائین مختلفین − $\frac{۹۸۴۵۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$

= $\dfrac{\frac{۲۶۸۹}{۱۰۰۰۰۰۰}\times\frac{۱}{۱۰}}{\frac{۹۸۴۵۱}{۱۰۰۰۰۰۰}}$ بحسب ضرب فضل العددین في اصغر الخطائین و قسمته علی مجموع الخطائین = $\frac{۲۷۳}{۱۰۰۰۰۰}$ = خارج قسمت مطلوبه بعد ازان خارج را از عدد اعظم تفریق کردم بدینصورت شد عدد اعظم $۳\frac{۶۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰}$ خارج قسمت که ساقط کرده شد اعنی − $\frac{۲۷۳}{۱۰۰۰۰۰}$ = $۳\frac{۵۹۷۲۷}{۱۰۰۰۰۰}$ = ک تقریبا ونیز هرگاه ک = $۳\frac{۵۹۷}{۱۰۰۰}$ بنویسم و مقدار عدد منزل آنرا مساوی $\frac{۵۵۵۹۴۰۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ متعین کنم پس ک في عدد منزل ک = $۱\frac{۹۹۹۷۱۷۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ واین مساوات دیگر شد درینصورت خطاء اصغر بحسب مساوات دو $\frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وچون هرگاه ک = $۳\frac{۶}{۱۰}$ که اول فرض شده بود واز روی آنهم خطاء واقع شده بود + $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ لهذا باز بطریق اول فضل عددین ومجموع خطائین گرفتم بدینصورت شد

عدد اعظم $۳\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰}$ خطاء اعظم + $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

عدد اصغر $۳\frac{۵۹۷}{۱۰۰۰}$ خطاء اصغر − $\frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

فضل العددین $\frac{۳}{۱۰۰۰}$ مجموع الخطائین $\frac{۲۹۷۱۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

= $\dfrac{\frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\times\frac{۳}{۱۰۰۰}}{\frac{۲۹۷۱۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}}$ = $\frac{۲۸۵}{۱۰۰۰۰۰۰}$ = خارج قسمت وهرگاه آنرا با عدد اقل جمع کردم

بدینصـــــــــــــــــورت شد $3\frac{597000}{1000000}$

خارج قسمت $\frac{285}{1000000}$

مجموع $3\frac{597285}{1000000}$

فائده این نحیف میگوید که از بیان امثله معلوم میشود که اول دانستن عدد منزل طبیعي جمیع اعداد برای این قاعده ضرور است وآنرا (مستر برجس) نامی در کتاب علیحده مفصل بیان کرده است ازان معلوم میتواند شد چنانچه حقیقت آن در بیان (لوگري تهم) مذکور خواهد شد انشاء الله تعالی *

بیان سیوم در استخراج مسائل که عدد متعدد درجواب آن واقع میتواند شد و مقصود استخراج عدد صحیح بود ودران نیز چند مسائل است *

مسئله اول در استخراج دو مجهول که در یک معادله مع اعداد معلوم واقع شوند بشرطیکه مصلعات آنها دران نباشد *

قاعده اول مقدار یک مجهول ازان معادله در حروف حاصل سازند وآنرا مساوي صحیح بدین نشان نویسند (و) بعدازان اعداد صحیح راکه دران مساوات واقع شود خواه از روی قسمت برآید ساقط کرده باقي راکه ضرورة مشتمل برمقدار یک مجهول و مساوي صحیح خواهد بود ثبت نمایند وبعد ازان آن باقي راخواه مضروبات آن باقي را در هر عددی که مناسب باشد از مضروب آن مجهول خواه در عددیکه مشتمل آن باقي است وهم مقسوم بران مضروب فیه باشد خواه آنرا در عددی دیگر مناسب ضرب کرده تفریق سازند وازباقي خواه از مضروبات باقي اعداد صحیح را ساقط کرده باز بدستور تفریق کنند پس در تفریق آخر آنچه باقیماند ومشتمل بریک مجهول باشد آنرا مساوي باواحد فرض کنند وترفیع ساخته عدد مجهول استخراج نمایند وهرگاه یک مجهول بهم رسید مجهول ثاني نیز بهم خواهد رسید *

فائده بنای قاعده هذا برین است که مجموع دو عدد صحیح خواه تفاضل بینهما خواه حاصل ضرب آن هردو در دیگر اعداد صحیح همیشه عدد صحیح واقع میشود ونیز از روی قسمت عدد صحیح بر صحیح خارج عدد صحیح خواه صحیح مع الکسر از مقدار مقسوم علیه حاصل میشود لهذا از خارج قسمت وغیره اعداد صحیح را ساقط می کنند چراکه مقصود استخراج صحیح است

وکسور که باقي می ماند آنراهم مساوي صحیح اعتبار می کنند چراکه مجموع صحیح مفروض
شده وهرگاه از صحیح صحیح را ساقط کنند باقي هم صحیح می ماند ❊ مثال اول ۱۹ ک =
۱۴ ـــے − ۱۱ پس مقدار ک وی چه باشد ؛ جواب چون ک = (۱۴ ـــے − ۱۱) / ۱۹ = صحیح
ونیز (۱۹ ـــے) / ۱۹ = صحیح وبحسب تفریق (۱۹ ـــے) / ۱۹ − (۱۴ ـــے − ۱۱) / ۱۹ = (۵ ـــے + ۱۱) / ۱۹ = صحیح
وهرگاه این را درچهار ضرب کردم پس (۵ ـــے + ۱۱) / ۱۹ × ۴ = (۲۰ ـــے + ۴۴) / ۱۹ = (۲۰ ـــے + ۶) / ۱۹
+ ۲ = صحیح وبعد اسقاط دو که عدد صحیح است (۲۰ ـــے + ۶) / ۱۹ = صحیح وازین سبب باز
بحسب تفریق (۲۰ ـــے + ۶) / ۱۹ − (۱۹ ـــے) / ۱۹ = (ـــے + ۶) / ۱۹ = صحیح درینصورت ـــے + ۶ = ۱۹
چراکه طرف آخر مقابله را که لفظ صحیح است بواحد تغییر کردم پس ـــے = ۱۳
ودرینصورت ک = ۹ وهوالمطلوب ❊ مثال دوم ۳ ک = ۸ ـــے − ۱۶ پس مقدار ک
وی چه باشد چون ک = (۸ ـــے − ۱۶) / ۳ = ۲ ـــے − ۵ + (۲ ـــے − ۱) / ۳ = صحیح وبعد
اسقاط اعداد صحیح (۲ ـــے − ۱) / ۳ = صحیح وبحسب الضرب (۲ ـــے − ۱) / ۳ × ۲ = (۴ ـــے − ۲) / ۳ =
صحیح وهرگاه (۳ ـــے) / ۳ = صحیح ازین سبب (۴ ـــے − ۲) / ۳ − (۳ ـــے) / ۳ = (ـــے − ۲) / ۳ = صحیح وهرگاه
صحیح را واحد فرض کردم پس ـــے = ۳ + ۲ = ۵ پس ک = ۸ وهوالمطلوب ❊ مثال سیوم
۹ ک + ۱۳ ـــے = ۲۰۰۰ پس مقدار ک وی چه باشد چون ک = (۲۰۰۰ − ۱۳ ـــے) / ۹
= ۲۲۲ − ـــے + (۲ − ۴ ـــے) / ۹ = صحیح وبعد اسقاط اعداد صحیح (۲ − ۴ ـــے) / ۹ = صحیح
وبحسب الضرب (۲ − ۴ ـــے) / ۹ × ۲ = (۴ − ۸ ـــے) / ۹ = صحیح وهرگاه (۹ ـــے) / ۹ = صحیح پس
(۹ ـــے) / ۹ + (۴ − ۸ ـــے) / ۹ = (۴ + ـــے) / ۹ = صحیح وهرگاه صحیح را واحد فرض کردم وترفیع
نمودم ـــے = ۹ − ۴ = ۵ پس ک = ۲۱۵ ودرینجا اگر عدد نه را با مقداري مرة بعد اولیٰ
جمع کنند وهمچنان عدد سیزده را ازمقدار ک ساقط نمایند پس دیگر مقادیر بموجب تفصیل

ذیل حاصل خواهند شد

ک = (۲۱۵)(۲۰۲)(۱۸۹)(۱۷۶)(۱۶۳)(۱۵۰)(۱۳۷)(۱۲۴)(۱۱۱)(۹۸)(۸۵)(۷۲)(۵۹)(۴۶)(۳۳)(۲۰)(۷)

ے = (۵)(۱۴)(۲۳)(۳۲)(۴۱)(۵۰)(۵۹)(۶۸)(۷۷)۸۶(۹۵)(۱۰۴)(۱۱۳)(۱۲۲)(۱۳۱)(۱۴۰)(۱۴۹)

مسئله دوم در استخراج مجهول مفرد بعدد صحیح بشرطیکه سائل مجهول را مقسوم بر اعدادی چند بیان کرده و باقیات آنرا که از روی قسمت واقع شده باشد اظهار سازد * مثلاً گوید کدام عدد است که اگر آنرا برهفده قسمت کنند باقی هفت ماند و اگر بر بست و شش قسمت کنند باقی سیزده افتد وهکذا وطریقش آنست که مجهول را ک فرض کنند وهریک با قیات را ازان جدا جدا تفریق کرده برهریک مقسوم علیه منسوب نمایند که آن همه مساوی اعداد صحیح خواهند بود بعد ازان مقدار اول را که بصورت کسر است مساوی ب فرض سازند ومقدار ک حاصل کنند وآن مقدار را درصورت دوم با ک بدل ساخته مقدار ب بموجب مسئلهٔ اولی از فرض مساوات رَ حاصل کرده باز مقدار ک ازان حاصل سازند وآنرا درمقدار سیوم بجای ک نوشته مقدار رَ حاصل کنند وبازازان مقدار ک حاصل نمایند پس آنرا درمقدار سیوم بجای ک آورده مساوی سه فرض کنند وهمچنین تاهرجا که بخواهند که عدد مطلوب خارج شود واستخراج هریکی ازمقادیر بَ و رَ و سه بموجب مسئله اولی بعمل آرند مثال کدام عدد است که اگر آنرا بر هفده قسمت کنند هفت باقی ماند واگر بربیست وشش قسمت نمایند سیزده باقیماند پس عدد مجهول را ک فرض کردم درینصورت $\frac{ک-۷}{۱۷}$ و $\frac{ک-۱۳}{۲۶}$ = وَ و هرگاه $\frac{ک-۷}{۱۷}$ = ب فرض کنم ک = ۱۷ ب + ۷ و هرگاه این مقدار را درصورت دوم بجای ک آوردم $\frac{۱۷ب-۶}{۲۶}$ = وَ شد و چون $\frac{۲۶ب}{۲۶}$ نیز = وَ است پس $\frac{۲۶ب}{۲۶} - \frac{۱۷ب-۶}{۲۶} = \frac{۹ب+۶}{۲۶}$ = وَ بلکه بحسب الضرب $\frac{۹ب+۶}{۲۶} \times ۳ = \frac{۲۷ب+۱۸}{۲۶}$ = ب + $\frac{ب+۱۸}{۱۶}$ = وَ و بعد حذف عدد صحیح که عبارت از بَ است $\frac{ب+۱۸}{۲۶}$ = رَ فرض کردم درینصورت ب = ۲۶ ر − ۱۸ و هرگاه رَ را = ۱ فرض کردم پس ب = ۸ شد وضرورةً ک = ۱۷ × ۸ + ۷ = ۱۴۳ وهو المطلوب ۞ مثال دوم کدام عدد است که هرگاه

آنرا بر یازده قسمت کنند باقي سه ماند و اگر بر نوزده قسمت نمایند پنج باقیماند و اگر بر بیست و نه قسمت نمایند باقي ده ماند پس مجهول را ک فرض کردم و نوشتم (ک − ۳)/۱۱ و (ک − ۵)/۱۹ و (ک − ۱۰)/۲۹ = وَ و هرگاه (ک − ۳)/۱۱ = ب فرض کردم پس ک = ۱۱ ب + ۳ شد و این مقدار را در صورت دوم با ک بدل ساختم (۱۱ ب − ۲)/۱۹ شد و بحسب ضرب (۱۱ ب − ۲)/۱۹ × ۲ = (۲۲ ب − ۴)/۱۹ = ب + (۳ ب − ۴)/۱۹ = وَ و بعد حذف ب که صحیح است (۳ ب − ۴)/۱۹ = وَ ماند و بحسب ضرب (۳ ب − ۴)/۱۹ × ۶ = (۱۸ ب − ۲۴)/۱۹ = (۱۸ ب − ۵)/۱۹ − ۱ = وَ و درینصورت (۱۸ ب − ۵)/۱۹ = وَ و چون (۱۹ ب)/۱۹ = وَ پس (۱۹ ب)/۱۹ − (۱۸ ب − ۵)/۱۹ = (ب + ۵)/۱۹ = وَ و هرگاه این مقدار را = رَ فرض کنم پس ب = ۱۹ ر − ۵ گردید و ک = (۱۹ ر − ۵) × ۱۱ + ۳ = ۲۰۹ ر − ۵۲ شد و بحسب تبدیل مقدار هذا در صورت سیوم بجای ک (۲۰۹ ر − ۶۲)/۲۹ = ۷ ر − ۲ + (۶ ر − ۴)/۲۹ = وَ و بحسب حذف مقدار صحیح (۶ ر − ۴)/۲۹ = وَ و بحسب ضرب (۶ ر − ۴)/۲۹ × ۵ = (۳۰ ر − ۲۰)/۲۹ = ر + (ر − ۲۰)/۲۹ = وَ و بحسب حذف مقدار صحیح (ر − ۲۰)/۲۹ = وَ و هرگاه این مقدار را مساوي س فرض کنم پس ر = ۲۹ س + ۲۰ پس اگر س را = صفر فرض نمایم ر = ۲۰ میشود و ضرورة ک = ۲۰۹ × ۲۰ − ۵۲ = ۴۱۲۸ میشود وهو المطلوب *

تنبیه این ضعیف میگوید که درین سؤال س را مساوي صفر فرض کردن خلاف ماتقرر سابق است و اگر بموجب مسئله اول س را مساوي واحد فرض کنند نیز مطلوب حاصل میشود لیکن عدد دیگر که اعظم ازین عدد حاصل است بهم میرسد بدینصورت ر = ۲۹ + ۲۰ = ۴۹ پس ک = ۲۰۹ × ۴۹ − ۵۲ = ۱۰۱۸۹ وهو المطلوب *

بیان چهارم در (دیفنتن) معادله و آن عبارت است از سؤالاتیکه مشتمل بر مجذورات خواه مکعبات وغیره مضلعات اعداد مجهول باشند و در جواب آن اعداد متعدده واقع میتوانند شد و این را (دیفینوس) نامی در اسکندریه مصر قریب صدی سیوم عیسوي ایجاد

کرده است وآن اول کاتب فن جبر ومقابله واز قدما است واین سؤالات بسیار دشوار ودقیق اند که اکثر در کتب جبر ومقابله بسبب دقتی که دارد مذکور نیستند وبرکسی از علمای این فن که بسیار عقیل بودند باوجود جد وجهد ومهارت طریق این منکشف نشده بود (دیفینوس) از غایت تفرس وتیزفهمی آنرا برآورده وهرگاه من بکمال تفکر دران مسائل خوض میکنم خود را ناقص می یابم وار تیزفهمی ودانشمندی که درخصوص این مسائل از و بعمل آمده کمال حیرت میشود که چگونه باصول این مسائل بی برده ودرهر سؤال بعضی جا اسقاط ودر بعضی جا زیادت وبطریق نو بهم رسانیدن معادلهٔ دیگر وتفریق وجمع واستثنای کدام اعداد حسب مناسب مقام هرجا بعمل آورده و (دیفینوس) موجد فن جبر ومقابله نیست بلکه او هم بوضع قدیمی این علم عمل می نمود لیکن فن جبر ومقابله که پیش از وفات (دیفینوس) در عالم رواج داشت بسبب ویرانی خواه فساد نادانی بزبان یا بسبب اشکال عبارت حکمای متقدمین ضایع ومندرس شده بود ودر فارس محاسبین بتلاش بسیار سیزده کتاب درین فن بهم رسانیده تعلیم وتعلم می نمودند لیکن جمیع آن کتب ازین مسائل خالی بود ودر سنه ١٦٢١ عیسوی این فن در مندراج هند رواج یافته اکثر کسان اینجا در بعض بعض جا توضیح وتشریح نمودند وباید دانست که از قاعده وترکیب مفصلهٔ ذیل اگرچه از روی حضور طبعت وفکر بسیار حل سؤالات میشود لیکن قاعدهٔ عام متعین نمی تواند شد که در هر سؤال کافی باشد لهذا برای استخراج این قسم سؤالات تیزفهمی وذکای متعلم این فن ضرور است *

قاعده برای ضلع مجذور خواه ضلع کعب مطلوبه یک حرف یا زیاده ازان فرض کنند بحیثیتیکه مجهول دیگر از وصل مقدار مجهول اول با عدد معلوم خواه مضلعات آن مفروض شود تا که در مقابلهٔ مقدار یک مجهول افتد پس مسئله صراحةً رجوع بمسائل گذشته خواهد نمود ولیکن اگر مقدار مجهول مجذور خواه مضلع اعظم بود پس برای ضلع اول حرف نو ضرورةً فرض کرده خواهد شد چنانکه بالا مذکور شد ٥ه مثال اول میخواهم که عدد صد را که مجذور است دو حصه کنم بحیثیتیکه هردو مجذور عددی باشند پس مجهول اول را $ک^{٢}$ فرض کردم وثانی $١٠٠ - ک^{٢}$ گردید چون هردو مجذور مجهول اند لهذا ضلع مجذور اول ک است پس ضلع مجذور ثانی $٢ک - ١٠$ فرض کردم ازین سبب $١٠٠ - ک^{٢} = (٢ک - ١٠)^{٢}$

= ۴ ک^{2} − ۴۰ ک + ۱۰۰ دراینصورت بحسب اسقاط متداخلین وتبدیل طرف مستثنی ۵ ک^{2} = ۴۰ ک پس ک = ۸ بنا برآن ۲ ک − ۱۰ = ۶ پس ۶۴ و ۳۶ حصهای مطلوب است *

فائده اگرضلع مجذوردوم را ک − ۱۰ فرض کنم پس ک^{2} − ۲۰ ک + ۱۰۰ = ۱۰۰ − ک^{2} میشود دراینصورت ک که ضلع مجذوراول است مساوی ده خواهدبود و ک − ۱۰ که ضلع مجذوردوم است مساوی صفرخواهد افتاد ازین جهت ک − ۱۰ برای ضلع دوم مفروض نشد واگر ۳ ک − ۱۰ خواه ۴ ک − ۱۰ خواه دیگرمقدار همچنین مفروض شوند اکثری ازان مناسب واکثری ازان غیرمناسب خواهد بود پس لحاظ این امربرای فرض کردن ضرور است بطریق دیگرعلی العموم مقدارصد را = م^{2} فرض کردم ومقدار یک حصه ک^{2} ومقدار دوم م^{2} − ک^{2} وهرگاه ضلع مجذوردوم را ر ک − م فرض کردم پس م^{2} − ک^{2} = ر^{2} ک^{2} − ۲ م ر ک + م^{2} وبعداسقاط متداخلین وتبدیل مستثنی ر^{2} ک^{2} + ک^{2} = ۲ م ر ک وهرگاه هردوطرف را بر ک قسمت کرده شود ر^{2} ک + ک = ۲ م ر خواهد بود وهرگاه این مقابله را بر ر^{2} + ۱ قسمت کرده شود ک = $\frac{\text{۲ مر}}{\text{ر}^{2}+1}$ خواهد شد پس ر ک − م = $\frac{\text{۲ مر}^{2}}{\text{ر}^{2}+1}$ − م = $\frac{\text{۲ مر}^{2}}{\text{ر}^{2}+1}$ − $\frac{\text{مر}^{2}+\text{م}}{\text{ر}^{2}+1}$ = $\frac{\text{مر}^{2}-\text{م}}{\text{ر}^{2}+1}$ ازین سبب $\left(\frac{\text{۲ مر}}{\text{ر}^{2}+1}\right)^{2}$ و $\left(\frac{\text{مر}^{2}-\text{م}}{\text{ر}^{2}+1}\right)^{2}$ این هردوحصهای مطلوبه اند پس مقدار م ومقدار ر ازهراعداد یکدگرفته شود خواهد برآمد بطریق دیگراگرهردو ضلع مجذورین مجهولین را س و ر فرض کنم بحیثیتیکه س اعظم از ر باشد پس ۲ ر س و س^{2} − ر^{2} و س^{2} + ر^{2} این هرسه را مقدارعمود وضلع ووترمثلث قایم الزاویه فرض کنم وبحسب شکل عروس مقدار هردوضلع مجهولین بهم خواهد رسید بدینصورت (۲ ر س)^{2} + (س^{2} − ر^{2})^{2} = (س^{2} + ر^{2})^{2} بلکه (ر^{2} + س^{2})^{2} − (۲ ر س)^{2} = (س^{2} − ر^{2})^{2} خواه (س^{2} + ر^{2})^{2} − (س^{2} − ر^{2})^{2} = (۲ س ر)^{2} پس مقدار س و ر را بهرعددیکه تعبیرکنند بشرطیکه س اعظم از ر باشد مطلوب خواهد برآمد *

تنبیه نحیف میگوید که این قاعدهٔ آخیره مشعراست براینمعنی که هرگاه مجذورین بحیثیتیکه مجموع آنها نیزمجذور باشد خواه تفاضل بینهما مجذور بود بهم رسیدند پس بطریق

اربعهٔ متناسبه حصهٔ هر مجذوری که خواهند می توانند کرد خواه مجذور ثانی که تفاضل مجذور داشته باشد بهم می توانند رسانید * مثلاً رمثال مذکور هرگاه ر + س بدو عدد یکه تعبیر کنند چنانکه س را = ۶ فرض کردم و ر را = ۲ پس (س² − ر²)² = ۱۰۲۴ + (۲ ر س)² = ۵۷۶ = (س² + ر²)² = ۱۶۰۰ پس بطریق اربعهٔ متناسبه

۱۶۰۰	۱۰۰
۵۷۶	

حاصل ضرب وسطین را برطرف معلوم قسمت کردم خارج ۳۶ برآمد و آن یک حصه از صد و مجذور است و همچنین حصهٔ دوم ۶۴ مجذور است ⁂ مثال دوم می خواهم که عدد معلوم را مثل ۱۳ که مجموع دو مجذور اعداد معلوم است مثل ۹ و ۴ بدو حصه دیگر قسمت کنم که آن هر دو مجذور باشند پس برای ضلع مجذور اول که حصهٔ اعظم است ر ک − ۳ فرض کردم و برای ضلع مجذور دوم که اصغر است س ک − ۲ فرض نمودم بحیثیتیکه ر اعظم از س است درینصورت (ر ک − ۳)² + (س ک − ۲)² = ر² ک² − ۶ ر ک + ۹ + س² ک² − ۴ س ک + ۴ = (ر² + س²) × ک² − (۶ ر + ۴ س) ک + ۱۳ = ۱۳ بلکه بعد اسقاط متداخلین و تبدیل مستثنی (ر² + س²) ک² = (۶ ر + ۴ س) ک و بحسب القسمة ک² = $\frac{(۶ ر + ۴ س) ک}{ر² + س²}$ و بحسب القسمة علی ک خواهد شد ک = $\frac{۶ ر + ۴ س}{ر² + س²}$ پس ر ک − ۳ = $\frac{۶ ر² + ۴ ر س}{ر² + س²}$ − ۳ = $\frac{۳ ر² + ۴ ر س − ۳ س²}{ر² + س²}$ = ضلع مجذور اعظم و نیز س ک − ۲ = $\frac{۶ ر س + ۴ س²}{ر² + س²}$ − ۲ = $\frac{۶ ر س − ۲ ر² + ۲ س²}{ر² + س²}$ = ضلع مجذور دوم پس اگر ر = ۲ و س = ۱ فرض کرده شود درینصورت $\frac{۳ ر² + ۴ ر س − ۳ س²}{ر² + س}$ = $\frac{۱۷}{۵}$ = ضلع مجذور اعظم و $\frac{۶ ر س − ۲ ر² + ۲ س²}{ر + س²}$ = $\frac{۶}{۵}$ = ضلع مجذور اصغر و مجذور این اعداد حصهای مطلوب است و نیز اگر ط² + ب² = عدد معلوم که مقسوم است فرض کرده شود و بطریقیکه مذکور شد استخراج حصهای دیگر نمایند مسئلهٔ عام خواهد شد اعنی هر عدد را بخواهند مقسوم فرض کنند بحیثیتیکه آن عدد مجموع عددین مجذورین باشد *

فائدهٔ این سؤال (دیفنیوش) استخراج کرده واین را اصول برای استخراج اکثر مسائل دیگر ساخته واگر مقدار ر و سہ سوای اعداد مفروضهٔ صدر بهر عدد دین مختلفین که تعبیر کنند مطلوب حاصل میتواند شد * مثلاً ۳ مہ و ۲ ب خواه ۳+۲ (مہ+ب) و ۳−۲ (مہ−ب) وغیر آن وازان مقدار ضلعهای هردو حصهٔ متعدد متعین میتواند شد و باید دانست که این مسئلهٔ لطیف را (گورسستی) نامی که از قدما است در کتاب خود بانواع واقسام طرق مبوب ومفصل نموده بیان کرده است وازان برای دیگر حسابها اعانت نموده و (اندرسن) نامی و (انیت) وغیره درفن مثلثات زیاده تفصیل آن کرده و (هرگنیوس) نامی بهمین حروف درجلد آخر کتابی درفن ریاضی بیان نموده است ❁ مثال سیوم دربهم رسانیدن دو مجذور بشرطیکه تفاضل بینهما معلوم باشد پس مقدار تفاضل معلوم ء فرض کردم ودو عدد غیر معین را مہ و ب فرض نمودم بحیثیتیکه مہ اعظم از ب است و ک ضلع مجذور اصغر فرض کردم و ک+ب ضلع مجذور اعظم فرض نمودم درینصورت $(\text{ک}+\text{ب})^{2}-\text{ک}^{2}=\text{ک}^{2}+2\,\text{ب}\,\text{ک}+\text{ب}^{2}-\text{ک}^{2}=2\,\text{ب}\,\text{ک}+\text{ب}^{2}=\text{ء}$ وهرگاه این معادله را بر ب قسمت کنم پس $2\,\text{ک}+\text{ب}=\text{مہ}$ درینصورت $\text{ک}=\frac{\text{مہ}-\text{ب}}{2}=$ ضلع مجذور اصغر و $\text{ک}+\text{ب}=\frac{\text{مہ}-\text{ب}}{2}+\text{ب}=\frac{\text{مہ}+\text{ب}}{2}=$ ضلع مجذور اعظم پس هرگاه تفاضل معلوم اعنی ء مساوی شصت باشد پس $\text{ء}=60=\text{مہ}\times\text{ب}=30\times 2$ فرض خواهم کرد درینصورت مقدار $\text{مہ}=30$ و $\text{ب}=2$ خواهد شد پس $\text{ک}=\frac{\text{مہ}-\text{ب}}{2}=\frac{30-2}{2}=14=$ ضلع مجذور اصغر و $\text{ک}+\text{ب}=\frac{\text{مہ}+\text{ب}}{2}=\frac{30+2}{2}=16=$ ضلع مجذور اعظم درینصورت ۱۹۶ = مجذور اصغر و ۲۵۶ = مجذور اعظم وهمچنین هر تفاضلی معلوم که فرض کنند مضروبین آن حاصل ساخته اعظم را مہ واصغر را ب فرض نمایند واستخراج مجهول سازند ❁ مثال چهارم بهم رسانیدن دو عدد بحیثیتیکه اگر هریکی از آنها با مجذور دیگری جمع کرده شود مجموع مجذور عددی شود پس هردو عدد مجهول را ک و ے فرض کردم درینصورت $\text{ک}^{2}+\text{ے}=$ مجذوری است و $\text{ے}^{2}+\text{ک}=$ مجذور دیگر است وهرگاه ضلع مجذور اول که $\text{ک}^{2}+\text{ے}$

است $ر - ک$ فرض کنم درینصورت $ک^{۲} + ے = ر^{۲} - ۲ ر ک + ک^{۲}$ بلکه $ے = ر^{۲} - ۲ ر ک$ بلکه $۲ ر ک = ر^{۲} - ے$ و بحسب القسمة $ک = \frac{ر^{۲} - ے}{۲ ر}$ وهرگاه ضلع مجذور دوم اعنی $ے^{۲} + ک$ را $ے + س$ فرض کنم پس $ے^{۲} + \frac{ر^{۲} - ے}{۲ ر} = (ے + س)^{۲}$ بلکه $ر^{۲} - ے = ۴ ر س ے + ۲ ر س^{۲}$ خواهد شد پس ضرورة $ے = \frac{ر^{۲} - ۲ ر س^{۲}}{۴ ر س + ۱}$ و $ک = \frac{ر^{۲} - ے}{۲ ر} = \frac{۲ ر^{۲} س + س^{۲}}{۴ ر س + ۱}$ وهرگاه $\bar{ر}$ و $\bar{س}$ هر عددی را فرض کنم بشرطیکه $\bar{ر}$ اعظم از $۲ ر س$ باشد وازان اعداد ضلع مجذور اعظم واصغر بموجب مرقوم الصدر حاصل کنم مطلوب برآید ۞ مثال پنجم بهم رسانیدن دو عدد بحیثیتیکه مجموع آنها وتفاضل بینهما هردو مجذور باشد پس هردو عدد مطلوب را $ک$ و $ک^{۲} - ک$ فرض کردم چون درینجا مجموع عددین مجذور است پس صرف تفاضل بینهما که مجذور باشد مطلوب خواهد بود وازین سبب تفاضل بینهما که $ک^{۲} - ۲ ک$ است یک مجذور شد وهرگاه ضلع این مجذور را $ک - ر$ فرض کنم پس $ک^{۲} - ۲ ر ک + ر^{۲} = ک^{۲} - ۲ ک$ خواهد بود بلکه $۲ ر ک - ۲ ک = ر^{۲}$ درینصورت $ک = \frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲}$ پس $ک^{۲} - ک = \left(\frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲}\right)^{۲} - \frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲}$ پس عدد اول $\frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲}$ وعدد ثانی $\left(\frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲}\right)^{۲} = \frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲}$ مطلوب گردید پس مقدار $\bar{ر}$ بهر عددیکه فرض کنم بشرطیکه اعظم از واحد باشد واین نحیف میگوید که اگر اعظم از اثنین باشد مطلوب خواهد برآمد چراکه اگر مقدار اثنین بود پس $\frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲} = ۲$ خواهد بود و $\left(\frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲}\right)^{۲} - \frac{ر^{۲}}{۲ ر - ۲} = ۴ - ۲ = ۲$ خواهد بود پس هردو عدد متساویین برآمدند وتفاضل بینهما هیچ نماند فافهم ۞ مثال ششم بهم رسانیدن سه عدد بحیثیتیکه مجموع آنها ومجموع دو دو از آنها همه مجذور باشند پس اول $۴ ک$ وثانی را $ک^{۲} - ۴ ک$ وثالث را $۲ ک + ۱$) فرض کردم چراکه $۴ ک + ک^{۲} - ۴ ک = ک^{۲}$ اعنی مجموع عدد اول وثانی مساوی مربع است ونیز $ک^{۲} - ۴ ک + ۲ ک + ۱$) اعنی مجموع ثانی وثالث $= ک^{۲} - ۲ ک + ۱ =$ مجذور ونیز $۴ ک + ک^{۲} - ۴ ک + ۲ ک + ۱$) اعنی مجموع هرسه اعداد $= ک^{۲} +$

۲ ک + ۱ = مجذور پس این هرسه صورت بحسب سؤال درست میشود وباقي یک صورت اعنی مجموع اول وثالث که مساوي مجذور نمیشود لهذا آنرا نوشتم بدینصورت ۴ ک + ۲ ک + ۱ = ۶ ک + ۱ = مَ^۲ بحسب السؤال والفرض پس ک = $\frac{م^۲ - ۱}{۶}$ وضرورة $\frac{۴ م^۲ - ۴}{۶}$ و $\left(\frac{م^۲ - ۱}{۶}\right)^۲$ − $\frac{م^۴ - ۴}{۶}$ و $\frac{۲ م^۲ - ۲}{۶}$ + ۱ مساوي هرسه اعداد مفروضه اند بلکه $\frac{۲ م^۲ - ۲}{۳}$ و $\frac{م^۴ - ۲۶ م^۲ + ۲۵}{۳۶}$ و $\frac{م^۲ + ۲}{۳}$ مقدار هرسه اعداد مطلوبه است پس مقدار مَ را بهرعددیکه خواهم فرض کنم بحیثیتیکه اعظم از پنج باشد مطلوب خواهد برآمد * مثال هفتم بهم رسان سه مجذور واعداد صحیح بحیثیتیکه مجموع دو دو ازان مجذور باشند پس هرسه مجذور را ک^۲ و ے^۲ و ط^۲ فرض کردم درینصورت بحسب السؤال ک^۲ + ے^۲ = مجذوری و ے^۲ + ط^۲ = مجذوری و ک^۲ + ط^۲ = مجذوري وبحسب القسمت $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + ۱ = مجذوری و $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ + ۱ = مجذوری و $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ = مجذوری چراکه هرگاه مجذوری را برمجذوری قسمت می کنند خارج قسمت هم مجذور میشود ضرورة هرگاه $\frac{ک}{ط}$ را = $\frac{س^۲ - ۱}{۲ س}$ و $\frac{ے}{ط}$ را = $\frac{ر^۲ - ۱}{۲ ر}$ فرض کنم درینصورت $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + ۱ = $\frac{س^۴ - ۲ س^۲ + ۱}{۴ س^۲}$ + ۱ = $\frac{س^۴ + ۲ س^۲ + ۱}{۴ س^۲}$ بحسب التجنیس و $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ + ۱ = $\frac{ر^۴ + ۲ ر^۲ + ۱}{۴ ر^۲}$ وهرگاه این هردو مجذور اند ازین سبب صرف $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ = مجذور باقي میماند وچون $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ = $\left(\frac{س^۲ - ۱}{۲ س}\right)^۲$ + $\left(\frac{ر^۲ - ۱}{۲ ر}\right)^۲$ = $\frac{(س^۲ - ۱)^۲}{۴ س^۲}$ + $\frac{(ر^۲ - ۱)^۲}{۴ ر^۲}$ = $\frac{۴ ر^۲ \times (س^۲ - ۱)^۲ + ۴ س^۲ \times (ر^۲ - ۱)^۲}{۴ ر^۲ \times ۴ س^۲}$ بلکه با عتبار صورت کسر وضلعین مضروب فیه ر^۲ × (س^۲ − ۱)^۲ + س^۲ × (ر^۲ − ۱)^۲ = ر^۲ × (س + ۱)^۲ × (س − ۱)^۲ + س^۲ × (ر + ۱)^۲ × (ر − ۱)^۲ = با مجذور عددی وبسبب فرض کردن ر − ۱ = س + ۱ بلکه ر = س + ۲ خواهد شد (س + ۲)^۲ × (س + ۱)^۲ × (س − ۱)^۲ + س^۲ × (س + ۱)^۲ × (س + ۳)^۲ = مجذور بلکه (س + ۲)^۲ × (س − ۱)^۲ + س^۲ × (س + ۳)^۲

= ۲ سه^{۴} + ۸ سه^{۳} + ۶ سه^{۲} − ۴ سه + ۴ = مجذور عددی و هرگاه مقدار جذر آنرا مساوی $\frac{۵}{۴}$ سه^{۲}
− سه + ۲ فرض کنم پس ۲ سه^{۴} + ۸ سه^{۳} + ۶ سه^{۲} − ۴ سه + ۴ = ($\frac{۵}{۴}$ سه^{۲} − سه + ۲)^{۲} = $\frac{۲۵}{۱۶}$ سه^{۴} − $\frac{۵}{۲}$ سه^{۳} +
۶ سه^{۲} − ۴ سه + ۴ و بحسب اسقاط متداخلین ۲ سه^{۴} + ۸ سه^{۳} = $\frac{۲۵}{۱۶}$ سه^{۴} − $\frac{۵}{۲}$ سه^{۳} و بحسب القسمة
علی سه^{۳} میشود ۲ سه + ۸ = $\frac{۲۵}{۱۶}$ سه − $\frac{۵}{۲}$ بلکه $\frac{۷}{۱۶}$ سه = − $\frac{۲۱}{۲}$ پس سه = − ۲۴ پس ضرورة ر = −
۲۲ و $\frac{ک}{ط}$ = $\frac{سه^{۲} − ۱}{۲ سه}$ = $\frac{۵۷۵}{−۴۸}$ و $\frac{ے}{ط}$ = $\frac{ر^{۲} − ۱}{۲ ر}$ = $\frac{۴۸۳}{−۴۴}$ پس ک = − $\frac{۵۷۵ ط}{۴۸}$ و
ے = − $\frac{۴۸۳ ط}{۴۴}$ و بدین سبب برای جواب اعداد صحیح فرض می کنم ط = ۵۲۸
و ازین سبب ک = ۶۳۲۵ و ے = ۵۷۹۶ و باید دانست که درینجا چند سؤال دیگر است
که صاحب کتاب صرف جواب آن نوشته است و بیان طریق عمل و استخراج آنرا فروگذاشته
هرچند اکثری ازان بادنی تامل متخیل میشوند و بعضی ازان تامل طلب است لهذا بالتفصیل
طریق استخراج بعضی ازان نوشته میشود و باقی را برای امتحان طبع ناظرین و متعلمین تبعاً
لصاحب الکتاب فروگذاشته ام تا هرکس را که توفیق دهد استخراج نماید ۞ سؤال اول
بهم رسانیدن عدد ک بحیثیتیکه ک + ۱ و ک − ۱ هردو مجذور اعداد شوند ؛ جواب ک
+ ۱ = مر^{۲} فرض کردم پس ک − ۱ = مر^{۲} − ۲ = مجذور و هرگاه ضلع آنرا ۲ − مر فرض
نمودم پس ۴ − ۴ مر + مر^{۲} = مر^{۲} − ۲ بلکه ۶ = ۴ مر پس مر = ۱$\frac{۱}{۲}$ و ۲ − مر = $\frac{۱}{۲}$ و ک = ۱$\frac{۱}{۴}$
= $\frac{۵}{۴}$ ۞ سؤال دوم بهم رسانیدن مقدار ک بحیثیتیکه ک + ۱۲۸ و ک + ۱۹۲ هردو مجذور
باشند ؛ جواب ک + ۱۹۲ = مر^{۲} فرض کردم پس ک + ۱۲۸ = مر^{۲} − ۶۴ شد و هرگاه جذر
آنرا ۳۲ − مر فرض کردم درینصورت ۱۰۲۴ − ۶۴ مر + مر^{۲} = مر^{۲} − ۶۴ بلکه ۱۰۸۸ =
۶۴ مر بلکه مر = ۱۷ پس ک = مر^{۲} − ۱۹۲ = ۲۸۹ − ۱۹۲ = ۹۷ ۞ سؤال سوم بهم رسانیدن
مقدار ک بحیثیتیکه ک^{۲} + ک و ک^{۲} − ک هردو مجذور باشند ؛ جواب ک^{۲} − ک = مر^{۲}
فرض کردم پس ک^{۲} + ک = مر^{۲} + ۲ ک و هرگاه ضلع آنرا ۷ مر فرض نمودم پس ۴۹ مر^{۲}
= مر^{۲} + ۲ ک بلکه ۴۸ مر^{۲} = ۲ ک بلکه ۲۴ مر^{۲} = ک گردید درینصورت ۵۷۶ مر^{۴} − ۲۴ مر^{۲}
= ک^{۲} − ک = مر^{۲} شد بلکه ۵۷۶ مر^{۴} = ۲۵ مر^{۲} بلکه بحسب تجذیر ۲۴ مر^{۲} = ۵ مر بلکه مر^{۲} =
$\frac{۵}{۲۴}$ مر بلکه مر = $\frac{۵}{۲۴}$ و درینصورت ک = ۲۴ مر^{۲} = $\frac{۲۵}{۲۴}$ *

فائده باید دانست که درین سؤال جذر (مر۲ + ۲ک) را (۷ مر) فرض کرده شده است چراکه اگر از مربع هفت واحد ساقط کنند تنصیف صحیح می پذیرد و اگر بر مربع آن واحد بیفزایند مساوی ضعف المجذور آخر میشود پس اگر بهمین صفت اعداد دیگر فرض کنند نیز ممکن است چنانچه اگر ۱۴ مر فرض کنم عدد دیگر بحسب المطلوب خواهد برآمد * سؤال چهارم بهم رسان سه مجذور متساوی التفاضل * جواب مجذور اول واحد فرض کردم و مقدار تفاضل را ک پس ک + ۱ = مجذور ثانی و ۲ک + ۱ = مجذور ثالث لهذا) ۲ک + ۱ را = مر۲ فرض نمودم پس ک + ۱ = مر۲ − ک = مجذور شد و هرگاه جذر آنرا مر − ۲ فرض کردم پس مر۲ − ۴مر + ۴ = مر۲ − ک بلکه ک + ۴ = ۴مر بلکه ک = ۴مر − ۴ بلکه ۲ک + ۱ = ۸مر − ۷ = مر۲ بلکه مر = ۴ + [√(۱۶ − ۷)] = ۴ + ۳ = ۷ پس ک = ۲۴ وازین سبب مجذور اول ۱ و مجذور ثانی ۲۵ و مجذور ثالث ۴۹ * سؤال پنجم بهم رسان مقدار ک و ے بحیثیتیکه ک + ے و ے۲ + ک و ک۲ + ے هر سه مجذور باشند * جواب فرض کردم ک = ر/ز۲ و ے = (س۲ − ر)/ز۲ تا مجموع هر دو مجذور باشد بحسب السؤال درینصورت ک۲ + ے = ر۲/ز۴ + (س۲ − ر)/ز۲ = مجذور و ے۲ + ک = (س۴ − ۲رس۲ + ر۲)/ز۴ + ر/ز۲ = مجذور بحسب السؤال وضلع مجذور اول ۲ر/ز۲ فرض کردم پس ۴ر۲/ز۴ = ر۲/ز۴ + (س۲ − ر)/ز۲ بلکه بعد اسقاط متداخلین ۳ر۲/ز۴ = (س۲ − ر)/ز۲ و بحسب الترفیع کسر اول ۳ر۲/ز۴ = س۲ − ر بلکه ۳ = س۲ − ر بلکه س۲ = ر + ۳ و هرگاه جذر مجذور ثانی را (س۲ + ر)/ز۲ فرض نمایم درینصورت (س۴ + ۲رس۲ + ر۲)/ز۴ = (س۴ − ۲رس۲ + ر۲)/ز۴ + ر/ز۲ = (س۴ − ۲رس۲ + ر۲ + ر۳)/ز۴ وبلکه س۴ + ۲رس۲ + ر۲ = س۴ − ۲رس۲ + ر۲ + ر۳ و بحسب اسقاط متداخلین و نقل مستثنیٰ ۴رس۲ = ر۳ و بحسب القسمة علیٰ ر میشود ۴س۲ = ر۲ وچون س۲ = ر + ۳ بود درینصورت ر۲ = ۴ر + ۱۲ بلکه ر = ۴ + ۲ = ۶ پس س۲ = ۹ بلکه س = ۳ لهذا ک = ر/ز۲ = ۶/۳۶ = ۱/۶ و ے = (س۲ − ر)/ز۲ = (۹ − ۶)/۳۶ = ۳/۳۶ = ۱/۱۲ وهو المطلوب *

سؤال ششم بهم رسان سه اعداد علیٰ نسبت عددی بحیثیتیکه مجموع دو دو ازان مجذور باشد

جواب عدد اول ک فرض کردم وقدر تفاضل را ب پس هرسهٔ اعداد ک و ک + ب و ک
+ ۲ ب شد درینصورت ۲ ک + ب = مجذور و ۲ ک + ۲ ب = مجذور و ۲ ک + ۳ ب =
مجذور بحسب السؤال وازینجا ظاهر شدکه هرسه مجذور هم علی نسبت عددی اند وقدر تفاضل
نیزما بینهما مساوي است ونیز قدر تفاضل اقل از مجذور اصغر است لهذا مجذور اول را م^{۲}
ومجذور ثاني را = (م + س)^{۲} ومجذور ثالث = (م + ر)^{۲} فرض کردم درینصورت ۲ ک + ب
= م^{۲} و ۲ ک + ۲ ب = م^{۲} + ب = م^{۲} + ۲ م س + س^{۲} بلکه ب = ۲ م س + س^{۲} ونیز ۲ ک + ۳ ب
= م^{۲} + ۲ ب = م^{۲} + ۲ م ر + ر^{۲} بلکه ب = م ر + ر^{۲}/۲ = ۲ م س + س^{۲} وهرگاه ر = ۲ س − ۲
فرض کرده مقدار ر را تبدیل کردم پس ۲ م س + س^{۲} = ۲ م س − ۲ م + ۲ س^{۲} − ۴ س + ۲
گردید وبعد اسقاط متداخلین وتبدیل مستثنی ۲ م = س^{۲} − ۴ س + ۲ بلکه م = (س^{۲} − ۴ س + ۲)/۲
وچون ضرور است که م^{۲} اعظم از ۲ م س + س^{۲} باشد لهذا مقدار س را ده فرض کردم چراکه در
اعداد اقل ازان ممکن نبود که م^{۲} اعظم از ۲ م س + س^{۲} بود پس م = ۳۱ و ب = ۷۲۰ گردید
درینصورت ۲ ک + ب = م^{۲} = ۹۶۱ بلکه ک = (م^{۲} − ب)/۲ = (۹۶۱ − ۷۲۰)/۲ = ۲۴۱/۲ = ۱۲۰ ½
وآن عدد اول است پس عدد ثاني ک + ب = ۸۴۰ ½ وعدد ثالث ک + ۲ ب = ۱۵۶۰ ½ وهو
المطلوب ودرینصورت م^{۲} = ۹۶۱ و (م + س)^{۲} = ۱۶۸۱ و (م + ر)^{۲} = ۲۴۰۱ واگر س = ۱۲ فرض کنم
پس م = ۴۹ و م + س = ۶۱ و م + ر = ۷۱ پس ک = ۵۴۰ ½ و ک + ب = ۱۸۶۰ ½ و ک +
۲ ب = ۳۱۸۰ ½ وهمچنین اگر س = ۱۴ فرض کنم پس م = ۷۱ و م + س = ۸۵ و م + ر = ۹۷ وهکذا هر
عددی برای س فرض کنند بشرطیکه زوج باشد مطلوب حاصل خواهد شد وچون صاحب
انگریزي درجواب سؤال هذا صرف هرسه اعداد اول را نوشته است که درینجا بسبب فرض س = ۱۰
حاصل شده لهذا معلوم نیست که او هم بهمین طریق استخراج نموده یا بطریق دیگر جواب بطریق
دیگر عدد اول م^{۲}/۲ − ک ومقدار تفاضل ۲ ک وعدد دوم م^{۲}/۲ + ک وعدد سوم م^{۲}/۲ +
۳ ک فرض کردم پس مجموع اولین م^{۲} ومجموع ثاني وثالث م^{۲} + ۴ ک ومجموع ثالث
واول م^{۲} + ۲ ک پس جذر فرضی مجموع ثاني وثالث م + ر ومربع آن م^{۲} + ر^{۲} + ۲ م × ر =
م^{۲} + ۴ ک بلکه ر^{۲} + ۲ م ر = ۴ ک بلکه ر^{۲}/۲ + م ر = ۲ ک وجذر مجموع ثالث واول ۲ ر − م

ومربع آن ۴ رٗ + مرٗ − ۴ مر ر = مرٗ + ۲ ک بلکه ۴ رٗ − ۴ مر ر = ۲ ک پس رٗ/۲ + مر ر = ۴ رٗ −
۴ مر ر بلکه رٗ + ۲ مر ر = ۸ رٗ − ۸ مر ر بلکه ۱۰ مر ر = ۷ رٗ بلکه ۱۰ مر = ۷ ر پس مر = ۷ و
ر = ۱۰ جواب بطریق دیگر عدد اعظم را = ۲ مرٗ + کٗ/۲ − ۴ مر ک وعدد ثاني = ۲ مرٗ +
کٗ/۲ وعدد ثالث = ۲ مرٗ + کٗ/۲ + ۴ مر ک فرض نمودم وهرگاه اول وثاني را جمع نمایم
مجذور میشود بدینصورت ۴ مرٗ + کٗ − ۴ مر ک وجذر این = ۲ مر − ک وهرگاه ثاني
وثالث را جمع نمایم هم مجذور میشود بدینصورت ۴ مرٗ + کٗ + ۴ مر ک وجذر این = ۲ مر
+ ک و هرگاه عدد اول را با عدد ثالث جمع کنم بدینصورت میشود ۴ مرٗ + کٗ واین مجذور
نیست لهذا این را با مربع دیگر معادل کردم بدینصورت ۴ مرٗ + کٗ = طٗ وبعدازان کٗ
را = ۹ فرض کردم وغیر آن هم عدد مجذور فرض می تواند شد پس ۴ مرٗ + ۹ = طٗ شد عمل
مجذور نمودم یعنی اول عدد ۲ فرض کردم ومربع آن ۴ وچهار امثال آن گرفتم ۱۶
شد پس ۱۶ + ۹ = ۲۵ واین مجذور است لیکن استخراج عدد اول ازین ممکن نیست لهذا
جذر صغیر را (که ۲) است در جذر کبیر (که ۵) است ضرب نموده تضعیف نمودم ۲۰ گردید
بعدازان حاصل را برجذر مضاف قسمت کردم خارج ۶ ۲/۳ شد پس مر = ۶ ۲/۳ و ک = ۳ پس
مرٗ = ۴۴ ۴/۹ وضعف آن ۸۸ ۸/۹ وهرگاه کٗ/۲ را (که ۴ ۱/۲) است بران افزودم ۹۳ ۷/۱۸ حاصل
جمع شد و مر × ک = ۲۰ و ۴ مر ک = ۸۰ وهرگاه ۸۰) را از حاصل جمع ساقط نمودم باقي ۱۳ ۷/۱۸
ماند واین عدد اول و ۹۳ ۷/۱۸ عدد ثاني و ۱۷۳ ۷/۱۸ عدد ثالث این هرسه اعداد مطلوب است ❁
سؤال هفتم بهم رسان سه مجذور اعداد در نسبت مضروبه اعنی مجذور اعظم مسطح مجذورین اصغرین
باشد ❁ جواب ۱۲۲۵ و ۴۹ و ۲۵ ❁ سؤال هشتم بهم رسان سه عدد بحیثیکه اگر مجذور هریکی
ازانها با آن دو عدد دیگر جمع کرده شود هرسه مجموع مجذورها شوند ❁ جواب ۸/۳ و ۱۶/۳ و ۱ ❁
سؤال نهم بهم رسان دو عدد علی نسبت ۸ و ۱۵ بشرطیکه مجموع مجذور آنها هم مجذور
عددی شود ❁ جواب ۵۷۶ و ۱۰۸۰ ❁ سؤال دهم بهم رسان چهار عدد بحیثیکه اگر یک مجذور
معین (۱۰۰) جمع کرده شود با حاصل ضرب هریکی دو دو ازانها هر مجموع مجذور عددی شود ❁

جواب ۱۲ و ۳۲ و ۸۸ و ۱۶۸ ؞ سؤال یازدهم بهم رسان دو عدد بحیثیتکه تفاضل بینهما مثل تفاضل بین مجذورهما باشد و مجموع مجذورهردو مجذور عددی شود ؞ جواب ۴/۷ و ۳/۷ ؞ سؤال دوازدهم بهم رسان سه عدد در نسبت هندسی بحیثیتکه هریکی ازان زیاده کرده شود بریک عدد معلوم (۱۹) مجذور عددی شود ؞ جواب ۸۱ و ۹/۴ و ۲۵/۱۲۹۶ ؞ سؤال سیزدهم بهم رسان دو عدد بحیثیتکه اگر حاصل ضرب آنها جمع کرده شود با مجموع مجذورهای آنها مجذور عددی شود ؞ جواب ۵ و ۳ / ۸ و ۷ / ۱۶ و ۵ وغیره ؞

سؤال چهاردهم قسمت کن یک عدد معین (۱۰) درکدام چهار حصه بحیثیتکه مجموع هریکی سه ازان مجذور عددی شود ؞ جواب ۱ و ۶ و ۱۸۹/۲۸۹ و ۶۸۱/۲۸۹ ؞ سؤال پانزدهم بهم رسان دو عدد بحیثیتکه مجموع آنها اگر زیاده کرده شود بر تفاضل بینهما خواه بر تفاضل بین مجذورهما یاکم کرده شود آن مجموع خواه باقیها مجذورها شود ؞ جواب ۴۱/۵۰ و ۱/۵۰ ؞ سؤال شانزدهم بهم رسان مجذور سه اعداد بحیثیتکه مجموع آنها مجذور عددی باشد ؞ جواب ۹ و ۱۶ و ۱۴۴ ؞ سؤال هفدهم بهم رسان سه اعداد بحیثیتکه تفاضل هردو ازانها مجذور اعداد باشد ؞ جواب ۴۸۵۸۰۹ و ۳۴۲۲۵ و ۲۳۴۰۹ ؞ سؤال هجدهم سه حصه کن کعب بعضی عدد معلوم (۸) درسه کعب دیگر اعداد ؞ جواب ۶۴/۲۷ و ۱۲۵/۲۷ و ۱ ؞ سؤال نوزدهم دوکعب اعداد (۸ و ۱) معلوم ومتعین است بهم رسان دوکعب دیگر اعداد که تفاضل بینهما مساوی مجموع کعبهای معلوم باشد ؞ جواب ۸۰۰۰/۳۴۳ و ۴۹۱۳/۳۴۳ ؞ سؤال بیستم بهم رسان سه کعب اعداد بحیثیتکه اگر از هریکی ازانها یک معلوم (۱) منقوص شود مجموع باقی مجذوریک عدد شود ؞ جواب ۴۹۱۳/۳۳۷۵ و ۲۱۹۵۲/۳۳۷۵ و ۸ *

مطلب پانزدهم در (انٹرپولیشن وسمیشن)

اعنی جمع مقادیر سلسلهٔ متوالیه بدانکه این فن سلسلهٔ متوالیه موقوف علیه اکثر حسابها واز انواع مشکل ترین و دقیق ترین علم حساب است وجمع سلسلهٔ متوالیه دربعضی حسابها مشکل بلکه غیرممکن میشود لیکن بسبب تعین مقادیر تفاضلات متعین که درسلسلهٔ متوالیهٔ معینه باشد ازان تعیین مقادیر سلسلهٔ متوالیهٔ غیرمتعین سهل میشود وهمچنین تعیین مجموع غیرمتعین هم از

تعین مجموع معین حاصل می گردد و باید دانست که سلسلۂ متوالیه بر دو نوع است یکی علی
نسبت عددی و دوم علی نسبت هندسی و اعداد تزاید در هر سلسله مختلف واقع می شود که
بعضی ازان علی نسبت عددی خواه نسبت هندسی باشد در بادی النظر جلد مفهوم میشود
و بعضی بعد تامل و فکر بسیار از معلوم کردن تفاضلات مابین اعداد سلسله و باز تفاضل تفاضلات
و همچنین بعد ازان دریافت میشود چون سلسلۂ اعداد علی نظم طبیعی غیر متناهی است
لهذا این همه سلسله ها غیر متناهی اند و ازینجهت برای جمع کردن سلسله های غیر متناهی قاعدۂ
عام نمیتواند شد مگر برای هر یک سلسله عموما از ملاحظۂ طرفهای سلسله و بعض قرائن قاعده
بآسانی مفهوم می تواند شد و از برای آن نوع خاص سلسله مقداری متعین کرده می شود
و در اکثر سلسله بلحاظ غیر متناهی مقدار تقریبی بهم رسانیده میشود و بعد ازان بعدۂ معینه که
جمع مطلوب باشد بزیادت یا نقصان مقدار تفاضل معلوم جمع سلسله حاصل میکنند و آن مقدار
معین را بلفظ مقدار یا بلفظ مجموع غیر معین تعبیر می کنند چنانکه در سلسلۂ هندسی متناهی
نزولی قاعدۂ مشهور است که مقدار نسبت را ر فرض کنند و عدد اعظم را ل و عدد اصغر را
م پس مجموع سلسله (رل — م) ÷ (ر — ۱) خواهد بود و اگر مقدار م را که عدد اصغر
است صفر فرض کنم که نهایت اصغر است ازین سبب مجموع مقدار سلسله مساوی رل ÷
(ر — ۱) خواهد بود و این دال است برینکه مجموع سلسلۂ متوالیۂ غیر ممکن التعیین همیشه
مساوی با خارج قسمت مذکور خواهد بود چراکه عددی غیر ازان مساوی مجموع مقدار
آن سلسلۂ متوالیه نمی تواند شد لهذا بهر صورت ما حصل مجموع را ازمقدار) رل ÷ (ر — ۱)
بموجب بیان ذیل اندازه می توان کرد و نیز اگر یک سلسلۂ متوالیه از جمع کدام سلسلۂ هندسی
باشد پس معلوم نمی تواند شد که این سلسله هندسی است یا عددی پس برای رفع خطأ
عمل مقدار تفاضلات اعداد سلسلۂ مذکوره مرة بعد اخری حاصل سازند اگر ظاهر شود که اعداد
اول تفاضل در هر مرتبه علی نظم معین خواه بتزاید معین واقع میشود یقینا این سلسله متعلق سلسلۂ
هندسی خواهد بود درینصورت رل ÷ (ر — ۱) برای جمع آن سلسله مناسب خواهد بود
خواه سلسلۂ معین باشد یا غیر معین چنانکه از امثله که در آخر مذکور شوند ازان واضح خواهد بود
چراکه در سلسلۂ نسبت عددی نظمهای تفاضل سمت نزولی دارد و در هندسی صعودی

قلب

باید دانست که از ل مراد مقدار معین است وآنرا اگر بحروف دیگر هم تعبیر نمایند میتواند شد چنانکه جائی م تعبیر میکنند وجائی عدد منزل مراد میشود وغیرآن وصاحب کتاب گوید که از خوبی این فن بسیار خوشنودم بسبب معلوم کردن یک مقدار معین که بدل میشود با مقدار تقریبی سلسلهٔ غیر متناهی کسور اعشاریه چنانکه $\frac{2}{3}$ که معین است = $\frac{6666}{10000}$ وغیره = $\frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{6}{10000}$ وغیره که مجموع غیر متناهی است لیکن سلسلهٔ هندسی تحقیقی و درست است ابتدا از $\frac{6}{10}$ وغیرآن مقدار معین از ده تا لکهه و عدد صورت کسر و مخرج معین است وعدهٔ آن غیر متناهی ومع هذا مساوی $\frac{2}{3}$) است خواه ماخوذ ومفروض عدد دیگر باشد عموما *

مسئلهٔ اول در بهم رسانیدن مقدار اقل تفاضل منتظم در بعضی سلسلهٔ معلوم *

قاعده اول مقدار تفاضل دران سلسله حاصل کنند وآنرا تفاضل اول نام نهند و بعد ازان دران تفاضل هم که متوالی خواهد بود تفاضل حاصل کنند واین تفاضل از مقدار تفاضل اول اقل خواهد بود زیرا که تفاضل التفاضل است و بعد ازان تفاضل بین تفاضلات حاصل کنند وهمچنین تا هرجا که ممکن باشد وتفاضل هر مراتب را نظم اول ودوم وغیره نام نهند * مثلا تفاضل قلیل منتظم سلسلهٔ هذا بهم رسانم ۱ و ۴ و ۹ و ۱۶ و ۲۵ و ۳۶ وغیره پس نوشتم بدینصورت

۱ ۴ ۹ ۱۶ ۲۵ ۳۶ وغیره
۳ ۵ ۷ ۹ ۱۱ تفاضل نظم اول
۲ ۲ ۲ ۲ تفاضل نظم دوم
۰ ۰ ۰ تفاضل نظم سوم

درینصورت اقل التفاضل منتظم دو یا صفر است * مثال دیگر بهم رسان تفاضل منتظم در سلسلهٔ هذا) ۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ ۲۱۶ وغیره * جواب بدینصــــــــــــــــــورت

۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ ۲۱۶ وغیره
۷ ۱۹ ۳۷ ۶۱ ۹۱ تفاضل نظم اول
۱۲ ۱۸ ۲۴ ۳۰ تفاضل نظم دوم
۶ ۶ ۶ تفاضل نظم سوم
۰ ۰ تفاضل نظم چهارم

فائده هرگاه عدد اول نظمهای قلیل واقع شود اعنی تفاضلاتیکه بگیرند اعداد اول هرنظم تفاضلات متزائده واقع شوند درینصورت آن سلسلۂ هندسی خواهد بود پس عدد منزل مضلعات عدد نسبت برای عمل مناسب خواهد بود *

مسئلۂ دوم دربهم رسانیدن مقدار اول نظم تفاضل سلسلۂ $\overline{ا}\ \overline{ب}\ \overline{ج}\ \overline{د}\ \overline{ه}$ وغیره که معلوم اند *

قاعده عدد عدۀ نظم متوالیات را ھ فرض کنند پس $ا - ھ\,ب + ھ \times \frac{ھ-1}{2}\,ج - ھ \times \frac{ھ-1}{2} \times \frac{ھ-2}{3}\,د + ھ \times \frac{ھ-1}{2} \times \frac{ھ-2}{3} \times \frac{ھ-3}{4}\,ه$ وغیره هرگاه ھ عدد زوج باشد و) $- ا + ھ\,ب - ھ \times \frac{ھ-1}{2}\,ج + ھ \times \frac{ھ-1}{2} \times \frac{ھ-2}{3}\,د - ھ \times \frac{ھ-1}{2} \times \frac{ھ-2}{3} \times \frac{ھ-3}{4}\,ه$ وغیره هرگاه ھ عدد فرد باشد * مثال بهم رسان مقدار اول تفاضل نظم سوم سلسلۂ هذا) ۱ ۵ ۱۵ ۳۵ ۷۰ * جواب فرض کردم ا ب ج د ه وغیره = $\overline{۱}\ \overline{۵}\ \overline{۱۵}\ \overline{۳۵}\ \overline{۷۰}$ وغیره بحسب الترتیب و ھ = ۳ بحسب السؤال پس $- ا + ھ\,ب - ھ \times \frac{ھ-1}{2}\,ج + ھ \times \frac{ھ-1}{2} \times \frac{ھ-2}{3}\,د = - ا + ۳ب - ۳ج + د = - ۱ + ۱۵ - ۴۵ + ۳۵$ = ۴ مقدار اول تفاضل نظم سوم سلسلۂ مذکوره وهو المطلوب * مثلاً اگر بدینصورت نویسم

$\overline{۱}\ \overline{۵}\ \overline{۱۵}\ \overline{۳۵}\ \overline{۷۰}$

$\overline{۴}\ \overline{۱۰}\ \overline{۲۰}\ \overline{۳۵}$ تفاضل اول

$\overline{۶}\ \overline{۱۰}\ \overline{۱۵}$ تفاضل دوم

$\overline{۴}\ \overline{۵}$ تفاضل سوم

بدانکه این سلسلۂ جمع الجمع اعداد متوالیه است * مثال دیگر بهم رسان عدد اول نظم چهارم سلسلۂ هذا) $\overline{۱}\ \overline{۸}\ \overline{۲۷}\ \overline{۶۴}\ \overline{۱۲۵}$ وغیره * جواب فرض کردم ا ب ج د ه وغیره = $\overline{۱}\ \overline{۸}\ \overline{۲۷}\ \overline{۶۴}\ \overline{۱۲۵}$ و ھ = ۴ بحسب السؤال پس $ا - ھ\,ب + ھ \times \frac{ھ-1}{2}\,ج - ھ \times \frac{ھ-1}{2} \times \frac{ھ-2}{3}\,د + ھ \times \frac{ھ-1}{2} \times \frac{ھ-2}{3} \times \frac{ھ-3}{4}\,ه = ا - ۴ب + ۶ج - ۴د$

$+\text{ے} = 1 - 32 + 162 - 256 + 125 = 0$ وازین معلوم شد که مقدار اول نظم چهارم صفر است *

مسئلهٔ سوم دربهم رسانیدن مقدار عدد اخیر سلسلهٔ منتظم بهر عددی که خواهند *

قاعده اعداد سلسله را م و ب و س و ء و ے وغیره فرض کنند و عدهٔ اخیر را که عدد و مطلوب است ھ فرض نمایند و اعداد اول نظمهای تفاضل را ءَ ءً ءٌ وهکذا پس

$$\text{م} + \frac{\text{ھ}-1}{1}\,\text{ء}' + \frac{\text{ھ}-1}{1}\times\frac{\text{ھ}-2}{2}\,\text{ء}'' + \frac{\text{ھ}-1}{1}\times\frac{\text{ھ}-2}{2}\times\frac{\text{ھ}-3}{3}\,\text{ء}''' + \frac{\text{ھ}-1}{1}\times\frac{\text{ھ}-2}{2}\times\frac{\text{ھ}-3}{3}\times\frac{\text{ھ}-4}{4}\,\text{ء}''''$$

وغیره = عدد عدهٔ ھ که مطلوب است ٭ مثال بهم رسان عدد دوازدهم سلسلهٔ هذا) ۲ ۶ ۱۲ ۲۰ ۳۰ وغیره که مضروبات متوالیه اند ٭ جواب اول اعداد نظم تفاضل بموجب مسئلهٔ اول براوردم بدینصورت ۲ ۶ ۱۲ ۲۰ ۳۰ وغیره

۴ ۶ ۸ ۱۰

۲ ۲ ۲

۰ ۰

چون عدد اول نظمهای تفاضل ۴ و ۲) است لهذا) ۴ = ءَ و ۲ = ءً و ھ = ۱۲ فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مذکور

$$\text{م} + \frac{\text{ھ}-1}{1}\,\text{ء}' \times \frac{\text{ھ}-2}{2}\,\text{ء}'' = 2 + 11\,\text{ء}' + 55\,\text{ء}'' = 2 + 44 + 110 = 156$$

= عدد دوازدهم که مطلوب است ٭ مثال دوم بهم رسان عدد بیستم سلسلهٔ هذا) ۱ ۳ ۶ ۱۰ ۱۵ ۲۱ وغیره که سلسلهٔ جمع اعداد متوالیه است ٭ جواب چون اعداد اول نظمهای تفاضل ۲ و ۱) است لهذا) ۲ = ءَ و ۱ = ءً و ھ = ۲۰ فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مذکور

$$\text{م} + \frac{\text{ھ}-1}{1}\,\text{ء}' + \frac{\text{ھ}-1}{1} \times \frac{\text{ھ}-2}{2}\,\text{ء}'' = 1 + 19\,\text{ء}' + 171\,\text{ء}'' = 1 + 38 + 171 = 210$$

= مطلوب *

مسئلهٔ چهارم دربهم رسانیدن مجموع سلسله اعنی جمع اعداد متوالیهٔ هر سلسله که باشد بهر عدهٔ که خواهند *

قاعده اعداد اول نظمهای تفاضل را ءَ و ءً و ءٌ و ء'''' وغیره بترتیب فرض کنند و عدد عدهٔ را ھ و عدد اول سلسله را م پس

$$\text{ھ}\,\text{م} + \text{ھ} \times \frac{\text{ھ}-1}{2}\,\text{ء}' + \text{ھ} \times \frac{\text{ھ}-1}{2} \times \frac{\text{ھ}-2}{3}\,\text{ء}''$$

$+\text{ن}\times\frac{\text{ن}-۱}{۲}\times\frac{\text{ن}-۲}{۳}\times\frac{\text{ن}-۳}{۴}\,\text{د}''' + \text{ن}\times\frac{\text{ن}-۱}{۲}\times\frac{\text{ن}-۲}{۳}\times\frac{\text{ن}-۳}{۴}\times\frac{\text{ن}-۴}{۵}\,\text{د}''''$

وغیره = مجموع سلسله تا عدهٔ ن مطلوبه ❁ مثال بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا) ۱ ۲ ۳ ۴ که متوالي علی نظم طبیعي است تا عدهٔ ن ❁ جواب چون عدد اول تفاضل واحد خواه صفر است لهذا) م=۱ و د′=۱ و د″= صفر فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مذکور ن م + ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ د′ = ن + $\frac{\text{ن}^۲-\text{ن}}{۲}$ = $\frac{\text{ن}^۲+\text{ن}}{۲}$ = مجموع سلسله تا عدهٔ ن ❁ مثال دوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا) ۱ ۴ ۹ ۱۶ ۲۵ وغیره که مربعات متوالیه اند تا عدهٔ ن ❁ جواب چون عدد اول تفاضلات منتظمه بدینصـــــــــــــــــــــــورت است

۱	۴	۹	۱۶	۲۵
	۳	۵	۷	۹
		۲	۲	۲
			۰	۰

لهذا) ۳ = د′ و ۲ = د″ فرض کردم و م = ۱ پس بموجب قاعدهٔ مذکور ن م + ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ د′ + ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ × $\frac{\text{ن}-۲}{۳}$ د″ = ن + ۳ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ + ۲ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ × $\frac{\text{ن}-۲}{۳}$ = $\frac{۳\text{ن}^۲-\text{ن}}{۲}$ + $\frac{\text{ن}^۳-۳\text{ن}^۲+۲\text{ن}}{۳}$ = ن × $\frac{(\text{ن}+۱)\times(۲\text{ن}+۱)}{۶}$ = مجموع مطلوب ❁ مثال سوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا) ۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ وغیره تا عدهٔ ن ❁ جواب چون عدد اول نظم تفاضلات بدینصورت است

۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵
	۷	۱۹	۳۷	۶۱
		۱۲	۱۸	۲۴
			۶	۶
				۰

لهذا) ۷ = د′) ۱۲ = د″) ۶ = د‴) م = ۱ فرض کردم پس ن م + ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ د′ + ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ × $\frac{\text{ن}-۲}{۳}$ د″ + ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ × $\frac{\text{ن}-۲}{۳}$ × $\frac{\text{ن}-۳}{۴}$ د‴ = ن + ۷ن × $\frac{\text{ن}-۱}{۲}$ + ۱۲ن ×

$$\frac{ه-۱}{۲}\times\frac{ه-۲}{۳}+۶ه\times\frac{ه-۱}{۲}\times\frac{ه-۲}{۳}\times\frac{ه-۳}{۴}=\frac{ه^۷-ه^۵}{۲}+۲ه^۲-۶ه^۲$$

$$+ه^۴+\frac{ه^۴-۶ه^۳+۱۱ه^۲-۶ه}{۴}=\frac{ه^۴+۲ه^۳+ه^۲}{۴}*$$

مسئلهٔ پنجم اگر سلسلهٔ کسور عدد منزل یک سلسلهٔ معلوم باشد که آن سلسلهٔ کسور متحد التفاضل بود و بخواهند که بوسیلهٔ آن (لُگارِتم) یعنی کسور عدد منزل بعض اعداد آن سلسله بدانند و طریقش آنست که تفاضل (لُگارِتم) را ک فرض کنند و عدد مطلوب را ے و تفاضل اعداد را) ءَ ءً ءٌ وغیره و عدد اول را م فرض نمایند پس م+ک ءَ+ ک×$\frac{ک-۱}{۲}$ ءً+ ک×$\frac{ک-۱}{۲}$×$\frac{ک-۲}{۳}$ ءٌ+ ک×$\frac{ک-۱}{۲}$×$\frac{ک-۲}{۳}$× $\frac{ک-۳}{۴}$ ءٌ وغیره = ے خواهد بود مثال سلسلهٔ (لُگارِتم) اعنی عدد کسور منزل معلوم است بدینصورت ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ وهمچنین اعداد آن معلوم است بدینصورت

$$۸\frac{۲۴۱۸۵۵۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\text{ و }۸\frac{۲۴۹۰۳۳۲}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\text{ و }۸\frac{۲۵۶۰۹۴۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\text{ و }۸\frac{۲۶۳۰۴۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$$

واگر بخواهم که عددی که (لُگارِتم) آن $\frac{۴}{۹}$۱۱ باشد بدانم * جواب چون درینجا ک = $\frac{۴}{۹}$۱۱ − ۱۰ = $\frac{۱۳}{۹}$ = ۱$\frac{۴}{۹}$ و تفاضلات اعداد معلومه بدینصورت

$$۸\frac{۲۴۱۸۵۵۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\text{ و }۸\frac{۲۴۹۰۳۳۲}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\text{ و }۸\frac{۲۵۶۰۹۴۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\text{ و }۸\frac{۲۶۳۰۴۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$$

$$\frac{۷۱۷۷۹}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\qquad\frac{۷۰۶۱۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\qquad\frac{۶۹۴۸۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$$

$$-\frac{۱۱۶۸}{۱۰۰۰۰۰۰۰}\qquad-\frac{۱۱۳۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$$

$$+\frac{۳۸}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$$

پس $\frac{۷۱۷۷۹}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ = ءَ و − $\frac{۱۱۶۸}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ = ءً و + $\frac{۳۸}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ = ءٌ درینصورت

ے = م+ک ءَ+ک× $\frac{ک-۱}{۲}$ ءً+ک× $\frac{ک-۱}{۲}$ × $\frac{ک-۲}{۳}$ ءٌ = م+$\frac{۵}{۳}$ءَ+

$\frac{۵}{۹}$ ءً − $\frac{۵}{۸۱}$ ءٌ = ۸$\frac{۲۴۱۸۵۵۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ + $\frac{۱۱۹۶۳۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ − $\frac{۶۴۹}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ − $\frac{۲}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

= ٢٥٣٧٥٣٣/١٠٠٠٠٠٠٠ ٨ = عدد (لُگارِثم) ١١ ۴۰/۹۰ بدانکه این قاعده موقوف است بردانستن (لُگارِثم) وبیان آن بیاید انشاء الله تعالیٰ وموقوف است بردانستن (لُگارِثم) جمیع اعداد وآنرا بعضی از صاحبان انگلش درکتاب علحده استخراج کرده نوشته اند لیکن هنوز بنظر فقیر نرسیده لهذا کیفیت این قاعده مفصل بفهم نیامده *

مسئلهٔ ششم اگر اعدادی که (لُگارِثم) آن متساوی التفاضل باشد معلوم بود ومنجملهٔ آن عددی معلوم نباشد وبخواهند که بوسیلهٔ (لُگارِثم) آن اعداد را بدانند طریقش این است که اعداد متوالیه را م و ب و س و د و ے فرض کنند وبعدازان نظرکنند که دران اعداد متوالیه چند اعداد معلوم اند پس بعدهٔ اعداد معلوم ازین نقشهٔ ذیل ارقام حاصل ساخته عدد مجهول را حاصـــــــــــــــــــــــــل سازند

اول م — ب = ٠

دوم م — ٢ ب + س = ٠

سوم م — ٣ ب + ٣ س — د = ٠

چهارم م — ۴ ب + ٦ س — ۴ د + ے = ٠

پنجم م — ۵ ب + ١٠ س — ١٠ د + ۵ ے — ہ = ٠

ششم م — ٦ ب + ١۵ س — ٢٠ د + ١۵ ے — ٦ ہ + ح = ٠

هفتم م — ہ ب + ہ × (ہ — ١)/٢ س — ہ × (ہ — ١)/٢ × (ہ — ٢)/٣ د وغیره

مثال اعداد (لُگارِثم) معلوم است

(لوگری تهم)	١٠١	١٠٢	١٠۴	١٠۵
اعداد (لوگری تهم)	٢ ۴٣٢١۴/١٠٠٠٠٠٠٠	٢ ٨٦٠٠٢/١٠٠٠٠٠٠٠	٢ ١٧٠٣٣٣/١٠٠٠٠٠٠٠	٢ ٢١١٨٩٣/١٠٠٠٠٠٠٠

اگر بخواهم که عدد (لُگارِثم) ١٠٣ بدانم چون عدهٔ اعداد معلوم چهار است لهذا درنقشه معادلهٔ چهارم را گرفتم بدینصورت م — ۴ ب + ٦ س — ۴ د + ے = ٠ چون عدد اول م وعدد دوم ب وعدد سوم س وعدد چهارم د وعدد پنجم ے فرض کردم وعدد سوم یعنی س مجهول

است دربنصورت مر — ۴ب — ۴ء + ے = — ۶ سر بلکه ۶ سر = ۴ب + ۴ء — مر — ے بلکه
سر = (۴ × (ب + ء) — (مر + ے)) / ۶ وچون مر = ۲ ۴۳۲۱۴/۱۰۰۰۰۰۰۰ و ب = ۲ ۸۶۰۰۲/۱۰۰۰۰۰۰۰
و ء = ۲ ۱۷۰۳۳۳/۱۰۰۰۰۰۰۰ و ے = ۲ ۲۱۱۸۰۳/۱۰۰۰۰۰۰۰ پس ۴ × (ب + ء) = ۱۶ ۱۰۲۵۳۴۰/۱۰۰۰۰۰۰۰
— (مر + ے) = — ۴ ۲۵۵۱۰۷/۱۰۰۰۰۰۰۰ و مجموع = ۱۲ ۷۷۰۲۳۳/۱۰۰۰۰۰۰۰ وهرگاه این را برشش
قسمت کردم خارج ۲ ۱۲۸۳۷۲/۱۰۰۰۰۰۰۰ عدد (لگارثم) ۱۰۳ که مطلوب است *

سؤالات

سؤال اول بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ وغیره ٭ جواب مجموع را) سر فرض کردم پس ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ وغیره تا ن = سر بلکه ن × (ن — ۱) + (ن — ۲) + (ن — ۳) + (ن — ۴) وغیره تا واحد = سر بحسب مرتبهٔ نزولی وازین سبب (ن + ۱) + (ن + ۱) + (ن + ۱) + (ن + ۱) وغیره = ۲ سر بحسب الجمع صعودی ونزولی پس ضرورة (ن + ۱) × ن = ۲ سر پس سر = (ن^۲ + ن) / ۲ = مجموع مطلوب ٭

سؤال دوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن ۱ ۳ ۵ ۷ ۹ ۱۱ ٭ جواب مجموع را) سر فرض کردم چون ۱ ۳ ۵ ۷ وغیره تا (۲ن — ۱) = سر ونیز ۲ن — ۱ + (۲ن — ۳) + (۲ن — ۵) + (۲ن — ۷) + (۲ن — ۹) وغیره تا واحد = سر نزولا دربنصورت ۲ن + ۲ن + ۲ن + ۲ن تا عدة ن = ۲ سر پس ضرورة ۲ن × ن = ۲ سر پس سر = ن^۲ = مجموع مطلوب ٭ سؤال سوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن مر + (مر + ء) + (مر + ۲ء) + (مر + ۳ء) + (مر + ۴ء) وغیره ٭ جواب چون مر + (مر + ء) + (مر + ۲ء) + (مر + ۳ء) + (مر + ۴ء) وغیره تا (مر + (ن — ۱) × ء) = سر ونیز مر + (ن ء — ء) + مر + (ن ء — ۲ء) + مر + (ن ء — ۳ء) + مر + (ن ء — ۴ء) تا مر نزولا = سر ازین سبب ۲ مر + (ن ء — ء) + ۲ مر + (ن ء — ء) + ۲ مر + (ن ء — ء) + ۲ مر + (ن ء — ء) تا عدة ن = ۲ سر پس ضرورة (۲ مر + ن ء — ء) × ن = ۲ سر پس سر = (۲ مر + ن ء — ء) × ن / ۲ = مجموع مطلوب وبطریق دیگر چون مر + (مر + ء) + (مر + ۲ء)

+ (مر+۳ء) + (مر+۴ء) وغیــــره = {(۱+۱+۱+۱+۱ وغیره) × مر ، (۰+۱+۲+۳+۴ وغیره) × ء} = سہ

ونیز ۱+۱+۱+۱+۱ وغیره = ۍ ونیز عدد منزل ۍ است پس (۰+۱+۲+۳+۴)

وغیره = ۍ × $\frac{(ۍ-۱)}{۲}$ ازین سبب سہ = ۍ مر + ۍ × $\frac{(ۍ-۱)}{۲}$ × ء = $\frac{(۲مر+ۍء-ء)}{۲}$ × ۍ

چنانکه سابق بود ٭ سؤال چهارم بهم رسان مجموع سلسلۂ هذا تا عدۂ ۍ) ۱ ک ک^۲ ک^۳

ک^۴ وغیره ٭ جواب مجموع را سہ فرض کردم چون ۱ + ک + ک^۲ + ک^۳ + ک^۴ وغیره

تا ک^(ۍ-۱) = سہ ونیز ک + ک^۲ + ک^۳ + ک^۴ وغیره تا ک^ۍ = سہ ک) ازین سبب — ۱ +

ک^ۍ = سہ ک — سہ پس سہ = $\frac{ک^ۍ-۱}{ک-۱}$ = مجموع مطلوب واگر مقدار) ک کسر باشد

پس مجموع سلسلۂ مذکوره بدینطور متعین می‌شود ۱ + ک + ک^۲ + ک^۳ + ک^۴ وغیره = سہ

ونیز ک + ک^۲ + ک^۳ + ک^۴ + ک^ۍ وغیره تا ک^ۍ = سہ ک) ازین سبب — ۱ + ک^ۍ = سہ ک

— سہ بلکه سہ — سہ ک = ۱ — ک^ۍ پس سہ = $\frac{۱-ک^ۍ}{۱-ک}$ بلکه = $\frac{ک^ۍ-۱}{ک-۱}$ بلکه اگر

ک = $\frac{۱}{ر}$ فرض کنم درینصورت سہ = $\frac{ر^ۍ-۱}{ر^ۍ}$ ÷ $\frac{ر-۱}{ر}$ = $\frac{ر^{ۍ+۱}-ر}{ر^{ۍ+۱}-ر^ۍ}$ = $\frac{(ر^ۍ-۱)\times ر}{(ر-۱)\times ر^ۍ}$ ٭

سؤال پنجم بهم رسان مجموع سلسلۂ هذا تا عدۂ ۍ) مر^۲ + (مر+ء)^۲ + (مر+۲ء)^۲ + (مر+۳ء)^۲

+ (مر+۴ء)^۲ وغیره ٭ جـــواب چون

مر^۲ = مر^۲

(مر + ء)^۲ = مر^۲ + ۲ × مرء + ء^۲

(مر + ۲ء)^۲ = مر^۲ + ۲ × ۲ مرء + ۴ ء^۲

(مر + ۳ء)^۲ = مر^۲ + ۲ × ۳ مرء + ۹ ء^۲

(مر + ۴ء)^۲ = مر^۲ + ۲ × ۴ مرء + ۱۶ ء^۲

قلد

ازین سبب س (اعنی مجمـــــــــــــــــوع

$$= \left\{ \begin{array}{l} (1+1+1+1 \text{ وغیرہ}) \times م^2 \\ (0+1+2+3+4 \text{ وغیرہ}) \times 2 م د \\ (0+1+4+9+16 \text{ وغیرہ}) \times د^2 \end{array} \right.$$

چون ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیرہ = ن و ۰ + ۱ + ۲ + ۳ + ۴ وغیرہ = $\frac{ن \times (ن - 1)}{1 \times 2}$ و

۰ + ۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ وغیرہ = $\frac{ن \times (ن-1) \times (2ن - 1)}{1 \times 2 \times 3}$ دریںصورت س = ن × م² + ن ×

(ن − ۱) × م د + $\frac{ن \times (ن-1) \times (2ن - 1)}{1 \times 2 \times 3}$ × د² = ن م² + ن م د × (ن − ۱) +

$\frac{ن د^2 \times (ن-1) \times (2ن - 1)}{1 \times 2 \times 3}$ = مطلوب ۵۔ سؤال ششم بهم رسان مجموع سلسلۂ ذا تا عدۂ

ن) م³ + (م + د)³ + (م + ۲ د)³ + (م + ۳ د)³ + (م + ۴ د)³ وغیرہ چــــــــون

$$م^3 = م^3$$
$$(م + د)^3 = م^3 + 3 \times م^2 د + 3 \times م د^2 + د^3$$
$$(م + 2 د)^3 = م^3 + 3 \times 2 م^2 د + 3 \times 4 م د^2 + 8 د^3$$
$$(م + 3 د)^3 = م^3 + 3 \times 3 م^2 د + 3 \times 9 م د^2 + 27 د^3$$
$$(م + 4 د)^3 = م^3 + 3 \times 4 م^2 د + 3 \times 16 م د^2 + 64 د^3$$

$$\text{ازین سبب س} = \left\{ \begin{array}{l} (1+1+1+1+1 \text{ وغیرہ}) \times م^3 \\ (0+1+2+3+4 \text{ وغیرہ}) \times 3 م^2 د \\ (0+1+4+9+16 \text{ وغیرہ}) \times 3 م د^2 \\ (0+1+8+27+64 \text{ وغیرہ}) \times د^3 \end{array} \right.$$

چون ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیرہ = ن و همچنین (۰ + ۱ + ۲ + ۳ + ۴ وغیرہ) =

$\frac{ن \times (ن - 1)}{1 \times 2}$ ونیز ۰ + ۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ وغیرہ = $\frac{ن \times (ن-1) \times (2ن - 1)}{1 \times 2 \times 3}$ و همچنین

۰+۱+۸+۲۷+۶۴ وغیره $= \dfrac{\text{ن}^{۴}+۲\text{ن}^{۳}+\text{ن}^{۲}}{۲\times۲}$ پس ضرورة $\text{س} = \text{ن}\times\text{م}^{۳} + \dfrac{\text{ن}\times(\text{ن}-۱)}{۱\times۲}\times۳\text{م}^{۲}\text{ء}$

$+ \dfrac{\text{ن}\times(\text{ن}-۱)\times(۲\text{ن}-۱)}{۱\times۲\times۳}\times۳\text{م}\text{ء}^{۲} + \dfrac{(\text{ن}^{۴}+۲\text{ن}^{۳}+\text{ن}^{۲})}{۲\times۲}\times\text{ء}^{۳} =$ مطلوب ❁ سؤال هفتم

بهم رسان جمیع سلسلهٔ هذا تا عدة ن (۱+۳+۷+۱۵+۳۱ وغیره ٭ جواب چون این ارقام این سلسله صریحا مساوي اند با ۱+(۱+۲)+(۱+۲+۴)+(۱+۲+۴+۸) وغیره جمع متوالیهٔ سلسلهٔ هندسي هذا است ۱+۲+۴+۸+۱۶ وغیره لهذا) م = ۱ و ر = ۲ فرض کردم ونوشتم $\text{م} + \text{م}\,\text{ر} + \text{م}\,\text{ر}^{۲} + \text{م}\,\text{ر}^{۳} + \text{م}\,\text{ر}^{۴}$ وغیره = ۱+۲+۴+۸+۱۶ وغیره درینصورت مجموع سلسلهٔ مذکور بدینصورت شد

$$۱ \qquad \frac{\text{م}\,\text{ر}-\text{م}}{\text{ر}-۱} = (\text{ر}-۱)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-۱}$$

$$۲ \qquad \frac{\text{م}\,\text{ر}^{۲}-\text{م}}{\text{ر}-۱} = (\text{ر}^{۲}-۱)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-۱}$$

$$۳ \qquad \frac{\text{م}\,\text{ر}^{۳}-\text{م}}{\text{ر}-۱} = (\text{ر}^{۳}-۱)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-۱}$$

$$۴ \qquad \frac{\text{م}\,\text{ر}^{۴}-\text{م}}{\text{ر}-۱} = (\text{ر}^{۴}-۱)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-۱}$$

واین مقادیر سلسلهٔ جمع است اعني ۱ و ۳ و ۷ و ۱۵ وغیره ازین سبب

$$\text{س} = \frac{\text{م}}{\text{ر}-۱}\times\left\{\begin{array}{l} +\ \text{ر}+\text{ر}^{۲}+\text{ر}^{۳}+\text{ر}^{۴}\ \text{وغیره} \\ -(۱+۱+۱+۱)\ \text{وغیره}\end{array}\right.$$

وچون ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیره = ن ونیز $\text{ر}+\text{ر}^{۲}+\text{ر}^{۳}$ وغیره $= (\text{ر}^{\text{ن}}-۱)\times\dfrac{\text{ر}}{\text{ر}-۱}$

درینصورت $\text{س} = \left((\text{ر}^{\text{ن}}-۱)\times\dfrac{\text{ر}}{\text{ر}-۱}-\text{ن}\right)\times\dfrac{\text{م}}{\text{ر}-۱}$ وهو المطلوب *

فائده ازین قاعده جمع جمیع متوالیات سلسلهٔ هندسي سهل مي شود ❁ سؤال هشتم

بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن) $\dfrac{۱}{۱}+\dfrac{۳}{۲}+\dfrac{۷}{۴}+\dfrac{۱۵}{۸}+\dfrac{۳۱}{۱۶}$ وغیره چون این ارقام جمع

متوالیات سلسلهٔ هندسی هذا است $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$ وغیره لهذا) $\text{م}=1$ و $\text{ر}=2$

پس $\text{م}+\frac{\text{م}}{\text{ر}}+\frac{\text{م}}{\text{ر}^2}+\frac{\text{م}}{\text{ر}^3}+\frac{\text{م}}{\text{ر}^4}+\frac{\text{م}}{\text{ر}^5}$ وغیره $=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$ وغیره

بحسب الفرض چون مجموع این سلسله بموجب ذیل می شود

$$1 \qquad \frac{\text{م}\times(\text{ر}-1)}{1\times(\text{ر}-1)} = \frac{\text{م}}{\text{ر}-1}\times(\text{ر}-1)$$

$$2 \qquad \frac{\text{م}\times(\text{ر}-1)}{\text{ر}\times(\text{ر}-1)} = \frac{\text{م}}{\text{ر}-1}\times\left(1-\frac{1}{\text{ر}}\right)$$

$$3 \qquad \frac{\text{م}\times(\text{ر}-1)}{\text{ر}^2\times(\text{ر}-1)} = \frac{\text{م}}{\text{ر}-1}\times\left(\frac{1}{\text{ر}}-\frac{1}{\text{ر}^2}\right)$$

وغیره

ازین سبب $\text{س}=\frac{\text{م}}{\text{ر}-1}\times\left\{\begin{array}{l}\text{ر}+\text{ر}+\text{ر}+\text{ر}\ \text{وغیره}\\ -\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{\text{ر}}+\frac{1}{\text{ر}^2}+\frac{1}{\text{ر}^3}\right)\ \text{وغیره}\end{array}\right.$

وچون $\text{ر}+\text{ر}+\text{ر}+\text{ر}=\text{ح}\,\text{ر}$ و $\frac{1}{1}+\frac{1}{\text{ر}}+\frac{1}{\text{ر}^2}+\frac{1}{\text{ر}^3}$ وغیره $=\frac{\text{ر}^{\text{ح}}-1}{(\text{ر}-1)\times\text{ر}^{\text{ح}-1}}$ ازین جهت

$\text{س}=\frac{\text{م}}{\text{ر}-1}\left(\text{ح}\,\text{ر}-\frac{\text{ر}^{\text{ح}}-1}{(\text{ر}-1)\times\text{ر}^{\text{ح}-1}}\right)$ وهو المطلوب ۞ سؤال نهم بیان سلسلهٔ مجموع متوالی هذا بعدهٔ غیر معین $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$ وغیره که سلسلهٔ مخرج اعداد مثلثات متوالی

است ۞ جواب فرض کردم $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$ وغیره $=\text{س}$ بلکه $\frac{1}{1\times1}+\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{2\times3}$

$+\frac{1}{2\times4}$ وغیره $=\text{س}$ پس $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}$ وغیره $=\frac{\text{س}}{2}$ بلکه $\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)$

$+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)$ وغیره $=\frac{\text{س}}{2}$ بلکه $\frac{\text{س}}{2}=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\ \text{وغیره}\\ -\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\ \text{وغیره}\end{array}\right.$

وازین سبب $\frac{\text{س}}{2}=\frac{1}{1}$ بلکه $\text{س}=2=$ مجموع مطلوب واین جمع تقریبی است که

بهیچ عدة زیاده ازین نخواهد شد * سؤال دهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة (ن) $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$ وغیره * جواب فرض کردم) ر $=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ن}}$ پس ر $-\frac{1}{1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ن}}$ و ر $-\frac{1}{1}+\frac{1}{\text{ن}+1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ن}+1}$ وازین سبب $\frac{1}{1}-\frac{1}{\text{ن}+1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ن}}-\frac{1}{\text{ن}+1}$ بلکه $\frac{\text{ن}}{\text{ن}+1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ن}\times(\text{ن}+1)}$ ودرینصورت $\frac{2\text{ن}}{\text{ن}+1}=\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$ وغیره تا $\frac{2}{\text{ن}\times(\text{ن}+1)}$ بلکه $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}$ وغیره تا $\frac{2}{\text{ن}\times(\text{ن}+1)}$ خواه عدة ن $=\frac{2}{\text{ن}+1}=$ مجموع مطلوب *

فائده بدانکه این سلسله وسلسلهٔ دیگر مرکب ازان مسمی بسلسلهٔ (اسپریکل) اعني دوطرفین است واین سلسلهٔ عددي است مثـــــــــــــــــــــل

نظم اول

نظم دوم

نظم سوم

نظم چهارم

نظم پنجم.

اعداد این بدین تفصیل است

۱	۱	۱	۱	۱	وغیره
۱	۲	۳	۴	۵	وغیره
۱	۳	۶	۱۰	۱۵	وغیره
۱	۴	۱۰	۲۰	۳۵	وغیره
۱	۵	۱۵	۳۵	۷۰	وغیره

واین سلسله ممتاز است باسم خاص نظم طبیعي وهمچنین سلسلهٔ کسر نزولي موسوم است

قله

به(دیورنیک) اعني مختلف مثل $۱ - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴}$ وغیره وهمچنین سلسلهٔ اعداد متساوي به(نیوترل) است اعني متساوي مثل $۱ - ۱ + ۱ - ۱$ وغیره ؞ سؤال یازدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدهٔ غیر معین $\frac{۱}{۱\times۲\times۳} + \frac{۱}{۲\times۳\times۴} + \frac{۱}{۳\times۴\times۵} + \frac{۱}{۴\times۵\times۶}$ وغیره ؞

جواب فرض کردم $ر = \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵}$ وغیره الی غیر معین پس $ر - \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵}$ وغیره بحسب استثنا ونیز) $۱ = \frac{۱}{۱\times۲} + \frac{۱}{۲\times۳} + \frac{۱}{۳\times۴} + \frac{۱}{۴\times۵}$ وغیره بحسب تفریق بلکه $۱ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲\times۳} + \frac{۱}{۳\times۴} + \frac{۱}{۴\times۵} + \frac{۱}{۵\times۶}$ وغیره و $\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۱\times۴\times۳} + \frac{۶}{۲\times۹\times۴} + \frac{۸}{۳\times۱۶\times۵}$ بحسب التفریق بلکه $\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۱\times۲\times۳} + \frac{۲}{۲\times۳\times۴} + \frac{۲}{۳\times۴\times۵} + \frac{۲}{۴\times۵\times۶}$ وغیره وازین سبب $\frac{۱}{۲} \div ۲ = \frac{۱}{۱\times۲\times۳} + \frac{۱}{۲\times۳\times۴} + \frac{۱}{۳\times۴\times۵}$ وغیره که جمع غیر معین است وچون $\frac{۱}{۲} \div ۲ = \frac{۱}{۴}$) ازین سبب $\frac{۱}{۱\times۲\times۳} + \frac{۱}{۲\times۳\times۴} + \frac{۱}{۳\times۴\times۵}$ وغیره $= \frac{۱}{۴} =$ مجموع مطلوب ؞ سؤال دوازدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ م) $\frac{۱}{۱\times۲\times۳} + \frac{۱}{۲\times۳\times۴} + \frac{۱}{۳\times۴\times۵} + \frac{۱}{۴\times۵\times۶}$ وغیره ؞ جواب فرض کردم $ر = \frac{۱}{۱\times۲} + \frac{۱}{۲\times۳} + \frac{۱}{۳\times۴} + \frac{۱}{۴\times۵}$ وغیره تا $\frac{۱}{م\times(م+۱)}$ پس $ر - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲\times۳} + \frac{۱}{۳\times۴} + \frac{۱}{۴\times۵}$ تا $\frac{۱}{م\times(م+۱)}$ بحسب الاستثنا درینصورت $ر - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{(م+۱)\times(م+۲)} = \frac{۱}{۲\times۳} + \frac{۱}{۳\times۴} + \frac{۱}{۴\times۵} + \frac{۱}{۵\times۶}$ وغیره تا $\frac{۱}{(م+۱)\times(م+۲)}$ ازین سبب $\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{(م+۱)\times(م+۲)} = \frac{۲}{۱\times۲\times۳} + \frac{۲}{۲\times۳\times۴} + \frac{۲}{۳\times۴\times۵}$ وغیره تا عدهٔ م بحسب التفریق وگاه $\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲(م+۱)\times(م+۲)} = \frac{۱}{۱\times۲\times۳} + \frac{۱}{۲\times۳\times۴} + \frac{۱}{۳\times۴\times۵}$ وغیره تا عدهٔ م بحسب القسمة پس ضرورة $\frac{۱}{۱\times۲\times۳} + \frac{۱}{۲\times۳\times۴} + \frac{۱}{۳\times۴\times۵}$ وغیره تا عدهٔ $م = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲(م+۱)\times(م+۲)} =$

مجموع مطلوب ❊ سؤال سیزدهم بهم رسان مجموع سلسلۂ هذا بعدۂ غیرمعین $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
$- \frac{1}{16}$ وغیره ∴ جواب فرض کردم $ک = \frac{1}{2}$ و $س$ اعني مجموع $= \frac{ر}{1+ک}$ پس
اینجا $\frac{ر}{1+ک} = ک - ک^{2} + ک^{3} - ک^{4} + ک^{5}$ وغیره درینصورت $ر = (1 + ک) \times$
$(ک - ک^{2} + ک^{3} - ک^{4})$ وغیره پس بحسب الضرب بدینصورت شد

$$ک - ک^{2} + ک^{3} - ک^{4} + ک^{5} \ \text{وغیره مضروب}$$

$$1 + ک \ \text{مضروب فیه}$$

$$ک - ک^{2} + ک^{3} - ک^{4} + ک^{5} \ \text{وغیره}$$

$$+ ک^{2} - ک^{3} + ک^{4} - ک^{5} + ک^{6} \ \text{وغیره}$$

وازین سبب $ر = ک$ پس $ک - ک^{2} + ک^{3} - ک^{4} - ک^{5} + ک^{6}$ وغیره $= \frac{ک}{1+ک}$ بالکه $\frac{1}{2}$
$- \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$ وغیره $= \frac{1}{2} \div (1 + \frac{1}{2}) = \frac{1}{3} =$ مجموع مطلوب واین ضعیف میگوید که ازین
قاعده ظاهر می شود که اگر بخواهند عدۂ معینه فرض کرده جمع این سلسلۂ متعین نمایند درینصورت
رقم اخیر از دو حال خالي نیست مثبت خواهد افتاد خواه منفي اگر عدۂ معینۂ اخیره مثبت
باشد پس مجموع $= \frac{ک + ک^{ر+1}}{1+ک}$ واگر عدۂ اخیر منفي باشد پس مجموع $= \frac{ک - ک^{ر+1}}{1+ک}$
خواهد بود ❊ سؤال چهاردهم بهم رسان مجموع سلسلۂ هذا بعدۂ غیرمعین $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16}$
$+ \frac{5}{32}$ ∴ جواب فرض کردم $ک = \frac{1}{2}$ و $س = \frac{ر}{(1 - ک)^{2}}$ پس $\frac{ر}{(1 - ک)^{2}} = ک +$
$2ک^{2} + 3ک^{3} + 4ک^{4} + 5ک^{5}$ وغیره درینصورت $ر = (1 - ک)^{2} \times (ک + 2ک^{2} + 3ک^{3} +$
$4ک^{4} + 5ک^{5}$ وغیره) پس بحسب الضرب بدینصورت شد

$$ک + 2ک^{2} + 3ک^{3} + 4ک^{4} + 5ک^{5} \ \text{وغیره مضروب}$$

$$1 - 2ک + ک^{2} \ \text{مضروب فیه}$$

$$ک - 6ک^{6} + 5ک^{7} \ \text{حاصل ضرب}$$

ازین سبب $\text{ک} = \text{ر}$ بلکه $\text{ک} + ۲\text{ک}^{۲} + ۳\text{ک}^{۳} + ۴\text{ک}^{۴}$ وغیره $= \frac{\text{ک}}{(۱-\text{ک})^{۲}}$ بلکه $\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۴} + \frac{۳}{۸} + \frac{۴}{۱۶}$ وغیره $= \frac{\frac{۱}{۲}}{(۱-\frac{۱}{۲})^{۲}} = ۲ =$ مجموع مطلوب ** سؤال پانزدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدة غیر معین $\frac{۱}{۳} + \frac{۴}{۹} + \frac{۹}{۲۷} + \frac{۱۶}{۸۱}$ وغیره * جواب فرض کردم $\text{ک} = \frac{۱}{۳}$ و $\frac{\text{ر}}{(۱-\text{ک})^{۳}} = \text{ک} + ۴\text{ک}^{۲} + ۹\text{ک}^{۳} + ۱۶\text{ک}^{۴}$ وغیره پس $\text{ر} = (۱-\text{ک})^{۳} \times (\text{ک} + ۴\text{ک}^{۲} + ۹\text{ک}^{۳} + ۱۶\text{ک}^{۴}$ وغیره$) = \text{ک} + \text{ک}^{۲}$ ازین سبب $\text{ک} + \text{ک}^{۲} = \text{ر}$ پس ضرورة $\text{ک} + ۴\text{ک}^{۲} + ۹\text{ک}^{۳} + ۱۶\text{ک}^{۴}$ وغیره $= \text{ک} \times \frac{(۱+\text{ک})}{(۱-\text{ک})^{۳}}$ بلکه $\frac{۱}{۳} + \frac{۴}{۹} + \frac{۹}{۲۷} + \frac{۱۶}{۸۱}$ وغیره

$$= \frac{۱}{۳} \times \frac{(۱+\frac{۱}{۳})}{(۱-\frac{۱}{۳})^{۳}} = ۱ + \frac{۱}{۲} = \text{مجموع مطلوب} *$$

فائده باید دانست که استخراج این طریق اکثر استادان این فن ایجاد کرده اند وابتدای آن از ارشمیدس حکیم است وبعد ازان دیگران بموجب تفصیل ذیل استخراج کردند [اریبس] [دالم برت] [بارو] [برجس] [انچاس] [دانیل] [جان برنولي] [جدس برنولي] [فارمت] [دیسکرتیس] [کلبرت] [کندریت] [کرتیس] وغیره *

مطلب شانزدهم در [لگارثم] بدانکه [لگارثم]

عدد منزل را گویند که از روی مجموع یا تفاضل عددین منزلین مضلعین حاصل میشود وآن مساوی عدد منزل مسطح مضلعین یا خارج قسمت مضلعین مذکورین میباشد وتوضیحش اینست که سلسلهٔ اعداد علی نظم طبیعي عدد منزل سلسلهٔ هندسي است که ابتدا از واحد باشد

مثل { ۰　۱　۲　۳　۴　وغیره *
　　 { ۱　۲　۴　۸　۱۶　وغیره *

خواه { ۰　۱　۲　۳　۴　وغیره *
　　 { ۱　۳　۹　۲۷　۸۱　وغیره *

خواه { ۰　۱　۲　۳　۴　وغیره *
　　 { ۱　۱۰　۱۰۰　۱۰۰۰　۱۰۰۰۰　وغیره *

چرا که سلسلهٔ هندسي سلسلهٔ مضلعات عددی است که ابتدا از واحد باشد و سلسلهٔ عددی سلسلهٔ عدد منزل مضلعات است ابتدا از صفر وازانجا ظاهر می شود که سلسلهٔ عدد منزل

هندسي اعداد غیرمتناهي مساوی سلسلهٔ عددی که علی نظم طبیعي است می شود چنانکه درین امثله اول سلسلهٔ هندسی تضعیف است که مشتمل مضاعفات عدد دو است وسلسلهٔ دوم مشتمل مضاعفات عدد سه وسوم مشتمل مضاعفات عدد ده پس هرگاه عدد رقم دوم که محاذی واحد از سلسلهٔ عددی افتاده تغیر یابد بهمان نسبت تمام سلسلهٔ هندسي تغیر خواهد یافت ونیز ظاهر است که هرگاه بموجب خاصهٔ این سلسله عددین منزلین را جمع نمایند مجموع مساوی عدد منزل حاصل الضرب عددین سلسلهٔ هندسي که محاذی عددین منزلین مذکورین است خواهد بود مثل مجموع دو وسه که پنج است مساوی عدد منزل مسطح ۴×۸ که ۳۲ باشد می شود وهمچنین اگر یک عدد منزل را از عدد منزل دیگر نقصان کنند باقي مساوی عدد منزل خارج قسمت عددین هندسیین که محاذی آن هردو بود خواهد بود * مثلاً چهار را از شش ساقط کنند باقي دو می ماند وآن مساوي عدد منزل خارج قسمت $\frac{64}{16}$ است ونیز هرگاه عددی را از سلسلهٔ عددی در عددی دیگر از همان سلسله ضرب سازند پس هر عدد از سلسلهٔ هندسي که محاذي عدد حاصل ضرب باشد مساوي مضلع عددي در سلسلهٔ هندسي که محاذي احد المضروبین است خواهد بود که عدد منزل آن مضلع مساوی مضروب آخر باشد * مثلاً دو را در سه اگر ضرب کنند حاصل ضرب شش در سلسلهٔ عددی محاذی شصت و چهار می شود وآن مساوی مضلع سوم عدد چهار است خواه مضلع دوم عدد هشت وهمچنین اگر کدام عدد منزل را که عبارت از عدد سلسلهٔ عددی است بر عدد منزل دیگر قسمت کنند پس عددی که در سلسلهٔ هندسي محاذي عدد خارج قسمت خواهد بود مساوی ضلع اول عدد محاذی مقسوم بلحاظ مقسوم علیه خواهد شد * مثلاً عدد منزل شصت وچهار را که شش است بر دو قسمت کنند خارج سه خواهد بود پس عدد هشت که محاذي خارج قسمت در سلسلهٔ هندسي است مساوي ضلع اول شصت وچهار که محاذی مقسوم است بلحاظ مقسوم علیه یعنی دو می شود اعني ضلع مجذور شصت وچهار مساوی هشت است چراکه عدد دو دال بر منزل مجذور است بدانکه سلسلهٔ اعشاریه که در صدر مرقوم گردیده برای اعمال (لگارثم) که بعد ازین مذکور می شود نهایت مناسب است وذکر کسور اعشاریه برای تعیین مخرج اصفار بقدر فصل عدهٔ مخرج بر عدهٔ کسره ریسار صورت می نویسند * مثلاً یک عشر بدینصورت ۰۱

وچهارصدم ۰۰۴ ودوازده صدم ۰۰۱۲ وهکذا وچون معلوم شد که در نقشهٔ (لگارثم) صفر عدد منزل واحد است وعدد منزل ده واحد وعدد منزل یک صد دو وعدد منزل یک هزار سه است پس باید دانست که سلسلهٔ نزولي همچنین — ۱ عدد منزل یک عشر و — ۲ عدد منزل یک صدم و — ۳ عدد منزل یک هزارم وهکذا خواهد بود و بسبب این اعداد متوالیه عدد منزل بعضی اعداد که درمیان واحد وده واقع اند ضرورة صفر و بعضی کسور خواهد بود وهمچنین عدد منزل اعداد مابین ده وصد واحد و بعضی کسور خواهد بود وهمچنین بعد ازان وهرگاه این اعداد (لگارثم) صحیح بهم رسند آنرا (اندیکس) اعنی عدد منزل گویند والا (لگارثم) اعنی کسور عدد منزل واکثر اوقات کسر را برای سهل عمل فروگذاشت می کنند وباید دانست که هرگاه کدام عدد منزل را بر عدد منزل دیگر قسمت کنم بحیثیتیکه خارج قسمت صحیح نباشد بلکه کسر خواه صحیح مع الکسر شود پس عدد محاذی آن خارج قسمت در سلسلهٔ هندسي ضرورة ضلع اول مضلع که عدد منزل آن مقسوم باشد بلحاظ عدد منزل مقسوم علیه خواهد بود وهرگاه آن مضلع بلحاظ مقسوم علیه اصم باشد ضلع اول آن صحیح نخواهد شد بلکه اقرب التقریبي خواهد برامد درینصورت (لگارثم) اعداد متوالیه علی نظم طبیعي ممکن نیست که تحقیقا بهم رسد زیرا که اعداد متوالیه علی نظم طبیعي را در سلسلهٔ هندسي معین درآوردن دشوار وغیر ممکن است مگر بغور وتامل بسیار وبعض حیلهٔ (لگارثم) بعض اعداد معین تقریبا میتوانند برامد وآن حیله این است که مثلا عموما کسری غیر معین صغیر را) ک فرض کنم و یک سلسلهٔ هندسي شروع از واحد نمایم بدینصورت ۱ + $(۱ + ک)^{۱}$ + $(۱ + ک)^{۲}$ + $(۱ + ک)^{۳}$ + $(۱ + ک)^{۴}$ وغیره ومراد از غیر معین آن است که هرجا کسور بگر غیر اولی خواهد بود

چنانکه درین سلسله $\frac{۰}{۱}$ $\frac{۱}{۱۰}$ $\frac{۲}{۱۰۰}$ $\frac{۳}{۱۰۰۰}$ $\frac{۴}{۱۰۰۰۰}$ وغیره اگر واحد را که عدد منزل دو است

برچهار قسمت کنم پس خارج قسمت که یک ربع است عدد منزل جذر الجذر ده خواهد بود وآن یک صحیح و کسر است درینصورت عدد ده در مرتبهٔ مال مال خواهد افتاد ومقدار ک کسری معین خواهد بود وهمچنین اگر واحد را بر دو قسمت کنم پس خارج که نصف است عدد منزل جذر ده خواهد بود که آن صحیح و کسری است درینصورت ده در مرتبهٔ مال

خواهد افتاد و مقدار) ک کسری دیگر غیر اولی خواهد بود و همچنین اگر یک ربع و یک نصف را
جمع کنم پس سه ربع عدد منزل مسطح جذر الجذر ده فی جذر ده خواهد بود پس بطریقهای مذکور
اعداد کسر خارج کنم ضرورة بعضی ارقام سلسلهٔ ک که کسر غیر معین است قریب با اعداد
طبیعی که بعضی زائد و بعضی ناقص باشد خواهد افتاد درینصورت هرگاه بجای ارقام سلسلهٔ
ک که کسر غیر معین و قریب با اعداد طبیعی است آن اعداد طبیعی را بنهم سلسلهٔ عددی
تقریبا مبدل بسلسلهٔ هندسی خواهد بود بالترتیب که موسوم بغیر معین است پس (لگارثم)
جمیع اعداد طبیعی درست میتواند شد لیکن چون سلسلهٔ اعداد طبیعی بالذات سلسلهٔ هندسی
نیست الا تقریبا پس (لگارثم) آنهم تقریبی خواهد شد که از تحقیقی قدری تفاوت باشد و ظاهر است
که تا آن کسر غیر معین متعین نشود درستی (لگارثم) تحقیقی نمی تواند شد پس ضرور است
که یک کسر معین تقریبی درسلسلهٔ $۱ + (۱ + ک)^{۱} + (۱ + ک)^{۲}$ وغیره درست کرده شود که
هرگاه آنرا با اعداد طبیعی وصل کنند خواه تفاضل بگیرند (لگارثم) تحقیقی حاصل شود چراکه
آن کسر اصغر که ک است قریب کنندهٔ تقریبی است و چون عدد مرکب از ان که ۱ + ک
باشد زائد از ک است لهذا ضرور شد که (لگارثم) بعضی اعداد معین که قریب با اعداد طبیعی
است واسطه گردد که ازان بطریق ضرب و قسمت مذکورهٔ صدر مقدار) ک حاصل گردد
وازین طریق معلوم می شود که ممکن است پیدا شدن (لگارثم) همه اعداد طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ۴
وغیره بسبب تعین همان کسر صغیرهٔ ک و ساختن سلسلهٔ آن مثل $۱ + (۱ + ک)^{۱}$ وغیره و گرفتن
اعداد طبیعی مقابلهٔ الفاظ آن سلسله و عدد منزل آنها از (لگارثم) تقریبا و اگرچه درین طریق
ساختن (لگارثم) مقابل هریک اعداد و درجهٔ درست عمل کثیر می باید و نهایت محنت
و دقت طلب بلکه غیر ممکن است لیکن موجدان این فن شریف این تمهید را که مشتمل بر اصول
اعداد منزل سلسلهٔ هندسی و معرفت و خواص آن سلسله است بیان کرده اند لیکن اگر موافق
این نقشه عمل نمایند بلاشبهه (لگارثمش) اعداد بهم می تواند رسید مخترع (لگارثم) بلا شبههٔ
حقیقیه (لارد نی پر) امیر الامرای مقام (مارجستراسکات لند) است و بالتحقیق معلوم شده
که نهایت بکار آمد و بسیار خوب ایجاد شده است در زمانهٔ متأخر و این نقشهٔ اعداد اول بسبب
لارد موصوف در مقام (اڈن برا) بسال ۱۶۱۴ عیسوی در یک نسخهٔ مسمی به (کنبن منسیکم

لگارثموم) چهاپه شده بود وچون معلوم شد که بسیار مفید است وبسعي بسیار چنانک باید واضح شده است لهذا فی الفور جمیع فضلای یورپ آنرا گرفتند و (مستر هنري برجس) ازقوم (سیوان) که مدرس علم هندسه در شهر (آکسفرد) بود هرگاه خبر آن شنید برای ملاقات آن مخترع شریف ازملک خود برامده نزد او رفت وآن هر دو فی الفور بالاتفاق متعهد این امر دشوار شدند که یک نقشهٔ نو درین مطلب درست سازند که از نقشهٔ اولین مختصر و حسب دلخواه شود لیکن (لاردني پر) پیش از تمام نقشهٔ نو فوت کرد و همه بار آن بر (مستر برجس) افتاد واو به محنت عجیب وعلم کثیر آن نقشه و (کنبن) را درست ساخت وبموجب همان نقشهٔ نو برای همه اعداد از واحد تا ۲۰۰۰۰ و از ۹۰۰۰۰ تا ۱۰۱۰۰۰ تا چهارده منزل درست نمود وبمقام لندن درسنه ۱۶۲۴ در یک رسالهٔ مسمی (ارتهمتکا لگارثمکا) مع احکام حاصل ساختن اعداد مابین هزارها درست کرده چهاپه نمود وهمان (کنبن) اعنی رساله بار دیگر درملک (هالي لاند) بمقام (ادرین) و (لکپ) درسال ۱۶۲۸ عیسوي چهاپه شده مع (لگارثم) کسور تا منزل دهم که (مستر برجس) فروگذاشته بود لیکن حساب آن مثل حساب (لگارثم) صحاح که (مستر برجس) نوشته بود تقریبا وبعد ازان (لگارثم) با اعداد صحیح طبیعي تقریبا براورده تا منزل پانزدهم براورده شد مطابق حساب سابق واین حساب را با حساب سابق یکجا نموده (مستر هنري گیلي برانډ) بعد فوت (مستر برجس) درسنه ۱۶۳۳ چهاپه نموده موسوم (بیرک موهتر یانیس) گردانید وبعد ازان (مستر والف) که بسیار ریاضي دان بود (لگارثم) هر یک عشر را حساب کرده بود لیکن به سبب فوت او که جوان فوت نموده مشهور نشد وچون در حساب دیگر اعداد که سابق حساب آن نشده اکثر غلطي میشد لهذا (مستر کارډنر) قواعد حساب همه اعداد که (لگارثم) تا هر جا که بخواهند حاصل سازند مقرر نموده درسنه ۱۷۴۲ چهاپه نموده *

مسئله دربهم رسانیدن (لگارثم) بعضی اعداد طبیعي مثل ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیره مطابق قاعدهٔ (لاردني پر) *

قاعده اول سلسلهٔ هندسي ۱ و ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ وغیره فرض کنند ومطابق آن برای (لگارثم) سلسلهٔ عددي بنویسند ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیره بعد ازان عدد وسط هندسي بهم رسانند مابین ۱ و ۱۰ وخواه مابین ۱۰ و ۱۰۰ وغیره (و لگارثم) آن حاصل کنند چنانکه از مثال معلوم

گردد وبعد ازان ازان وسط وسط دیگر حاصل کنند وهمچنین بعد ازان تاآنکه وسط اخیر حاصل گردد
وبعدازان اگرآن وسط اخیر بحسب مطلوب نباشدازان وسط ووسط ماقبل اووسط نوحاصل کنند حتی
که مطابق عدد مطلوب شود مثال (لگارثم) عدد نه بهم رسان ؛ جواب چون اعداد یکه عدد
نه درمیان آن واقع شده ۱ و ۱۰ است و (لگارثم) ۱ (صفراست و (لگارثم) ۱۰ واحد
است لهذا) ۰٫۵ = (۱+۰)/۲ این وسط عددی است وهمچنین [۱×۱۰ = ۱۰ = ۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷
= وسط هندسي هرگاه (لگارثم) ۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷ هست ۰٫۵ پس ازین وسط دوم مابین
(لگارثم) ۱۰ حاصل ساختم بدینصورت (۱+۰٫۵)/۲ = ۰٫۷۵ = وسط عددی وهمچنین
[۱۰×۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷ = ۵٫۰۶۲۳۴۱۳۲ = وسط هندسي وهرگاه (لگارثم) ۵٫۰۶۲۳۴۱۳۲
هست ۰٫۷۵ پس وسط سوم بدینصورت شد (۱+۰٫۷۵)/۲ = ۰٫۸۷۵ = وسط عددی وهمچنین
[۱۰×۵٫۰۶۲۳۴۱۳۲ = ۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱ = وسط هندسي وهرگاه (لگارثم)
۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱ هست ۰٫۸۷۵ دربنصورت وسط چهارم (۱+۰٫۸۷۵)/۲ = ۰٫۹۳۷۵ =
وسط عددی وهمچنین [۱۰×۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱ = ۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲ = وسط هندسي
ودرینصورت وسط پنجم (۱+۰٫۹۳۷۵)/۲ = ۰٫۹۶۸۷۵ = وسط عددی وهمچنین
[۱۰×۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲ = ۹٫۰۳۰۸۷۲۰۴ = وسط هندسي وچون وسط پنجمین زائد
ازنه شد لهذا ازوسط چهارمین وپنجمین وسط ششمین حاصل کردم بدینصورت
(۰٫۹۳۷۵ + ۰٫۹۶۸۷۵)/۲ = ۰٫۹۵۳۱۲۵ = وسط عددی وهمچنین
[۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲×۹٫۰۳۰۸۷۲۰۴ = ۸٫۹۷۶۸۷۱۳ = وسط هندسي وهرگاه (لگارثم)
۸٫۰۹۷۶۸۷۱۳ هست ۰٫۹۵۳۱۲۵ پس اگرهمچنین استخراج وسائط دیگرنمایم دروسط
بیست وپنجم (لگارثم) ۸٫۹۹۹۹۹۸ خواهدبود ۰٫۹۵۴۲۴۲۵ وآنرا (لگارثم) برای
نه مقررکرده خواهدشد چراکه تفاوت صرف ۱/۵۰۰۰۰۰۰ گردید واین کسربسیارقلیل
است فافهم *

قانز

فائدہ بایددانست که صاحب کتاب مسائل چند برای استخراج (لگارثم) ودیگر ترکیبات بیان نموده لیکن چون منحصر بردانستن دیگر کتاب ها که نام آنها در احوال موجدان درصدر بیان کرده شده است بود وآن کتب درینجا یافته نشد لهذا نوشتن آن مسائل عبث معلوم گردید بنابران بهمین قدر اکتفا نموده ختم کردم *

مطلب هفدهم در حل سؤالات بطریق جبر و مقابلهٔ انگریزی که تفضل حسین خان مرحوم بعربي ترجمه کرده بودند ازان چند سؤالات که ترکیب آن مشکل بود درینجا ثبت افتاد *

سؤال اول شخصي ۵۵۰ درهم ترکه گذاشت و وصیت کرد برای چهار شخص مثل زید وعمرو وبکر وخالد بدینصورت که یک حصه زید و دو حصه عمرو سه حصه بکر و پنج حصه خالد * جواب مقدار یک حصه را م فرض کردم و مجموع حصص یازده شدند پس ۱۱ م = ۵۵۰ فبالضرورة م = ۵۵۰/۱۱ = ۵۰ ءه سؤال دوم می خواهم که عدد ۹۲ را چهار حصه کنم بشرطیکه حصهٔ اول از دوم بقدر ۱۰ زائد باشد و از سوم بقدر ۱۸ و از چهارم بقدر ۲۴ زائد بود * جواب حصهٔ اول را = م فرض کردم پس حصهٔ دوم = م ـ ۱۰ وحصهٔ سوم = م ـ ۱۸ تقریبا حصهٔ چهارم = م ـ ۲۴ گردید و مجموع هر چهار ۴ م ـ ۵۲ = ۹۲ شد بحسب السؤال مطابق بالضرورة ۴ م = ۱۴۴ بلکه م = ۱۴۴/۴ = ۳۶ گردید ءه سؤال سوم مبلغی معلوم در میان پنج اشخاص منقسم گردید بحیثیتکه حصهٔ ثاني از حصهٔ اول بقدر ۱۰ کم است و حصهٔ ثالث از حصهٔ ثاني بقدر ۱۶ زیاده است و حصهٔ رابع از حصهٔ ثالث بقدر ۵ کم است وحصهٔ خامس از حصهٔ رابع بقدر ۱۵ زیاده است و نیز حصهٔ خامس مساوي مجموع حصهٔ اول و دوم است پس مقدار مجهول و مقدار حصص هر یک چه باشد * جواب حصهٔ اول را م فرض کردم پس حصهٔ ثاني م ـ ۱۰ باشد و حصهٔ ثالث م + ۶ وحصهٔ رابع م + ۱ وحصهٔ خامس م + ۱۶ گردید بحسب السؤال چون حصهٔ خامس مساوي مجموع حصهٔ اول و دوم است درینصورت م + ۱۶ = ۲ م ـ ۱۰ بلکه ۱۶ = م ـ ۱۰ بلکه ۲۶ = م که حصهٔ اول است درینصورت حصهٔ ثاني ۱۶ وحصهٔ ثالث ۳۲ وحصهٔ رابع ۲۷ وحصهٔ خامس ۴۲ و مجموع مبلغ ۱۴۳ گردید ءه سؤال چهارم می خواهم که ۷۵ را منقسم بدو قسم سازم بشرطیکه سه امثال قسم اعظم از هفت امثال قسم اصغر بقدر ۱۵ زیاده باشد *

جواب قسم اعظم را م فرض کردم پس اصغر ۷۵ — م باشد پس ۳م — ۱۵ = ۵۲۵ — ۷م شد بحسب السؤال بلکه ۱۰ م = ۵۴۰ شد پس بالضرورة م = $\frac{۵۴۰}{۱۰}$ = ۵۴ وآن مقدار اعظم است پس مقدار اصغر ۲۱ برامد * سؤال پنجم می خواهم که عدد ۶۰ را بدو قسم منقسم کنم بحیثیتکه تفاضل مابین قسم اعظم وعدد ۶۴ مساوی ضعف تفاضل مابین اصغر و ۳۸ باشد ؛ جواب اعظم را م فرض کردم پس اصغر ۶۰ — م شد وتفاضل اعظم علی ۶۴ = ۶۴ — م وتفاضل اصغر علی ۳۸ = ۳۸ — ۶۰ + م بلکه = م — ۲۲ درینصورت ۶۴ — م = ۲م — ۴۴ پس ۱۰۸ = ۳م بلکه م = ۳۶ = اعظم درینصورت اصغر = ۲۴ * سؤال ششم شخصی ازپدرخود سؤال کرد که عمر من چندسال است پدرش گفت که چهارسال قبل ازین $\frac{۱}{۴}$ عمر من بود والحال عمر تو $\frac{۱}{۳}$ عمر من است پس عمر هردو چه قدر باشد ؛ جواب عمر پسر را م فرض کردم پس عمر پدرش ۳م وقبل چهارسال عمر پسر م — ۴ بود وعمر پدرش ۳م — ۴ درینصورت ۴م — ۱۶ = ۳م — ۴ بحسب السؤال بلکه م = ۱۲ = عمر پسر و ۳م = ۳۶ = عمر پدرش * سؤال هفتم شخصی قسم اعلی ازجنس گندم راکه قیمتش فی وسق چهاردینار بود باقسم ادنی که قیمتش فی وسق دوونیم دینار بود باهم مخلوط کرد ووزن مجموع هردو نود وسق شد وقیمتش فی وسق سه دینار ویک سدس قراریافت پس چند وسق ازاعلی وچندوسق ازادنی بود ؛ جواب وزن جنس اعلی را م فرض کردم پس وزن جنس ادنی ۹۰ — م شد وقیمت جنس اعلی = ۴م وقیمت جنس ادنی = ۲۲۵ — ۲$\frac{۱}{۲}$ م ومجموع ۱$\frac{۱}{۲}$ م + ۲۲۵ = ۲۸۵ شد بحسب السؤال چراکه قیمت مجموع که نود است فی وسق سه دینار ویک سدس قراریافته پس ۳م + ۴۵۰ = ۵۷۰ بلکه ۳م = ۱۲۰ پس م = ۴۰ = وزن جنس اعلی پس ۵۰ = وزن جنس ادنی * سؤال هشتم شخصی یکی ازاهل صنعت را برای چهل روز باجرت گرفت بدین شرط که هرروزیکه کار خواهد کرد سه دینار ویک ثلث اجورة فی یوم خواهد گرفت وهرروزیکه غیرحاضر خواهد شد یک دینار ویک ثلث فی یوم جرمانه خواهد بود وبعداتمام چهل روز شصت وسه دینار ویک ثلث باهل صنعت وصول شد پس چند روز کارکرد وچند روزغیرحاضر ماند ؛ جواب ایام عمل را م فرض کردم پس ایام غیرحاضری ۴۰ — م شد ووجه اجرت ایام عمل ۳$\frac{۱}{۳}$ م

وجرمانهٔ غیرحاضری ۴۳ ۱/۳ — ۱ ۱/۳ مر شد پس ۳ ۱/۳ مر — ۴۳ ۲/۳ + ۱ ۱/۳ مر = ۹۳ ۱/۳ شد بلکه ۴ ۲/۳ مر — ۴۳ ۱/۳ = ۹۳ ۱/۳ باکه ۴ ۲/۳ مر = ۱۱۶ ۲/۳ باکه ۱۴ مر = ۳۵۰ پس مر = ۳۵۰/۱۴ = ۲۵ = ایام عمل پس ۱۵ = ایام غیرحاضری ∴ سؤال نهم شخصی ۲۵۲ درهم خیرات به فقراکرد بحیثیتیکه فی کس از رجال را) ۱۲ درهم وفی کس از نساء را) ۶ درهم وفی کس از اطفال را) ۳ درهم داد و عدد نساء دو مثل عدد رجال الا ۲ بود وعدد اطفال سه مثل عدد نساء الا ۴ بود پس چه قدر عدد جمیع فقرا وچه چه قدر حصهٔ رجال ونسوان واطفال بتفصیل رسید ∴ جواب عدد رجال را مر فرض کردم پس عدد نساء ۲ مر — ۲ شد وعدد اطفال که سه مثل عدد نساء — ۴) اعنی ۶ مر — ۶ — ۴ باکه ۶ مر — ۱۰ گردید پس ۱۲ مر + (۱۲ مر — ۱۲) + (۱۸ مر — ۳۰) = ۲۵۲ شد بلکه ۴۲ مر = ۲۹۴ بلکه مر = ۲۹۴/۴۲ = ۷ گردید که عدد رجال است وازین سبب باقی جمع معلوم می تواند گردید ∴ سؤال دهم عددی بهم رسان که کعب ثلث آن مساوی مال مال ربع آن باشد ∴ جواب مجهول را مر فرض کردم پس ثلث آن = مر/۳ وکعب این مر^۳/۲۷ وهمچنین ربع آن = مر/۴ ومال مال این مر^۴/۲۵۶ پس مر^۳/۲۷ = مر^۴/۲۵۶ بحسب السؤال بلکه ۲۵۶ مر^۳ = ۲۷ مر^۴ بحسب الترفیع بلکه ۲۵۶ = ۲۷ مر بحسب القسمة علی مر^۳ پس مر = ۲۵۶/۲۷ = ۹ ۱۳/۲۷ ∴ سؤال یازدهم دو عدد اند که نسبت اصغر بطرف اعظم مثل نسبت ۳ الی ۴) است ونسبت مجموع آنها بطرف مجموع مربعین آنها مثل نسبت ۷ بطرف ۵۰ است ∴ جواب اصغر را) ۳ مر واکبر را) ۴ مر فرض کردم پس مجموع آنها ۷ مر شد چون مربع اصغر ۹ مر^۲ ومربع اکبر ۱۶ مر^۲ ومجموع ۲۵ مر^۲ پس نسبت ۷ مر : ۲۵ مر^۲ :: ۷ : ۵۰ ودرینصورت بحسب مساوات مسطح الطرفین با مسطح الوسطین ۳۵۰ مر = ۱۷۵ مر^۲ بلکه ۳۵۰ = ۱۷۵ مر بحسب قسمت علی مر بلکه مر = ۳۵۰/۱۷۵ = ۲ پس اصغر = ۶ واکبر = ۸ ∴ سؤال دوازدهم دو عدد اند که نسبت اصغر بطرف اعظم مثل نسبت ۷ بطرف ۹) است ومربع مجموع آن دو مساوی مکعب تفاضل آن هر دو است ∴ جواب اصغر را) ۷ مر واکبر را ۹ مر فرض کردم پس تفاضل بینهما ۲ مر شد ومجموع آنها ۱۶ مر ومربع آن ۲۵۶ مر^۲ است ومکعب تفاضل ۸ مر^۳ پس ۲۵۶ مر^۲ = ۸ مر^۳ شد بحسب السؤال بلکه ۲۵۶ = ۸ مر گردید بحسب

قسمت علی م² بلکه م = ۲۵۶/۸ = ۳۲ شد پس اصغر = ۲۲۴ واکبر = ۲۸۸ گردید ❊

سؤال سیزدهم میخواهم که عدد ۱۰۰ را دو قسم کنم بشرطیکه تفاضل بین مربعین هردو ۱۰۰۰ باشد ؞ جواب اکبر را) م فرض کردم پس اصغر = ۱۰۰ − م شد ومربع اکبر م² ومربع اصغر ۱۰۰۰۰ − ۲۰۰ م + م² گردید وتفاضل بینهما ۲۰۰ م − ۱۰۰۰۰ = ۱۰۰۰ شد بحسب السؤال بلکه ۱۱۰۰۰ = ۲۰۰ م فبالضرورة م = ۱۱۰۰۰/۲۰۰ = ۵۵ = اکبر پس ۴۵ = اصغر ❊

سؤال چهاردهم زید وعمرو پانصد روپیه را تجارت کردند ویک صد وشصت روپیه انتفاع شد وهرگاه انتفاع را باهم تقسیم کردند حصهٔ زید از حصهٔ عمرو بقدر سی ودو روپیه زائد گردید پس مال زید ومال عمرو بالتفریق چه قدر باشد ؞ جواب مال زید را م فرض کردم پس مال عمرو = ۵۰۰ − م شد درینصورت انتفاع حصهٔ زید = ۱۶۰م/۵۰۰ = ۱۶م/۵۰ وانتفاع حصهٔ عمرو = ۱۶۰ − ۱۶م/۵۰ زیراکه نسبت مال زید اعنی م بطرف انتفاع زید مثل نسبت ۵۰۰ الی ۱۶۰) است پس مسطح الطرفین را هرگاه بروسط معلوم قسمت کردم خارج مقدار انتفاع زید شد وعلی هذا انتفاع عمرو درینصورت ۱۶م/۵۰ − ۳۲ = ۱۶۰ − ۱۶م/۵۰ بلکه ۳۲م/۵۰ = ۱۹۲ بلکه ۳۲م = ۹۶۰۰ بلکه م = ۹۶۰۰/۳۲ = ۳۰۰ = مال زید پس ۲۰۰ = مال عمرو ❊ سؤال پانزدهم مبلغی درمیان زید وعمرو قسمت یافته بطوریکه نسبت حصهٔ زید بطرف حصهٔ عمرو مثل نسبت پنج بطرف سه است ونیز حصهٔ زید از پنج تسع مجموع مبلغ بقدر پنجاه روپیه زائد است پس حصهٔ هریک ومقدار مجموع مبلغ چه باشد ؞ جواب حصهٔ زید را) ۵ م فرض کردم وحصهٔ عمرو را) ۳ م پس مجموع = ۸ م شد وپنج تسع آن ۴۰/۹ م است درینصورت ۵ م = ۴۰/۹ م + ۵۰ بلکه ۴۵ م = ۴۰ م + ۴۵۰ بلکه ۵ م = ۴۵۰ = حصهٔ زید درینصورت ۳ م = ۲۷۰ = حصهٔ عمرو ومجموع = ۷۲۰ ❊

سؤال شانزدهم متروکهٔ شخصی درمیان چهار پسرانش تقسیم یافت بطوریکه حصهٔ اول یک نصف متروکه الا ۸۰۰ دینار وحصهٔ ثانی یک ربع متروکه و ۱۲۰ دینار وحصهٔ ثالث نصف حصهٔ اول وحصهٔ رابع دو ثلث حصهٔ ثانی است پس مجموع چه باشد ؞ جواب مجموع را م فرض کردم پس حصهٔ اول = م/۲ − ۸۰۰ وحصهٔ دوم = م/۴ + ۱۲۰ وحصهٔ سوم = م/۴

―٤٠٠ وحصهٔ چهارم = $\frac{م}{٦}$ + ٨٠ درینصورت $\frac{م}{٢}$ + $\frac{م}{٣}$ + $\frac{م}{٤}$ + $\frac{م}{٦}$ ― ١٢٠٠ +

٢٠٠ = م بلکه $\frac{١}{٦}$ ١ م = م + ١٠٠٠ بلکه $\frac{م}{٦}$ = ١٠٠٠ پس م = ٦٠٠٠ = مجموع ترکه پس ٢٢٠٠ =

حصهٔ اول و ١٦٢٠ = حصهٔ ثاني و ١١٠٠ = حصهٔ ثالث و ١٠٨٠ = حصهٔ رابع ۞

سؤال هفدهم شخصی پرسید که از وقت نصف النهار تا این وقت چند ساعت گذشته وجواب یافت که اگر $\frac{٣}{٨}$ ساعات باقیه تا نصف اللیل را درچهار ضرب سازند و از حاصل ١٢ ساعت نقصان کنند باقي ٤ ساعت الا نصف گذشته میماند ٭ جواب ساعت گذشته را م فرض کردم پس باقي ١٢ ― م ماند و $\frac{٣}{٨}$ آن $\frac{٣٦ - ٣م}{٨}$ است درینصورت $\frac{١٤٤ - ١٢م}{٨}$ ― ١٢ = ٤ ― $\frac{م}{٢}$ شد بحسب السؤال بلکه ١٤٤ ― ١٢م ― ٩٦ = ٣٢ ― ٤م بلکه ١٤٤ = ١٢٨ + ٨م بلکه ١٦ = ٨م بلکه م = ٢ = ساعت گذشته و ١٠ = ساعت باقي نصف اللیل ۞ سؤال هجدهم شخصی مبلغی بر سود معین في ماه از شخصی قرض گرفته ودر هشت ماه مجموع مبلغ اصل وسود $\frac{٣}{٥}$ ٢٩٧ روپیه شد وبعد پانزده ماه مجموع اصل وسود ٣٠٦ گردید پس مقدار اصل ومقدار سود في ماه چه باشد ٭ جواب مبلغ اصل را م فرض کردم پس سود هشت ماه = $\frac{٣}{٥}$ ٢٩٧ ― م گردید وسود پانزده ماه = ٣٠٦ ― م شد پس نسبت ٨) الی ١٥ مثل نسبت $\frac{٣}{٥}$ ٢٩٧ ― م الی ٣٠٦ ― م باشد وبالضرورة ٤٤٦٤ ― ١٥م = ٢٤٤٨ ― ٨م گردید بلکه ٧م = ٢٠١٦ بلکه م = $\frac{٢٠١٦}{٧}$ = ٢٨٨ = مجهول ونیز مقدار سود هشت ماه = $\frac{٣}{٥}$ ٩ ومقدار سود ١٥ ماه = ١٨ گردید پس نسبت ٢٨٨ × ١٥ بطرف ١٨ مثل نسبت ١٠٠ × ١٢ که عدد ماه هاي سال است بطرف مجهول خواهد بود درینصورت اگر مسطح الوسطین را که ٢١٦٠٠) است برطرف معلوم که ٤٣٢٠) است قسمت کنم خارج = $\frac{٢١٦٠٠}{٤٣٢٠}$ = ٥ = مقدار سود سالیانه في صد گردد واگر ١٨ × ١٠٠ را مسطح وسطین مقرر سازم حاصل = $\frac{٥}{١٢}$ = مقدار سود ماهیانه في صد شود ۞ سؤال نوزدهم ملاحي بالتجربه معلوم کرد که کشتي در وسط دریا باستعانت ملاح وحده در $\frac{١}{٤}$ ساعت پنج میل میرود ودر کنارة که قوت آب نصف قوت وسط است وهمچنان در وقت بازگشتن در یک ونیم ساعت پنج میل می رود پس مقدار جریان آب در وسط بیک ساعت چه مقدار باشد ٭ جواب چون ظاهر است

که نسبت $\frac{۳}{۴}$ الی) ۱۰ که مقدار ساعت است اعنی نسبت ۳) الی ۴
مثل نسبت ۵ که مقدار میل است الی مقدار سیر سفینه در وسط بیک ساعت خواهد بود
درینصورت $\frac{۲}{۳}$ ۶ میل مقدار سیر بیک ساعت در وسط شد و همچنین نسبت یک و نیم ساعت الی (۱
اعنی ۶) الی ۴ مثل نسبت ۵) الی مقدار سیر سفینه فی الساحل بیک ساعت است درینصورت
$\frac{۱}{۳}$ ۳ میل مقدار سیر سفینه فی الساحل بیک ساعت گردید و هرگاه مقدار جریان آب
فی الوسط را که بیک ساعت واقع شود م فرض کنم درینصورت $\frac{۲}{۳}$ ۶ میل — م
مقدار حرکت سفینه که دریک ساعت صرف باستعانت ملاح در وسط شود خواهد بود و همچنین
$\frac{۱}{۳}$ ۳ + $\frac{م}{۲}$ مقدار حرکت صرف باستعانت ملاح در ساحل بیک ساعت خواهد شد چراکه
در وقت رفتن چون حرکت مد و تحریک ملاح بیک جانب است درینصورت مقدار تحریک
ملاح بقدر فضل حرکت سفینه علی جریان آب خواهد بود و وقت معاودت حرکت مد مخالف
تحریک ملاح است پس تحریک ملاح بقدر مجموع حرکت سفینه و جریان آب خواهد شد
زیراکه هر قدر جریان آب سفینه را بجانب مخالف می کشد تحریک ملاح آنرا بازمي آرد
ولهذا) $\frac{۲}{۳}$ ۶ میل — م = $\frac{۱}{۳}$ ۳ میل + $\frac{م}{۲}$ شد که هر دو مقدار تحریک ملاح است
دریک ساعت بلکه $\frac{۱}{۳}$ ۳ میل = $\frac{۱}{۲}$ ۱ م شد بلکه ۳ م = $\frac{۲}{۳}$ ۶ میل
بلکه ۹ م = ۲۰ میل گردید بلکه م = $\frac{۲}{۹}$ ۲ میل شد ❊ سؤال بیستم میخواهم که عدد
۳۶ را منقسم بسه قسم سازم بشرطیکه نصف قسم اول وثلث قسم ثاني وربع قسم ثالث مساوي
یک دیگر باشد ❊ جواب قسم اول را) م فرض کردم پس قسم ثاني = $\frac{۱}{۲}$ ۱ م شد و
قسم ثالث = ۲ م گردید و مجموع آن اعنی $\frac{۱}{۲}$ ۴ م = ۳۶ شد بلکه ۹ م = ۷۲ بلکه
م = ۸ = قسم اول و ۱۲ = قسم ثاني و ۱۶ = قسم ثالث شد ❊ سؤال بیست ویکم
میخواهم که عدد ۹۰ را منقسم بچهار قسم سازم بشرطیکه اگر بر قسم اول ۵ بیفزایم واز
قسم ثاني چهار ساقط نمایم وقسم ثالث را درسه ضرب سازم وقسم رابع را تنصیف کنم حاصل
هریک متساوي باشد ❊ جواب قسم رابع را) م فرض کردم پس $\frac{م}{۶}$ = قسم ثالث چراکه

نصف م مساوي سه امثال قسم ثالث است بحسب السؤال و م/٢ + ٤ = قسم ثاني و
م/٢ − ٥ = قسم اول شد و مجموع آن ١/٦ ٢ م − ١ = ٩٠ بلكه ١٣ م − ٦ = ٥٤٠ بلكه
١٣ م = ٥٤٦ بلكه م = ٥٤٦/١٣ = ٤٢ = قسم رابع و ٧ = قسم ثالث و ٢٥ = قسم ثاني و ١٦ =
قسم اول ⁂ سؤال بيست و دوم راعي غنم اصناف متعددهٔ اغنام را بعوض ١٥/٦٠ ٣٣ دينار
فروخت بدين طور كه في غنم قسم اول ١٩/٦٠ و في غنم قسم ثاني ١١/٢٠ و في غنم قسم
ثالث ٢٥/٦٠ و حال آنكه مقدار قسم اول ثلث مجموع بود و مقدار ثاني ربع مجموع پس عدد
مجموع اقسام چه باشد ⁂ جواب مجموع اغنام را) م فرض كردم پس م/٣ × ١٩/٦٠ = ١٩/١٢٠ م =
قيمت قسم اول و م/٤ × ١١/٢٠ = ١١/٨٠ م = قيمت قسم ثاني و ٥/١٢ م × ٢٥/٦٠ = ١٢٥/٤٨٠ م = قيمت
قسم ثالث درينصورت ٧٦/٤٨٠ م + ٦٦/٤٨٠ م + ١٢٥/٤٨٠ م = ١٥/٦٠ ٣٣ دينار بلكه ٢٦٧/٤٨٠ م
= ١٥/٦٠ ٣٣ دينار بلكه ٢٦٧ م = ١٦٠٢٠ بلكه م = ١٦٠٢٠/٢٦٧ = ٦٠ ⁂ سؤال
بيست و سوم شخصي پارچه از قسم خز خريد كرد بحساب في ذراع ١/٦ ٣ دينار و ثلث
مجموع را بقيمت في ذراع ٤ دينار فروخت و ربع مجموع بقيمت في ذراع ٢/٣ ٣ دينار فروخت
و خمس مجموع را بقيمت في ذراع ١/٢ ٣ دينار فروخت و باقي را بقيمت في ذراع ١/٣ ٣ دينار
فروخت و انتفاع از بيع ١/٦ ١٥ دينار حاصل شد پس پارچه مذكور چند ذراع بود ⁂ جواب
عدد ذراع را) م فرض كردم پس قيمت خريد = ١/٦ ٣ م و چون مخرج مشترك ٦٠) است
درينصورت مقدار ذراع اول ٢٠/٦٠ م و ذراع ثاني ١٥/٦٠ م و ذراع ثالث ١٢/٦٠ م و ذراع
رابع ١٣/٦٠ م گرديد پس قيمت اول ٢٠/٦٠ م × ٤ = ٨٠/٦٠ م و قيمت ثاني ١٥/٦٠ م × ٢/٣ ٣
= ٥٥/٦٠ م و قيمت ثالث ١٢/٦٠ م × ١/٢ ٣ = ٤٢/٦٠ م و قيمت رابع ١٣/٦٠ م × ١/٣ ٣
= (١/٣ ٤٣ م)/٦٠ پس مجموع (٨٠ م + ٥٥ م + ٤٢ م + ١/٣ ٤٣ م)/٦٠ گرديد بلكه
(١/٣ ٢٢٠ م)/٦٠ − ١/٦ ٣ م = ١/٦ ١٥ بلكه ١/٣ ٢٢٠ م − ١٩٠ م = ٩١٠ بلكه

$\frac{۲۷۳۰}{۹۱}$ = ۳۰ = مجموع ۶۶۱ مر – ۷۰ ۵ مر = ۲۷۳۰ بلکه ۹۱ مر = ۲۷۳۰ بلکه مر =

ذراع خرید ٭ سؤال بیست و چهارم خماري دوقسم شراب را باهم مخلوط نمود که قیمت قسم اول في رطل ۸ درهم وقیمت ثاني في رطل ۳ درهم بود ومجموع را بحساب في رطل ۹ درهم فروخت و انتفاع في صد ۳۰ درهم حاصل نمود پس چه قدر ازقسم اعلی وچه قدر ازقسم ادنی ممزوج کرد ٭ جواب مقدار قسم اول را) مر و مقدار قسم ادنی را) ک فرض کردم پس ۸ مر+ ۳ ک مقدار اصل قیمت شد وقیمت فروخت ۹ مر+ ۹ ک گردید بحسب السؤال درینصورت ۹ مر+ ۹ ک – ۸ مر – ۳ ک) = انتفاع بلکه مر+ ۶ ک مقدار انتفاع شد پس ۸ مر+ ۳ ک : مر+ ۶ ک :: ۱۰۰ : ۳۰ گردید بحسب السؤال ومسطح الطرفین را معادل مسطح الوسطین کردم ۲۴۰ مر+ ۹۰ ک = ۱۰۰ مر+ ۶۰۰ ک بلکه ۱۴۰ مر = ۵۱۰ ک بلکه ۱۴ مر = ۵۱ ک شد درینصورت ۵۱ = مر = قسم اول و ۱۴ = ک = قسم ثاني ٭ سؤال بیست وپنجم کدام دو عدد اند که نسبت یکی بطرف دیگری مثل نسبت ۴ بطرف ۵ باشد وهرگاه ازهردو عدد دو عدد آخر را ساقط کنم که علی نسبت ۶) الی ۷ باشد نسبت باقیین علی نسبت ۲) الی ۳ ومجموع آن هردو باقیین ۲۰ شود ٭ جواب یکی را) ۴ مر وآخر را) ۵ مر فرض کردم وعدد آن مسقطه را) ۶ ک و ۷ ک فرض کردم پس باقیین (۴ مر – ۶ ک) و (۵ مر – ۷ ک) ومجموع آن ۹ مر – ۱۳ ک = ۲۰ شد بحسب السؤال وچون ۴ مر – ۶ ک : ۵ مر – ۷ ک :: ۲ : ۳) است درینصورت ۱۲ مر – ۱۸ ک = ۱۰ مر – ۱۴ ک گردید بحسب مساوات مسطح الطرفین بامسطح الوسطین بلکه ۲ مر = ۴ ک شد بلکه مر = ۲ ک وچون ۹ مر – ۱۳ ک = ۲۰ بود ومقدار مر را تبدیل کردم پس ۱۸ ک – ۱۳ ک = ۲۰ بلکه ۵ ک = ۲۰ بلکه ک = ۴ گردید و ۹ مر – ۵۲ = ۲۰ بلکه ۹ مر = ۷۲ بلکه مر = ۸ درینصورت عددان مفروضان ۳۲ و ۴۰ شد وعددان مسقطه ۲۴ و ۲۸ وعددین باقیین ۸ و ۱۲ حاصل شدند ٭ سؤال بیست وششم مزارعي ۳۰ وسق گندم و ۴۰ وسق جو بعوض ۲۷۰ دینار فروخت وبار دیگر ۵۰ وسق گندم و ۳۰ وسق جو بهمان نرخ بعوض ۳۴۰ دینار فروخت پس قیمت گندم في وسق وقیمت جو في وسق چه باشد ٭

قاط

جواب مقدار قیمت گندم فی وسق را) م و مقدار قیمت جو فی وسق را) ک فرض کردم پس ۳۰ م + ۴۰ ک = ۲۷۰ و همچنین ۵۰ م + ۳۰ ک = ۳۴۰ و هرگاه معادلهٔ اولی را در سه و معادلهٔ ثانی را در چهار ضرب کردم ۹۰ م + ۱۲۰ ک = ۸۱۰ و ۲۰۰ م + ۱۲۰ ک = ۱۳۶۰ گردید و هرگاه حاصل ضرب معادلهٔ اولی را از حاصل ضرب معادلهٔ ثانی ساقط کردم ۱۱۰ م = ۵۵۰ شد بلکه م = ۵۵۰/۱۱۰ = ۵ = قیمت گندم فی وسق شد و درینصورت ۴۰ ک + ۱۵۰ = ۲۷۰ شد بلکه ۴۰ ک = ۱۲۰ بلکه ک = ۱۲۰/۴۰ = ۳ = قیمت جو فی وسق گردید ۞

سؤال بیست و هشتم مزارعی با ۲۸ وسق جو که قیمت آن فی وسق ۲ ۱/۳ بود قدری از جنس رائی که قیمت آن فی وسق ۳ دینار است وقدری از گندم که قیمت آن فی وسق چهار دینار است مخلوط کرد و وزن مجموع یک صد وسق شد و قیمت مخلوط فی وسق ۳ ۱/۳ دینار قرار یافت پس چه قدر از جنس رائی و چه قدر از جنس گندم مخلوط نمود ۞ جواب عدد وسق رائی را) م و وسق گندم را) ک فرض کردم و چون جو ۲۸ وسق بود پس قیمت جو ۶۵ ۱/۳ و قیمت رائی ۳ م و قیمت گندم ۴ ک شد و چون قیمت مجموع بحسب السؤال (۳۳۳ ۱/۳) است پس ۳ م + ۴ ک + ۶۵ ۱/۳ = ۳۳۳ ۱/۳ شد بلکه ۳ م + ۴ ک = ۲۶۸ گردید و چون ۲۸ + م + ک = ۱۰۰ بحسب الوزن بلکه م + ک = ۷۲ بلکه ۴ م + ۴ ک = ۲۸۸ بحسب الضرب فی چهار هرگاه معادلهٔ اولی را ازین معادله ساقط کردم م = ۲۰ = وسق رائی و درینصورت ک = ۵۲ = وسق گندم ۞

سؤال بیست و هشتم زید و عمرو و بکر در عملی معین از جمله ۴۰ دینار در شش روز اجرت یافتند و زید و بکر در همان عمل ۶۴ دینار در نه روز یافتند و عمرو و بکر بهمان عمل در پانزده روز ۸۰ دینار یافتند پس هر یک علی الانفراد فی یوم چه یافتند ۞ جواب مقدار یومیهٔ زید را) م و یومیهٔ عمرو را) ک و یومیهٔ بکر را) ط فرض کردم پس ۶ م + ۶ ک = ۴۰ و ۹ م + ۹ ط = ۶۴ و ۱۵ ک + ۱۵ ط = ۸۰ و بحسب القسمة م + ک = ۴۰/۶ = ۶ ۲/۳ و م + ط = ۶۴/۹ = ۷ ۱/۹ و ک + ط = ۸۰/۱۵ = ۵ ۱/۳ و بحسب التفریق م = ۶ ۲/۳ − ک و ۷ ۱/۹ − ط = م درینصورت ۶ ۲/۳ − ک = ۷ ۱/۹ − ط بلکه ط + ۴/۹ = ک و چون ک + ط = ۵ ۱/۳

ومقدار) ک را تبدیل کردم پس ۲ط + ۲/۳ = ۵ ۱/۳ بلکه ۶ط + ۲ = ۱۶ بلکه ط = ۱۴/۶ = ۲ ۱/۳
پس ک = ۳ و م = ۳ ۲/۳ ٭ سؤال بیست ونهم کدام سه عدد اند که مجموع نصف اول وثلث
ثاني وربع ثالث ۶۲) است ومجموع ۱/۳) اول و ۱/۴ ثاني و ۱/۵ ثالث ۴۷ مي‌شود ومجموع
۱/۴) اول و ۱/۵ ثاني و ۱/۶ ثالث ۳۸ مي‌شود ٭ جواب آن هر سه اعداد را) م و ک و ط
فرض کردم درینصورت م/۲ + ک/۳ + ط/۴ = ۶۲ و م/۳ + ک/۴ + ط/۵ = ۴۷ و م/۴ +
ک/۵ + ط/۶ = ۳۸ بحسب السؤال بلکه ۱۲م + ۸ک + ۶ط = ۱۴۸۸ و ۲۰م +
۱۵ک + ۱۲ط = ۲۸۲۰ و ۳۰م + ۲۴ک + ۲۰ط = ۴۵۶۰ وهرگاه معادلهٔ اولی را
تضعیف کردم ۲۴م + ۱۶ک + ۱۲ط = ۲۹۷۶ شد وازان ثاني را اساقط کردم باقي
۴م + ک = ۱۵۶ ماند وهمچنین معادلهٔ ثاني را در پنج ضرب کردم ۱۰۰م + ۷۵ک + ۶۰ط
= ۱۴۱۰۰ شد ومعادلهٔ ثالث را در سه ضرب کردم ۹۰م + ۷۲ک + ۶۰ط = ۱۳۶۸۰
گردید پس این را از حاصل ضرب معادلهٔ ثاني ساقط نمودم باقي ۱۰م + ۳ک = ۴۲۰ شد
پس باقي اول را در سه ضرب نمودم ۱۲م + ۳ک = ۴۶۸ شد وباقي ثاني را ازان ساقط
نمودم باقي ۲م = ۴۸ ماند وازین سبب م = ۲۴ شد وچون ۴م + ک = ۱۵۶ بود درینصورت
ک + ۹۶ = ۱۵۶ بلکه ک = ۶۰ گردید وچون ۱۲م + ۸ک + ۶ط = ۱۴۸۸ بود
پس ۲۸۸ + ۴۸۰ + ۶ط = ۱۴۸۸ بلکه ۶ط = ۷۲۰ بلکه ط = ۷۲۰/۶ = ۱۲۰ گردید وهو
المطلوب ٭ سؤال سي ام مي‌خواهم که عدد ۹۰ را سه قسم سازم بحیثیتیکه اگر بر ضعف
قسم اول چهل بیفزایم وبر سه امثال قسم ثاني ۲۰ بیفزایم وبر چهار امثال قسم ثالث ۱۰
بیفزایم همه متساوي شوند ٭ جواب قسم اول را) م وقسم ثاني را) ک وقسم ثالث را ط
فرض کردم پس م + ک + ط = ۹۰ و ۲م + ۴۰ = ۳ک + ۲۰ = ۴ط + ۱۰ پس م =
۱ ۱/۲ ک − ۱۰ و ط = ۳/۴ ک + ۲ ۱/۲ درینصورت ۱ ۱/۲ ک − ۱۰ + ۳/۴ ک + ۲ ۱/۲ + ک = ۹۰
بلکه ۳ ۱/۴ ک − ۷ ۱/۲ = ۹۰ بلکه ۱۳ک − ۳۰ = ۳۶۰ بلکه ۱۳ک = ۳۹۰ بلکه ک = ۳۰
وچون ۲م + ۴۰ = ۳ک + ۲۰ بلکه ۲م + ۴۰ = ۹۰ + ۲۰ بلکه ۲م = ۷۰ بلکه م = ۷۰/۲ = ۳۵

وچون م+ک+ط=۹۰ بلکه ۳۵+۳۰+ط=۹۰ بلکه ط=۲۵ گردید ۞ سؤال سی ویکم کدام سه عدد اند که مجموع اول مع نصف الباقیین وثانی مع ثلث الآخرین وثالث مع ربع الآخرین مساوی یک دیگر اند که ۵۱) است ۞ جواب اول را م وثانی را ک و ثالث را ط فرض کردم پس م+ $\frac{\text{ک}+\text{ط}}{\text{۲}}$ =۵۱ ونیز ک+ $\frac{\text{م}+\text{ط}}{\text{۳}}$ =۵۱ ونیز ط+ $\frac{\text{م}+\text{ک}}{\text{۴}}$ =۵۱ وبرین تقدیر م+ $\frac{\text{ک}+\text{ط}}{\text{۲}}$ = ک+ $\frac{\text{م}+\text{ط}}{\text{۳}}$ بلکه ۶م+۳ک+۳ط=۶ک +۲م+۲ط بلکه ۴م+ط=۳ک بلکه م= $\frac{\text{۳ک}-\text{ط}}{\text{۴}}$ ونیز چون م+ $\frac{\text{ک}+\text{ط}}{\text{۲}}$ = ط+ $\frac{\text{م}+\text{ک}}{\text{۴}}$ بلکه ۸م+۴ک+۴ط=۸ط+۲م+۲ک بلکه ۶م+۲ک=۴ط بلکه م= $\frac{\text{۴ط}-\text{۲ک}}{\text{۶}}$ بلکه ۱۸ک−۶ط=۱۶ط−۸ک بلکه ۲۶ک=۲۲ط بلکه ۱۳ک=۱۱ط بلکه ک= $\frac{\text{۱۱ط}}{\text{۱۳}}$ پس م= $\frac{\frac{\text{۳۳ط}}{\text{۱۳}}-\text{ط}}{\text{۴}}$ چون م+ $\frac{\text{ک}+\text{ط}}{\text{۲}}$ =۵۱ درینصورت $\frac{\frac{\text{۳۳ط}}{\text{۱۳}}-\text{ط}}{\text{۴}}$ + $\frac{\frac{\text{۱۱ط}}{\text{۱۳}}+\text{ط}}{\text{۲}}$ =۵۱ بلکه $\frac{\text{۳۳ط}}{\text{۱۳}}$ −ط+ $\frac{\text{۲۲ط}}{\text{۱۳}}$ +۲ط=۲۰۴ بلکه ۳۳ط−۱۳ط+۲۲ط+۲۶ط=۲۶۵۲ پس ۶۸ط=۲۶۵۲ بلکه ط= $\frac{\text{۲۶۵۲}}{\text{۶۸}}$ =۳۹= اول د چون ک= $\frac{\text{۱۱ط}}{\text{۱۳}}$ پس ک= $\frac{\text{۳۹}\times\text{۱۱}}{\text{۱۳}}$ = $\frac{\text{۴۲۹}}{\text{۱۳}}$ =۳۳= ثانی وچون م+ $\frac{\text{ک}+\text{ط}}{\text{۲}}$ =۵۱ پس م+ $\frac{\text{۳۳}+\text{۳۹}}{\text{۲}}$ =۵۱ بلکه م+۳۶=۵۱ بلکه م=۱۵= ثالث ۞

سؤال سی ودوم مبلغی معین در سه شخص مثل زید وعمرو وبکر تقسیم یافت بحیثیکه حصهٔ زید بر چهار سبع مجموع حصهٔ عمرو وبکر سی درهم زائد است وحصهٔ عمرو از سه ثمن مجموع حصهٔ زید وبکر نیز سی درهم زائد است وحصهٔ بکر از دو تسع مجموع زید وعمرو سی درهم زائد است پس مقدار حصهٔ هر واحد چه باشد ۞ جواب حصهٔ زید را م وحصهٔ عمرو را ک وحصهٔ بکر را ط فرض کردم پس م− $\frac{\text{۴ک}+\text{۴ط}}{\text{۷}}$ =۳۰ و ک− $\frac{\text{۳م}+\text{۳ط}}{\text{۸}}$ =۳۰ و ط− $\frac{\text{۲م}+\text{۲ک}}{\text{۹}}$ =۳۰ وحسب الترتیب ۷م−۴ک−۴ط=۲۱۰ و ۸ک−۳م−۳ط

= ۲۴۰ و ۹ ط — ۲ م — ۲ ک = ۲۷۰ ومعادلهٔ اولی را در سه ومعادلهٔ ثانی را در چهار ضرب
کردم ۲۱ م — ۱۲ ک — ۱۲ ط = ۶۳۰ و ۳۲ ک — ۱۲ م — ۱۲ ط = ۹۶۰ وحاصل
معادلهٔ اولی را از حاصل معادلهٔ ثانی ساقط نمودم ۴۴ ک — ۳۳ م = ۳۳۰ بلکه ۴۴ ک
= ۳۳۰ + ۳۳ م بلکه ک = (۳۳۰ + ۳۳ م)/۴۴ وچون م — (۴ ک + ۴ ط)/۷ = ک
— (۳ م + ۳ ط)/۸ بحسب المساوات پس ۵۶ م — ۳۲ ک — ۳۲ ط = ۵۶ ک — ۲۱ م — ۲۱ ط
بحسب الترفیع بلکه ۷۷ م = ۸۸ ک + ۱۱ ط بلکه ک = (۷۷ م — ۱۱ ط)/۸۸ وچون اول ک =
(۳۳۰ + ۳۳ م)/۴۴ بود پس بحسب مساوات معادله کردم (۳۳۰ + ۳۳ م)/۴۴ = (۷۷ م — ۱۱ ط)/۸۸
بلکه ۶۶۰ + ۶۶ م = ۷۷ م — ۱۱ ط بلکه ۶۰ + ۶ م = ۷ م — ط
بلکه ۶۰ = م — ط بلکه م = ۶۰ + ط ومقدار م را درمعادلهٔ اول به ک تبدیل کردم پس
ک = (۳۳۰ + ۱۹۸۰ + ۳۳ ط)/۴۴ شد وچون ۹ ط — ۲ م — ۲ ک = ۲۷۰ بود وهرگاه
مقدار م و ک را تبدیل کردم ۹ ط — ۱۲۰ — ۲ ط — (۴۶۲۰ + ۶۶ ط)/۴۴ = ۲۷۰ بلکه
۳۹۶ ط — ۵۲۸۰ — ۸۸ ط — ۴۶۲۰ — ۶۶ ط = ۱۱۸۸۰ بلکه ۲۴۲ ط = ۲۱۷۸۰ بلکه
ط = ۲۱۷۸۰/۲۴۲ = ۹۰ پس م = ۱۵۰ و ک = ۱۲۰ ⁂ سؤال سی وسوم زید وعمرو معاً
عملی از صناعت را در ۸ یوم کامل می‌کنند وزید وبکر معاً همان عمل را در ۹ یوم با تمام
می رسانند وعمرو وبکر معاً همان عمل را در ۱۰ یوم تمام می سازند پس هریکی علی الانفراد
درچند روز باتمام توانند رسانید ⁂ جواب مجموع عمل را) ہ فرض کردم وعمل فی یوم زید
وعمرو وبکر را) م و ک و ط علی الترتیب فرض کردم ۸ م + ۸ ک = ہ و ۹ م + ۹ ط = ہ
و ۱۰ ک + ۱۰ ط = ہ ودرینصورت ۸ م + ۸ ک = ۹ م + ۹ ط بلکه ۸ ک = م + ۹ ط
بلکه ک = (م + ۹ ط)/۸ وهمچنین ۹ م + ۹ ط = ۱۰ ک + ۱۰ ط بلکه ۹ م = ۱۰ ک + ط
بلکه ۱۰ ک = ۹ م — ط بلکه ک = (۹ م — ط)/۱۰ بلکه (م + ۹ ط)/۸ = (۹ م — ط)/۱۰ بلکه ۱۰ م
+ ۹۰ ط = ۷۲ م — ۸ ط بلکه ۹۸ ط = ۶۲ م بلکه ط = ۶۲ م/۹۸ ومقدار ط را درمقدار ثانی

به ک تبدیل نمودم پس ک = $\frac{\text{٩ م} - \frac{٦٢}{٩٨}\text{ م}}{١٠}$ وچون ٨ م + ٨ ک = ه وهرگاه مقدار

ک را تبدیل نمودم پس ٨ م + $\frac{\text{٧٢ م} - \frac{٤٩٦}{٩٨}\text{ م}}{١٠}$ = ه بلکه ١٨٤ م − $\frac{٤٩٦}{٩٨}$ م = ١٠ ه

بلکه ١٤٨٩٦ م − ٤٩٦ م = ٩٨٠ ه بلکه ١٤٤٠٠ م = ٩٨٠ ه بلکه ه = $\frac{\text{١٤٤٠٠ م}}{٩٨٠}$ =

١٤ $\frac{٣٤}{٤٩}$ م وبطریق دیگرچون ٩٨ ط = ٦٢ م بلکه ٤٩ ط = ٣١ م بلکه ط = $\frac{\text{٣١ م}}{٤٩}$ وچون

٩ م + ٩ ط = ه درینصورت بحسب تبدیل ط) ٩ م + $\frac{\text{٢٧٩ م}}{٤٩}$ = ه بلکه ٧٢٠ م = ٤٩ ه

بلکه ١٤ $\frac{٣٤}{٤٩}$ م = ه ونیزچون ٤٩ ط = ٣١ م بود پس م = $\frac{\text{٤٩ ط}}{٣١}$ گردید وهرگاه ٩ م

+ ٩ ط = ه بود وبحسب التبدیل $\frac{\text{٤٤١ ط}}{٣١}$ + ٩ ط = ه شد بلکه ٧٢٠ ط = ٣١ ه گردید بلکه

ه = $\frac{٧٢٠}{٣١}$ ط = ٢٣ $\frac{٧}{٣١}$ ط شد وچون ٩ م = ١٠ ک + ط بود پس م = $\frac{\text{١٠ ک + ط}}{٩}$

وچون ٨ م + ٨ ک = ١٠ ک + ١٠ ط بود پس ٨ م = ٢ ک + ١٠ ط بلکه م = $\frac{\text{٢ ک + ١٠ ط}}{٨}$

شد درینصورت $\frac{\text{١٠ ک + ط}}{٩}$ = $\frac{\text{٢ ک + ١٠ ط}}{٨}$ شد بلکه ٨٠ ک + ٨ ط = ١٨ ک + ٩٠ ط

بلکه ٦٢ ک = ٨٢ ط بلکه ٣١ ک = ٤١ ط شد بلکه ط = $\frac{\text{٣١ ک}}{٤١}$ شد وچون ١٠ ک +

١٠ ط = ه بود مقدار ط را تبدیل کردم پس ١٠ ک + $\frac{\text{٣١٠ ک}}{٤١}$ = ه بلکه ٧٢٠ ک =

٤١ ه بلکه ه = $\frac{٧٢٠}{٤١}$ ک = ١٧ $\frac{٢٣}{٤١}$ ک وازین سبب معلوم شد که زید در ١٤ $\frac{٣٤}{٤٩}$ یوم

وعمرو در ١٧ $\frac{٢٣}{٤١}$ یوم وبکر در ٢٣ $\frac{٧}{٣١}$ یوم عمل را علی الانفراد باتمام خواهند رسانید و
بطریق دیگر که ازین هم سهل است چون ٨ م + ٨ ک = ه و ٩ م + ٩ ط = ه و ١٠ ک +
١٠ ط = ه پس بحسب قسمت معادلهٔ اولی م + ک = $\frac{ه}{٨}$ ومعادلهٔ ثانی م + ط = $\frac{ه}{٩}$

ومعادلهٔ ثالث ک + ط = $\frac{ه}{١٠}$ وهرگاه معادلهٔ اولی را ازمعادلهٔ ثانی ساقط کردم باقی ک

− ط = $\frac{ص}{۸}$ − $\frac{ص}{۹}$ = $\frac{ص}{۷۲}$ وهرگاه این معادله را با معادلهٔ ثالث جمع نمودم پس ۲ ک =
$\frac{ص}{۱۰}$ + $\frac{ص}{۷۲}$ = $\frac{۸۲ص}{۷۲۰}$ وبالضرورة ک = $\frac{۴۱ص}{۷۲۰}$ بلکه ۷۲۰ ک = ۴۱ص بلکه ص = $\frac{۷۲۰ک}{۴۱}$
= ۱۷ $\frac{۲۳}{۴۱}$ ک وچون ه + ک = $\frac{ص}{۸}$ بود وهرگاه مقدار) ک را تبدیل نمودم پس ه +
$\frac{۴۱ص}{۷۲۰}$ = $\frac{ص}{۸}$ بلکه ه = $\frac{۹۰ص}{۷۲۰}$ − $\frac{۴۱ص}{۷۲۰}$ = $\frac{۴۹ص}{۷۲۰}$ بلکه ۷۲۰ ه = ۴۹ص بلکه ص =
$\frac{۷۲۰}{۴۹}$ ه = ۱۴ $\frac{۳۴}{۴۹}$ ه گردید ونیزچون ک + ط = $\frac{ص}{۱۰}$ بود پس ط + $\frac{۴۱ص}{۷۲۰}$ = $\frac{ص}{۱۰}$
بلکه ط = $\frac{۷۲ص}{۷۲۰}$ − $\frac{۴۱ص}{۷۲۰}$ = $\frac{۳۱ص}{۷۲۰}$ بلکه ۷۲۰ ط = ۳۱ص بلکه ص = $\frac{۷۲۰ط}{۳۱}$ = ۲۳ $\frac{۷}{۳۱}$ ط
شد وهو المطلوب (۲) ❊ سؤال سی وچهارم زید وعمرو وبکر معا عملی از صناعت را در نه روز تمام می‌کنند وزید وعمرو وخالد در ده روز انجام می سازند وزید وبکر وخالد در یازده روز با تمام می رسانند وعمرو وبکر وخالد در دوازده یوم اتمام می نمایند پس اگر هر چهار معا کار کنند درچند روز انجام نمایند ٭ جواب عمل فی یوم زید را ه وعمرو را ک وبکر را ط وخالد را ء فرض کردم ومقدار عمل صناعت را ص فرض نمودم پس ۹ ه + ۹ ک + ۹ ط = ص و ۱۰ ه + ۱۰ ک + ۱۰ ء = ص و ۱۱ ه + ۱۱ ط + ۱۱ ء = ص و ۱۲ ک + ۱۲ ط + ۱۲ ء = ص بحسب السؤال شد وبحسب التقسیم ه + ک + ط = $\frac{ص}{۹}$ وه + ک + ء = $\frac{ص}{۱۰}$ وه + ط + ء = $\frac{ص}{۱۱}$

---

(۲) مصحح میگوید بلکه طریق حسن که زود بفهم طالب در آید این است از انجاکه ظاهر است که زید وعمرو در یکروز ثمن عمل بانجام رسانیدند وزید وبکر در یکروز تسع عمل با تمام رسانیدند وعمرو وبکر در یکروز از عشر عمل فراغت نمودند پس عمل یکروزه هر واحد از زید وعمرو وبکر را ه و ک و ط علی الترتیب فرض کردم درینصورت ه + ک = $\frac{۱}{۸}$ عمل و ه + ط = $\frac{۱}{۹}$ عمل و ک + ط = $\frac{۱}{۱۰}$ عمل چون معادلهٔ ثالث را از معادلهٔ ثانی ساقط کردم ه − ک = $\frac{۱}{۹۰}$ باقی ماند چون این معادله را با معادلهٔ اولی جمع کردم مجموع ۲ ه = $\frac{۹۸}{۷۲۰}$ بلکه ه = $\frac{۴۹}{۷۲۰}$ = عمل یکروزه زید پس ک + $\frac{۴۹}{۷۲۰}$ = $\frac{۱}{۸}$ بلکه ک = $\frac{۹۰-۴۹}{۷۲۰}$ = $\frac{۴۱}{۷۲۰}$ = عمل یکروزه عمرو و ط + $\frac{۴۱}{۷۲۰}$ = $\frac{۱}{۱۰}$ بلکه ط = $\frac{۷۲-۴۱}{۷۲۰}$ = $\frac{۳۱}{۷۲۰}$ = عمل یکروزه بکر پس معلوم شد که مجموع ایام عمل کامل زید = $\frac{۷۲۰}{۴۹}$ = ۱۴ $\frac{۳۴}{۴۹}$ وایام عمل کامل عمرو = $\frac{۷۲۰}{۴۱}$ = ۱۷ $\frac{۲۳}{۴۱}$ وایام عمل کامل بکر = $\frac{۷۲۰}{۳۱}$ = ۲۳ $\frac{۷}{۳۱}$ ٭

و ک + ط + ی = ع/۱۲ وهرگاه این هر چهار معادله را جمع نمودم ۳ م + ۳ ک + ۳ ط + ۳ ی = ع/۹ + ع/۱۰ + ع/۱۱ + ع/۱۲ = ۴۵۷۸ع/۱۱۸۸۰ بلکه م + ک + ط + ی = ۱۵۲۶ع/۱۱۸۸۰ بلکه ۱۱۸۸۰ م + ۱۱۸۸۰ ک + ۱۱۸۸۰ ط + ۱۱۸۸۰ ی = ۱۵۲۶ ع بلکه ع = (م + ک + ط + ی) × ۱۱۸۸۰ / ۱۵۲۶ = ۷ ۵۹۹/۷۶۳ × (م + ک + ط + ی) پس معلوم شد که در ۷ ۵۹۹/۷۶۳ یوم هر چهار معاً انجام می‌توانند کرد ۞ سؤال سی و پنجم (۳) کدام عدد است که نسبت جذر آن بطرف ضلع کعب آن مثل نسبت ۵) الی ۲ باشد ؞ جواب چون از سؤال معلوم شد که عدد مجهول بذات خود مجذور است وهم کعب لهذا آنرا در منزل کعب کعب م⁶ فرض کردم پس جذر آن م³ وضلع کعب آن م² شد درینصورت م³ : م² :: ۵ : ۲ بحسب السؤال بلکه ۲ م³ = ۵ م² بحسب مسطح الطرفین والوسطین بلکه ۲ م = ۵ بحسب القسمة علی م² بلکه م = ۲ ۱/۲ گردید ولهذا) م⁶ = ۲۴۴ ۹/۶۴ = عدد مجهول واگر کسور را اعشاریه تعبیر کنند = ۲۴۴ ۱۴۰۶۲۵/۱۰۰۰۰۰۰ ۞ سؤال سی و ششم کدام دو عدد علی نسبت ۳) الی ۵) اند ونسبت منزل پنجم اول بطرف منزل سوم ثانی مثل نسبت ۹۷۲) الی ۱۲۵) است ؞ جواب اول را ۳ م و ثانی را) ۵ م فرض کردم چون منزل پنجم اول ۲۴۳ م⁵ ومنزل سوم ثانی ۱۲۵ م³ است پس ۲۴۳ م⁵ : ۱۲۵ م³ :: ۹۷۲ : ۱۲۵ شد بحسب السؤال بلکه ۲۴۳ م⁵ × ۱۲۵ = ۱۲۵ م³ × ۹۷۲ بحسب مساوات مسطح الطرفین والوسطین بلکه ۲۴۳ م² = ۹۷۲ بحسب القسمة علی ۱۲۵ م³ بلکه م² = ۹۷۲/۲۴۳ = ۴ بلکه م = ۲ وازین سبب ۶ = عدد اول و ۱۰ = عدد ثانی ۞ سؤال سی و هفتم کدام سه عدد اند که نسبت ما بین آنها مثل نسبت ۱/۲ و ۱/۳ و ۱/۴) است

---

(۳) بلکه طریق شایسته این است که عمل یکروزه هر واحد از زید وعمرو وبکر وخالد را م و ک و ط و ی فرض کنم پس م + ک + ط = ۱/۹ عمل و م + ک + ط + ی = ۱/۱۰ عمل و م + ط + ی = ۱/۱۱ عمل و ک + ط + ی = ۱/۱۲ عمل و نیز ثابت مجموع این چهار معادله م + ک + ط + ی = ۷۶۳/۵۹۴۰ = عمل هر چهار در یکروز پس ایام عمل کامل ایشان معاً = ۵۹۴۰/۷۶۳ = ۷ ۵۹۹/۷۶۳ شد ؞

علی الترتیب و مجموع مربعات آنها ۵۴۹) است ∴ جواب عدد اول را) م فرض کردم درینصورت عدد ثانی ۲م/۳ زیراکه نسبت ۱/۲ : ۱/۳ :: م : ۲م/۳ است و نیز عدد ثالث م/۲ گردید زیراکه ۱/۳ : ۱/۴ :: ۲م/۳ : م/۲ پس مربع اول م² و مربع ثانی ۴م²/۹ و مربع ثالث م²/۴ گردید و مجموع آن ۶۱م²/۳۶ = ۵۴۹ شد بحسب السؤال بلکه ۶۱ م² = ۱۹۷۶۴ بلکه م² = ۱۹۷۶۴/۶۱ = ۳۲۴ بلکه م = ۱۸ = عدد اول پس ۱۲ = عدد ثانی و ۹ = عدد ثالث خواهد بود و بطریق دیگر اگر از روی مخرج مشترک اعداد کسور نسبت بگیرم ۶ و ۴ و ۳ میشود پس اول را) ۶ م و ثانی را) ۴ م و ثالث را) ۳ م فرض نمایم درینصورت مربع اول ۳۶ م² و مربع ثانی ۱۶ م² و مربع ثالث ۹ م² می شود و مجموع ۶۱ م² = ۵۴۹ بلکه م² = ۵۴۹/۶۱ = ۹ بلکه م = ۳ وازین سبب اعداد مجهول ۱۸ و ۱۲ و ۹ خارج شد ❁

سؤال سی و هشتم کدام دو عدد اند که مجموع آنها * مثلاً ۲۰ و مجموع مکعبین آنها * مثلاً ۲۲۴۰ باشد پس استخراج آن علی العموم بچه نوع باشد ∴ جواب عدد مجموع عددین را) ع و مجموع مکعبین را) ب و عدد اعظم را م فرض کردم پس اصغر ع − م شد چراکه ظاهر است که مجموع م و ع − م = ع) است و مکعب هردو نمودم مکعب اعظم م³ و مکعب اصغر ع³ − ۳ع² م + ۳ع م² − م³ و مجموع هردو ع³ − ۳ع² م + ۳ع م² = ب بلکه ۳ع م² − ۳ع² م = ب − ع³ بلکه م² − ع م = ب/۳ع − ع³/۳ع بلکه م² − ع م = ب/۳ع − ع²/۳ بلکه م² − ع م + ع²/۴ = ب/۳ع − ع²/۳ + ع²/۴ بلکه م² − ع م + ع²/۴ = ب/۳ع − ع²/۱۲ بلکه م − ع/۲ = √[ب/۳ع − ع²/۱۲] بلکه م = √[ب/۳ع − ع²/۱۲] + ع/۲ بحسب العموم و بحسب العدد المذکور) م = √[۲۲۴۰/۶۰ − ۳۳ ۱/۳] + ۱۰ = √[۳۷ ۱/۳ − ۳۳ ۱/۳] + ۱۰ = √[۴] + ۱۰ = ۱۲ ❁

سؤال سی و نهم عدد ۲۴۰ را می خواهم که دو قسم کنم بشرطیکه نسبت قسم اعظم مقسوم علی الاصغر بطرف اصغر مقسوم علی الاکبر مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵ باشد ∴ جواب قسم اعظم را م فرض کردم پس قسم اصغر ۲۴۰ − م شد و نسبت م/(۲۴۰ − م) بطرف (۲۴۰ − م)/م

مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵) است بحسب السؤال وهرگاه برای تسهیل عمل ۲۴۰ را ص و ۱۴۷ را

س و ۷۵ را ق فرض کردم درینصورت $\frac{\text{م}}{\text{ص}-\text{م}} : \frac{\text{ص}-\text{م}}{\text{م}} :: \text{س} : \text{ق}$ است بلکه $\frac{\text{ق}\,\text{م}}{\text{ص}-\text{م}} =$

$\text{س} \times \frac{\text{ص}-\text{م}}{\text{م}}$ بحسب مسطح الطرفین ومسطح الوسطین بلکه $\text{ق}\,\text{م}^2 = \text{س} \times (\text{ص}-\text{م})^2$ بلکه

$\frac{\text{ق}\,\text{م}^2}{\text{س}} = (\text{ص}-\text{م})^2$ بلکه $\text{م}\sqrt{\frac{\text{ق}}{\text{س}}} = \text{ص}-\text{م}$ بحسب التجذیر وچون $\sqrt{\frac{\text{ق}}{\text{س}}} = \sqrt{\frac{۷۵}{۱۴۷}} = \frac{۵}{۷}$ پس

$\frac{۵}{۷}\,\text{م} = \text{ص}-\text{م}$ بلکه $۵\,\text{م} = ۷\text{ص} - ۷\,\text{م}$ بلکه $۱۲\,\text{م} = ۷\,\text{ص}$ بلکه $\text{م} = \frac{۷\,\text{ص}}{۱۲} = \frac{۱۶۸۰}{۱۲} = ۱۴۰$ ؂

سؤال چهارم دومزدور باجرت فی یوم مختلف مشغول کاری شدند وایام شغل اول شش یوم زیاده از ایام شغل ثانی گردید واول وجه اجرت ۹۶ دینار وثانی ۵۴ دینار یافت لیکن اگر ثانی بقدر ایام اول واول بقدر ایام ثانی عمل می نمود وجه اجرت هردو متساوی میشد پس مقدار ایام عمل هریکی ومقدار یومیهٔ هریکی چه باشد ؛ جواب ایام شغل اول را م فرض کردم پس ایام شغل ثانی $\text{م}-۶$ باشد ومقدار یومیهٔ اول $\frac{۹۶}{\text{م}}$ ومقدار یومیهٔ ثانی $\frac{۵۴}{\text{م}-۶}$ گردید ولهذا اگر ثانی بقدر ایام اول عمل می نمود $\frac{۵۴}{\text{م}-۶} \times \text{م}$ می یافت واگر اول بقدر ایام ثانی کار می کرد $\frac{۹۶}{\text{م}} \times (\text{م}-۶)$ حاصل می نمود وچون این هردو وجه بحسب السؤال متساوی اند پس $\frac{۵۴\,\text{م}}{\text{م}-۶} = ۹۶ \times \frac{\text{م}-۶}{\text{م}}$ بلکه $۵۴\,\text{م}^2 = ۹۶ \times (\text{م}-۶)^2$

بلکه $۹\,\text{م}^2 = ۱۶ \times (\text{م}-۶)^2$ بلکه $۳\,\text{م} = ۴ \times (\text{م}-۶)$ بحسب التجذیر بلکه $۳\,\text{م} = ۴\,\text{م} - ۲۴$

بلکه $\text{م} = ۲۴ =$ ایام عمل اول پس $\frac{۹۶}{۲۴} = ۴ =$ یومیهٔ اول ونیز $\frac{۵۴}{۲۴-۶} = \frac{۵۴}{۱۸} = ۳ =$

یومیهٔ ثانی ؂ سؤال پنجم وبکم زید وعمرو در وقت معین از موضعین خودها که مسافت بینهما ۳۲۰ میل بود برای ملاقات یکدیگر روانه شدند وعمرو هرروز هشت میل زیاده از زید قطع منزل می کرد وعدد ایام که دران ملاقات هردو واقع شد مساوی نصف عدد امیال قطع هرروزهٔ زید بود پس آنها درچند روز باهم ملاقات کردند ؛ جواب عدد ایام تلاقی طرفین را م فرض کردم پس مقدار مسافت هرروزهٔ زید ۲ م شد ومقدار مسافت هرروزهٔ عمرو $۲\,\text{م} + ۸$ گردید وچون $۲\,\text{م} \times \text{م} = ۲\,\text{م}^2 =$ امیال که زید آنرا قطع کرده وهمچنین $(۲\,\text{م} + ۸) \times \text{م}$

= ۲ م^۲ + ۸ م = امیال که عمرو آنرا قطع نمود پس مجموع ۴ م^۲ + ۸ م = ۳۲۰ بحسب السؤال
بلکه م^۲ + ۲ م = ۸۰ بلکه م^۲ + ۲ م + ۱ = ۸۱ بلکه م + ۱ = ۹ بلکه م = ۸ = عدد ایام ملاقات
طرفین پس ۱۶ = مقدار قطع مسافت هر روزهٔ زید و ۱۲۸ = امیال مقطوعهٔ زید و ۲۴ = قطع
مسافت هر روزهٔ عمرو و ۱۹۲ = امیال مقطوعهٔ عمرو ❊ سؤال چهل و دوم دو شخص مثل
زید و عمرو بیک وقت معین بجای معین روانه شدند که فاصلهٔ نود میل است و زید یک میل
زیاده از عمرو در یک ساعت قطع راه می نمود و یک ساعت قبل از عمرو بمقام مطلوب رسید پس
هر یک در یک ساعت چه قدر میل قطع کرد ∴ جواب عدد امیال قطع زید که در یک ساعت
می کرد م فرض کردم پس عدد امیال قطع عمرو فی ساعت واحد م − ۱ شد و درینصورت
هرگاه نود میل را ص فرض نمودم عدد ساعات قطع زید ص/م و عدد ساعات عمرو ص/(م − ۱) شد
پس ص/م + ۱ = ص/(م − ۱) بحسب السؤال بلکه ص م + م^۲ − ص − م = ص م بلکه ص م + م^۲
= ص م + ص + م بلکه م^۲ − م = ص بلکه م^۲ − م + ۱/۴ = ص + ۱/۴ بلکه م − ۱/۲ = √(ص + ۱/۴)
بلکه م = √(ص + ۱/۴) + ۱/۲ و چون ص عبارت از نود میل است پس √(۹۰ + ۱/۴) = ۹ ۱/۲ پس
م = ۹ ۱/۲ + ۱/۲ = ۱۰ = عدد امیال قطع زید فی ساعة واحدة و ۹ = عدد امیال قطع عمرو
فی ساعة واحدة ❊ سؤال چهل و سوم کدام دو عدد اند که اگر مجموع آنها را در اکبر ضرب کنند
حاصل مساوی صد امثال اصغر شود و اگر در اصغر ضرب نمایند حاصل مساوی ۶۴ مثال اکبر
گردد ∴ جواب اکبر را م و اصغر را ک فرض کردم پس (م + ک) × م = ۱۰۰ ک
و (م + ک) × ک = ۶۴ م بلکه م^۲ + م ک = ۱۰۰ ک و ک^۲ + م ک = ۶۴ م و هرگاه
معادلهٔ اولی را در ک و معادلهٔ ثانی را در م ضرب نمودم م^۲ ک + م ک^۲ = ۱۰۰ ک^۲
و م ک^۲ + م^۲ ک = ۶۴ م^۲ و چون جملهٔ اولی در هر دو معادله متساوی است درینصورت
۱۰۰ ک^۲ = ۶۴ م^۲ بلکه ۱۰ ک = ۸ م بحسب التجذیر بلکه ۵ ک = ۴ م پس ک = ۴ م/۵
و هرگاه مقدار ک را تبدیل کردم پس ۱۶/۲۵ م^۲ + ۴ م^۲/۵ = ۶۴ م بلکه ۳۶/۲۵ م^۲ = ۶۴ م بلکه
۳۶/۲۵ م = ۶۴ بلکه ۳۶ م = ۱۶۰۰ بلکه م = ۱۶۰۰/۳۶ = ۴۰۰/۹ = ۴۴ ۴/۹ پس ک = ۳۵ ۵/۹ ❊

سؤال چهل وچهارم هرگاه دو عدد بحیثیتی باشند که مسطح احدهما فی الآخر مساوی مربع تفاضل ما بینهما بود پس نسبت بین العددین المذکورین چه خواهد بود ؛ جواب هرگاه اصغر را ک فرض کنم و مقدار نسبت را م نسبت ک اعنی اصغر بطرف اعظم مثال نسبت واحد بطرف م است بحسب الفرض و درینصورت ک م مقدار اعظم باشد بحسب اربعهٔ متناسبه و م ک − ک مقدار تفاضل ما بینهما گردید پس $م ک × ک = (م ک − ک)^{۲}$ بحسب السؤال بلکه $م ک^{۲} = م^{۲} ک^{۲} − ۲ م ک^{۲} + ک^{۲}$ وهرگاه این معادله را بر $ک^{۲}$ قسمت نمودم پس $م = م^{۲} − ۲ م + ۱$ شد بلکه $م^{۲} − ۳ م = − ۱$ بلکه $م^{۲} − ۳ م + ۲\frac{۱}{۴} = ۱\frac{۱}{۴} = \frac{۵}{۴}$ بلکه $م − ۱\frac{۱}{۲} = \sqrt{\frac{۵}{۴}} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$ بلکه $م = \frac{\sqrt{۵} + ۳}{۲}$ وچون $\sqrt{۵} = ۲\frac{۲۳۶}{۱۰۰۰}$ تقریبا درینصورت $م = ۲\frac{۶۱۸}{۱۰۰۰}$ تقریبا پس نسبت بین العددین المطلوبین مثال نسبت واحد بطرف $۲\frac{۶۱۸}{۱۰۰۰}$ خواهد بود ؛ سؤال چهل وپنجم کدام دو عدد اند که مسطح انها (۳۰۰) است واگر بر اصغر ۱۰ بیفزایند واز اعظم هشت نقصان کنند پس مسطح آنها هم ۳۰۰ شود ؛ جواب اعظم را م واصغر را ک فرض کردم پس $م ک = ۳۰۰$ بحسب السؤال ونیز $(م − ۸) × (ک + ۱۰) = ۳۰۰$ بلکه $م ک + ۱۰ م − ۸ ک − ۸۰ = ۳۰۰$ بحسب السؤال درینصورت $م ک = م ک + ۱۰ م − ۸ ک − ۸۰$ بحسب مساوات جملتین آخرین بلکه $۸ ک + ۸۰ = ۱۰ م$ بلکه $م = \frac{۸ ک}{۱۰} + ۸$ پس در معادلهٔ اولی هرگاه مقدار م را تبدیل کردم پس $(\frac{۸ ک}{۱۰} + ۸) × ک = ۳۰۰$ بلکه $\frac{۸ ک^{۲}}{۱۰} + ۸ ک = ۳۰۰$ بلکه $۸ ک^{۲} + ۸۰ ک = ۳۰۰۰$ بلکه $ک^{۲} + ۱۰ ک = \frac{۳۰۰۰}{۸} = ۳۷۵$ بلکه $ک^{۲} + ۱۰ ک + ۲۵ = ۴۰۰$ بلکه $ک + ۵ = ۲۰$ بلکه $ک = ۱۵$ پس $م = \frac{۳۰۰}{۱۵} = ۲۰$ ؛ سؤال چهل وششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ۱۰۰ ونسبت تفاضل بینهما بطرف مجموعهما مثال نسبت مسطحهما الی تفاضل مربعیهما باشد ؛ جواب ۵۰ را که نصف عدد معلوم است ح ونصف تفاضل عددین را م فرض کردم درینصورت $ح + م$ = اعظم و $ح − م$ = اصغر پس نسبت ۲ م که مقدار تفاضل است الی ۲ ح مثال نسبت $(ح + م) × (ح − م)$ الی $(ح + م)^{۲} − (ح − م)^{۲}$ است بلکه $۲ م : ۲ ح :: ح^{۲}$

$— م^2 : ۴ م ص$ بلکه $۸ م^2 ص = ۲ ص^3 — ۲ م^2 ص$ بحسب مسطح الطرفین والوسطین بلکه $۴ م^2 = ص^2 — م^2$ بحسب القسمة علی ۲ ص بلکه $۵ م^2 = ص^2$ بلکه $م^2 = \frac{ص^2}{۵} = \frac{۲۵۰۰}{۵} = ۵۰۰$ بلکه $م = \sqrt{۵۰۰} = ۲۳ \frac{۶}{۱۰۰}$ تقریبا پس اعظم $= ۲۷ \frac{۳۶}{۱۰۰}$ واصغر $۲۷ \frac{۶۴}{۱۰۰}$ * سؤال چهل وهفتم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ۶۰ ونسبت مسطحهما بطرف مجموع مربعین آنها مثل نسبت ۲) الی ۵ باشد ؛ جواب عدد معلوم اعنی ۶۰ را ص واعظم را م وعدد نسبت را س و ق فرض کردم پس اصغر $ص — م$ ومسطح آنها $ص م — م^2$ وچون مربع اعظم $م^2$ ومربع اصغر $ص^2 — ۲ ص م + م^2$ پس مجموع مربعین $۲ م^2 + ص^2 — ۲ م ص$ گردید پس نسبت $ص م — م^2 : ۲ م^2 + ص^2 — ۲ ص م :: س : ق$) است بحسب السؤال بلکه $ق × (ص م — م^2) = س × (۲ م^2 + ص^2 — ۲ ص م)$ بلکه $ق ص م — ق م^2 = ۲ س م^2 + س ص^2 — ۲ س م ص$ وازین سبب $۲ س م^2 + ق م^2 — ۲ س م ص — ق ص م = — س ص^2$ پس اگر بحروف عمل کنم $م^2 — ص م = — \frac{س ص^2}{۲ س + ق}$ بلکه $م^2 — ص م + \frac{ص^2}{۴} = \frac{ص^2}{۴} — \frac{س ص^2}{۲ س + ق}$ بلکه $م — \frac{ص}{۲} = \sqrt{\frac{ص^2}{۴} — \frac{س ص^2}{۲ س + ق}}$ بلکه $م — \frac{ص}{۲} = \sqrt{\frac{ص^2 × (ق — ۲ س)}{(ق + ۲ س) × ۴}}$ بلکه $م = \frac{ص}{۲} × \sqrt{\frac{ق — ۲ س}{ق + ۲ س}} + \frac{ص}{۲}$ واگر بعدد عمل کنم $۴ م^2 + ۵ م^2 — ۴ × ۶۰ م — ۵ × ۶۰ م = — ۲ × ۳۶۰۰$ بلکه $۹ م^2 — ۵۴۰ م = — ۷۲۰۰$ بلکه $م^2 — ۶۰ م = — ۸۰۰$ بلکه $م^2 — ۶۰ م + ۹۰۰ = ۱۰۰$ بلکه $م — ۳۰ = ۱۰$ بلکه $م = ۴۰ =$ اعظم و $۲۰ =$ اصغر * سؤال چهل وهشتم کدام دو عدد اند که مسطح آنها ۳۲۰ ونسبت تفاضل مکعبین آنها بطرف مکعب تفاضل مابین آنها چون نسبت ۶۱) الی الواحد است ؛ جواب عدد اعظم را م واصغر را ک فرض کردم پس تفاضل مابین آنها $م — ک$ وچون ۳۲۰ را ص فرض نمودم پس $م ک = ص$ بحسب السؤال ونسبت $م^3 — ک^3$ که تفاضل مکعبین است بطرف $(م — ک)^3$ مثل نسبت ۶۱) الی الواحد است بحسب السؤال بلکه $م^3 — ک^3 : م^3 — ۳ م^2 ک + ۳ ک^2 م — ک^3 :: ۶۱ : ۱$ وهرگاه فصل النسبة گرفتم پس $۳ م^2 ک — ۳ ک^2 م : م^3 — ۳ م^2 ک + ۳ ک^2 م — ک^3 :: ۶۰ : ۱$ بلکه $۳ م ک × (م — ک) : (م — ک)^2 × (م — ک) :: ۶۰ : ۱$ وبحسب نسبت

منقسمه اگر مقدمین را بر م − ک قسمت کنم پس نسبت ۳ ه ک : $(م - ک)^{۲}$ :: ۶۰ : ۱
و چون م ک = ه) است پس ۳ ه : $(م - ک)^{۲}$ :: ۶۰ : ۱ وبحسب مسطح الطرفین
والوسطین $(م - ک)^{۲} \times ۶۰ = ۳ه$ بلکه $(م - ک)^{۲} = \frac{۳ه}{۶۰}$ بلکه $(م - ک)^{۲} = \frac{ه}{۲۰} =$
۱۶ بلکه م − ک = ۴ = تفاضل مابین العددین و درینصورت م = ک + ۴ و چون م ک =
۳۲۰ بود و مقدار م را تبدیل کردم پس $ک^{۲} + ۴ک = ۳۲۰$ شد بلکه $ک^{۲} + ۴ک + ۴ =$
۳۲۴ بلکه ک + ۲ = ۱۸ بلکه ک = ۱۶ = اصغر و اعظم = ۲۰ و بطریق دیگر اگر نصف تفاضل
عددین را م فرض کنم و اعظم را ک + م پس اصغر ک − م شد پس $ک^{۲} - م^{۲} = ه$ اعنی
۳۲۰ بحسب السؤال و نسبت $(ک + م)^{۳} - (ک - م)^{۳}$ بطرف $(۲م)^{۳}$ مثل نسبت ۶۱
بطرف واحد است و بحسب مسطح الطرفین والوسطین $(ک + م)^{۳} - (ک - م)^{۳} = ۶۱ \times$
$(۲م)^{۳}$ بلکه $ک^{۳} + ۳ک^{۲}م + ۳کم^{۲} + م^{۳} - ک^{۳} - ۳ک^{۲}م + ۳کم^{۲} - م^{۳}) = ۶۱ \times ۸م^{۳}$
بلکه $۶ک^{۲}م + ۲م^{۳} = ۶۱ \times ۸م^{۳}$ و هرگاه این معادله را بر ۲ م قسمت نمودم $۳ک^{۲} + م^{۲} = ۶۱ \times ۴م^{۲}$
و چون $ک^{۲} - م^{۲} = ه$ بود و هرگاه سه امثال این معادله را از معادلهٔ حاصل نسبت ساقط نمودم
پس $۴م^{۲} = ۶۱ \times ۴م^{۲} - ۳ه$ بلکه $۴م^{۲} + ۳ه = ۶۱ \times ۴م^{۲}$ بلکه $م^{۲} + \frac{۳ه}{۴} = ۶۱م^{۲}$ بلکه $\frac{۳ه}{۴}$
$= ۶۰م^{۲}$ بلکه $م^{۲} = \frac{۳ه}{۶۰ \times ۴} = \frac{۹۶۰}{۲۴۰} = ۴$ بلکه م = ۲ = نصف تفاضل پس ۴ =
تفاضل و ازین سبب رجوع بعددین مذکورین میشود ۞ سؤال چهل و نهم مزارعی
وزنی معین از گندم بهفت دینار و چهار پنجم فروخت و بهمین مبلغ بعینه قدری
از جو فروخت لیکن قیمت جو فی من از قیمت گندم فی من بقدر سه چهارم کم
بود و وزن جو از وزن گندم بقدر ۱۶ من زیاده بود پس چند من گندم و چند من
جو فروخت کرد ۞ جواب عدد قیمت معلوم را که ($۷\frac{۱}{۵}$) است ه و تفاضل اوزان را
که ۱۶ من است ب و تفاضل قیمت را که $\frac{۳}{۴}$ است ط و عدد وزن گندم را م فرض کردم
پس م + ب عدد وزن جو شد و درینصورت $\frac{ه}{م}$ = قیمت گندم فی من و $\frac{ه}{م + ب} =$
قیمت جو فی من و بدین سبب $\frac{ه}{م} - \frac{ه}{م + ب} = ط$ بحسب السؤال بلکه ه م + ه ب −

۴ مر = مر^{2}ط + مر ب ط بلکه ۴ ب = مر^{2}ط + مر ب ط بلکه مر^{2} + ب مر = $\frac{\text{۴ ب}}{\text{ط}}$ بلکه مر^{2} +
ب مر + $\frac{\text{ب}^{2}}{\text{۴}}$ = $\frac{\text{۴ ب}}{\text{ط}}$ + $\frac{\text{ب}^{2}}{\text{۴}}$ = $\frac{\text{۱۶} \times \text{۷} \frac{\text{۱}}{\text{۵}}}{\frac{\text{۳}}{\text{۴۰}}}$ + ۶۴ بلکه مر^{2} + ۱۶ مر + ۶۴ = ۱۶۰۰
بلکه مر + ۸ = ۴۰ بلکه مر = ۳۲ = وزن گندم و ۴۸ = وزن جو ❊ سؤال پنجاهم شخصی دو قطعهٔ پارچه از صنفین مختلفین فروخت و قیمت پارچهٔ اعلی چهار دینار فی ذراع زیاده از قیمت فی ذراع قسم ادنی است و قسم ادنی ده ذراع زیاده از قسم اعلی است و قیمت جنس اعلی ۳۶۰ دینار و قیمت جنس ادنی ۳۲۰ دینار گردید پس هر قسم چند ذراع بود ؛ جواب مقدار ذراع قسم اعلی را مر فرض کردم پس جنس ادنی مر + ۱۰ شد و درینصورت $\frac{\text{۳۶۰}}{\text{مر}}$ = قیمت فی ذراع جنس اعلی و $\frac{\text{۳۲۰}}{\text{مر + ۱۰}}$ = قیمت فی ذراع جنس ادنی درینصورت $\frac{\text{۳۶۰}}{\text{مر}}$ − ۴ = $\frac{\text{۳۲۰}}{\text{مر + ۱۰}}$ بحسب السؤال بلکه ۳۶۰ مر + ۳۶۰۰ − ۴ مر^{2} − ۴۰ مر = ۳۲۰ مر بلکه ۳۲۰ مر + ۳۶۰۰ − ۴ مر^{2} = ۳۲۰ مر بلکه ۳۶۰۰ = ۴ مر^{2} بلکه مر^{2} = ۹۰۰ بلکه مر = ۳۰ = ذراع جنس اعلی و ۴۰ = ذراع جنس ادنی ❊ سؤال پنجاه و یکم کدام دو عدد اند که مسطح آنها مساوی تفاضل مربعین آنها است و مجموع مربعین آنها مساوی تفاضل مکعبین آنها است ؛ جواب اصغر را مر و اکبر را مرک قرار دادم درینصورت مر × مرک اعنی مسطح العددین = $\text{مر}^{2}\text{ک}^{2}$ − مر^{2} اعنی تفاضل مربعین و $\text{مر}^{2}\text{ک}^{2}$ + مر^{2} اعنی مجموع المربعین = $\text{مر}^{3}\text{ک}^{3}$ − مر^{3} اعنی تفاضل المکعبین بلکه مر^{2}ک = $\text{مر}^{2}\text{ک}^{2}$ − مر^{2} و هرگاه این را بر مر^{2} قسمت کردم پس ک = ک^{2} − ۱ وچون $\text{مر}^{2}\text{ک}^{2}$ + مر^{2} = $\text{مر}^{3}\text{ک}^{3}$ − مر^{3} بود و هرگاه آنرا هم بر مر^{2} قسمت نمودم ک^{2} + ۱ = مرک^{3} − مر و ازین سبب ک + ۱ = ک^{2} بلکه ک^{2} − ک = ۱ بلکه ک^{2} − ک + $\frac{\text{۱}}{\text{۴}}$ = $\frac{\text{۵}}{\text{۴}}$ پس ک − $\frac{\text{۱}}{\text{۲}}$ = $\sqrt{\frac{\text{۵}}{\text{۴}}}$ = $\sqrt{\frac{\text{۵} \times \text{۱}}{\text{۴}}}$ = $\frac{\text{۱}}{\text{۲}} \times \sqrt{\text{۵}}$ بلکه ک = $\frac{\text{۱}}{\text{۲}} \times \sqrt{\text{۵}}$ + $\frac{\text{۱}}{\text{۲}}$ = $\frac{\text{۱} + \sqrt{\text{۵}}}{\text{۲}}$ وچون ک^{2} + ۱ = مرک^{3} − مر بود و هرگاه این معادله را بر ک^{3} − ۱ قسمت نمودم پس مر = $\frac{\text{ک}^{2} + \text{۱}}{\text{ک}^{3} - \text{۱}}$ وچون ک^{2} = ک + ۱ بود پس ک^{3} = ک^{2} +

ک = ۲ ک + ۱ پس ک۲ − ۱ = ۲ ک وازین سبب م = (ک + ۲)/(۲ ک) = ک/(۲ ک) +

۲/(۲ ک) + ۱/۲ = ۱/ک + ۱/۲ = ۱/((√۵ + ۱)/۲) + ۱/۲ = ۱/(√۵/۲ + ۱/۲) + ۱/۲ = ۲/(√۵ + ۱)

وهرگاه مقسوم ومقسوم علیه را در √۵ − ۱ ضرب نمودم پس م = ۱/۲ + (۲ (√۵ − ۲))/۴ = ۱/۲ +

√۵/۲ − ۱/۲ = √۵/۲ = ۱/۲ √۵ وچون ک = (√۵ + ۱)/۲ و م = ۱/۲ √۵ است پس م ک =

(√۵ × (√۵ + ۱))/(۲ × ۲) = (۵ + √۵)/۴ = عدد اکبر ؏ سؤال ہجاہ ودوم شخصی

از شهرلندن روانه شهر بارک شد وشخصی دیگر همان وقت از شهر بارک روانه لندن

گردید ودر راه باهم ملاقی شدند وبعد از ملاقات در نه ساعت لندني ببارک رسید ودر

شانزده ساعت بارکي بلندن درآمد پس میخواهم که هریک درچند ساعت قطع مسافت

نمودند ؏جواب عدد ساعات قبل ملاقات را م فرض کردم پس عدد ساعات لندني م + ۹

و عدد ساعات بارکي م + ۱۶ پس ظاهر است که هرقدر مسافت را لندني در م ساعت

قطع نمود بارکي درشانزده ساعت قطع کرد وهرمسافت راکه بارکي در م ساعت قطع کرده

لندني در ۹ ساعت قطع ساخته پس ۱۶ : م :: م : ۹ است ازین سبب م۲ = ۱۴۴

پس م = ۱۲ ولهذا عدد ساعات لندني ۲۱ وعدد ساعات بارکي ۲۸ گردید ؏ سؤال ہجاہ وسوم

مبلغ ۱۹۰ درمیان سه شخص تقسیم یافت وحصهٔ هریکی علی تناسب عددی بود اعني نسبت

حصهٔ اول بطرف حصهٔ ثاني مثل نسبت حصهٔ ثاني بطرف ثالث بود وحصهٔ ثالث ازحصهٔ اول

بقدر ۵۰ زیاده است پس مقدار حصهٔ هریک چه باشد ؏جواب حصهٔ اول را م فرض کردم پس

حصهٔ ثالث م + ۵۰ شد وحصهٔ ثاني ۱۹۰ − ۲ م − ۵۰ بلکه ۱۴۰ − ۲ م شد وچون در ثلثهٔ

متناسبه مسطح اول في ثالث مساوي مربع ثاني مي شود درینصورت م۲ + ۵۰ م =

(۱۴۰ − ۲ م)۲ بلکه م۲ + ۵۰ م = ۱۹۶۰۰ − ۵۶۰ م + ۴ م۲ بلکه ۶۱۰ م = ۱۹۶۰۰

+ ۳ م۲ بلکه ۳ م۲ − ۶۱۰ م = − ۱۹۶۰۰ بلکه م۲ − ۶۱۰ م/۳ = − ۱۹۶۰۰/۳ بلکه م۲

$-\frac{۶۱۰}{۳}\text{م}+\frac{۹۳۰۲۵}{۹}=-\frac{۱۹۶۰۶}{۳}+\frac{۹۳۰۲۵}{۹}$ بلکه $\text{م}^{۲}-\frac{۶۱۰}{۳}\text{م}+\frac{۹۳۰۲۵}{۹}$
$=-\frac{۵۸۸۰۰}{۹}+\frac{۹۳۰۲۵}{۹}$ بلکه $\text{م}^{۲}-\frac{۶۱۰}{۳}\text{م}+\frac{۹۳۰۲۵}{۹}=\frac{۳۴۲۲۵}{۹}$ بلکه
$\text{م}-\frac{۳۰۵}{۳}=\frac{۱۸۵}{۳}$ پس اگر جذر مثبت فرض کنم $\text{م}=\frac{۴۹۰}{۳}$ می‌شود وخارج قسمت
صحیح نمی براید لهذا جذر را منفي فرض کردم پس $\text{م}=-\frac{۱۸۵}{۳}+\frac{۳۰۵}{۳}=\frac{۱۲۰}{۳}=$
$۴۰=$ حصهٔ اول و $۴۰+۵۰=۹۰=$ حصهٔ ثالث و $[۴۰\times۹۰=۳۶۰۰]=۶۰=$ حصهٔ
ثاني * سؤال پنجاه وچهارم شخصی دو قطعه تمسک کدام مهاجن که آنرا بزبان هندي تیپ
وبزبان انگریزي لوت خوانند یکی مشتمل یکصد وبیست دینار بوعدهٔ ششماه بود ودیگر
مشتمل یکصد وپنجاه دینارکه بوعدهٔ نه ماه بود بعد وضع $۸\frac{۱}{۲}$ دینار بابت انتفاع بدست دیگری
فروخت پس مقدار انتفاع في دینار سالیانه چه باشد ∴ جواب انتفاع في دینار سالیانه را م
فرض کردم پس در ششماه في دینار $\frac{\text{م}}{۲}$ مقدار انتفاع شد ودر نه ماه في دینار $\frac{۳\text{م}}{۴}$ وچون ۱۲۰
مجموع قیمت وانتفاع است درینصورت $\frac{۱۲۰}{\frac{\text{م}}{۲}+۱}=$ قیمت تمسک اول وهمچنین $\frac{۱۵۰}{\frac{۳\text{م}}{۴}+۱}$
$=$ قیمت تمسک ثاني وازین سبب $\frac{۱۲۰}{\frac{\text{م}}{۲}+۱}+\frac{۱۵۰}{\frac{۳\text{م}}{۴}+۱}=۱۲۰+۱۵۰-۸\frac{۱}{۲}=۲۶۱\frac{۱}{۲}$
بحسب السؤال بلکه $۱۲۰+\frac{۱۵۰+۷۵\text{م}}{\frac{۳\text{م}}{۴}+۱}=۲۶۱\frac{۱}{۲}+\frac{۲۶۱\frac{۱}{۲}\text{م}}{۲}=\frac{۵۲۳}{۲}+$
$\frac{۵۲۳}{۴}\text{م}$ بلکه $۱۲۰+\frac{۳۶۰}{۴}\text{م}+۷۵\text{م}+۱۵۰=\frac{۵۲۳}{۲}+\frac{۵۲۳}{۴}\text{م}+\frac{۱۵۶۹}{۸}\text{م}$
$+\frac{۱۵۶۹}{۱۶}\text{م}^{۲}$ بلکه $۲۷۰+۱۶۵\text{م}=\frac{۲۰۹۲+۱۰۴۶\text{م}+۱۵۶۹\text{م}}{۸}+\frac{۱۵۶۹}{۱۶}\text{م}^{۲}$
$=۲۶۱\frac{۱}{۲}+۳۲۶\frac{۷}{۸}\text{م}+۹۸\frac{۱}{۱۶}\text{م}^{۲}$ بلکه $۸\frac{۱}{۲}=۱۶۱\frac{۷}{۸}\text{م}+۹۸\frac{۱}{۱۶}\text{م}^{۲}$
بلکه $۱۳۶=۲۵۹۰\text{م}+۱۵۶۹\text{م}^{۲}$ بلکه $\text{م}^{۲}+\frac{۲۵۹۰}{۱۵۶۹}\text{م}=\frac{۱۳۶}{۱۵۶۹}$ بلکه $\text{م}^{۲}+\frac{۲۵۹۰}{۱۵۶۹}\text{م}$

قسم

$$\left(\frac{۱۲۹۴}{۱۴۶۹}\right)^{۲} + \frac{۱۳۶}{۱۴۶۹} = \left(\frac{۱۲۹۴}{۱۴۶۹}\right)^{۲}$$ بلکه مر + $\frac{۲۲۹۴}{۱۴۶۹} = \left[\left(\frac{۱۲۹۴}{۱۴۶۹}\right)^{۲} + \frac{۱۳۶}{۱۴۶۹}\right] =$

$\left[\frac{۱۲۹۴ \times ۱۲۹۴ + ۱۴۶۹ \times ۱۳۶}{(۱۴۶۹)^{۲}}\right]$ بلکه مر $= \frac{۱۲۹۴ - ۱۸۹۳۰۹}{۱۴۶۹} = \frac{۴۰۹۳}{۱۰۰۰۰۰}$ ٭

سؤال پنجاه و پنجم زید و عمرو در تجارت هر واحد ۴۹۴۰ دینار مع اصل و انتفاع حاصل کردند و انتفاع زید في صد از انتفاع عمرو بقدر ۲ دینار زائد بود و مجموع انتفاع زید از مجموع انتفاع عمرو ۱۰۰ دینار زائد است پس انتفاع هریک في صد چه باشد و چه اصل و چه انتفاع هریکی است ٭ جواب قدر انتفاع زید را که في صد است مر فرض کردم پس قدر انتفاع عمرو في صد مر − ۲ شد و مجموع اصل و انتفاع هریکی که ۴۹۴۰ که مساوی یک دیگر است ب فرض ساختم و ۱۰۰) را ط فرض کردم درینصورت نسبت ط + مر الی مر مثل نسبت ب الی انتفاع زید است زیراکه ط + مر مجموع اصل و انتفاع في صد است و ب نیز مجموع اصل انتفاع رأس المال درینصورت انتفاع زید = (ب مر)/(ط + مر) بحسب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه و همچنین نسبت ط + مر − ۲) الی مر − ۲ مثل نسبت ب الی انتفاع عمرو پس انتفاع عمرو (ب مر − ۲ ب)/(ط + مر − ۲) شد و ازین سبب (ب مر)/(ط + مر) − (ب مر − ۲ ب)/(ط + مر − ۲) = ۱۰۰ بحسب السؤال بلکه ط ب مر + ب مر^۲ − ۲ ب مر − ط ب مر − ب مر^۲ + ۲ ب ط + ۲ ب مر = ۱۰۰ ط^۲ + ۱۰۰ مر^۲ + ۲۰۰ ط مر − ۴۰۰ ط − ۲۰۰ مر بلکه ۲ ب ط = (ط^۲ + مر^۲ + ۲ ط مر − ۲ ط − ۲ مر) × ۱۰۰ بلکه (۲ ب ط)/۱۰۰ = ط^۲ + مر^۲ + ۲ ط مر − ۲ ط − ۲ مر بحسب القسمة علی ۱۰۰ بلکه (۲ ب ط)/۱۰۰ − ط^۲ + ۲ ط = مر^۲ + (۲ ط − ۲) × مر و بحسب العدد ۱۱۸۸۰ − ۱۰۰۰۰ + ۲۰۰ = مر^۲ + ۱۹۸ مر بلکه ۲۰۸۰ = مر^۲ + ۱۹۸ مر بلکه مر^۲ + ۱۹۸ مر + ۹۸۰۱ = ۲۰۸۰ + ۹۸۰۱ = ۱۱۸۸۱ بلکه مر + ۹۹ = ۱۰۹ بحسب التجذیر بلکه مر = ۱۰۹ − ۹۹ = ۱۰ = انتفاع في صد مال زید و ۸ = انتفاع في صد مال عمرو پس بطریق اربعهٔ متناسبهٔ اول چون نسبت ۱۱۰ بطرف ۱۰ مثل نسبت ۴۹۴۰ بطرف انتفاع زید است درینصورت ۴۹۴۰۰/۱۱۰ = ۴۴۰ = انتفاع زید و همچنین انتفاع عمرو و مقدار اصل هریک می توان براورد ٭ سؤال پنجاه و ششم کدام چهار عدد

که علی نسبت متوالیهٔ هندسی اند ومجموع اصغرین ۲۰ ومجموع اعظمین ۴۵ ؛ جواب ۲۰ معلوم را ح فرض کردم و ۴۵ معلوم را ب وعدد اول را م وثالث را ك فرض نمودم پس عدد ثانی ح − م وعدد رابع ب − ك شد وچون م : ح − م :: ك : ب − ك است درینصورت ب م − ك م = ح ك − ك م بلکه ب م = ح ك ونیزچون م : ح − م :: ح − م : ك است پس م ك = (ح − م)^۲ وچون بموجب معادلهٔ اولی ك = ب م / ح بود وهرگاه درمعادلهٔ ثانی مقدار ك را تبدیل کنم پس ب م^۲ / ح = (ح − م)^۲ وبالتجذیر م × [ب / ح] = ح − م وبالعدد م × [۹ / ۴] = ۲۰ − م بلکه ۳ م = ۴۰ − ۲ م بلکه ۵ م = ۴۰ بلکه م = ۸ = عدد اول وچون ك = ب م / ح = ۳۶۰ / ۲۰ = ۱۸ = عدد ثالث پس ثانی = ۱۲ ورابع = ۲۷ برامد ❊ سؤال پنجاه وهفتم مبلغ هفصد دینار درمیان چهار اشخاص قسمت شد بحیثیتیکه نسبت بین الحصص متوالیهٔ هندسی است ونسبت تفاضل الطرفین بطرف تفاضل الوسطین مثل نسبت ۳۷) الی ۱۲) است پس مقدار هریک حصه چه باشد ؛ جواب ۷۰۰ را ح و ۳۷ را س و ۱۲ را ق فرض کردم ومقدار نسبت را ك وعدد اول را م فرض نمودم پس عدد ثانی م ك وعدد ثالث م ك^۲ وعدد رابع م ك^۳ شد پس م + م ك + م ك^۲ + م ك^۳ = ح بحسب السؤال وهمچنین م ك^۳ − م : م ك^۲ − م ك :: س : ق است پس ق × (م ك^۳ − م) = س × (م ك^۲ − م ك) بلکه ق × (ك^۳ − ۱) = س × (ك^۲ − ك) = س ك × (ك − ۱) بلکه ك^۳ − ۱ = س ك / ق × (ك − ۱) وهرگاه این معادله را بر ك − ۱ قسمت نمودم خارج ك^۲ + ك + ۱ = س ك / ق بلکه ك^۲ + ك − س ك / ق = −۱ بلکه ك^۲ − (س − ق) / ق ك = −۱ بلکه ك^۲ − (س − ق) / ق ك + (س − ق)^۲ / ۴ ق^۲ = (س^۲ − ۲ س ق + ق^۲) / ۴ ق^۲ − ۱ = (س^۲ − ۲ س ق − ۳ ق^۲) / ۴ ق^۲ بلکه ك = [(س^۲ − ۲ س ق − ۳ ق^۲) − س + ق] / ۲ ق وبالعدد ك^۲ + ك + ۱ = ۳۷ / ۱۲ ك = ۳ ۱/۱۲ ك بلکه ك^۲ − ۲ ۱/۱۲ ك = −۱ بلکه ك^۲ − ۲ ۱/۱۲ ك +

۱ ۴۹/۵۷۶ =± ۱ + ۴۹/۵۷۶ = ۱ ۴۹/۵۷۶ بلکه ک − ۱ ۱/۲۴ = ۱ ۷/۲۴ بلکه ک = ۱ ۸/۲۴ = ۱ ۱/۳

وچون مقدار ک را تبدیل کردم پس م + ۱ ۱/۳ م + ۱۶/۹ م + ۶۴/۲۷ م = ۲۷۰۰ بلکه ۱۷۵/۲۷ م = ۷۰۰ بلکه ۱۷۵ م = ۲۷ × ۷۰۰ بلکه م = ۲۷ × ۷۰۰ / ۱۷۵ = ۷۰۰ × ۲۷ / ۱۷۵ = ۱۸۹۰۰ / ۱۷۵ = ۱۰۸

= عدد اول پس ۱۰۸ × ۴/۳ = ۱۴۴ = عدد دوم و ۱۰۸ × ۱۶/۹ = ۱۹۲ = عدد سوم و ۱۰۸ × ۶۴/۲۷ = ۲۵۶ = عدد چهارم بلکه ۱۰۸ + ۱۴۴ + ۱۹۲ + ۲۵۶ = ۷۰۰ وهوالمطلوب ٭

سؤال پنجاه وهشتم کدام چهار عدد اند علی نسبت متوالیهٔ عددیه که مجموع آنها ۵۶ و مجموع مربعات آنها ۸۶۴) است ٭ جواب عدد اول را م و عدد تفاضل متوالیه را ک فرض کردم پس عدد اول = م عدد ثاني = (م + ک) عدد ثالث = (م + ۲ک) عدد رابع = (م + ۳ک) ومجموع اینها = ۵۶ بلکه ۴م + ۶ک = ۵۶ بلکه ۲م + ۳ک = ۲۸ وهمچنین م² + (م + ک)² + (م + ۲ک)² + (م + ۳ک)² = ۸۶۴ بلکه ۴م² + ۱۲ مک + ۱۴ک² = ۸۶۴ وهرگاه معادلهٔ اولی را تربیع کردم ۴م² + ۱۲ مک + ۹ک² = ۷۸۴ واین را از معادلهٔ ثاني ساقط کردم ۵ک² = ۸۰ شد بلکه ک² = ۸۰/۵ = ۱۶ بلکه ک = ۴ وهرگاه در معادلهٔ اولی مقدار ک را تبدیل نمودم ۲م + ۱۲ = ۲۸ گردید بلکه ۲م = ۱۶ بلکه م = ۸ = عدد اول پس ۱۲ = عدد دوم و ۱۶ = عدد سوم و ۲۰ = عدد چهارم ٭ سؤال پنجاه ونهم قاصدی ازجائي روانه موضعي شد که فاصلهٔ ۱۴۰ میل داشت وروز اول ۲۶ میل راه قطع نمود و روز دوم ۲۴ میل وهمچنین هرروز ۲ میل کم می رفت پس در چند روز بمنزل رسید ٭ جواب چون درینجا توالي اعداد نزولا واقع شد وعدد تفاضل متناقصه ۲ است وچون در اعداد متوالیهٔ عددیه مقدار عدد اخیر مساوي مجموع عدد اول ومسطح تفاضل في عدد العدة الا واحد می شود توالي صعودي باشد خواه نزولي لهذا هرگاه ۱۴۰ را م و ۲۶ را ط و ۲ را سه فرض کردم و عدد ایام سفر را م قرار دادم وچون عدد عدة م است وعدد اول ط پس ط − (م − ۱) × سه = عدد اخیر شد وچون مجموع اعداد متوالیه مساوي مسطح مجموع عدد اول واخیر في نصف العدة مي باشد

درینصورت (۲ ط − (مر − ۱) × سہ) × مر/۲ = ع بلکہ (۲ ط مر − (مر۲ سہ − مر سہ)) / ۲ = ع بلکہ

۲ ط مر − مر۲ سہ + مر سہ = ۲ ع بلکہ مر۲ سہ − (۲ ط + سہ) مر = − ۲ ع بلکہ مر۲ − (۲ ط + سہ) / سہ مر = − ۲ ع / سہ

بلکہ مر۲ − (۲ ط + سہ) / سہ مر + (۲ ط + سہ)۲ / ۴ سہ۲ = − ۲ ع + (۲ ط + سہ)۲ / ۴ سہ۲ = (۴ ط۲ + ۴ ط سہ + سہ۲) / ۴ سہ۲ −

۲ سہ ع / سہ۲ = (۴ ط۲ + ۴ ط سہ + سہ۲ − ۸ ع سہ) / ۴ سہ۲ = (ط۲ + ط سہ + ¼ سہ۲ − ۲ ع سہ) / سہ۲ وبالعدد مر۲ − ۲۷ مر +

۱۸۲ ¼ = − ۱۴۰ + ۱۸۲ ¼ = ۴۲ ¼ بلکہ مر − ۱۳ ½ = − ۶ ½ بلکہ مر = − ۶ ½ +

۱۳ ½ = ۷ = ایام سفر ❊ سؤال شصتم شخصی ازجائی روانۂ جای دیگر شد ودریک ساعت چهار میل قطع مسافت می نمود وعقب آن شخصی دیگر بعد دوساعت وسہ ربع ساعت یعنی بعد یازده ربع ساعت از روانگی شخص اول روانہ گردید باراده اینکه با شخص اول ملحق شود وآن شخص دوم دریک ساعت اول چهارمیل ونصف میل قطع نمود ودرساعت دوم چهارمیل وسہ ربع میل قطع کرد وهمچنین درهرساعت یک ربع میل می افزود پس درچند ساعت باشخص اول ملحق گردید ❊ جواب ۴ میل راکہ شخص اول دریک ساعت قطع میکند ع و ۱۱) راکہ شخص اول قبل از روانگی شخص دوم قطع نموده ب و ½ ۴ میل راکہ شخص دوم درساعت اول قطع نمود ط و ¼ میل راکہ عدد تزاید ساعات دیگر علی التوالی است سہ وعدد ساعات راکہ دران شخص دوم باشخص اول ملحق شد مر فرض کردم وچون شخص دوم علی نسبت توالی عددی قطع مسافت نمود درینصورت ط + (مر − ۱) × سہ = عدد اخیر امیال کہ آنرا شخص دوم قطع نمود پس (۲ ط + (مر − ۱) سہ) مر/۲ = کل مسافت شخص دوم کہ در مر ساعت قطع نمود و ع مر = مسافت شخص اول کہ در مر ساعت قطع کرده

درینصورت (۲ ط + (مر − ۱) سہ) مر/۲ = ع مر + ب پس بالضرورة مر ط + (مر۲ سہ − مر سہ) / ۲

= ع مر + ب بلکہ ۲ ط مر + مر۲ سہ − مر سہ = ۲ ع مر + ۲ ب بلکہ سہ مر۲ + (۲ ط − سہ) مر =

۲ ع مر + ۲ ب بلکہ سہ مر۲ + (۲ ط − ۲ ع − سہ) مر = ۲ ب بلکہ مر۲ + (۲ ط − ۲ ع − سہ) / سہ مر

+ (٢ط − ٢م − س)² / ٤س² = ٢ب / س + (٢ط − ٢م − س²)² / ٤س² و بحسب العدد م² + ٣م +

¼ ٢ = ٨٨ + ¼ ٢ = ¼ ٩٠ بلکه م + ½ ١ = ½ ٩ بلکه م = ٨ = ساعات قطع مسافت
شخص دوم ٭ سؤال شصت و یکم کدام چهار عدد متوالیهٔ عددیه اند که اگر برانها ٢ و ٤ و ٨ و ١٥
علی التناظر افزوده شود باهم متوالیهٔ هندسی شوند ٭ جواب عدد اول را م و عدد تفاضل را
ک فرض کردم پس عدد اول م و ثانی م + ک و ثالث م + ٢ک و رابع م + ٣ک
شد وهرگاه برآنها اعداد مذکوره افزودم م + ٢ و م + ک + ٤ و م + ٢ک + ٨ و م + ٣ک
+ ١٥ متوالیهٔ هندسی شدند بحسب السؤال پس م + ٢ : م + ک + ٤ :: م + ک + ٤ : م
+ ٢ک + ٨ درینصورت بحسب مسطح الطرفین والوسطین م² + ٢م ک + ٤ک + ١٠م
+ ١٦ = م² + ٢م ک + ٨م + ک² + ٨ک + ١٦ بلکه ٢م = ک² + ٤ک وهمچنین چون
م + ٢ : م + ک + ٤ :: م + ٢ک + ٨ : م + ٣ک + ١٥ پس م² + ٣م ک +
١٧م + ٦ک + ٣٠ = م² + ٣م ک + ١٢م + ٢ک² + ١٦ک + ٣٢ بلکه ٥م = ٢ک²
+ ١٠ک + ٢ وهرگاه معادلهٔ اولی را تضعیف نموده از معادلهٔ ثانی ساقط کردم باقی م =
٢ک + ٢ گردید وچون درمعادلهٔ اولی مقدار م را تبدیل کنم پس ٤ک + ٤ = ک² +
٤ک بلکه ک² = ٤ بلکه ک = ٢ وازین سبب م = ٦ = عدد اول و ٨ عدد دوم و ١٠
عدد سوم و ١٢ عدد چهارم ٭ سؤال شصت و دوم کدام دو عدد اند که مسطح آنها ص معلوم است
و مجموع مکعبین آنها نیز ب معلوم است ٭ جواب اعظم را م و اصغر را ک فرض کردم پس م ک
= ص و م³ + ک³ = ب بحسب السؤال وهرگاه معادلهٔ اولی را مکعب و معادلهٔ ثانی را مربع
نمودم پس مکعب معادلهٔ اولی م³ک³ = ص³ و مربع معادلهٔ ثانی م⁶ + ٢م³ک³ + ک⁶ = ب²
وهرگاه مکعب معادلهٔ اولی را در چهار ضرب نموده از مربع معادلهٔ ثانی ساقط نمودم باقی
م⁶ − ٢م³ک³ + ک⁶ = ب² − ٤ص³ بلکه بحسب التجذیر م³ − ک³ = √(ب² − ٤ص³) وچون
م³ + ک³ = ب بود بران افزودم مجموع آن ٢م³ = ب + √(ب² − ٤ص³) شد بلکه م³ =

(ب + √(ب² − ٤ص³)) / ٢ بلکه م = ∛((ب + √(ب² − ٤ص³)) / ٢) و ک = ص / م = ص / ∛((ب + √(ب² − ٤ص³)) / ٢)

وبطریق دیگر چون $م ک = ح$ پس $ک = \frac{ح}{م}$ و ازین سبب $م^{۳} + \frac{ح^{۳}}{م^{۳}} = ب$ بحسب السؤال بلکه

$م^{۶} + ح^{۳} = ب م^{۳}$ بلکه $م^{۶} - ب م^{۳} = - ح^{۳}$ بلکه $م^{۶} - ب م^{۳} + \frac{ب^{۲}}{۴} = \frac{ب^{۲}}{۴} - ح^{۳}$ بلکه $م^{۳} - \frac{ب}{۲} =$

$\sqrt{\frac{ب^{۲}}{۴} - ح^{۳}} = \sqrt{\frac{ب^{۲} - ۴ ح^{۳}}{۴}}$ بلکه $م^{۳} = \frac{\sqrt{ب^{۲} - ۴ ح^{۳}} + ب}{۲}$ پس رجوع بطریق اول نمود *

فایده از مثال مذکور قانون کلی برای استخراج معادلهٔ کعبی (مسترجان گاردن) نامی مستنبط نموده چنانچه جناب تفضل حسین خان مرحوم نقل کرده اند بدین طریق که اگر مجموع عددین را د فرض کنم پس $م + ک = د$ شد و درینصورت $د^{۳} = م^{۳} + ۳ م^{۲} ک + ۳ م ک^{۲} + ک^{۳}$ بحسب التکعیب بلکه $د^{۳} = م^{۳} + ک^{۳} + (۳ م ک) \times (م + ک)$ است بحسب انحلال الی المضروبین بلکه $د^{۳} = م^{۳} + ک^{۳} + ۳ ح \times د$ شد چراکه $ح = م ک$ و $د = م + ک$ است و بالنقل $د^{۳} - ۳ ح د = م^{۳} + ک^{۳} = ب$ بحسب مساوات مجموع مکعبین وچون بموجب مثال مذکور مقدار م و مقدار ک معلوم شد و مجموع آن مقدار د است

پس ضرورة $د = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲} ب + \frac{۱}{۲} \sqrt{ب^{۲} - ۴ ح^{۳}}} + \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲} ب + \frac{۱}{۲} \sqrt{ب^{۲} - ۴ ح^{۳}}} =$ ضلع اول

$د^{۳} - ۳ ح د = ب$ پس اگر جزؤ ثانی را که سلبی است ایجابی فرض کنم اعنی $- ۳ ح = ط$

فرض کنم بلکه $\frac{ط}{۳} = - ح$ درینصورت $د = \sqrt[۳]{\frac{ب}{۲} + \sqrt{\frac{ب^{۲}}{۴} + \frac{ط^{۳}}{۲۷}}} - \sqrt[۳]{\frac{ب}{۲} + \sqrt{\frac{ب^{۲}}{۴} + \frac{ط^{۳}}{۲۷}}}$

چراکه بسبب ایجاب جزؤ ثانی تبدیل نشان خواهد شد ضرورة فقط باید دانست در کتاب جبر و مقابلهٔ انگریزی مرقوم است که اکثر اهل ریاضی فرنگ بامتحان این قاعده را معلوم کرده اند چنانچه در مسئلهٔ پنجم مطلب چهاردهم گفتار دوم مذکور گردیده و بدانست فقیر این قاعده کلی نمی تواند شد چراکه جذر و ضلع کعب درین عمل اکثر تقریبی برمی آید پس اگر سؤال از اعداد صحیحه باشد ممکن است که استخراج قیاساً توان کرد و در کسور نهایت مشکل خواهد بود * سؤال شصت و سوم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ۲۴ و تفاضل

مکعبین آنها ۳۵۸۴ ∴ جواب ۲۴ = ۲ص و ۳۵۸۴ = ۲ب فرض کردم ونصف تفاضل
بین العددین را مر تعبیر نمودم پس ص + مر = عدد اعظم و ص − مر = عدد اصغر و ازین سبب
ص³ + مر³ + ۳ص²مر + ۳ص مر² − (ص³ − مر³ − ۳ص²مر + ۳ص مر²) = ۲ب = تفاضل مکعبین
بلکه ۲مر³ + ۶ص²مر = ۲ب بلکه مر³ + ۳ص²مر = ب و هرگاه ۳ص² = ط فرض کنم چراکه عدد
ماقبل مر است پس مر³ + ط مر = ب درینصورت بحسب قاعدهٔ مرقوم الصدر مر =

∛(ب/۲ + √(ب²/۴ + ط³/۲۷)) − ∛(√(ب²/۴ + ط³/۲۷) − ب/۲) و بحسب العدد مر = ∛(√(۲۹۸۵۹۸۴ + ۸۰۲۸۱۶) + ۸۹۶)

− ∛(√(۲۹۸۵۹۸۴ + ۸۰۲۸۱۶) − ۸۹۶) = ∛(۱۹۴۶ + ۸۹۶) تقریبا − ∛(۱۹۴۶ − ۸۹۶)

تقریبا = ۱۴ تقریبا − ۱۰ تقریبا = ۴ = نصف تفاضل العددین و ازین سبب ۱۲ + ۴ = ۱۶
= عدد اعظم و ۱۲ − ۴ = ۸ = عدد اصغر ۞ سؤال شصت و چهارم کدام دو عدد اند که
تفاضل بینهما ۴ و مجموع مکعبیهما ۲۲۴۰) است ∴ جواب نصف مجموع العددین را مر
فرض کردم پس اعظم مر + ۲ و اصغر مر − ۲ شد و درینصورت (مر³ + ۶مر² + ۱۲مر + ۸) + (مر³ − ۶مر² + ۱۲مر − ۸) = ۲۲۴۰ بلکه ۲مر³ + ۲۴مر = ۲۲۴۰ بلکه
مر³ + ۱۲مر = ۱۱۲۰ و هرگاه ۱۲ = ط و ۱۱۲۰ = ب فرض کنم چراکه بموجب قانون که
بصدر بیان کرده شد عدد ماقبل مجهول را ط فرض کرده شده است درینصورت مر =

∛(ب/۲ + √(ب²/۴ + ط³/۲۷)) − ∛(√(ب²/۴ + ط³/۲۷) − ب/۲) زیراکه جزو ثانی ایجابی بود و بحسب العدد مر =

∛(√(۶۴ + ۳۱۳۶۰۰) + ۵۶۰) − ∛(√(۶۴ + ۳۱۳۶۰۰) − ۵۶۰) = ∛(۱۱۲۰ ۵۷/۱۰۰۰) تقریبا −

∛(۱۱۲۰ ۵۷/۱۰۰۰) = ۱۰ ۳/۱۰۰ تقریبا − ۳/۱۰۰ تقریبا = ۱۰ پس مر + ۲ = ۱۲ = عدد اعظم و مر
− ۲ = ۸ = عدد اصغر و هما العددان المطلوبان ۞ سؤال شصت و پنجم کدام دو عدد اند که
مجموع مربعین آنها ۲۰۸ و مجموع مکعبین آنها ۲۲۴۰) است ∴ جواب ۲۰۸ را ص و ۲۲۴۰ را

ب فرض کردم و نصف تفاضل عددین را ک فرض نمودم پس م + ک = اعظم و م − ک = اصغر تعبیر کردم درینصورت م^۲ + ۲ م ک + ک^۲ = مربع اعظم و م^۲ − ۲ م ک + ک^۲ = مربع اصغر و بحسب المجموع ۲ م^۲ + ۲ ک^۲ = ه بحسب السؤال و همچنین م^۳ + ۳ م^۲ ک + ۳ م ک^۲ + ک^۳ = مکعب اعظم و م^۳ − ۳ م^۲ ک + ۳ م ک^۲ − ک^۳ = مکعب اصغر و بحسب المجموع ۲ م^۳ + ۶ م ک^۲ = ب بحسب السؤال و هرگاه معادلهٔ اولی را که ۲ م^۲ + ۲ ک^۲ = ه) است در ۳ م ضرب کردم ۶ م^۳ + ۶ م ک^۲ = ۳ ه م و هرگاه ازین معادله ۲ م^۳ + ۶ م ک^۲ = ب را ساقط کنم باقي ۴ م^۳ = ۳ ه م − ب ماند بلکه م^۳ = (۳ ه م − ب)/۴ بلکه م^۳ − (۳ ه)/۴ م = − ب/۴ پس درین سؤال بقاعدهٔ کلي مذکور که در مثال های صدر مذکور گردیده استخراج نمی توان کرد چراکه اینجا مقدار سلبي است و در قاعدهٔ مذکور ایجابي مفروض شده بود درینصورت آنرا بحسب العدد تعبیر نمودم م^۳ − ۱۴۶ م = − ۴۶۰ پس هرگاه بقاعدهٔ (سرایزک نیوتن) مقسوم علیه های صحیح برای ۴۶۰ بهم رسانیدم ۱۰ و ۴ و − ۱۴ را یافتم وچون درهرسه امتحان درست است پس عدد ده = م برامد وچون ۲ م^۲ + ۲ ک^۲ = ه) است و هرگاه مقدار م را تبدیل نمودم و بعدد رجوع کردم ۲۰۰ + ۲ ک^۲ = ۲۰۸ بلکه ۲ ک^۲ = ۸ بلکه ک^۲ = ۴ بلکه ک = ۲ پس م + ک = ۱۲ = عدد اعظم و م − ک = ۸ = عدد اصغر و باید دانست که هرچند ۱۰ و ۴ و − ۱۴ هرسه از روی امتحان = م می توانند شد لیکن چون استخراج ک) از دو مقدار دیگر ممکن نیست لهذا عدد ده = م متعین گردید ❊ سؤال شصت وششم کدام چهار اعداد متوالیهٔ هندسي اند که مجموع آنها ن معلوم است و حاصل الضرب متوالیه ح ❊ جواب اصغر الوسطین را م − ک واعظم الوسطین را م + ک فرض کردم پس بحسب قاعدهٔ ثالثهٔ متناسبه (م − ک)^۲/(م + ک) = عدد اول و (م + ک)^۲/(م − ک) = عدد اخیر ازین سبب (م − ک)^۲/(م + ک) + (م − ک) + (م + ک) + (م + ک)^۲/(م − ک) = ن و نیز (م − ک)^۲/(م + ک)

× (م − ک) × (م + ک) × (م + ک)^۳ / (م − ک) = ح باکہ (م − ک)^۲ / (م + ک) × (م + ک) ×

(م + ک)^۲ / (م − ک) × (م − ک) = ح بلکہ (م − ک)^۲ × (م + ک)^۲ = ح باکہ

(م − ک) × (م + ک) = ∛ح بحسب التجذیر وچون (م − ک)^۲ / (م + ک) + (م − ک) +

(م + ک)^۲ / (م − ک) + (م + ک) = ز بود بلکہ (م − ک)^۳ + (۲ م) × (م − ک) × (م + ک)

+ (م + ک)^۳ = ز × (م − ک) × (م + ک) وچون (م − ک) × (م + ک) = ∛ح

است درینصورت ∛ح × ۲ م + (م − ک)^۳ + (م + ک)^۳ = ز ∛ح بلکہ ۲ ∛ح × م + ۲ م^۳

+ ۶ م ک^۲ = ز ∛ح وچون (م − ک) × (م + ک) = ∛ح بلکہ م^۲ − ک^۲ = ∛ح باکہ

م^۲ − ∛ح = ک^۲ لہذا ۲ ∛ح × م + ۲ م^۳ + ۶ م × (م^۲ − ∛ح) = ز ∛ح باکہ ۲ ∛ح × م

+ ۲ م^۳ + ۶ م^۳ − ۶ ∛ح × م = ز ∛ح بلکہ ۸ م^۳ − ۴ ∛ح × م = ز ∛ح بلکہ م^۳ − ½ ∛ح × م =

ز∛ح / ۸ وہرگاہ ½ ∛ح را = ۳ ہ و ز∛ح / ۸ را = ب فرض کردم وبدین سبب معادلہ

رجوع بقانون کلی مذکور گردید پس م = ∛(½ ب + ½ √(ب^۲ − ۴ ہ^۳))

+ ∛(½ ب + ½ √(ب^۲ − ۴ ہ^۳)) وہرگاہ مقدار م معلوم شد چون م^۲ − ک^۲ = ∛ح است

پس مقدار ک ہم معلوم خواہد شد چنانکہ بحسب العدد اگر گوییم ز = ۴۵ و ح = ۵۱۲۴

درینصورت ∛ح = ۷۲ باکہ ½ ∛ح = ۳۶ باکہ ۳ ہ = ۳۶ و ز∛ح / ۸ = ب = ۴۰۵

وازین سبب م = ∛(۴۰۵/۲ + ½ √((۴۰۵)^۲ − ۴ (۱۲)^۳)) + ∛(۴۰۵/۲ + ½ √((۴۰۵)^۲ − ۴ (۱۲)^۳))

= ∛(۲۰۲ ½ + √۱۵۷۱۱۳) + ∛(۲۰۲ ½ + √۱۵۷۱۱۳) = ∛(۲۰۲ ½ + ۱۹۸ ۱۸۷۴۱۱/۱۰۰۰۰۰۰)

+ ∛(۲۰۲ ½ − ۱۹۸ ۱۸۷۴۱۱/۱۰۰۰۰۰۰) = ∛(۴۰۰ ۱۸۷۴۱۱/۱۰۰۰۰۰۰) + ∛(۴۰۰ ۱۸۷۴۱۱/۱۰۰۰۰۰۰) = ۷ ۳۷/۱۰۰

شکل ۱۶۵ صفحہ ۵۷۹
شکل ۱۶۶ صفحہ ۵۸۰
شکل ۱۶۷ صفحہ ۵۸۱
قاعدہ
شکل ۱۶۸ صفحہ ۵۸۲
شکل ۱۶۹ صفحہ ۵۸۷
شکل ۱۷۰ صفحہ ۵۸۹
شکل ۱۷۱ صفحہ ۵۹
شکل ۱۷۳ اول صفحہ ۵۹۲

+ ۷۳۷/۱۰۰ (۱۲) = ۷ ۳۷/۱۰۰ + ۱ ۶۳/۱۰۰ تقریبا = ۹ وچون ک^2 = م^2 − ح پس ک^2 = ۸۱ − ۷۲ = ۹ باکه ک = ۳ وازین سبب عدد اول ۳ وعدد ثاني ۶ وثالث ۱۲ ورابع ۲۴ برامد وهو المطلوب *

مطلب هجدهم در حل بعض سؤالات که متعلق هندسه است ازروی جبر ومقابله وسؤالات مذکور درحقیقت قواعد کلیه اند که ازان حل بسیاري از سؤالات ازان جنس می تواند شد وتفضل حسین خان مرحوم از انگریزي بعربي ترجمه نموده اند *

سؤال اول اگر احد الساقین مثلث قایم الزاویه وقدر تفاضل بین الوتر وساق آخر معلوم بود پس مقدار وتر وساق مذکور چه خواهد بود * جواب ضلع معلوم را ص فرض کردم وقدر تفاضل را ق وضلع دوم را م پس مقدار وتر م + ق گردید چراکه فضل بالضرورة وتر را است وچون بموجب شکل عروس معلوم است که مربعین ضلعین مثلث قائم الزاویه مساوی مربع وتر می شود درینصورت م^2 + ۲ ق م + ق^2 اعني مربع وتر = م^2 + ص^2 اعني مجموع مربعین ضلعین وبعد اسقاط متداخلین ۲ ق م + ق^2 = ص^2 اعنی ۲ ق م = ص^2 − ق^2 وهرگاه آنرا بر ۲ ق قسمت کردم خارج م = (ص^2 − ق^2) / ۲ق اعنی ص^2 / ۲ق − ق / ۲ وهرگاه ص و ق هردو معلوم اند پس مقدار م هم که ضلع مجهول است معلوم شد ونیز ازان مقدار وتر هم براید اعنی ص^2 / ۲ق − ق / ۲ * مثلا اگر مقدار ضلع معلوم ۶ وتفاضل بین الوتر وضلع آخر ۲ پس هرگاه بخواهم که ضلع آخر را بدانم مربع ۶ راکه ۳۶) است بر ۴ که ۲ ق است قسمت کردم نه خارج شد وازان واحد ساقط نمودم چراکه ق / ۲ = ۱) است باقي ۸ ماند که مقدار ضلع آخر است ونیز اگر بر نه واحد بیفزایم ۱۰ مقدار وتر است وهذه صورته .... (شکل ١٦٤)

سؤال دوم اگر وتر زاویهٔ قائمه ومقدار تفاضل بین الساقین معلوم باشد پس مقدار ساقین چه باشند * جواب وتر را که معلوم است ص وقدر تفاضل را ق وضلع اعظم را م فرض کردم

پس ضلع اصغر $\text{م} - \text{ه}$ شد بهذه الصورة .... (شکل ۱۶۶)

وبشکل عروس $\text{م}^{۲} + (\text{م} - \text{ه})^{۲} = \text{ح}^{۲}$ وچون $(\text{م} - \text{ه})^{۲}$ درحقیقت $\text{م}^{۲} + \text{ه}^{۲}$
$- ۲\,\text{ه}\,\text{م}$ است پس $۲\,\text{م}^{۲} + \text{ه}^{۲} - ۲\,\text{ه}\,\text{م} = \text{ح}^{۲}$ است وهرگاه آنرا تنصیف نمودم
$\text{م}^{۲} + \frac{\text{ه}^{۲}}{۲} - \text{ه}\,\text{م} = \frac{\text{ح}^{۲}}{۲}$ اعنی $\text{م}^{۲} - \text{ه}\,\text{م} = \frac{\text{ح}^{۲}}{۲} - \frac{\text{ه}^{۲}}{۲}$ و مقدار نصف $\text{ح}^{۲}$ و نصف $\text{ه}^{۲}$
معلوم است درینصورت $\text{م}^{۲}$ مقابل عدد و م گردید پس بموجب مسئلهٔ ثالثهٔ
مقترنات جبریه چون عدد وشي اعني م و مقدار ه است پس $\left(\frac{\text{ه}}{۲}\right)^{۲}$ اعنی $\frac{\text{ه}^{۲}}{۴}$ را
بر $\frac{\text{ح}^{۲}}{۲} - \frac{\text{ه}^{۲}}{۲}$ که مقدار معلوم و عدد است افزودم $\frac{\text{ح}^{۲}}{۲} - \frac{\text{ه}^{۲}}{۴}$ شد وجذر آن را بر $\frac{\text{ه}}{۲}$ که نصف
عدد اشیا است افزودم مجموع مقدار م برآمد بدینصورت $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{ح}^{۲}}{۲} - \frac{\text{ه}^{۲}}{۴}} + \frac{\text{ه}}{۲}$ *
مثلاً اگر گوییم مقدار وتر معلوم ۲۰ است و تفاضل ضلعین ۴ درینصورت $\text{م} =$
$\sqrt{\frac{۴۰۰}{۲} - \frac{۱۶}{۴}} + \frac{۴}{۲} = \sqrt{۱۹۶} + ۲ = ۱۴ + ۲ = ۱۶ =$ مقدار ضلع اعظم و ۱۶
$- ۴ = ۱۲ =$ مقدار اصغر ❊ سؤال سوم اگر قاعدهٔ مثلث و ارتفاع آن که عبارت
از عمودی است که از راس المثلث بر قاعدهٔ مذکور بکشند معلوم باشد پس مقدار ضلع مربعیکه
دران مثلث واقع شود چه خواهد بود باید دانست که واقع شدن مربع درمثلث عبارت
ازان است که هر چهار زوایای مربع مماس اضلاع مثلث شوند ولامحاله دو زاویهٔ بالای
قاعدهٔ دو زاویه مماس ضلعین خواهد بود ؛ جواب چون از فحوای سؤال ظاهر است
که دو ضلع مربع یکی بالای قاعده ودومي موازی آن ودو ضلع دیگر موازی ارتفاع
خواهد بود پس هرگاه ارتفاع را ح وقاعده را ه فرض کردم وضلع مربع را م درینصورت
ضلع مربع که موازی قاعده است خط ارتفاع را تقاطع علی القوایم خواهد کرد وخط ارتفاع
منقسم بدو قسم خواهد شد یک قسم که موازي ضلعین مربع است مساوی م خواهد بود
وقسم دیگر که عمود بر ضلع فوقاني مربع است مساوی $\text{ح} - \text{م}$ وچون نسبت ضلع مربع

مذکور که موازی قاعده است مثلث دیگر اصغر درمیان مثلثی مذکور حادث می شود که مشابه مثلث اعظم است دراینصورت $\text{ع} : \text{ق} :: \text{ع} - \text{م} : \text{م}$ دراینصورت $\text{ع}\,\text{م} = \text{ع}\,\text{ق} - \text{ق}\,\text{م}$ یاکه $(\text{ع} + \text{ق}) \times \text{م} = \text{ع}\,\text{ق}$ یاکه $\text{م} = \frac{\text{ع}\,\text{ق}}{\text{ع} + \text{ق}}$ گردید * مثلا اگر قاعده ۲۰ وارتفاع ۱۲ باشد پس $\frac{12 \times 20}{12 + 20} = \frac{240}{32} = 7\frac{1}{2}$ = مقدار ضلع مربع است وهذه صورته (شکل ۱۶۷)

سؤال چهارم اگر سطحی مستطیل در مثلثی معلوم واقع شود و نسبت مساحت سطح مذکور بطرف مساحت مثلث نیز معلوم بود پس مقدار اضلاع آن سطح چه خواهد بود ؛ جواب چون در شکل مستطیل ظاهر است که دوضلع متوازیین متساویین اصغرین می باشند ودوضلع متوازیین اعظمین وضرورة دوضلع عمود برقاعده خواهد بود وسوم موازی قاعده وچهارم جزءمن القاعده خواهد بود ونیز ممکن است که در هر مثلث عمودی برضلعی از اضلاع داخل مثلث کشند دراینصورت اگر عمود مثلث راکه عبارت از ارتفاع است ع فرض کنند وقاعده را که بران عمود واقع شده س فرض نمایند ویک ضلع مستطیل که موازی عمود باشد م فرض سازند ونسبت مساحت مثلث بطرف مساحت مستطیل که معلوم است مثل نسبت س الی ق عددین معلومین بود وچون نسبت یک ضلع مستطیل که موازی قاعده است مثلثی اصغر داخل مثلث مفروضه حادث خواهد شد که مشابه مثلث مفروضه بود وچون ضلع مستطیل که موازی قاعده است عمود اعنی (ع) را تقاطع علی القوائم نمود پس ع منقسم بدوقسم گردید یکی مساوی م ودوم مقدار $\text{ع} - \text{م}$ که عمود مثلث اصغر است دراینصورت نسبت ع الی س مثل نسبة $\text{ع} - \text{م}$ الی ضلع مستطیل که موازی قاعده است خواهد بود وهرگاه بموجب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه مقدار ضلع مذکور $= \frac{\text{س}\,\text{ع} - \text{س}\,\text{م}}{\text{ع}}$ شد وچون یک ضلع مستطیل م وضلع ثانی $\frac{\text{س}\,\text{ع} - \text{س}\,\text{م}}{\text{ع}}$ پس مقدار مساحت مستطیل $= \frac{\text{ع}\,\text{س}\,\text{م} - \text{س}\,\text{م}^2}{\text{ع}}$ وچون مساحت مثلث حاصل ضرب عمود فی نصف القاعده است دراینصورت $\text{س} : \text{ق} :: \frac{\text{ع}\,\text{س}}{2} : \frac{\text{ع}\,\text{س}\,\text{م} - \text{س}\,\text{م}^2}{\text{ع}}$ بمقتضای سؤال وهرگاه بموجب

قمو

قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه $\frac{ه س^2 م - س^2 م^2}{ه} = \frac{ق ه^2 س}{2}$ گردید بلکه $2 ه س^2 م - 2 س^2 م^2 = ق ه^2 س$ و هرگاه هردو را بر $2 س^2$ قسمت نمودم $ه م - م^2 = \frac{ق ه^2}{2 س}$ باکه $ه م = \frac{ق ه^2}{2 س} + م^2$ گردید درینصورت شي مقابل عدد و مال شد پس بموجب قاعدهٔ ثاني مقترنات $م = \frac{ه}{2} \pm \sqrt{\frac{ه^2}{4} - \frac{ق ه^2}{2 س}}$ * مثلاً اگر ارتفاع مثلث ۴ ومقدار قاعده ۶ ونسبت مساحت مثلث بطرف مساحت سطح مثل نسبت سه بطرف واحد بود وچون مقدار ضلع مستطیل که موازي ارتفاع است وآنرا مجهول فرض کردم پس $م = 2 \pm \sqrt{4 - \frac{4}{3}} = 2 \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = 2 \pm 1\frac{17}{27} = 3\frac{17}{27}$ یا که $\frac{10}{27}$ اگرچه درین مثال در نسبت مساحت سطح ومثلث فی الجمله تفاوت می افتد لیکن تفاوت بسبب استخراج جذر تقریبي است فافهم هذه صورته .... (شکل ۱۶۸)

سؤال پنجم می خواهم که خط معلوم المقدار را دو قسم کنم بحیثیتیکه مسطح هردو قسم مساوي قدر معلوم یا مکسر سطح معلوم باشد ؛ جواب هرگاه مقدار خط را ه واحد القسمین را م وقدر معلوم یا مکسر سطح معلوم را ق فرض کردم پس قسم دوم را که $ه - م$ است در م ضرب کردم حاصل $ه م - م^2 = ق$ بلکه $ه م = م^2 + ق$ گردید پس رجوع بمسئلهٔ ثاني مقترنات نمود $م = \frac{ه}{2} \pm \sqrt{\frac{ه^2}{4} - ق}$ برامد * مثلاً اگرگویم خطیکه ۱۳ ذراع است آنرا دو قسم کنم بحیثیتیکه مسطح هردو قسم مساوی ۳۶ باشد که آن بحسب فرض خواه مقدار معین است خواه مقدار سطحي معلوم مفروض است پس $م = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4} - 36} = \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2} = 9$ یا که ۴ وهو المطلوب ؛ سؤال ششم میخواهم که بر خطی معلوم خطی دیگر بیفزایم بحیثیتیکه مسطح خط مع الزیادة فی الزیادة مساوی قدر معلوم باشد ؛ جواب خط معلوم را ه وخط مجهول را که زیاده شده است م وقدر معلوم را ق فرض کردم پس $(م + ه)$ ؛ $م = ق$ شد اعنی $ه م + م^2 = ق$ بلکه $م = \sqrt{\frac{ه^2}{4} + ق} - \frac{ه}{2}$ برامد * مثلاً خط معلوم ده است

وقدرمعلوم ۵۶ پس مر = √(۱۰۰/۴ + ۵۶) − ۱۰/۲ = √۸۱ − ۵ = ۹ − ۵ = ۴ پس ۱۰ + ۴ = ۱۴ و ۱۴ × ۴ = ۵۶ بامتحان صحیح برامد وازین بیان ظاهرمي شود که اگر مثلثي قائم الزاويه فرض کنم که یک ضلع آن نصف خط معلوم ویک ضلع جذر مقدار معلوم باشد پس وتر آن مساوی مجموع نصف خط معلوم وزیادت مطلوب خواهد بود درینصورت اگر مربع نصف خط معلوم را برقدرمعلوم افزوده ازجذر مجموع نصف خط را ساقط کنند باقي مقدارزیادت مطلوب است * سؤال هفتم میخواهم که خطی معلوم را دوقسم سازم بحیثیتیکه مسطح احدالقسمین في خط معلوم آخر مساوی مربع قسم آخر بود * جواب خط معلوم را م واحد القسمین را که مربع آن مطلوب است مر وقسم آخر را م − مر وخط آخر معلوم را ن فرض کنم پس (م − مر) × ن = مر² یاکه م ن = مر ن + مر² گردید پس بموجب مسئلهٔ اولای مقترنات مر = √(ن²/۴ + م ن) − ن/۲ * مثلا اگر خط معلوم ۲۴ باشد وخط معلوم آخر ۴ پس مر = √(۱۶/۴ + ۹۶) − ۴/۲ = √۱۰۰ − ۲ = ۱۰ − ۲ = ۸ = قسمی از ۲۴ و ۱۶ = قسم آخر پس ۱۶ × ۴ = (۸)² = ۶۴ می شود * سؤال هشتم میخواهم که مقدار دو خط معین کنم که مسطح آنها مساوی سطح معلوم است ومجموع مربعین آنها مساوی مربع معلوم * جواب چون ظاهراست که هرسطح معلوم الضلعین را مساوي سطحي دیگر که یک ضلع او معلوم باشد فرض می توانم کرد چه هرگاه مساحت سطح معلوم الضلعین را برضلع سطح معلوم آخر قسمت کنم وخارج راضلع آخر سطح مذکور فرض کنم پس هردو سطح متساوي خواهند بود ضرورة درینصورت مساحت سطح معلوم الضلعین را برضلع مربع که درسؤال سائل است قسمت کرده خارج راضلع آخر قرارداده م واحد الاضلاع سطح مفروضهٔ ثانیه را که مساوي ضلع مفروضه است م وضلع آخر سطح مذکور را ن وخطین مجهولین را مر و ق فرض کردم پس مر × ق = م × ن معادلهٔ اولی شد و مر² + ق² = م² معادلهٔ ثانیه گردید بحسب السؤال وهرگاه مربع ضعف معادلهٔ اولی را یک مرتبه با معادلهٔ ثانیه جمع کردم

ویک مرتبه ازمعادلۀ ثانیه ساقط نمودم پس معادلۀ ثالثه و رابعه بهم رسیدند بدینصـــورت

بالجمـــــــــــــــــــــــــــــــع

ضعف معادلۀ اولی $۲\,\text{ص}\,\text{ز} = ۲\,\text{م}\,\text{ھ}$

معادلۀ ثانیه $\text{ص}^۲ + \text{ز}^۲ = \text{ط}^۲$

معادلۀ ثالثه $\text{ص}^۲ + ۲\,\text{ص}\,\text{ز} + \text{ز}^۲ = \text{ط}^۲ + ۲\,\text{م}\,\text{ھ}$

وبالتفـــــــــــــــــــــــــــــــریق

$\text{ص}^۲ + \text{ز}^۲ = \text{ط}^۲$

$۲\,\text{ص}\,\text{ز} = ۲\,\text{م}\,\text{ھ}$

معادلۀ رابعه $\text{ص}^۲ - ۲\,\text{ص}\,\text{ز} + \text{ز}^۲ = \text{ط}^۲ - ۲\,\text{م}\,\text{ھ}$

وباســـــــــــــــــتخراج جذر معادلۀ ثالثه و رابعه

معادلۀ خامسه $\text{ص} + \text{ز} = \sqrt{\text{ط}^۲ + ۲\,\text{م}\,\text{ھ}}$

معادلۀ سادسه $\text{ص} - \text{ز} = \sqrt{\text{ط}^۲ - ۲\,\text{م}\,\text{ھ}}$

ثم بالجمـــــــــــــــــــــــــــــــع

$\text{ص} + \text{ز} = \sqrt{\text{ط}^۲ + ۲\,\text{م}\,\text{ھ}}$

$\text{ص} - \text{ز} = \sqrt{\text{ط}^۲ - ۲\,\text{م}\,\text{ھ}}$

معادلۀ سابعه $۲\,\text{ص} = \sqrt{\text{ط}^۲ + ۲\,\text{م}\,\text{ھ}} + \sqrt{\text{ط}^۲ - ۲\,\text{م}\,\text{ھ}}$

ثم بالتفـــــــــــــــــــــریق

$\text{ص} + \text{ز} = \sqrt{\text{ط}^۲ + ۲\,\text{م}\,\text{ھ}}$

$\text{ص} - \text{ز} = \sqrt{\text{ط}^۲ - ۲\,\text{م}\,\text{ھ}}$

معادلۀ ثامنه $۲\,\text{ز} = \sqrt{\text{ط}^۲ + ۲\,\text{م}\,\text{ھ}} - \sqrt{\text{ط}^۲ - ۲\,\text{م}\,\text{ھ}}$

وچون م و ه معلوم اند پس ص و ق نیز معلوم شوند * مثلا اگر گویم مقدار م = ۱۰۰ ومقدار ه = ۴۸ درینصورت $۲ص = \sqrt{(۱۰۰)^۲ + ۴۸\times۲۰۰} + \sqrt{(۱۰۰)^۲ - ۴۸\times۲۰۰} = \sqrt{۱۰۰۰۰+۹۶۰۰} + \sqrt{۱۰۰۰۰-۹۶۰۰} = \sqrt{۱۹۶۰۰} + \sqrt{۴۰۰} = ۱۴۰ + ۲۰ = ۱۶۰$ پس ص = ۸۰ وهمچنین $۲ق = \sqrt{۱۹۶۰۰} - \sqrt{۴۰۰} = ۱۴۰ - ۲۰ = ۱۲۰$ پس ق = ۶۰ وهو المطلوب * ونیز این ضعیف میگوید که چون صورت سؤال مقتضي آنست که هرد و خطین مجهولین ضلعین مثلث قائم الزاویه باشند واحد الضلعین سطح مفروضهٔ وتر مثلث قائم الزاویه بود وضلع آخر سطح مذکور عمود باشد که از زاویهٔ قائمه بر وتر خارج شده وچون باستبانهٔ مسئلهٔ سي ویکم که عنقریب مذکور شود انشاء الله تعالی ظاهر است که فضل بین مربع مجموع الضلعین ومربع مجموع الوتر والعمود بقدر مربع عمود می باشد ونیز فضل بین مربع فضل الضلعین ومربع فضل الوتر والعمود بقدر مربع عمود است درینصورت اگر از مربع مجموع م و ه مربع ه که فی الحقیقت مربع عمود است ساقط کنم باقي مربع مجموع خطین مجهولین خواهد بود وهرگاه از مربع فضل بین م و ه مربع ه ساقط کنند باقي مقدار فضل بین خطین مجهولین خواهد بود وهرگاه مجموع خطین مجهولین وفضل بینهما معلوم شد پس خطین مجهولین نیز معلوم خواهد بود ضرورة * مثلا چون $(۴۸+۱۰۰)^۲ - (۴۸)^۲ = (۱۴۸)^۲ - (۴۸)^۲ = ۲۱۹۰۴ - ۲۳۰۴ = ۱۹۶۰۰ = (۱۴۰)^۲$ پس ۱۴۰ = مجموع خطین وهمچنین $(۱۰۰-۴۸)^۲ - (۴۸)^۲ = (۵۲)^۲ - (۴۸)^۲ = ۲۷۰۴ - ۲۳۰۴ = ۴۰۰ = (۲۰)^۲$ پس ۲۰ = فضل بین الخطین مجهولین پس $\frac{۱۴۰+۲۰}{۲} = \frac{۱۶۰}{۲} = ۸۰$ = مقدار خط اعظم و $\frac{۱۴۰-۲۰}{۲} = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰$ = خط اصغر فافهم * سؤال نهم میخواهم که مقدار دو خط معین کنم بحیثیتیکه مسطح آنها مساوي سطح معلوم باشد و تفاضل بین مربعین آنها مساوي مربع معلوم بود * جواب درین سؤال هم مساحت معلوم را بر ضلع مربع قسمت کرده وخارج را یک ضلع و ضلع مربع را یک ضلع سطح

مفروضه قرار دادم وضلع مربع را ه وخارج را ح واعظم المجهولین را ص واصغر المجهولین را ق فرض کردم پس معادلهٔ اولی $\text{ص}\,\text{ق} = \text{ه}\,\text{ح}$ ومعادلهٔ ثانیه $\text{ص}^2 - \text{ق}^2 = \text{ه}^2$ شد بحسب السؤال وهرگاه معادلهٔ اولی را بر ص قسمت نمودم $\text{ق} = \frac{\text{ه}\,\text{ح}}{\text{ص}}$ گردید پس $\frac{\text{ه}\,\text{ح}}{\text{ص}}$ رابجای ق درمعادلهٔ ثانیه قرار دادم پس معادلهٔ ثالثه $\text{ص}^2 - \frac{\text{ه}^2\text{ح}^2}{\text{ص}^2} = \text{ه}^2$ شد وچون معادلهٔ ثالثه را در ص^2 ضرب نمودم معادلهٔ رابع $\text{ص}^4 - \text{ه}^2\text{ح}^2 = \text{ه}^2\text{ص}^2$ شد باکه معادلهٔ رابعه $\text{ص}^4 - \text{ه}^2\text{ص}^2 = \text{ه}^2\text{ح}^2$ برامد وچون مال المال درحقیقت مربع مال است ومقدار ه و ح معلوم بود لهذا $\text{ص}^4 - \text{ه}^2\text{ص}^2 + \frac{\text{ه}^4}{4} = \frac{\text{ه}^4}{4} + \text{ه}^2\text{ح}^2$ شد وچون جذر آن گرفتم $\text{ص}^2 - \frac{\text{ه}^2}{2} = \sqrt{\frac{\text{ه}^4}{4} + \text{ه}^2\text{ح}^2}$ شد وچون $\frac{\text{ه}^4}{4} + \text{ه}^2\text{ح}^2$ درحقیقت مسطح $\text{ه}^2 \times \left(\frac{\text{ه}^2}{4} + \text{ح}^2\right)$ است وجذر مسطح المربعین مساوي مسطح الجذرین مي شود کما ثبت فی الاصول درینصورت $\text{ص}^2 - \frac{\text{ه}^2}{2} = \text{ه} \times \sqrt{\frac{\text{ه}^2}{4} + \text{ح}^2}$ شد بلکه $\text{ص}^2 = \frac{\text{ه}^2}{2} + \text{ه} \times \sqrt{\frac{\text{ه}^2}{4} + \text{ح}^2}$ گردید فبالضرورة بموجب مسئلهٔ ثالثهٔ مفردات $\text{ص} = \sqrt{\frac{\text{ه}^2}{2} + \text{ه} \times \sqrt{\frac{\text{ه}^2}{4} + \text{ح}^2}}$ گردید هرگاه مقدار ص معلوم شد مساحت سطح مفروضه را بران قسمت کردم خارج مقدار ق برامد * مثلاً اگر گوییم که سطح معلوم ۱۸۰ ومربع معلوم ۸۱ است پس $\frac{180}{\sqrt{81}} = \frac{180}{9} = 20$ پس ه = ۹ و ح = ۲۰

ولهذا $\text{ص} = \sqrt{\frac{81}{2} + 9 \times \sqrt{400 + \frac{81}{4}}} = \sqrt{\frac{81}{2} + 9 \times \sqrt{\frac{1600+81}{4}}} = \sqrt{\frac{81}{2} + 9 \times \sqrt{\frac{1681}{4}}}$

$= \sqrt{\frac{81}{2} + 9 \times \frac{41}{2}} = \sqrt{\frac{369+81}{2}} = \sqrt{\frac{450}{2}} = \sqrt{225} = 15 =$ ضلع اعظم و $\text{ق} = \frac{180}{15} = 12 =$ ضلع اصغر وهو المطلوب *

فائدهٔ ازین مسئله فائده مي شود که ضلع اعظم [illegible] قائم الزاویه است که احد الضلعین آن ضلع مربع [illegible] والاخر [illegible] بحسب سؤال $\text{ص}^2 - \text{ق}^2 = \text{ه}^2$) است پس [illegible]

= اب و ق = حب و م = اح باشد ومثلثي ديگر اكح شبيه مثلث ابح) رسم كنم
بحيثيتيكه ضلع كب نظير ضلع بح و بح نظير با شود پس كح : بح
:: اح : اب خواهد شد درينصورت كح × اب = بح × اح و بح × اح
= م ق = اب × ط = ط ط پس كح × اب = اب × ط بلكه كح × اب / اب
= اب × ط / ان بحسب سؤال درينصورت كح = ط چون (اح)^۲ = (بح)^۲
+ (اب)^۲ اعني م^۲ = ق^۲ + ط^۲ وهمچنان (كا)^۲ اعني (اب + كب)^۲ = (كح)^۲
+ (اح)^۲ اعني = ط^۲ + م^۲ ونيز (كح)^۲ = (كب)^۲ + (بح)^۲ بلكه ط^۲ = (كب)^۲
+ (بح)^۲ وچون (كا)^۲ = (كب)^۲ + (اب)^۲ + ۲ × كب × اب باعتبار
جزئين درينصورت (كب)^۲ + (اب)^۲ + ۲ × كب × اب = (اح)^۲ اعني (اب)^۲
+ (بح)^۲ + (كح)^۲ اعني (كب)^۲ + (بح)^۲ = (كب + اب)^۲ وبعد
اسقاط متداخلين ۲ × كب × اب = ۲ × (بح)^۲ بلكه كب × اب =
(بح)^۲ پس (كب)^۲ + كب × اب اعني كا × كب = (كب)^۲
+ (بح)^۲ اعني = (كح)^۲ است مسئلة هذا رجوع بسؤال ششم نمود
اعني (اب + كب) × كب بلكه اك × كب = (كح)^۲ اعني
(م + كب) × كب = ط^۲ وهرگاه بموجب حل مسئلة مذكوره مقدار كب براوردم
بحيثيتيكه (كح)^۲ − (كب)^۲ = ق^۲ بلكه ط^۲ − (كب)^۲ = ق^۲ و م − [م^۲ + ق^۲] پس
بموجب سوال ششم [ط^۲ + م^۲/۴] − م/۲ = كب مثلاً درمثال مذكور اب اعني م =
۹ و ط = ۲۰ فرض كنم درينصورت [۴۰۰ + ۸۱/۴] − ۹/۲ = كب بلكه [۱۶۸۱/۴] − ۹/۲ = ۴۱/۲ −
۹/۲ = ۳۲/۲ = ۱۶ = كب پس ۴۰۰ − ۲۵۶ = ق^۲ بلكه ۱۴۴ = ق^۲ بلكه ۱۲ = ق و م = [۱۴۴ + ۸۱]
− [۲۲۵] = ۱۵ وهو المطلوب هذه صورته .... (شكل ۱۶۹)

سؤال دهم اگر قطر دائره معلوم باشد وعمودي برطرفي ازان قطر قائم بود وبخواهم كه برخط

عمود نقطه فرض کنم که هرگاه ازان نقطه خطی بطرف آخر قطر بکشم قسم خارج دائره مساوي مقدار خطی معلوم الطول باشد پس تعین نقطه مذکور چگونه توان نمود * جواب هرگاه بر قطر اب که معلوم است نصف دائرهٔ رسم کنم و بر نقطهٔ ب عمود کب قائم سازم پس زاویهٔ ب قائمه خواهد بود وهرگاه بر عمود کب نقطهٔ د بصفت مذکور فرض کرده خط دا وصل کنم لامحاله دبا مثلث قائم الزاویه حادث خواهد شد که یک ضلع آن خط دب وضلع آخر با ووتر آن دا باشد ونیز دا محیط نصف دائره را تقاطع خواهد بود بر نقطهٔ ي پس مقدار يا داخل دائره ومقدار دي خارج دائره ومساوی خط معلوم الطول خواهد بود وهرگاه بي را باهم وصل کنم لامحاله در مثلث بيا زاویهٔ ي قائمه خواهد بود بموجب شکل ل من مقالة ثالثة اصول وهر دو مثلث ابد وايب متشابهین خواهند بود چراکه هر دو قائم الزاویه اند وزاویهٔ ا مشترک است پس اد : اب :: اب : اي خواهد بود پس اب را که معلوم است ق فرض کردم و دي را که مساوي خط معلوم الطول است ه وخط اد را م فرض کردم پس مقدار اي = م − ه شد وبموجب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه اد × اي = (اب)² اعني م × (م − ه) = ق² یا که م² = ه م + ق² چون مقدار ه و ق عدد معلوم است پس بموجب مسئلهٔ ثالث مقرزات $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{ه}^2}{\text{٤}} + \text{ق}^2} + \frac{\text{ه}}{\text{٢}}$ وهرگاه مقدار م اعني اد که وتر مثلث قائم الزاویه است معلوم شد پس $\left(\sqrt{\frac{\text{ه}^2}{\text{٤}} + \text{ق}^2} + \frac{\text{ه}}{\text{٢}}\right)^2 - \text{ق}^2 = (\text{ب د})^2$ که مطلوب است خواهد بود *

فایده چون از نقطه د گویا دو خط خارج شدند یکی خط دب مماس دائره وعمود بر قطر شد ودیگری خط دا که خارج دائره است دائره را قطع کرده منتهی بطرف آخر قطر است درینصورت بموجب شکل (له) من ثالثة اصول اد × دي = (دب)² که مماس است خواهد بود وچون (اد)² = اد × دي + اد × اي = (ب د)² + (اب)² پس اد × اي = (با)² یا م² − ه م = ق² پس شکل هذا وجوع مسئلهٔ سادس مطلب هذا نمود ونیز مطابق طریق اول شد فافهم * مثلاً اگر گوییم که ق = ۸۰ و ه = ۳۶ پس

[ق + ص^۲/۴ + ص/۲ = مر اعني مر = [۶۴۰۰ + ۳۲۴ + ۱۸ = [۶۷۲۴ + ۱۸ = ۸۲ + ۱۸ =

۱۰۰ = اد درینصورت ۱۰۰۰۰ — ۶۴۰۰ = ۳۶۰۰ = (ب د)^۲ بلکه ۶۰ = ب د

و ۸۲ — ۱۸ = ۶۴ = مر — ص = مقدار اي و ۸۲ + ۱۸ = ۱۰۰ = اد وهو المطلوب

هذه صورته ....(شکل ۱۷۰)

سؤال یازدهم اگر دو وتر که در یک دائره متقاطع علی القوائم ومعلوم القدر باشند و نیز مقدار بعد نقطهٔ تقاطع از مرکز معلوم بود پس مي خواهم که مقدار قطر دائره معلوم کنم ؛ جواب مثلا وترین متقاطعین اب و کد معلومین اند و ه مرکز دائره و ي نقطهٔ تقاطع وترین است پس ه ي نیز معلوم خواهد بود بحسب سؤال و از مرکز ه دو عمود اعني ه ف بر وتر اب و ه ح بر وتر کد خارج کنم و اه و ده را وصل کنم پس گویم که چون عمود ه ف از مرکز خارج شده است پس نقطهٔ ف منصف وتر اب وهمچنین نقطهٔ ح منصف وتر کد بشکل ح من ثالثة اصول است وچون مثلث اف ه قائم الزاویه و اه وتر مثلث ونصف قطر دائره است پس اه = مر و اف = ص و ح د = ق و ه ي = ط فرض کردم وچون مر^۲ = ص^۲ + (ه ف)^۲ پس (ه ف)^۲ = مر^۲ — ص^۲ شد وهمچنین در مثلث د ح ه چون د ه نصف قطر ومساوي مر است پس (ه ح)^۲ = مر^۲ — ق^۲ گردید وچون ه ح و ف ي ضلعین متقابلین متساویین اند لهذا در مثلث ه ف ي مجموع مربعین ضلعین اعني (ه ف)^۲ + (ف ي)^۲ اعني (ه ف)^۲ + (ه ح)^۲ = ۲ مر^۲ — (ص^۲ + ق^۲) = ط^۲ پس بعد نقل مستثنی ۲ مر^۲ = ص^۲ + ق^۲ + ط^۲ شد وهرگاه رجوع بمال واحد کردم مر^۲ = (ص^۲ + ق^۲ + ط^۲)/۲ گردید وچون ص و ق و ط هر سه معلوم اند پس مر = [(ص^۲ + ق^۲ + ط^۲)/۲ که نصف قطر است درینصورت ظاهر است که مقدار تمام قطر ۲ × [(ص^۲ + ق^۲ + ط^۲)/۲ خواهد شد * مثلا اگر مقدار وترین یکی ۳ و دیگر ۸ و بعد بین المرکز ونقطهٔ تقاطع ۴ باشد چون ۳/۲ = ص و ۸/۲ = ق و ۴ = ط

قسمح

شکل ۱۷۲ صفحہ ۵۹۱
شکل ۱۷۳الف صفحہ ۵۹۳
شکل ۱۷۴ صفحہ ۵۹۵
شکل ۱۷۵ صفحہ ۵۹۶
شکل ۱۷۶ صفحہ ۵۹۷
شکل ۱۷۷ صفحہ ۶۰۲

= (کي)² * مثلاً اگر گوئیم که ص = ۸۰ و ط = ۶۰ و س = ۱۶ و ق = ۹) است درینصورت

(کي)² = ۱۲۹۶ = ۲۳۰۴ − ۳۶۰۰ و م² = ۴۰۳۲۰۰ / ۱۷۵ = (۵۱۸۴۰۰ − ۹۲۱۶۰۰) / (۸۱ − ۲۵۶)

و ۶۴۰۰ − ۲۳۰۴ = ۴۰۹۶ = (اي)² پس م = ۴۸ و کي = ۳۶ و اي = ۶۴

فافهم هذه صورته .... (شکل ۱۷۲)

سؤال سیزدهم اگر دائرۂ عظیمه معلومة القطر باشد و می خواهم که دران سه دائرۂ متساویۂ خرد بکشم بحیثیتیکه آن هرسه باهم متساویه و متماسه باشند ونیز دائرۂ عظیمه را هرسه تماس کنند پس نصف قطر دائرۂ صغیره چه خواهد بود * جواب مثلاً مرکز دائرۂ عظیمه ﻫ ومرکزهای دوائر صغیره ک) ب) ا باشند وهرسه مرکز را باهم وصل کنم پس مثلثی متساوی الاضلاع حادث خواهد شد که هرضلع او مساوی قطر دائرۂ صغیره باشد چراکه بموجب شکل (یا) من ثالثة الاصول خط مار بمرکزین دائرتین متماستین بنقطۂ تماس مرور می کند وهرگاه برخط کا از نقطۂ ب عمود خارج کنم لامحاله عمود بي منصف کا خواهد بود بسبب تساوي ضلعین واگر از نقطۂ ا عمود بر بک خارج گردد خط بک را بر نقطۂ د تنصیف خواهد نمود وهردو عمود لامحاله بنقطۂ ﻫ که مرکز دائرۂ عظیمه است مرور خواهد نمود بشکل ح من ثالثة الاصول پس مثلث بکي و بﻫد قائم الزاویه و متشابهین خواهند بود بسبب تساوي زوايا چراکه زاویۂ ي وزاویۂ د قائمتین اند وزاویۂ ب مشترک وچون کي نصف بک وتر است بسبب تساوي بک)کا پس ﻫد هم نصف ﻫب وتر خواهد بود پس نصف قطر دائرۂ عظمی اعني ﻫل را که مرور بنقطۂ ب کرده است ص فرض کردم ونصف قطر دائرۂ صغیره را م پس مقدار ﻫب = ص − م شد وچون (ص − م)² = (ﻫد)² + (بد)² وچون ﻫد = ﻫب / ۲ پس

(ﻫد)² = (ﻫب / ۲)² = (ص − م)² / ۴ گردید وازین سبب م² = (ص − م)² − (ص − م)² / ۴

وچون (ص − م)² = ص² + م² − ۲ ص م است پس م² = ص² + م² − ۲ ص م − (ص² + م² − ۲ ص م) / ۴

=۳× (ﻫ۲+مر۲−۲ﻫ مر)/۴ = ۳ﻫ۲/۴ + ۳مر۲/۴ − ۳ﻫ مر/۲ بلکه مر۲/۴ = ﻫ۲/۴ − ۳ﻫ مر/۲ بلکه مر۲ =
۳ﻫ۲ − ۶ ﻫ مر شد و بموجب مسئلهٔ اولی از مقترنات مر = √۱۲ ﻫ۲ − ۳ﻫ شد وچون مقدار ﻫ
معلوم است پس مقدار مر نیز معلوم شود ونیز میگوئیم که چون جذر مسطح المربعین مساوی مسطح
الجذرین است و √۱۲ = ۴۶۴/۱۰۰۰ ۳) است تقریبا پس مر = ﻫ× (۴۶۴/۱۰۰۰ +۳) − ۳ﻫ شد
وگویا در حقیقت مر = ﻫ× ۴۶۴/۱۰۰۰ گردید * مثلاً اگر گوییم که ﻫ = ۹ درینصورت مقدار

نصف قطر دائرهٔ صغیره ۱۷۶/۱۰۰۰ ۴ خواهد بود وهذه صورته (شکل ۱۷۳)
سؤال چهاردهم اگر مقدار دو وتر دو قوس که از یک دائره اند معلوم باشد ونسبت بین القوسین
نسبت واحد الی ۳ بود پس مقدار نصف قطر آن دائره چه خواهد بود * جواب مثلاً دائره
ا ب ک د فرض کنم که مرکز آن ﻫ و وترین معلومین ا د و ا ب وقوسین ا ب د
و ا ب جزو کل باشد پس قوس ب د را بنقطهٔ ک تنصیف سازم چراکه نسبت قوس
ا ب د بطرف ا ب مثل نسبت ۳) الی واحد است پس ب د لا محاله ضعف ا ب
باشد وهرگاه بر وتر ا د از نقطهٔ ک و از نقطهٔ ب دو عمود ک ف و ب ي بکشم
پس ي ف موازی ومساوی ب ک اعنی ا ب خواهد بود و ا ي و د ف
دو دو مساوی خواهند بود بسبب مساوات ک ف د و ک د از مثلث ک ف د با ب ي
و ب ا) از مثلث ب ي ا و تساوی زاویهٔ ف و زاویهٔ ي که دو دو قائمه اند وهرگاه
از نقطهٔ ﻫ که مرکز است دو خط ﻫ ب و ﻫ ا وصل کنم و بر خط ﻫ ب عمود ا ح بر آرم
و ا ب = ﻫ و ا د = ج فرض کنم که آن هر دو معلوم اند و ﻫ ب را که مساوی ﻫ ا و نصف
قطر است مر فرض نمایم پس گوئیم که چون (ا ي + د ف = ا د − ا ب است اعنی
ج − ﻫ پس ا ي = (ج − ﻫ)/۲ گردید وچون بشکل (یط) من ثالثهٔ اصول ثابت است که
زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه می باشد درینصورت زاویهٔ ا ﻫ ب که مرکزیه است
ضعف زاویهٔ محیطیه که مقابل آن ا ب باشد خواهد بود پس زاویهٔ ب ا د بلکه زاویهٔ
ب ا ي که زاویهٔ محیطیه ومقدار ب د که ضعف ا ب است مساوی زاویه ﻫ ک

مرکزیه است گردید وچون زاویهٔ ي وزاویهٔ ح قائمه اند درینصورت مثلث اه ح
و ا ب ي متشابهین شدند پس اب : اي :: اه : ه ح بلکه ص : $\frac{\text{ق}-\text{ص}}{۲}$ :: م : ه ح
درینصورت ص × ه ح = $\frac{\text{ق}-\text{ص}}{۲}$ × م گردید وهرگاه این معادله را بر ص قسمت کردم
ه ح = $\frac{(\text{ق}-\text{ص})\times\text{م}}{۲\text{ص}}$ گردید وچون $(\text{اب})^2 = (\text{اح})^2 + (\text{ب ح})^2$ بشکل عروس چراکه
مثلث اح ب قائم الزاویه واقع شده و $(\text{اح})^2 - (\text{اه})^2 = (\text{ه ح})^2$ چراکه در مثلث اح ه
$(\text{اه})^2 = (\text{اح})^2 + (\text{ه ح})^2$ و $(\text{ب ح})^2$ اعني $(\text{ه ب} - \text{ه ح})^2 = (\text{ب ه})^2 + (\text{ه ح})^2$
$- ۲ (\text{ب ه} \times \text{ه ح})$ درینصورت $(\text{اب})^2$ اعني $\text{ص}^2 = ۲\text{م}^2 - \frac{(\text{ق}-\text{ص})\times\text{م}^2}{\text{ص}}$ که عبارت
از $(\text{اه})^2 + (\text{ب ه})^2 - ۲ \,\text{ب ه} \times \text{ه ح}$ است گردید بشکل ح من ثانیة الاصول بلکه $\text{ص}^3 =$
$۲\text{ص} \times \text{م}^2 - (\text{ق} - \text{ص}) \times \text{م}^2$ اعني $\text{ص}^3 = ۳\text{ص} \times \text{م}^2 - \text{ق}\,\text{م}^2$ وهرگاه معادلهٔ مذکور را بر ۳ص − ق
قسمت کردم $\text{م}^2 = \frac{\text{ص}^3}{۳\text{ص} - \text{ق}}$ ماند پس $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{ص}^3}{۳\text{ص} - \text{ق}}}$ گردید ونیزچون جذر مسطح
المربعین مساوي مسطح الجذرین است گویا $\text{م} = \text{ص}\sqrt{\frac{\text{ص}}{۳\text{ص} - \text{ق}}}$ است وبهرکیف چون
مقدار ص و ق معلوم است پس مقدار م نیز معلوم شود وهوالمطلوب *

فائده ازین معادله ظاهر است که مقدار م اعني نصف القطر ومقدار ق اعني وتر
اعظم معلوم باشد پس مقدار ص اعني وتر ثلث قوس نیز معلوم مي توان کرد لیکن طریق
آن انشاء الله تعالی بعد ازین گفته شود وهذه صورته (شکل ۱۷۳)

سؤال پانزدهم اگر دو خط از هر دو زاویهٔ وتریهٔ مثلث قائم الزاویه که حادثین اند بر منصف
هر دو ساق مثلث مذکور که ضلعین موترین زاویتین مذکورین اند خارج کرده شوند ومقدار
طول آن هر دو خط معلوم باشد پس مقدار هر سه اضلاع مثلث چه خواهد بود * جواب مثلا
مثلث اب ک باشد وزاویهٔ ب قائمه وخط اي خارج از زاویهٔ ا بر ضلع ک ب
ومنتهي بر نقطهٔ ي ومنصف ک ب باشد وهمچنین خط ک د خارج از زاویهٔ ک
بر ضلع اب ومنتهي بر نقطهٔ د ومنصف اب بود وهر دو معلوم باشند پس اگر خط اي را ص

وک د را ج فرض کنم و ب د را که نصف اب بحسب السؤال است م فرض نمایم

وچون (ک د)^{2} اعنی ج^{2} = (ک ب)^{2} + (ب د)^{2} چراکه مثلث ک ب د

قائم الزاویه واقع شده و ب د عبارت از م است درینصورت (ک ب)^{2} = ج^{2} − م^{2}

شد وچون ب ي = $\frac{\text{ب ک}}{2}$ است ومربع نصف عدد مساوي ربع مربع عدد است

درینصورت (ب ي)^{2} = $\frac{\text{ج}^{2} - \text{م}^{2}}{4}$ گردید وچون (ا ي)^{2} = (ا ب)^{2} + (ب ي)^{2} است

بشکل عروس اعنی ص^{2} = ۴م^{2} + $\frac{\text{ج}^{2} - \text{م}^{2}}{4}$ واین معادله را هرگاه درچهار ضرب نمودم ۴ص^{2} = ۱۵م^{2}

+ ج^{2} شد بلکه م^{2} = $\frac{4\text{ص}^{2} - \text{ج}^{2}}{15}$ پس م = $\sqrt{\frac{4\text{ص}^{2} - \text{ج}^{2}}{15}}$ = ب د پس ۲م = ۲ × $\sqrt{\frac{4\text{ص}^{2} - \text{ج}^{2}}{15}}$

= اب و ص^{2} − (اب)^{2} = (ب ي)^{2} = $\left(\frac{\text{ب ک}}{2}\right)^{2}$ پس ب ک نیز معلوم می شود

پس ضرورةً ک ا هم معلوم خواهد شد و بطریق دیگر اگر خط ي ف موازي ک د

خارج کنم هرآینه ب ف = $\frac{\text{ب د}}{2}$ = $\frac{\text{ب ا}}{4}$ خواهد بود چراکه درمثلث ک ب د

نقطهٔ ي منصف ک ب است پس جمیع اضلاع مثلث ي ب ف مساوي نصف

اضلاع مثلث ک ب د خواهد بود وهردو مثلث متشابهین اند درینصورت ي ف

= $\frac{\text{ک د}}{2}$ اعنی $\frac{\text{ج}}{2}$ معلوم بود وچون ص^{2} = (اب)^{2} + (ب ي)^{2} و (ي ف)^{2}

اعنی $\frac{\text{ج}^{2}}{4}$ = (ب ي)^{2} + (ب ف)^{2} و (ب ف)^{2} = $\frac{(\text{اب})^{2}}{16}$ چراکه ب ف =

$\frac{\text{اب}}{4}$ درینصورت ص^{2} − ¼ج^{2} = ۱۵ $\frac{(\text{اب})^{2}}{16}$ وچون $\frac{(\text{اب})^{2}}{16}$ = $\frac{(\text{ب د})^{2}}{4}$ = $\frac{\text{م}^{2}}{4}$ پس ص^{2}

− ¼ج^{2} = $\frac{15}{4}$ م^{2} بلکه $\frac{4\text{ص}^{2} - \text{ج}^{2}}{15}$ = م^{2} چنانکه درطریق اول بود * مثالش اگر گوییم که

ص^{2} = ۵۲ و ج^{2} = ۷۲ پس $\sqrt{\frac{207 - 72}{15}}$ = $\sqrt{\frac{135}{15}}$ = $\sqrt{9}$ = ۳ = م = $\frac{\text{اب}}{2}$ پس اب

= ۶ درینصورت ۵۲ − ۳۶ = ۱۶ = $\left(\frac{\text{ب ک}}{2}\right)^{2}$ پس ۴ = $\frac{\text{ب ک}}{2}$ و ۸ = ب ک

و $\sqrt{\overline{۱۶+۶۴}} = \sqrt{\overline{۱۰۰}} = ۱۰ =$ اک وهذه صـــــــــــــــــــورته (شکل ۱۷۴)

سؤال شانزدهم اگر احد الضلعین مثلث قائم الزاویه را که اضلاع او معلوم اند قاعده فرض کرده شود وخطی معلوم الطول ومعلوم الوضع موازي قاعده درمیان مثلث مذکور باشد پس اگر خواهم خطی از رأس المثلث اعني زاویه که وتر آن قاعده است بطرف قاعده بکشم بحیثیتیکه مقداری ازان که محصور بین الخط الموازي والقاعده است مساوي قسمی ازان خط موازي القاعده باشد که بسبب تقاطع آن خط منقسم گردیده پس مقدار آن قسم از خط موازي قاعده چه خواهد بود ؟ جواب اگردر مثلث اب ک زاویهٔ ب قائمه بود و اب را قاعده فرض کرده خط ي د موازي قاعده بکشم وازنقطهٔ ک که رأس المثلث است خط ک ف خارج کنم که ي د را برنقطهٔ ح تقاطع کند و ح ف مساوي ح ي باشد پس از نقطهٔ ح عمود ح ه بر اب خارج کنم لامحاله مثلث ح ه ف مشابه مثلث ک د ح خواهد بود و ح ه موازي ومساوي د ب خواهد افتاد وچون مقدار خط اب و ک ب از مثلث اعظم ومقدار خط د ي که موازي قاعده است معلوم است بحسب سؤال ونیز مقدار ک د و د ب معلوم است ضرورة چراکه مثلث اب ک ومثلث ي د ک متشابهین اند وهرگاه ضلع اب و ب ک از مثلث اعظم وضلع ي د از مثلث اصغر معلوم است پس از روی اربعهٔ متناسبه ضلع د ک نیز از مثلث اصغر معلوم شود وازان مقدار د ب نیز حاصل گردد پس ي د را م و د ک را ن و د ب اعني ح ه را ط فرض کنم و ح ي را مر تعبیر نمایم چون مثلثین ک د ح و ح ه ف متشابهین اند پس ک د : د ح :: ح ه : ه ف اعني ن : م − مر :: ط : ه ف پس ن × ه ف = ط × (م − مر) بلکه ه ف $=\dfrac{\text{ط} \times (\text{م} - \text{مر})}{\text{ن}}$ وچون $(\text{ح ف})^2$ بل $(\text{ح ي})^2$ اعني مر^2 $= (\text{ح ه})^2$ اعني $\text{ط}^2 + (\text{ه ف})^2$ اعني $\dfrac{\text{ط}^2 \times (\text{م} - \text{مر})^2}{\text{ن}^2}$ بدینصورت $\text{مر}^2 = \text{ط}^2 + \dfrac{\text{ط}^2 \times (\text{م} - \text{مر})^2}{\text{ن}^2}$ بلکه $\text{ن}^2\,\text{مر}^2 = \text{ط}^2\,\text{ن}^2 + \text{ط}^2 \times (\text{م} - \text{مر})^2$ وچون $(\text{م} - \text{مر})^2 = \text{م}^2 + \text{مر}^2 - ۲\,\text{م}\,\text{مر}$

تنبیه باید دانست که این سؤال مبتني بران است که مقدار د ب اعنی ط اقل از ج ي اعنی ج ف که م باشد پس ضرور است که د ي لا محاله از د ب زائد باشد واگر د ي مساوي د ب خواه اقل از د ب بود سؤال غلط خواهد بود فتامل ❊ سؤال هفدهم اگر مقدار مربع مرسوم داخل مثلث معلوم قائم الزاویه مساوي مثلث حادثه فی المثلث المذکور که باخراج خطین از د وطرف وتر قائمه که ملاقي بر زاویهٔ مربع شوند باشد پس مقدار ضلع آن مربع چه خواهد بود ∴ جواب اگر مثلث قائم الزاویه ا ب ک باشد وزاویهٔ ب قائمه بود ومربع ب ي د ف باشد پس ضلع ب ک را ه وب ا را ع وضلع مربع را م فرض نمایم پس لا محاله ک ي = ه − م و ف ا = ع − م خواهد بود وچون مثلث ا ب ک منقسم بسه مثلث ویک مربع شده که یک مثلث ک ي د قائم الزاویه ویک مثلث د ف ا قائم الزاویه ویک مثلث ک د ا که مساوي مربع ب ي د ف است وضلع د ي در مثلث ک ي د وهمچنین ضلع د ف در مثلث د ف ا مساوي ضلع م است بحسب السؤال ومساحت مثلث ک ي د = د ي × $\frac{\text{ک ي}}{٢}$ اعني م × $\frac{\text{ه} - \text{م}}{٢}$ = $\frac{\text{ه م} - \text{م}^{٢}}{٢}$ باشد خواهد بود وهمچنین مساحت مثلث د ف ا = د ف × $\frac{\text{ا ف}}{٢}$ اعني م × $\frac{\text{ع} - \text{م}}{٢}$ = $\frac{\text{ع م} - \text{م}^{٢}}{٢}$ است خواهد بود وچون مثلث ک د ا = مربع ب ي د ف اعني $\text{م}^{٢}$ است پس مساحت مثلث ا ب ک اعني ا ب × $\frac{\text{ب ک}}{٢}$ که عبارت از $\frac{\text{ع} \times \text{ه}}{٢}$ = مجموع $\text{م}^{٢}$ + هرسه مثلثات گردید بدینصورت ٢ $\text{م}^{٢}$ + $\frac{\text{ه م} - \text{م}^{٢}}{٢}$ + $\frac{\text{ع م} - \text{م}^{٢}}{٢}$ = $\frac{\text{ع} \times \text{ه}}{٢}$ بلکه $\text{م}^{٢}$ + $\frac{\text{ع} + \text{ه}}{٢}$ × م = $\frac{\text{ع ه}}{٢}$ وچون مقدار ه وع معلوم است پس رجوع بمسئلهٔ اولای مقترنات نمود درینصورت م = $\sqrt{\left(\frac{\text{ع} + \text{ه}}{٤}\right)^{٢} + \frac{\text{ع ه}}{٢}} - \frac{\text{ع} + \text{ه}}{٤}$

وهو المطلوب وهذه صورته .... (شکل ۱۷۶)

وبطریق دیگر این ضعیف می گوید که زاویهٔ ب راکه قائمه است تنصیف نموده بخط ب د

بطرف د ح است چراکه بموجب شکل ب مقالهٔ سادسهٔ اصول در مثلث ح ه ب خط د ف ضلع ب ه و ب ح را علی نسبت واحده منقسم ساخته است وچون خط ب ا بسبب عمود ح ه منقسم بدوقسم ب ه و ه ا گردیده پس ک ب × ا ب = ک ب × ب ه + ک ب × ه ا است وچون مثلث ک ب ا ومثلث ح ه ا متشابهین اند درینصورت نسبت ک ب بطرف ا ب مثل نسبت ح ه اعني ه ب بطرف ه ا است کل لنظیره پس ک ب × ه ا = ه ب × ا ب شد وازین بیان ه ب × (ا ب + ب ک) = ا ب × ب ک گردید پس مقدار ه ب = $\frac{\text{ب ا × ب ک}}{\text{ا ب + ب ک}}$ شد اعني ه ب = $\frac{\text{ع × م}}{\text{ع + م}}$ شد درینصورت ه ف = $\frac{\text{ع × م}}{\text{ع + م}}$ − م وچون بالامذکور شد که مثلث ا د ک : ا ب ک اعني ه ب × $\frac{\text{ا ب + ب ک}}{2}$ :: ه ف : ه ب است پس بالاربعهٔ متناسبه ه ب × ا د ک = ه ف × ه ب × $\frac{\text{ا ب + ب ک}}{2}$ شد وچون این معادله را بر ه ب قسمت نمودم ا د ک = ه ف × $\frac{\text{ا ب + ب ک}}{2}$ اعنی م² = $\frac{\text{ع × م}}{2}$ − $\frac{\text{ع + م}}{2}$ × م و بالکه م² + $\frac{\text{ع + م}}{2}$ × م = $\frac{\text{ع × م}}{2}$ پس هم رجوع بطریق اول نمود وصورته ما مر* وطریق دیگر اگر خط ا ب را بقدر $\frac{\text{ا ب + ب ک}}{2}$ تا ق خارج کنم وبر قطر ه ق نصف دائرهٔ رسم کنم لامحاله ب ک را بر نقطهٔ ط تقاطع خواهد نمود وازمنصف ب ق خط ط ق وصل کنم پس گویم که خط ق ف منقسم بدوقسم است بحیثیتیکه مسطح حد القسمین اعني ب ق بلکه $\frac{\text{ا ب + ب ک}}{2}$ × ه ف که خط آخر است = (ب ف)² قسم آخر است درینصورت مسئلهٔ هذا رجوع بسؤال سابع نمود وچون بموجب شکل (لد) مقالهٔ ثالثهٔ اصول ثابت است که اگر وترین متقاطعین باشند مسطح قسمین یک وتر مساوي مسطح قسمین وتر آخر خواهد بود وچون درین شکل خط ب ط فی الحقیقت نصف وتر است

که ف ه قطر را بر نقطهٔ ب تقاطع نموده پس $ب ف \times ب ه = (ب ھ)^۲$ است و در مثلث ھ ب ط که قائم الزاویه است یک ضلع ب ھ و ضلع دوم $\frac{ب ق}{۲}$ اعنی ب ط واقع شده پس $(ط ھ)^۲ = (ب ھ)^۲ + \left(\frac{ب ق}{۲}\right)^۲$ شد و چون بموجب سؤال سابع ظاهر است که خط ط ھ $= \frac{ب ف}{۲}$ است و چون مقدار ط ھ معلوم شد پس مقدار ب ف اعنی م هم که ضلع مربع است معلوم شود چراکه $(ب ھ)^۲ = ب ف \times ب ه = \frac{ا ب \times ب ک}{۲} = \frac{م \times ع}{۲}$ است و $\left(\frac{ب ف}{۲}\right)^۲ = \left(\frac{م + ع}{۴}\right)^۲$ درینصورت $ط ھ = \sqrt{\frac{م \times ع}{۲} + \left(\frac{م + ع}{۴}\right)^۲}$ شد و هرگاه از ان $\frac{ب ف}{۲}$ ساقط کردم باقی مقدار ب ف اعنی م ماند پس $م = \sqrt{\frac{م \times ع}{۲} + \left(\frac{م + ع}{۴}\right)^۲} - \frac{م + ع}{۴}$ ماند و این بعینه صورت طریق اول است و صورت ثانیه کما مر * مثالش اگر گویم ضلع مثلث قائم الزاویه $ا ب = ۱۲ = ع$ و $ب ک = ۱۶ = م$ است درینصورت بهمه طریق چون $\frac{م \times ع}{۲} = ۹۶$ و $\left(\frac{م + ع}{۴}\right)^۲ = ۴۹$ و جذر مجموع اعنی $\sqrt{\frac{م \times ع}{۲} + \left(\frac{م + ع}{۴}\right)^۲} = \sqrt{۱۴۵} = ۱۲\frac{۱}{۲۴}$ است و چون $\frac{م + ع}{۴} = ۷$ بود هرگاه انرا ساقط کردم پس $م = ۵\frac{۱}{۲۴}$ ماند ٭

سؤال هیجدهم اگر وتر مثلث قائم الزاویه معلوم باشد و نیز قدر تفاضل بین خطین که از هر دو زاویهٔ وتریه خارج شده بر مرکز دایرهٔ داخل مثلث مذکور ملاقی شده اند معلوم بود پس مقدار ضلعین مثلث مذکور چه خواهد بود * جواب اگر مثلث قائم الزاویه ا ب ک و زاویهٔ ب قائمه بود و وتر ا ک معلوم است و مرکز دایرهٔ داخل مثلث ه باشد و خطین خارجین من الزاویتین الوتریتین ا ه و ه ک و خط ا ه اطول از ه ک باشد پس قدر تفاضل معلوم بحسب سؤال و درینصورت ا ک وتر مثلث قائم الزاویه را که معلوم است م و خط ا ه را [illegible] و ه ک را [illegible] و قدر تفاضل را که [illegible] است [illegible] فرض نمودم پس گویم که چون مثلث ا ه ک منفرج الزاویه است چرا که خط ا ه منصف زاویهٔ ب ا ک و خط ه ک منصف زاویهٔ ب ک ا

است بسبب التقاء علی المرکز بموجب شکل (ء) من رابعهٔ اصول و چون مجموع زاویتین ب ا ک و ب ک ا معادل یک قائمه بود پس مجموع زاویتین ء ا ک و ء ک ا معادل نصف قائمه شد و هرگاه خط ء ک را خارج نموده از زاویهٔ ا بران عمود ا ه بکشم درینصورت زاویهٔ ا ء ه معادل مجموع زاویتین ء ا ک و ء ک ا اعني نصف قائمه بود بشکل (لب) من اولای اصول درینصورت چون زاویهٔ ا ه ء قائمه است و ا ء ه نصف قائمه پس ه ا ء نیز نصف قائمه گردید وضلع ا ه و ء ه متساوي شدند بشکل (و) من اولای اصول و چون (ء ه)^2 = $\frac{(\text{ا ء})^2}{2}$ اعني $\frac{\text{م}^2}{2}$ است پس ء ه = $\frac{\text{م}}{\sqrt{2}}$ گردید وهرگاه بموجب شکل (یب) من مقالهٔ ثانیهٔ اصول ثابت است که در مثلث منفرج الزاویه مربعین ضلعین و ضعف سطح احدالضلعین في مقدار ما وقع بینه و بین موقع العمود الخارج علیه مساوي مربع وتر میشود درینصورت (ک ء)^2 اعني ق^2 + (ا ء)^2 اعني م^2 + ۲ ک ء × ء ه اعني $\frac{\text{ق} \times 2\,\text{م}}{\sqrt{2}}$ = (ا ک)^2 اعني ط^2) است بدینصورت ق^2 + م^2 + ق × $\frac{2\,\text{م}}{\sqrt{2}}$ = ط^2 و چون $\frac{2\,\text{م}}{\sqrt{2}}$ عبارت است از م × $\sqrt{2}$ چراکه هرگاه مجذور را بر جذر قسمت سازند خارج هم جذر میشود درینصورت گویا معادلهٔ مذکور بدینصورت است ق^2 + م^2 + م ق × $\sqrt{2}$ = ط^2 و چون ق = م − س است و ق^2 = م^2 + س^2 − ۲ س م پس ق م = م^2 − س م درینصورت معادلهٔ مذکور بدینصورت گردید ۲ م^2 + س^2 − ۲ س م + م^2 × $\sqrt{2}$ − س م × $\sqrt{2}$ = ط^2 اعني س^2 + (۲ + $\sqrt{2}$) × م^2 − (۲ + $\sqrt{2}$) × س م = ط^2 وهرگاه ازین معادله س^2 را ساقط نموده باقي را بر (۲ + $\sqrt{2}$) قسمت کردم خارج م^2 − س م = $\frac{\text{ط}^2 - \text{س}^2}{2 + \sqrt{2}}$ گردید و چون مقدار ط و س معلوم است رجوع بمسئلهٔ ثالث مقترنات نمود پس م = $\sqrt{\frac{\text{ط}^2 - \text{س}^2}{2 + \sqrt{2}} + \frac{\text{س}^2}{4}} + \frac{\text{س}}{2}$ گردید

هرگاه مقدار م برامد لامحاله مقدار ق هم معلوم خواهد شد وازان مقدار اضلاع مثلث قایم الزاویه نیز معلوم شود باخراج عمود از نقطهٔ ء بر خط ا ک که ان عمود درحقیقت نصف قطر دایرهٔ

قنا

مرسومه فی المثلث است وبیان ان دربنجا طول میشود وهذه صورة .... (شکل ۱۷۷)

﴿سؤال نوزدهم﴾ اگر مقدار قاعده و عمود مثلث ونسبت بین الضلعین معلوم بود پس تعین ضلعین چگونه توان نمود * جواب مثلا اگر در مثلث اکب مقدار اب که قاعده است و کد عمود وهردو معلوم باشند پس اب را که معلوم است ع و کد را که نیز معلوم است س ونسبت اک الی بک را که نیز معلوم است ح الی ظ ومقدار اد را که مجهول است ص فرض کنم دریتصورت $بد = ع - ص$ خواهد بود وچون ظاهر است که $(اک)^{2} = (کد)^{2} + (اد)^{2}$ بدینصورت $(اک)^{2} = س^{2} + ص^{2}$ ونیز $(بک)^{2} = (کد)^{2} + (بد)^{2}$ است بدینصورت $(بک)^{2} = س^{2} + ع^{2} + ص^{2} - ۲ع ص$ وچون $س^{2} + ص^{2} : س^{2} + ع^{2} + ص^{2} - ۲ع ص :: ح^{2} : ظ^{2}$ است بحسب الفرض والسؤال چراکه $اک : بک :: ح : ظ$ است پس نسبت مربع آنها مثل نسبت مربع اینها خواهد بود وچون مسطح الطرفین مساوی مسطح الوسطین میشود پس $ح^{2}س^{2} + ح^{2}ع^{2} + ح^{2}ص^{2} - ۲ح^{2}ع ص = ظ^{2}س^{2} + ظ^{2}ص^{2}$ است وچون ح وس وع وظ اعداد معلوم اند دریتصورت بعد تبدیل مستثنی $(ح^{2} - ظ^{2}) \times ص^{2} - ۲ح^{2}ع ص = (ظ^{2} - ح^{2}) \times س^{2} - ح^{2}ع^{2}$ گردید وهرگاه این معادله را بر $ح^{2} - ظ^{2}$ قسمت کنم $ص^{2} - \frac{۲ح^{2}ع ص}{ح^{2} - ظ^{2}} = -س^{2} - \frac{ح^{2}ع^{2}}{ح^{2} - ظ^{2}}$ گردید و ($-س^{2}$ که از روی قسمت برآمده است سبب آن اینست که در قسمت ضرور است که چون خارج قسمت را درمقسوم علیه ضرب سازند حاصل مساوی مقسوم شود وهرگاه $-س^{2}$ را در $ح^{2} - ظ^{2}$ ضرب کردم حاصل $ظ^{2} \times س^{2} - ح^{2} \times س^{2}$ شد وآن $ظ^{2} - ح^{2} \times س^{2}$ است، وهرگاه مستثنی را تبدیل کردم $ص^{2} + س^{2} + \frac{ح^{2}ع^{2}}{ح^{2} - ظ^{2}} = \frac{۲ح^{2}ع}{ح^{2} - ظ^{2}} \times ص$ گردید پس مال وعدد مقابل شی شد وبموجب مسئلهٔ ثانی مقترنات $ص = \frac{ح^{2}ع}{ح^{2} - ظ^{2}} \pm \sqrt{\left(\frac{ح^{2}ع}{ح^{2} - ظ^{2}}\right)^{2} - \left(\frac{ح^{2}ع^{2}}{ح^{2} - ظ^{2}} + س^{2}\right)}$

شکل ۱۷۸ صفحہ ۶۰۳
شکل ۱۷۹ صفحہ ۶۰۳
شکل ۱۸۰ صفحہ ۶۰۴
شکل ۱۸۱ صفحہ ۶۰۵
شکل ۱۸۲ صفحہ ۶۰۶
شکل ۱۸۳ صفحہ ۶۰۷
شکل ۱۸۴ صفحہ ۶۰۸
شکل ۱۸۵ صفحہ ۶۰۹
شکل ۱۸۶ صفحہ ۶۱۱

فافهم هذه صورته .... (شکل ۱۷۸)

سؤال بیستم اگر قاعده وعمود مثلث وتفاضل ضلعین معلوم باشند پس می خواهم که ضلعین را بدانم ∴ جواب مثلث ا ک ب فرض کردم وعمود ک ی پس نصف قاعدهٔ ا ب راکه ا ی معلوم است ه و ک ی را س و ا ک − ب ک اعنی تفاضل ضلعین را که نیز معلوم است = ع و ی ی اعنی فضل قسم اعظم من القاعده علی نصف القاعده را م فرض کردم پس ا ی اعنی قسم اعظم من القاعده = ه + م و ب ی اعنی قسم اصغر من القاعده = ه − م شد وچون مثلث بسبب عمود منقسم بدو مثلث قائم الزاویه شده است که وترهر دو ضلع مثلث اعظم اند درینصورت $س^2 + (ه+م)^2 = (اک)^2$ بلکه $اک = \sqrt{س^2+(ه+م)^2}$ وهمچنین ضلع $بک = \sqrt{س^2+(ه-م)^2}$ وبالضرورة $\sqrt{س^2+(ه+م)^2} - ع = \sqrt{س^2+(ه-م)^2}$ گردید وهرگاه این معادله را تربیع نمودم $س^2+(ه+م)^2 - 2ع\times\sqrt{س^2+(ه+م)^2} + ع^2 = س^2+(ه-م)^2$ بلکه $س^2+ه^2+2هم+م^2 - 2ع\times\sqrt{س^2+(ه+م)^2} + ع^2 = س^2+ه^2-2هم+م^2$ بلکه $2هم - 2ع\times\sqrt{س^2+(ه+م)^2} + ع^2 = -2هم$ بلکه $4هم + ع^2 = 2ع\times\sqrt{س^2+(ه+م)^2}$ شد وهرگاه این معادله را تربیع کردم $16ه^2م^2 + 8هع^2م + ع^4 = 4ع^2\times\left(س^2+(ه+م)^2\right) = 4ع^2\times(س^2+ه^2+2هم+م^2)$ بلکه $16ه^2م^2 + 8هع^2م + ع^4 = 4ع^2\times(س^2+ه^2+م^2) + 8ع^2\times هم$ بلکه $16ه^2م^2 + ع^4 = 4ع^2\times(س^2+ه^2) + 4ع^2م^2$ وچون مقدار ه ومقدار س و ع معلوم است ازین سبب $(16ه^2 - 4ع^2)\times م^2 = 4ع^2\times(س^2+ه^2) - ع^4$ بلکه $م^2 = \frac{4ع^2\times(س^2+ه^2) - ع^4}{16ه^2 - 4ع^2}$ بلکه $م = \sqrt{\frac{4ع^2\times(س^2+ه^2) - ع^4}{16ه^2 - 4ع^2}}$

وهذه صورته .... (شکل ۱۷۹)

∴ سؤال بیست ویکم قاعده وعمود مثلث ومسطح الضلعین آن معلوم است ومی خواهم که مقدار ضلعین بدانم ∴ جواب درمثلث ا ب ک نصف قاعدهٔ ا ب اعنی ا ی = ه وعمود ک ی = س ومسطح الضلعین را = $ط^2$ فرض کنم وتفاضل قسم اعظم قاعده علی نصف القاعده را م

=۲ (ت ف)^۲ + ۲ (ا ف)^۲ بلکه ه^۲ + م^۲ = ۲ س^۲ + ق^۲/۲ باکه ه^۲ + م^۲ − ق^۲/۲ = ۲ س^۲ و اگر
ب ک را قاعده فرض سازم پس (ا ب)^۲ + (ا ک)^۲ = ۲ (ا ي)^۲ + ۲ (ب ي)^۲ بلکه
م^۲ + ق^۲ = ۲ ط^۲ + ۱/۲ ه^۲ بلکه م^۲ + ق^۲ − ۱/۲ ه^۲ = ۲ ط^۲ وهرگاه ه^۲ + م^۲ − ۱/۲ ق^۲ = ۲ س^۲ راتضعیف
نمودم ۲ ه^۲ + ۲ م^۲ − ق^۲ = ۴ س^۲ وهمچنین ۲ م^۲ + ۲ ق^۲ − ه^۲ = ۴ ط^۲ وچون این هردو را جمع
نمودم ۴ م^۲ + ق^۲ + ه^۲ = ۴ ط^۲ + ۴ س^۲ گردید وچون ق^۲ + ه^۲ − م^۲/۲ = ۲ ص^۲ را ازان ساقط کردم
۴ م^۲ + ۱/۲ م^۲ = ۴ ط^۲ + ۴ س^۲ − ۲ ص^۲ گردید بلکه ۱/۲ ۴ م^۲ = ۴ ط^۲ + ۴ س^۲ − ۲ ص^۲ بلکه ۲ × ۹/۴ م^۲
= ۴ ط^۲ + ۴ س^۲ − ۲ ص^۲ باکه ۹/۴ م^۲ = ۲ ط^۲ + ۲ س^۲ − ص^۲ بلکه ۳/۲ م = √[۲ ط^۲ + ۲ س^۲ − ص^۲]
بلکه م = √[۲ س^۲ + ۲ ط^۲ − ص^۲] / (۲ ÷ ۳) = ۲/۳ √[۲ س^۲ + ۲ ط^۲ − ص^۲] وهمچنین ق = ۲/۳ √[۲ ص^۲ + ۲ ط^۲ − س^۲]
و ه = ۲/۳ √[۲ ص^۲ + ۲ س^۲ − ط^۲] هذه صورته .... (شکل ۱۸۱)

سؤال بیست وسوم اضلاع مثلث اگر معلوم باشند مي خواهم که عمود وقسمین قاعده
که بسبب کشیدن عمود حادث مي شوند ومساحت مثلث بدانم ؛ جواب درمثلث
ا ب ک ضلع ا ک = ص وضلع ا ب = س وضلع ب ک = ط فرض کردم
وا ب را قاعده و ا د قسمي از قاعده را م فرض نمودم پس ب د = س − م =
قسم آخر از قاعده شد وچون (ک د)^۲ + م^۲ = ص^۲ و (ک د)^۲ + (س − م)^۲ = ط^۲ بلکه
(ک د)^۲ = ط^۲ − (س − م)^۲ = ص^۲ − م^۲ باکه ط^۲ − س^۲ + ۲ س م − م^۲ = ص^۲ − م^۲
بلکه ۲ س م = ص^۲ + س^۲ − ط^۲ باکه م = (ص^۲ + س^۲ − ط^۲) / ۲ س وچون (ک د)^۲ = ص^۲ − م^۲ =
(ص + م) × (ص − م) = (ص + (ص^۲ + س^۲ − ط^۲) / ۲ س) × ((ص^۲ + س^۲ − ط^۲) / ۲ س − ص) = (۲ س ص + ص^۲ + س^۲ − ط^۲) / ۲ س
× (۲ س ص − ص^۲ − س^۲ + ط^۲) / ۲ س = ((س + ص)^۲ − ط^۲) / ۲ س × (ط^۲ − (س − ص)^۲) / ۲ س وازین سبب ک د =
۱/۲ س √[((س + ص)^۲ − ط^۲) × (ط^۲ − (س − ص)^۲)] پس (ک د × ا ب) / ۲ اعني مسطح العمود
في نصف القاعده که مساحت مثلث است = ۱/۴ √[((س + ص)^۲ − ط^۲) × (ط^۲ − (س − ص)^۲)]

قنب

و هذه صورته .... (شکل ۱۸۲)

سؤال بیست و چهارم جمیع اضلاع مثلث ا ب ک معلوم است و می خواهم که مقدار نصف قطر دائرهٔ مرسومه فی المثلث بدانم ۞ جواب مرکز دائره را ط و نقطهٔ مماس ضلع ا ب را د و نقطهٔ مماس ضلع ب ک را ي و نقطهٔ مماس ضلع ا ک را ف فرض نمودم پس جمیع خطوط خارجه من المرکز الی نقطة التماس مثل ط د و ط ي و ط ف متساوي خواهند بود وهرگاه برخط ب ط که خارج از زاویهٔ ب است عمود ا ح بکشم چون ظاهر است که دو خط ا د و ا ف متساوي اند بسبب تساوي دو مثلث ا د ط و ا ف ط وهمچنین ب د = ب ي و ک ف = ک ي است و ب د + ک ف = ب ي + ک ي = ب ک واگر مقدار این معادله را از مجموع ا ک و ا ب ساقط کنم باقي ا د + ا ف = ا ک + ا ب − ب ک بماند باکه ا د = $\frac{\text{ا ک + ا ب − ب ک}}{2}$ = ا ف وهرگاه این را اعنی ا د را از ا ب ساقط کنم باقي ب د = $\frac{\text{ا ب + ب ک − ا ک}}{2}$ شود واگر ا ف را از ا ک ساقط نمایم ک ف = $\frac{\text{ا ک + ب ک − ا ب}}{2}$ شود وچون مثلثین ا ط ح و ک ط ف متشابهین اند چراکه مجموع زوایای د ط ي و د ط ف و ف ط ي معادل چهار قائمه است ومجموع زوایای ب ط د و د ط ا و ک ط ف معادل قائمتین وهمچنین مجموع زوایای ب ط د و د ط ا و ا ط ح معادل قائمتین پس زاویهٔ ا ط ح = زاویهٔ ک ط ف است وزاویهٔ ا ح ط و ا ف ط قائمه است پس لامحالة زاویهٔ ف ک ط = ح ا ط شد ومثلثین ا ط ح و ک ط ف متشابهین شدند پس اگر مقدار ا د را م و ب د را س و ک ف را ه فرض کنم چراکه آن همه بحسب بیان صدر معلوم شده اند ومقدار ط د اعنی نصف قطر را ر فرض کنم وچون مثلثین ب ط د و ا ب ح متشابهین اند و (ب ط)^2 = (ط د)^2 + (ب د)^2 است باکه (ب ط)^2 = ر^2 + س^2 باکه ب ط = $\sqrt{\text{ر}^2+\text{س}^2}$ ازین سبب $\sqrt{\text{ر}^2+\text{س}^2}$: د ط اعني ر ::

اب اعني $(م+س)$: اح اعني $\frac{م^2+سم}{\sqrt{س^2+م^2}}$ است بحسب اربعهٔ متناسبه و همچنین ب ط اعني $\sqrt{س^2+م^2}$: ب د اعني س :: اب اعني $(م+س)$: ب ح اعني $\frac{مس+س^2}{\sqrt{س^2+م^2}}$ است وازین سبب ب ح − ب ط اعني ط ح $= \frac{مس+س^2}{\sqrt{س^2+م^2}} - \sqrt{س^2+م^2} = \frac{مس+س^2-س^2-م^2}{\sqrt{س^2+م^2}} = \frac{مس-م^2}{\sqrt{س^2+م^2}}$ وچون

اح : طح :: کف : طف است بسبب تشابه مثلثین بلکه $\frac{م^2+سم}{\sqrt{س^2+م^2}} : \frac{مس-م^2}{\sqrt{س^2+م^2}}$ :: ن : م است بحسب مساوات طف با طد بلکه $(م^2+سم) : (مس-م^2)$ :: ن : م است وازین سبب $م^3+سم^2 = مسن - نم^2$ بحسب مسطح الطرفین والوسطین بلکه $(م+س+ن)\times م^2 = مسن$ بلکه $م^2 = \frac{مسن}{م+س+ن}$ بلکه $م = \sqrt{\frac{مسن}{م+س+ن}} =$ نصف قطر دائرهٔ مرسومه وهذه صورته .... (شکل ۱۸۳)

فائده چون مساحت مثلث مساوي حاصل ضرب نصف قطر دائره في نصف مجموع اضلاع می شود و ظاهراست که نصف مجموع اضلاع مساوي اد + ب د + کف اعنی $(م+س+ن)$ است درینصورت مساحت مثلث $= (م+س+ن) \times \sqrt{\frac{مسن}{م+س+ن}} = \sqrt{(م+س+ن)\times مسن}$ وهمبرین متفرع است قاعدهٔ که درمساحت مثلث مذکور گردیده که تفاضلات نصف مجموع اضلاع علی کل واحد من الاضلاع را باهم ضرب کرده حاصل را درنصف اضلاع ضرب سازند که جذر حاصل ضرب مساحت مثلث است چراکه تفاضلات مذکورمساوي م وس و ن می شود فافهم ❁ سؤال بیست وپنجم نصف قطر دائره و مقدار خطین مماسین باحد طرفي القوسین من الدائره معلوم است ومی خواهم که مقدار خط مماس احد طرفي مجموع القوسین بدانم بحیثیتیکه اگر ازطرف آخر خط مذکور خطي تامرکزخارج کنم ملاقي طرف آخرمجموع القوسین شود ❁ جواب قوسین مفروضین مثلا اب و ب ک وخطین مماسین اد و کي معلوم است

پس اگر اد را خارج کنم بحیثیکه نصف قطر اعني طک را بعد الاخراج ملاقي کند برنقطهٔ ف پس خط اف خط مماس مطلوبه خواهد بود درینصورت اط راکه نصف قطر معلوم است م و اد راکه نیز معلوم است ح و کي راکه نیز معلوم است ن فرض کنم و اف راکه مجهول مطلوب است مر و طف را ق فرض نمایم وازنقطهٔ د برخط طف عمود دح بکشم پس مثلثین طاف و فحد متشابهین شدند بسبب تساوي زاویهٔ ا وزاویهٔ ح واشتراک زاویهٔ ف چراکه زاویهٔ ا قائمه است کما ثبت فی الاصول وازین سبب طف اعني ق : اف اعني مر :: دف اعني مر − ح : فح اعني $\frac{\text{مر}^2-\text{ح مر}}{\text{ق}}$ است ونیز طف اعني ق : اط اعني م :: دف الی دح اعني $\frac{\text{م مر}-\text{م ح}}{\text{ق}}$ است وازین سبب طح = طف − فح = ق − $\frac{\text{مر}^2-\text{ح مر}}{\text{ق}} = \frac{\text{ق}^2-\text{مر}^2+\text{ح مر}}{\text{ق}}$ وچون $(\text{طف})^2 = (\text{اط})^2 + (\text{اف})^2$ اعني $\text{ق}^2 = \text{م}^2+\text{مر}^2$ است بالعروس پس $\text{ق}^2-\text{مر}^2=\text{م}^2$ شد وابذا $\frac{\text{ق}^2-\text{مر}^2+\text{ح مر}}{\text{ق}} = \frac{\text{م}^2+\text{ح مر}}{\text{ق}}$ شد وچون طح اعني $\frac{\text{م}^2+\text{ح مر}}{\text{ق}}$: دح اعني $\frac{\text{م مر}-\text{م ح}}{\text{ق}}$ :: طک اعني اط اعني م : کي اعني ن است به سبب تشابه مثلثین طحد و طکي بالضرورة $\frac{\text{م}^2\text{ن}+\text{ح مر ن}}{\text{ق}} = \frac{\text{م}^2\text{مر}-\text{م}^2\text{ح}}{\text{ق}}$ بلکه $\text{م}^2\text{ن}+\text{ح مر ن} = \text{م}^2\text{مر}-\text{م}^2\text{ح}$ بلکه $\text{م}^2\text{مر}-\text{ح ن مر} = \text{م}^2\text{ن}+\text{م}^2\text{ح}$ بلکه $(\text{م}^2-\text{ح ن})\times\text{مر} = \text{م}^2\times(\text{ن}+\text{ح})$ بلکه $\text{مر} = \text{م}^2\times\frac{\text{ن}+\text{ح}}{\text{م}^2-\text{ح ن}}$ بلکه $\text{اف} = \frac{(\text{اط})^2\times(\text{اد}+\text{کي})}{(\text{اط})^2-\text{اد}\times\text{کي}}$

وهو المطلوب هذه صورته .... (شکل ۱۸۴)

وبطریق دیگر اگر خطین معلومین اد و اي مماسین بقوسین اب و اک فرض کنم و بف مماس مجموع القوسین اعني بک و يح عمود بر طد قاطعا لنصف طا نقطهٔ ه فرض نمایم چون مثلثین هطح و هيا متشابهین اند بسبب

تساوي دوزاویهٔ ا و ح ودوزاویهٔ ح ه ط و ا ه ي وهمچنین مثلثین ه ط ح و د ي ه
متشابهین اند بسبب تساوي زاویهٔ ح ط ه و د ي ح وزاویهٔ د ح ي و ط ح ي
وهمچنین مثلثین ا ط د و ا ه ي متشابهین اند پس ا ط : ا د :: ا ي : ا ه
است ونیز ط ه یعنی ا ط − ا ه : د ي :: ط ح : ح ي بلکه ط ب یعنی
ا ط : ب ف اعنی $\frac{\text{اط} \times \text{دي}}{\text{اط} - \text{اه}}$ اعنی $\frac{(\text{اط})^2 \times \text{دي}}{(\text{اط})^2 - \text{اط} \times \text{اه}}$ است. لتشابه مثلثین
ط ح ي و ط ب ف وچون اط × اه = اد × اي بحسب اربعهٔ متناسبهٔ اولی پس
$\frac{(\text{اط})^2 \times \text{دي}}{(\text{اط})^2 - \text{اط} \times \text{اه}} = \frac{(\text{اط})^2 \times \text{دي}}{(\text{اط})^2 - \text{اد} \times \text{اي}}$ پس هرگاه اط را م و اد را ح و اي را ﮦ فرض کنم

پس ب ف = $\frac{\text{م}^2 \times (\text{ح} + \text{ﮦ})}{\text{م}^2 - \text{ح ﮦ}}$ چنانکه طریق اول بود وهذه صورته ...... (شکل ۱۸۵)

فائده اگر خطین مماسین قوسین ا ک و ا ب بموجب شکل طریق اول اعنی خطین
ا د و ا ف معلوم باشند وبخواهم که خط مماس قوس تفاضل که ب ک است اعنی خط
ک ي بدانم پس بحسب اربعهٔ متناسبه که درطریق اول مذکور است $\frac{\text{م}^2 + \text{ح م}}{\text{ﮦ}}$
: $\frac{\text{م م} - \text{م ح}}{\text{ﮦ}}$ :: م : ﮦ اعنی ک ي است پس ﮦ = $\frac{\text{م}^2 \times (\text{م} - \text{ح})}{\text{م}^2 + \text{ح م}}$ بلکه ک ي =

$\frac{(\text{اط})^2 \times (\text{اف} - \text{اد})}{(\text{اط})^2 + \text{اد} \times \text{اف}}$ خواهد بود ❋ سؤال بیست وششم نسبت دوجیب د ي و ف ح از
قوسین ا د و ا ف دردائرهٔ معلومة القطر معلوم است ونیز نسبت خطین مماسین قوسین مذکورین
مثل ا ب و ا ک معلوم است ومیخواهم که مقدار هرد وجیب ومقدار هرد وخطین مماسین
بدانم؛ جواب نصف قطر اعنی ا ط راکه معلوم است م ونسبت ا ب الی ا ک راکه معلوم
است ح الی ﮦ ونسبت د ي الی ف ح راکه نیز معلوم است س الی ل فرض کردم
ومقدار ا ب را مر و ا ک را ﻫ فرض نمودم پس مثلث ط ب ا ومثلث ط د ي ومثلث
ط ز ح متشابه اند ازین سبب $(\text{ط ب})^2$ اعنی $(\text{م}^2 + \text{مر}^2)$: $(\text{ا ب})^2$ اعنی مر^2 :: $(\text{ط د})^2$

قنج

پس ضرورة مقدار ف ح نیز متعین خواهد شد وهذه صورته .... (شکل ۱۸٦) ❋

سؤال بیست وهفتم ضلع مربع ونصف قطر دائره که هردو در مثلث قائم الزاویه مرسوم باشند معلوم است ومیخواهم که مقدار اضلاع مثلث بدانم ❋ جواب مثلث را ا ب ک ومربع را ب ي د ف ونصف قطر دائره از مرکز ط الی مماس ط ح و ط ص است وقطر مربع اعنی ب د را وصل نمودم واز نقطهٔ ب که زاویهٔ قائمه است عمود ب ه بر وتر قائم کردم وضلع مربع راکه معلوم است ح ونصف قطر راکه نیز معلوم است س تعبیر نمودم ومقدار ا ه را م فرض نمودم پس در مثلث ط ح ب زاویهٔ ح قائمه است وزاویهٔ ب نصف قائمه پس زایهٔ ط لامحاله نصف قائمه باشد وازین سبب خطین ب ح و ط ح متساوئین اند ونیز مثلثین د ف ب و ط ح ب متشابهین اند لتساوی زاویتین ح و ف واشتراک زاویهٔ ب ونیز خطین د ف و ط ح متوازیین اند لکونهما عمودین علی ب ف پس ف ح : ب ح :: د ط : ط ب است بشکل دوم مقالهٔ سادسهٔ اصول وهرگاه آنرا ابدال النسبة کرده ترکیب النسبة کنم پس ب ف اعنی ح : ف ح اعنی ح − س :: ب د : ط د است بلکه ح − س : ح :: ط د : ب د است وچون خطین ط ص و ب ه متوازیین اند لتشابه مثلثین ب ه د و ط ص د بسبب تساوی زاویتین ه و ص واشتراک زاویهٔ د ولهذا ط د : ب د :: ط ص اعنی س : ب ه است پس ح − س : ح :: س : ب ه اعنی $\frac{\text{ح س}}{\text{ح} - \text{س}}$ است وچون $(\text{د ه})^{2}$ + $(\text{ب ه})^{2}$ = $(\text{ب د})^{2}$ است پس $(\text{د ه})^{2} = (\text{ب د})^{2} - (\text{ب ه})^{2}$ وچون $(\text{ب د})^{2} = 2\,\text{ح}^{2}$ است لهذا $(\text{د ه})^{2} = 2\,\text{ح}^{2} - \frac{\text{ح}^{2}\,\text{س}^{2}}{(\text{ح} - \text{س})^{2}}$ بلکه خط د ه = $\sqrt{2\,\text{ح}^{2} - \frac{\text{ح}^{2}\,\text{س}^{2}}{(\text{ح} - \text{س})^{2}}}$

وچون مقدار ح و س معلوم است پس مقدار خط د ه نیز ضرورة معلوم خواهد شد وبرای اختصار خط د ه راکه معلوم شد ل و ب ه راکه نیز معلوم شده ع فرض نمایم پس ا ه اعنی م : ب ه اعنی ع :: ب ه اعنی ع : ک ه اعنی ع^{2} است لتشابه مثلثین ا ب ک و ب ه ا بسبب تساوی زاویتین ه واشتراک زاویهٔ ا وتشابه مثلثین ا ب ک

و ب ه و ک. بسبب تساوي زاويتين ب و ه واشتراک زاويهٔ ک ونيز ا ی اعني م

+ل : ک ی اعني $\frac{ع^{2}}{م}$ − ل :: ا ب : ب ک است بشکل سوم من مقالهٔ سادسهٔ اصول

وچون ا ب : ب ک :: ا ه : ب ه است لتشابه مثلثين ا ب ک و ا ه ب پس ا ی

اعني م + ل : ک ی اعني $\frac{ع^{2}}{م}$ − ل :: ا ه اعني م : ب ه اعني ع گرديد

وازين سبب ع م + ل ع = $ع^{2}$ − م ل شد باکه ع م + ل م = $ع^{2}$ − ل ع باکه

(ع + ل) م = $ع^{2}$ − ل ع بلکه م = $\frac{ع^{2} - ل ع}{ع + ل}$ = ع × $\frac{ع - ل}{ع + ل}$ وهرگاه مقدار م

اعني ا ه معلوم شد و ب ه نيز معلوم شده بود لا محاله ا ب که وتر زاويهٔ قائمه است نيز

معلوم خواهد شد بشکل عروس وهمچنين مقدار ک ی اعني $\frac{ع^{2}}{م}$ − ل معلوم شد بسبب

معلوم شدن مقدار م پس جمع اضلاع ا ب ک نيز معلوم خواهد شد ضرورة

وهذه صورته ....[شکل ١٨٧]

سؤال بيست وهشتم قطر دائره معلوم است ومي خواهم که مقدار اضلاع مخمس ومعشر

في الدائره را بدانم جواب مثلا اضلاع معشر را ا ب و ب ک و ک ی وضلع مخمس را

ا ک مفروض نمودم ومرکز دائره را ط ونصف قطر ط ب وخط ا ی کشيدم که نصف قطر

ط ب را قاطع علي نقطه ه نمود پس ظاهر است که زاويتين ب ا ه و ط ا ه متساويتين اند

چراکه قوسين ب ی و ی ب که مقدار زاويتين اند ونيز هريکی ازان دوزاويه مساوي زاويه

ا ط ه است چراکه زاويهٔ مرکزيه ضعف زاويهٔ محيطيه مي باشد کما ثبت في الاصول وهرگاه

در مثلث ا ط ه زاويتين ط و ا متساويتين اند پس لا محاله ضلعين ط ه و ا ه نيز

متساوي خواهد شد وهمچنين اگر خط ا ک وصل کنم پس ط ب را علي نقطهٔ ه

قاطع خواهد نمود بشکل (ح) من ثالثة اصول وچون زاويتين ب ا ک و ی ا ک

متساويتين اند پس لا محاله ضلعين ا ه و ا ب نيز متساوي شدند وچون خط ا ه در مثلث

شکل ۱۸۷ صفحہ ۶۱۲
شکل ۱۸۸ صفحہ ۶۱۳
شکل ۱۸۹ صفحہ ۶۱۴
شکل ۱۹۰ صفحہ ۶۱۵
شکل ۱۹۱ صفحہ ۶۱۷
شکل ۱۹۲ صفحہ ۶۱۹
شکل ۱۹۳ صفحہ ۶۲۰
شکل ۱۹۴ صفحہ ۶۲۱
شکل ۱۹۵ صفحہ
شکل ۱۹۶ صفحہ ۶۲۴

اطب زاویهٔ ا را تنصیف نموده وضلع طب را علی نسبت ضلعین قطع کرده پس
اط : اف :: طص : صب باشد وازین سبب طب اعنی اط : طص اعنی
اب :: اب اعنی طص : صب است وهرگاه عمود صق برخط اط بکشم
وعمود که برخط اب ه بکشم پس مثلثین بکه واصق متساویین اند
چراکه ضلع بک = اب = اص وزاویهٔ هبک = زاویهٔ های بسبب
تساوی زاویتین باک وبکا که زاویهٔ خارجه مساوی زاویتین داخلتین
می باشد وآن مساوی زاویهٔ صاق است وزاویهٔ ق وزاویهٔ ه قائمتین اند ازین سبب مثلثین
اقص وبهک متساویین اند وچون به = اق = ½ اط است لهذا در مثلث ابک
که زاویهٔ ب منفرجه است (اک)۲ = (بک)۲ + (اب)۲ + ۲ به × اب است
بشکل دوازدهم مقالهٔ ثانی اصول بلکه (اک)۲ = (بک)۲ + (اب)۲ + اط × اب
وچون بحسب اربعهٔ متناسبهٔ مرقوم الصدر (اب)۲ = اط × بص لهذا (اک)۲ = (بک)۲
+ اط × بص + اط × اب وچون اب = طص است پس (اک)۲ = (بک)۲
+ اط × (بص + طص) بلکه (اک)۲ = (بک)۲ + اط × طب بلکه (اک)۲ =
(بک)۲ + (اط)۲ پس نصف قطر اعنی اط راکه معلوم است سر واب راکه ضلع معشر
است مر فرض کردم چون (اب)۲ = اط × بص است پس مر۲ = اط × بص = اط
× (اط − طص) = سر × (سر − مر) بلکه مر۲ = سر۲ − سر مر بلکه مر۲ + سر مر + سر۲/۴ = سر۲ +
سر۲/۴ = ۵ سر۲/۴ بلکه مر + سر/۲ = √(۵/۴ سر۲) بلکه مر = √(۵/۴ سر۲) − سر/۲ = سر/۲ × √۵ − سر/۲ = ضلع معشر وچون
بک واب متساوی اند پس (اک)۲ = مر۲ + سر۲ بلکه (اک)۲ = سر۲ − سر × (سر/۲ ×
√۵ − سر/۲) + سر۲ = ۲ سر۲ − سر۲/۲ × √۵ + سر۲/۲ = ۲ سر۲ + سر۲/۲ − سر۲/۲ × √۵ = ۵ سر۲/۲ − سر۲ × √۵ /۲
= سر۲ × ۵/۲ − سر۲ × √۵/۲ = سر۲ × (۵ − √۵)/۲ وازین سبب اک = سر × √((۵ − √۵)/۲)

جمع نمودم بدینصــــــــــــــــــــورت

$$۲\,م^۲ - ۲\,و^۲ = ۴\,ه$$
$$۲\,م^۲ + ۲\,و^۲ = ع^۲ - ۴\,ع\,م + ۴\,م^۲$$
$$۴\,م^۲ = ۴\,ه + ع^۲ - ۴\,ع\,م + ۴\,م^۲$$

بلکه $۴\,ع\,م = ۴\,ه + ع^۲$ بلکه $م = \frac{ع^۲ + ۴\,ه}{۴\,ع}$ وهرگاه مقدار م معلوم شد چون $م^۲ - و^۲ = ۲\,ه$ بلکه $م^۲ - ۲\,ه = و^۲$ بلکه $و = \sqrt{م^۲ - ۲\,ه}$ وهذه صورته .... (شکل ۱۹۰)

سؤال سي ویکم مجموع ساقین مثلث قائم الزاویه خواه مقدار تفاضل بینهما معلوم است وهمچنین مجموع عمود و وترخواه تفاضل بینهما معلوم است ومي خواهم که مقدار هریک اضلاع بدانم؛ جواب درمثلث اک ب زاویهٔ ک قائمه است پس مجموع اک و ب ک = س و اک − ب ک اعني تفاضل بینهما = ع وهمچنین اب + ک د اعني مجموع وترو عمود = ط و اب − ک د اعني تفاضل بینهما = ه فرض کردم پس ضلع $اک = \frac{س + ع}{۲}$ وضلع $ب ک = \frac{س - ع}{۲}$ و اب اعنی وتر = $\frac{ط + ه}{۲}$ و ک د اعني عمود = $\frac{ط - ه}{۲}$ گردید وچون $(اب)^۲ = (اک)^۲ + (ب ک)^۲$ است بحسب العروس ونیز اب × ک د اعنی ضعف مساحت مثلث = اک × ب ک وازین سبب $(اب)^۲$ اعني $\left(\frac{ط + ه}{۲}\right)^۲ = (اک)^۲ + (ب ک)^۲ = \left(\frac{س + ع}{۲}\right)^۲ + \left(\frac{س - ع}{۲}\right)^۲$ بلکه $\frac{ط^۲ + ۲\,ط\,ه + ه^۲}{۴} = \frac{س^۲ + ۲\,ع\,س + ع^۲}{۴} + \frac{س^۲ - ۲\,ع\,س + ع^۲}{۴}$ بلکه $ط^۲ + ۲\,ه\,ط + ه^۲ = ۲\,س^۲ + ۲\,ع^۲$ گردید وهمچنین اب × ک د اعني $\frac{ط + ه}{۲} \times \frac{ط - ه}{۲} = اک \times ب ک = \frac{س + ع}{۲} \times \frac{س - ع}{۲}$ بلکه $\frac{ط^۲ - ه^۲}{۴} = \frac{س^۲ - ع^۲}{۴}$ بلکه $ط^۲ - ه^۲ = س^۲ - ع^۲$ وهرگاه این هردو معادله بهم رسیدند پس مي گویم که چون سؤال هذا منحصر درچهار صورت است

$3\text{ط}^2 + 2\text{ص}\,\text{ط} = 4\text{س}^2 + \text{ص}^2$ بلکه $\text{ط}^2 + \frac{2\text{ص}\,\text{ط}}{3} = \frac{4\text{س}^2 + \text{ص}^2}{3}$ بلکه $\text{ط}^2 + \frac{2\text{ص}\,\text{ط}}{3} + \frac{\text{ص}^2}{9} = \frac{4\text{س}^2 + \text{ص}^2}{3} + \frac{\text{ص}^2}{9}$ بلکه $\text{ط} + \frac{\text{ص}}{3} = \sqrt{\frac{4\text{س}^2 + \text{ص}^2}{3} + \frac{\text{ص}^2}{9}}$ بلکه $\text{ط} = \sqrt{\frac{4\text{س}^2 + \text{ص}^2}{3} + \frac{\text{ص}^2}{9}} - \frac{\text{ص}}{3}$ وهرگاه مقدار ط معلوم شد پس ع نیز بحسب سابق براید ودرصورت چهارم که مقدار س و ص مجهول است چون $4\text{ع}^2 = 3\text{ص}^2 - \text{ط}^2 + 2\text{ط}\,\text{ص}$ است بحسب بیان صدر پس $3\text{ص}^2 + 2\text{ط}\,\text{ص} = 4\text{ع}^2 + \text{ط}^2$ بلکه $\text{ص}^2 + \frac{2\text{ط}\,\text{ص}}{3} + \frac{\text{ط}^2}{9} = \frac{4\text{ع}^2 + \text{ط}^2}{3} + \frac{\text{ط}^2}{9}$ بلکه $\text{ص} + \frac{\text{ط}}{3} = \sqrt{\frac{4\text{ع}^2}{3} + \frac{4\text{ط}^2}{9}}$ بلکه $\text{ص} = \sqrt{\frac{4\text{ع}^2}{3} + \frac{4\text{ط}^2}{9}} - \frac{\text{ط}}{3}$ گردید ومقدار س بموجب بیان صدر براید فافهم وهذه صورته .... (شکل ۱۹۱)

٭ سؤال سي ودوم می خواهم که از نقاط ثلثه که برخطی مستقیم واقع شوند ومقدار ما بینها معلوم باشد خطوط ثلثهٔ مستقیمه اخراج کنم بحیثیتیکه آن هرسه خط بریک نقطه ملاقي شوند ونسبت ما بین الخطوط مثل اعداد ثلثهٔ معلومه باشد علی التناظر ٭ جواب خط معلوم الطول مثل اك ونقطهٔ مفروضه ب پس خط اك منقسم بدو قسم شد یکی اب دوم بك ونقطهٔ ملتقاي خطوط ثلثه د پس یک مثلث ادك اعظم از خط دب منقسم بدو مثلث گردید یکی ابد دوم بكد پس یک مقدمه بیان میکنم که در هرمثلث که خطی از رأس آن بطرف نقطه از قاعده خارج کرده شود مجموع مجسمین حاصلین من ضرب مربعی الضلعین في قسمی القاعده علی التکافي اعنی مسطح مربع هرضلع درقسمی ازقاعده که مجاورضلع دیگرباشد مساوي مجموع مجسمي که ازضرب مجموع قاعده في قسمین قاعده حاصل شود ومجسمي که ازضرب قاعده في مربع الخط القاسم حاصل گردد میشود چنانکه $(\text{اد})^2 \times \text{بك} + (\text{كد})^2 \times \text{اب} = \text{اك} \times \text{اب} \times \text{بك} + \text{اك} \times (\text{بد})^2$ وبرهانش اینست که اگرخطین اب و بك راعلی نقطتین ح و ه تنصیف سازم وازنقطهٔ د عمود دي بر اك خارج نمایم پس درمثلث ادي که زاویهٔ ي قائمه است $(\text{اد})^2 = (\text{دي})^2 + (\text{اي})^2$ وهمچنین $(\text{دب})^2 = (\text{دي})^2 + (\text{بي})^2$

باشد پس ضرورة اد : کد :: اب : ب ک خواهد بود کما ثبت فی الاصول
وازین سبب اد × ب ک = کد × اب پس (اد)^2 × ب ک = اد × کد
× اب و (کد)^2 × اب = کد × اد × ب ک ولهذا (اد)^2 × ب ک +
(کد)^2 × اب = اد × کد × (اب + ب ک) = اد × کد × اک وچون سابق
معلوم شده که (اد)^2 × ب ک + (کد)^2 × اب = اب × ب ک × اک + اک ×
(ب د)^2 است پس اد × کد × اک = اب × ب ک × اک + (ب د)^2 × اک
وبحسب القسمة علی اک بدینصورت شد اد × کد = اب × ب ک + (ب د)^2
وهذه صورته .... (شکل ۱۹۲)

پس هرگاه اب راکه معلوم است م و ب ک راکه معلوم است س و اک راکه
معلوم است ط و اد را مر فرض کردم ونسبت اد بطرف ب د بطرف کد
مثال نسبة ل بطرف ق بطرف ر که معلوم است فرض نمودم علی التناظر پس مر :
ب د :: ل : ق است درینصورت ق مر = ب د × ل بلکه ب د = ق مر / ل وهمچنین
کد = ر مر / ل گردید وچون بموجب بیان مذکور (اد)^2 × ب ک + (کد)^2 × اب
= اب × ک ب × اک + اک × (ب د)^2 است پس مر^2 × س + ر^2 مر^2 / ل^2 × م = م س ط
+ ط × ق^2 مر^2 / ل^2 بلکه مر^2 × س ل^2 + ر^2 مر^2 م = م س ط ل^2 + ط ق^2 مر^2 بلکه (س ل^2 + ر^2 م − ط ق^2) × مر^2
= م س ط ل^2 بلکه مر^2 = م س ط ل^2 / (س ل^2 + ر^2 م ط ق^2) بلکه مر = √[م س ط ل^2 / (س ل^2 + ر^2 م ط ق^2)] = ل √[م س ط / (س ل^2 + ر^2 م ط ق^2)] ⁂

سؤال سی وسوم اگر مقدار ضلعین از مثلثی معلوم باشد ومقدار خط از رأس المثلث خارج شده
وقاسم قاعدهٔ علی نسبة معلومه است نیز معلوم است می خواهم که مقدار قاعده ومقدار قسمین
آن بدانم ؛ جواب درمثلث ادک ضلع اد را م وضلع کد را ط وخط ب د را
که قاسم قاعده است س فرض کردم و اب راکه قسمی از قاعده است مر ونسبت اب
الی ب ک را ق الی ہ فرض کردم وازین سبب بقاعدۂ اربعۂ متناسبه ب ک =

$\frac{\text{هم}}{\text{و}}$ و $\text{اک}=\text{م}+\frac{\text{هم}}{\text{و}}=\left(\frac{\text{ز+ه}}{\text{و}}\right)\times\text{م}$ وچون بموجب بیان مقدمهٔ سؤال سی ودوم $(\text{اء})^2\times\text{ب ک}+(\text{ک ء})^2\times\text{اب}=\text{اب}\times\text{ب ک}\times\text{اک}+\text{اک}\times(\text{ب ء})^2$ است پس $\text{ط}^2\times\frac{\text{هم}}{\text{و}}+\text{ی}^2\times\text{م}=\text{م}\times\frac{\text{هم}}{\text{و}}\times\frac{(\text{ز+ه})\times\text{م}}{\text{و}}+\frac{(\text{ز+ه})}{\text{و}}\times\text{م}\times\text{س}^2$ بلکه $\text{ط}^2\text{ه ز م}+\text{ی}^2\text{ز}^2\text{م}=(\text{ز+ه})\text{م}\times\text{ه م}^2+(\text{ز+ه})\times\text{م}\times\text{ز س}^2$ بلکه $\text{ط}^2\text{ه ز}+\text{ی}^2\text{ز}^2=(\text{ز+ه})\times\text{ه م}^2+(\text{ز+ه})\times\text{ز س}^2$ بلکه $\frac{\text{ط}^2\text{ه ز}+\text{ی}^2\text{ز}-(\text{ز+ه})\times\text{ز س}^2}{(\text{ز+ه})\times\text{ه}}=\text{م}^2$ وازین سبب $\text{م}=\sqrt{\frac{\text{ط}^2\text{ه ز}+\text{ی}^2\text{ز}-(\text{ز+ه})\times\text{ز س}^2}{(\text{ز+ه})\times\text{ه}}}$ پس اگر خط ء ب منصف قاعده باشد درینصورت چون $\text{و}=\text{ه}$ خواهد بود وچون بموجب استنباط اولی من مقدمهٔ مذکور $(\text{اء})^2+(\text{ک ء})^2=2(\text{ب ء})^2+2(\text{اب})^2$ است پس $\text{ط}^2+\text{ی}^2=2\text{س}^2+2\text{م}^2$ بلکه $\text{م}^2=\frac{\text{ط}^2+\text{ی}^2}{2}-\text{س}^2$ بلکه $\text{م}=\sqrt{\frac{\text{ط}^2+\text{ی}^2}{2}-\text{س}^2}$ وهمچنین اگر خط ء ب منصف زاویهٔ ء باشد نسبت و الی ه اعنی اب الی ب ک مثل نسبت ط الی ی اعنی اء الی ک ء خواهد بود وچون $\text{اء}\times\text{ک ء}=\text{اب}\times\text{ب ک}+(\text{ب ء})^2$ است بموجب استنباط ثالث مقدمهٔ مذکور پس $\text{ط ی}=\frac{\text{ه م}^2}{\text{و}}+\text{س}^2$ بلکه $\frac{\text{ط ی و}-\text{س}^2\text{و}}{\text{ه}}=\text{م}^2$ وهرگاه بجای و و ه (ط و ی) تعبیر کنم بسبب تساوی نسبتین پس $\text{م}^2=\text{ط}^2-\frac{\text{ط س}^2}{\text{ی}}$ بلکه $\text{م}=\sqrt{\text{ط}^2-\frac{\text{ط س}^2}{\text{ی}}}$ خواهد بود وهذه صورته .... (شکل ۱۹۳)

سؤال سی وچهارم اگر ضلعین مثلث معلوم باشد و خطین متساوین که از زاویتین متقابلین خارج شوند بحیثیکه هریکی از ضلعین معلومین را منقسم بدو قسم سازند و مقدار هردو قسم معلوم باشد پس میخواهم که مقدار ضلع مجهول بدانم * جواب درمثلث ا ک ب خطین متساویین ب ی و ا ء وضلعین معلومین ا ک و ک ب است پس ک ی قسمی ازضلع ا ک را ه و ا ی قسم ثانی را س وضلع ا ک اعنی مجموع قسمین را ه و همچنین ک ء قسمی ازضلع ثانی را ط و ب ء قسم آخر را ع وضلع ک ب را

ح وضلع اب اعني مجهول را م فرض کردم و ب ي خواه اد را به سبب مساوات بينهما و تعبير نمودم چون بموجب بيان مقدمهٔ سوال سي و دوم هرگاه کب را قاعده فرض کنم پس (اک)² × ب د + (اب)² × ک د = ک د × ب د × ک ب + ک ب × (اد)² بلکه ق² × ع + م² × ط = ط ع ح + ح × ق² وهمچنين اگر ضلع اک را قاعده فرض نمايم پس (کب)² × اي + (اب)² × کي = اي × کي × اک + اک × (ب ي)² بلکه ح² × س + م² × ۲ = س ۲ ق + ق² و هرگاه معادلهٔ اولی مضروب فی ق را ازمعادلهٔ ثاني مضروب في ح ساقط نمودم ح² س − ق² ع + ۲ ح م² − ط ق م² = س ۲ ح ق − ط ع ح ق گرديد بلکه ح² س − ق² ع + (ح ۲ − ق ط) × م² = س ۲ ح ق − ط ع ح ق بلکه

$$م^2 = \frac{س ۲ ح ق - ط ع ح ق - ح^2 س + ق^2 ع}{ح ۲ - ق ط}$$

بلکه م =

$$\sqrt{\frac{س ۲ ح ق - ط ع ح ق - ح^2 س + ق^2 ع}{ح ۲ - ق ط}}$$

وهذه صورة .... (شکل ۱۹۴)

❊ سؤال سي و پنجم اگر جميع اضلاع شکل منحرف مثل ا ب ک د معلوم باشد و ممکن است که دايرهٔ حول شکل مذکور کشيده شود پس ميخواهم که قطر دايره بدانم ❊ جواب قطر اک را وصل کنم وبر ضلع ب ک عمود اي وبر ضلع اد عمود ک ف خارج کنم وضلع اب را ۲ و ب ک را س و ک د را ط و اد را ع را و ب ي را م فرض نمايم پس زاويهٔ ک د ف = زاويه ب خواهد بود چراکه به شکل ۲۱ من مقالهٔ ثالثهٔ اصول ثابت است که زاويتين متقابلين هر ذو اربعة اضلاع که در دايره واقع شود معادل قائمتين مي باشد پس مجموع دو زاويهٔ ب و د معادل قائمتين است وهمچنين مجموع دو زاويهٔ ک د ف و ک د ا معادل قائمتين است به شکل ۱۳ من اصول اولی وازين سبب مثلثين ا ب ي و ک د ف متشابهين اند پس نسبت ا ب اعني ۲ بطرف ب ي اعنی م مثل نسبت ک د اعنی ط بطرف د ف اعنی $\frac{ط م}{۲}$ وچون مثلث ا ب ک حاد الزوايا است

ص^۲ + س^۲ + ۲ ص م = (ا ک)^۲ وهمچنین ط^۲ + ع^۲ + ۲ ع و = (ا ک)^۲ است بشکل دوازدهم مقالهٔ ثانیهٔ اصول بلکه ص^۲ + س^۲ + ۲ ص م = ط^۲ + ع^۲ + ۲ ع و شد بلکه ۲ ص م − ۲ ع و = ط^۲ + ع^۲ − ص^۲ − س^۲ و (ک ي)^۲ = س^۲ − م^۲ است بشکل العروس و (ک ف)^۲ = ط^۲ − و^۲ است

ومساحت مثلث ا ہ ک = (ص × ک ي) / ۲ = ص √(س^۲ − م^۲) / ۲ ومساحت مثلث ا ب ک = (ع × ک ف) / ۲ = ع √(ط^۲ − و^۲) / ۲ ومجموع مساحتین مساوي شکل منحرف است پس

ص √(س^۲ − م^۲) + ع √(ط^۲ − و^۲) = ۲ ر) گردید وهرگاه ط^۲ + ع^۲ − ص^۲ − س^۲ = ۲ ن فرض کنم چراکه آن همه معلوم اند پس ص م − ع و = ن شد وهرگاه این را مربع نمایم ص^۲ م^۲ − ۲ ص م ع و + ع^۲ و^۲ = ن^۲ شد وهرگاه ص √(س^۲ − م^۲) + ع √(ط^۲ − و^۲) = ۲ ر (را مربع نمایم ص^۲ × س^۲ − ص^۲ م^۲ + ع^۲ ط^۲ − ع^۲ و^۲ + ۲ ص ع × √(س^۲ − م^۲) × √(ط^۲ − و^۲) = ۴ ر^۲ وهرگاه هردو مربع را جمع نمودم ص^۲ س^۲ + ع^۲ ط^۲ + ۲ ص ع × √(س^۲ − م^۲) × √(ط^۲ − و^۲) − ۲ ص ع م و = ۴ ر^۲ + ن^۲ شد وهرگاه این را بر ۲ ص ع قسمت نمودم (ص^۲ س^۲ + ع^۲ ط^۲) / ۲ ص ع + √(س^۲ − م^۲) × √(ط^۲ − و^۲) − م و = (۴ ر^۲ + ن^۲) / ۲ ص ع بلکه √(س^۲ − م^۲) × √(ط^۲ − و^۲) = (۴ ر^۲ + ن^۲) / ۲ ص ع − (ص^۲ س^۲ + ع^۲ ط^۲) / ۲ ص ع + م و وهرگاه (۴ ر^۲ + ن^۲) / ۲ ص ع − (ص^۲ س^۲ + ع^۲ ط^۲) / ۲ ص ع را بسبب معلومات = ح فرض کنم پس √(س^۲ − م^۲) × √(ط^۲ − و^۲) = ح + م و شد وبحسب التربیع (س^۲ − م^۲) × (ط^۲ − و^۲) = ح^۲ + م^۲ و^۲ + ۲ ح م و بلکه س^۲ ط^۲ − س^۲ و^۲ − م^۲ ط^۲ + م^۲ و^۲ = ح^۲ + م^۲ و^۲ + ۲ ح م و بلکه س^۲ ط^۲ − س^۲ و^۲ − ط^۲ م^۲ = ح^۲ + ۲ ح م و بلکه چون ص م − ع و = ن بود بلکه ص م = ن + ع و بلکه م = (ن + ع و) / ص وهرگاه مقدار م را در معادلهٔ مذکور تبدیل نمودم س^۲ ط^۲ − س^۲ و^۲ − ط^۲ × ((ن + ع و) / ص)^۲ = ح^۲ + ۲ ح و × (ن + ع و) / ص بلکه س^۲ ط^۲ − س^۲ و^۲

$-\text{ط}^2 \times \frac{(\text{ه}^2 \pm 2\,\text{ه ع و} + \text{ع}^2\text{و}^2)}{\text{ص}^2} = \text{ح}^2 + 2\,\text{ح و} \times -\frac{(\text{ه} + \text{ع و})}{\text{ص}}$ بلکه $\text{س}^2\text{ط}^2 - \text{س}^2\text{و}^2 -$

$\frac{\text{ط}^2\text{ه}^2}{\text{ص}^2} - \frac{2\,\text{ط}^2\text{ه ع و}}{\text{ص}^2} - \frac{\text{ط}^2\text{ع}^2\text{و}^2}{\text{ص}^2} = \text{ح}^2 + \frac{2\,\text{ح ع و}^2}{\text{ص}} + \frac{2\,\text{ح ه و}}{\text{ص}}$ باکه $\text{س}^2\text{ط}^2 - \frac{\text{ط}^2\text{ه}^2}{\text{ص}^2}$

$-\text{ح}^2 = \text{س}^2\text{و}^2 + \frac{\text{ط}^2\text{ع}^2\text{و}^2}{\text{ص}^2} + \frac{2\,\text{ط}^2\text{ه ع و}}{\text{ص}^2} + \frac{2\,\text{ح ع و}^2}{\text{ص}} + \frac{2\,\text{ح ه و}}{\text{ص}} = (\text{س}^2 + \frac{\text{ط}^2\text{ع}^2}{\text{ص}^2} +$

$\frac{2\,\text{ح ع}}{\text{ص}}) \times \text{و}^2 + \left(\frac{2\,\text{ط}^2\text{ه ع}}{\text{ص}^2} + \frac{2\,\text{ح ه}}{\text{ص}}\right) \times \text{و}$ وهرگاه $\text{س}^2\text{ط}^2 - \frac{\text{ط}^2\text{ه}^2}{\text{ص}^2} - \text{ح}^2$ را ف فرض کنم

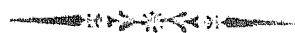
و $\text{س}^2 + \frac{\text{ط}^2\text{ع}^2}{\text{ص}^2} + \frac{2\,\text{ح ع}}{\text{ص}}$ را = ل و $\frac{2\,\text{ط}^2\text{ه ع}}{\text{ص}^2} + \frac{2\,\text{ح ه}}{\text{ص}}$ را = م) فرض نمایم چراکه همه

رقوم معلوم اند پس $\text{ل و}^2 + \text{م و} = \text{ف}$ باکه $\text{و}^2 + \frac{\text{م و}}{\text{ل}} + \frac{\text{م}^2}{4\,\text{ل}^2} = \frac{\text{ف}}{\text{ل}} + \frac{\text{م}^2}{4\,\text{ل}^2}$ بلکه و +

$\frac{\text{م}}{2\,\text{ل}} = \sqrt{\frac{\text{ف}}{\text{ل}} + \frac{\text{م}^2}{4\,\text{ل}^2}}$ باکه $\text{و} = \sqrt{\frac{\text{ف}}{\text{ل}} + \frac{\text{م}^2}{4\,\text{ل}^2}} - \frac{\text{م}}{2\,\text{ل}}$ وهرگاه مقدار و معلوم شد

چون $\text{ط}^2 \div \text{و}^2 \div 2\,\text{ع و} = (\text{اک}^2)$ است پس ضرورة مقدار اک معلوم خواهد شد

بلکه مقدار ص و کی و کف نیز معلوم خواهد گردید وهو المطلوب

وهذه صورته .... (شکل ۱۹۶)

باب دهم در قواعد فن سیاق و دران چند مطلب است

مطلب اول در تعریف فن سیاق وصور ارقام وکیفیت آن

بدانکه فن سیاق عبارت است از حساب معاملات که متصدیان اهل اسلام بوضع خاص آنرا در دفاتر حکام ثبت می نمایند وگویند اول اختراع این فن از جناب ولایت مآب امیرالمومنین علي بن ابي طالب است علیه السلام وسیاق درلغت بمعني بریک روش راندن است بایددانست که چون درهرامر ابتدا بنام خداوند تعالی وسبحانه واجب است لهذا برپیشاني افراد اول دفاتر اکثر متصدیان (۱) نویسند ادلالته علی وحدة الله سبحانه وبعضی لفظ هونگارند که کنایه ازذات باري است بلکه برپیشاني هرمکتوب همچنین نوشتن معمول است وبرای اعداد صحاح غیرالواحد والاثنین صورتی خاص از اسماي اعداد عربیه استنباط نموده اند لهذا این ارقام را ارقام عربیه گویند وبرای واحد واثنین لفظ یک ودو مرقوم میسازند الادر روپیه که دران برای واحد لفظ عدد وبرای اثنین لفظ عددان وضع کرده اند وکسور صحاح را دراکثر اجناس برقوم هندیه نویسند وعوام متصدیان آنرا هندسه میگویند واین خطاء محض است وچون مخرج کسور هرمقادیر را متعین ساخته اند چنانچه درمطلب نهم باب المساحت درفصلي علحده مذکور گردیده لهذا مخرج را ترک میکنند وصور ارقام صحاح ازین جدول واضح شود وبعد از ارقام صحاح اسم اشیا را که آن ارقام مقدار اعداد اواست می نویسند مثل اشرفي وذرعه وتهان وغیره الادر عشرات اعداد بعضی اشیا نشاني خاص می نهند چنانچه بیان آن بیاید انشاء الله تعالی

رقم هندیه	اسماء الاعداد	ارقام سیاق	
۱۰۰	مائة	ما	در روپیه بدینصورت ما عه خواه بدینصورت ما عص
۲۰۰	مائتان	مار	بشرح ایضا
۳۰۰	ثلث مائة	سما	بشرح ایضا
۴۰۰	اربع مائة	اسما	بشرح ایضا
۵۰۰	خمس مائة	ىما	بشرح ایضا
۶۰۰	ست مائة	سما	بشرح ایضا
۷۰۰	سبع مائة	لما	بشرح ایضا
۸۰۰	ثمانمائة	لا	بشرح ایضا
۹۰۰	تسع مائة	ىما	بشرح ایضا
۱۰۰۰	الف	اے	در روپیه بعضے بدینصورت نگارند اے وبایدد انست که این نشان از لفظ هزار استنباط کرده اند ودر عشرات الوف هر اشیا اگر عشرات الوف صرف باشد همین نشان ے می نگارند

رقم هندیه	اسماء الاعداد	ارقام سیاق	
۲۰۰۰	الفان	اعـــ	بشرح ایضا
۳۰۰۰	ثلثة الاف	ىحـــ	بشرح ایضا
۴۰۰۰	اربعة الاف	ىعـــ	بشرح ایضا
۵۰۰۰	خمسة الاف	ىحـــ	بشرح ایضا
۶۰۰۰	ستة الاف	ىحـــ	بشرح ایضا
۷۰۰۰	سبعة الاف	ىحـــ	بشرح ایضا
۸۰۰۰	ثمانية الاف	ىحـــ	بشرح ایضا
۹۰۰۰	تسعة الاف	ىحـــ	بشرح ایضا

واز عشرات الوف بطور عشرات اعداد نویسند ونشان هزار بران گذارند چنانچه ده هزار بدینصورت عـــ ویازده هزار بدینصورت ىعـــ ودوازده هزار بدینصورت عـــ وبیست و چهار هزار بدینصورت ىعـــ وهکذا واگر با الوف ومأت وعشرات واحادهم باشد مأت وعشرات واحاد را فوق الوف نویسند * مثلا دو هزار وچهار صد وبیست وپنج بدینصورت اعـــ اسما عـــ وهکذا تا نود ونه هزار وبعد از ان چون اهل هند مائة الوف را لاکهه میگویند لهذا اهل دفاتر

اسلام آنرا لکه می نویسند واگر یک لک صرف باشد در هر اشیا اسماء اشیا بعد ازان نویسند مثل
یک لک روپیه و یک لک اشرفي و یک لک بیگهه وغیران واگر الوف ومأت واحاد و عشرات
هم باشد پس یک لک را فوق والوف وغیره را تحت آن نگارند ونشان هر اشیا مثل بیان صدر
گذارند وهمچنین مافوق لک اسامي مراتب عددیهٔ هندیه را می نویسند مثل کرور وارب
وکهرب ودر روپیه کسر اول را که آنه است برقوم هندیه نویسند ودر یسار آن نشاني می نهند
بدینصورت ـ مثل یک آنه ١ـ ودو آنه ٢ـ وچون آنه را چهار قسم سازند هر قسم را پائي گویند اعني
ربع آنه بدینصورت نویسند ــ وبرای نصف آنه نقطه در یسار آنه گذارند مثل یک ونیم آنه
١٠ـ وسه ربع آنه را بدینصورت ـــ وبعضي آنه را بیست حصه کنند وهر حصه را گنده گویند
وآنرا بعد رقوم آنه برقوم هندیه نوشته لفظ گنده نگارند وهر گنده را چهار حصه نموده هر حصه را
کوري گویند وهمچنان برقوم هندیه نگارند ودو فلوس را تنکه وهر فلوس را بیست پنج دام
هر دام را کوده بدینصورت نویسند ٥ ٢ دام ونیز شانزدهم فلوس را آدهي گویند وبدینصورت
نگارند ١٠ دام وثمن فلوس را دمري خوانند وبدینصورت نویسند ٣ ٥ دام ونصف فلوس را
ادهه گویند وبدینصورت نگارند ١٢ ٠ دام وربع را چهدام گویند وبدینصورت ١ دام وهکذا
جمع کسور تنکه بهمین صورت بحساب في تنکه ٥٠ دام می نویسند ودر اوزان چهل اثار
که من شاهجهاني است پس هرچه کمتر از چهل آثار باشد آنرا برقوم هندیه نوشته در یسار
آن لفظ اثار می نهند مثل دو اثار بدینصورت ٢ اثار وغیره وهر اثار را شانزده حصه نموده
هر حصه را چهتانک خوانند وبدینصورت نویسند ٠ اثار ونصف چهتانک بدینصورت ـ
ودو چهتانک بدینصورت ٥ اثار وربع اثار را بدینصورت ــ اثار ونیم اثار را بدینصورت
٠ اثار وهمچنین در اراضي لفظ ذرعه خواه بیگهه می نگارند وحصهٔ شانزدهم را گره وحصهٔ
بیست وچهارم ضمیر خوانند وحصهٔ بیستم بیگهه را بسوا گویند وهکذا وکسور را برقوم هندیه
وکسور کسور را اگر ربع است ــ واگر نصف است ٠ نویسند وزیاده را برقوم هندیه نگاشته
اسم کسور بران می نویسند *

مطلب دوم در بیان سال و ماه و روز و دران چند بیان است

بیان اول در حقیقت سال و ماه و روز

باید دانست که چون همه از اجرام سماوی ظاهرتر آفتاب و ماهتاب اند لهذا دورهٔ سال را برگردش شمس نهاده اند که مدار کاروبار جهانیان برفصول است وفصول ازگردش شمس حاصل می شود پس مدت دورشمس ازیک نقطهٔ منطقة البروج که مدار شمس است وآنرا درهندی لگن منڈل ودرانگریزی زاڈیک گویند تا معاودت او بهمان نقطه یک سال شمسی حقیقی اعتبارکرده اند ونیزمنطقة البروج را دوازده حصهٔ متساوی فرض کرده مدت سیرشمس درهرحصه راشهروماه شمسی حقیقی خوانند وازین سبب سال شمسی منقسم بدوازده ماه میگردد وهمچنین مدت دورقمررا ازوضع معین نسبت شمس تا معاودت او بهمان وضع یکماه قمری قرار داده اند مثل مابین هلالین خواه مابین بدرین خواه مابین محاقین وغیرذالک وچون دوازده دورقمری قریب بیک دورشمسی میشود لهذا دوازده ماه قمری را یک سال قمری می شمارند واین سال وماه قمری نیزحقیقی باشد وچون بسبب اختلاف حرکات نیرین مذکورین ضبط ایام شهورممکن نیست لهذا عقلای اکثردیارایام شهورهریکی ازشمسی وقمری راتخمینا مختلف مقررنموده اند وآنرا شهوروسال اصطلاحی گویند وبرای مطابقت سال وماه حقیقی یک روزخواه زیاده ازان بحسب حیات درسالهای معین برنامهای معین ازشمسی وقمری می افزایند وآنرا یوم کبیسه گویند وان شهر وسال راشهروسال کبیسه خوانند وکبیسه درلغت معنی کم آمد سال است پس هریکی ازسال شمسی وسال قمری وماه شمسی وماه قمری منقسم بدوقسم شد یکی حقیقی دوم اصطلاحی که مجموع هشت اقسام باشد وبیان هریک درمحل خودش کرده شود انشاء الله تعالی وشبانروز نیزبردونوع است یکی حقیقی ودوم وسطی وشبانروزحقیقی نزد منجمان اهل فارس ومغرب وفرنگ ازنیم روزتانیم روز دیگر است ونزد منجمان خطا وایغور ازنصف شب تا نصف دیگرونزد اهل عرب واهل شرع ازغروب شمس که اول شب است تاغروب دیگرونزد اهل هندازطلوع شمس که اول روزاست تاطلوع دیگروشبانروزوسطی مقداریکدورفلک اعظم است که آنرا حرکت یوم بلیله گویند مع حرکت وسطی شمس وآن ازروی رصدالغ بیگی نط ح یط لر صح خامسه است

اگر یکدور را شصت فرض کنند و روز نزد منجمان اهل فارس و روم و هند از طلوع مرکز شمس
است تا غروب او ونزد اهل شرع از طلوع صبح صادق است تا غروب تمام جرم شمس وچون
انتهای روز ابتدای شب وانتهای شب ابتدای روز پس برین منوال حال شب نیز قیاس
باید کرد ومنجمان اهل فارس ومغرب وروم وفرنگ وهند هریک از شبانروز حقیقی ووسطی را
بیست وچهار قسم کنند وآنرا ساعات مستویه ومعتدله گویند ونیز از هریک از شب وروز را
بدوازده قسم متساوی کنند وساعات معوجه وزمانی خوانند ومنجمان خطا وایغور وترک
شبانروز را بدوازده قسم متساوی کنند وآنرا جاغ گویند وبرای آن دوازده نام مقرر کرده اند واسامی
آن از جدول معلوم شود وهر جاغی را بهشت قسم کنند وآنرا کهته گویند ونیز دوازده سال را یک دور
قرار داده اند ونام هر سال باسمای جاغ مقرر ساخته چنانچه منجمان در تقویم آنرا مینویسند
وعوام آنرا سیاری تورو نویسند وسال را ئیل گویند چنانچه در دفاتر وفرامین پادشاهی نشقان ئیل
واود ئیل وغیران نوشته میشود ونیز شبانروز را بده هزار قسم قسمت کنند وهر قسم را فنک گویند *

اسامی جاغها

خطا	ایغور	ترکی	فارسی مطابق ترکی
ژه	کسکو	سچقان	موش
چیو	اوی	اود	بقر
ییم	بارس	بارس	پلنگ
ماو	تفشقان	تفشقان	خرگوش
چن	لوی	لوی	نهنگ
صغر	ایلان	ایلان	مار
اوز	یونه	یونت	اسب
وی	قوی	قوی	گوسپند
شن	پچین	پچین	بوزینه
یو	تاقو	تخاقو	مرغ
شو	ایت	ایت	سگ
حوی	تونغوز	تنگوز	خوک

وباید دانست که عقلاً برای ضبط اوقات امورات و واقعات سالی را که دران حادثهٔ عظیم مثل ظهور ملتی یا جلوس بادشاهی یا طوفانی یا زلزلهٔ و امثال آن واقع شده باشد مبدأ تاریخ مقرر کرده اند وآن بحسب اصطلاح هر قوم مختلف است چنانچه در هند بالفعل تاریخ هجری وفرس و رومی وانگریزی و هندی که آنرا سنبت گویند مشهور است وبیان هر یک در محل خودش کرده شود انشاء الله تعالی ونام ماه های عربي وفارسي و رومی وعیسوی وهندی ونام بروج دوازده گانه از جدول واضح شود جدول این است

نام ماه های عربی	نام ماه های که در هندوستان مشهور است	نام بروج عربي	نام بروج هندی	نام بروج انگریزی	نام ماه های فارسي	نام ماه های رومي	نام ماه های هندي	نام ماه های انگریزی
محرم	دها	حمل	میکهه	اریز	فروردین	نیسان ۳۰ یوم	بیساکهه	اپریل ۳۰ یوم
صفر	تیزی	ثور	برکهه	تارس	اردی بهشت	ایار ۳۱ یوم	جیتهه	می ۳۱ یوم
ربیع الاول	بارہ وفات	جوزا	متهن	جمینی	خورداد	حزیران ۳۰ یوم	اساڑه	جون ۳۰ یوم
ربیع الثانی	میران محی الدین	سرطان	کرک	کینسر	تیر	تموز ۳۱ یوم	ساون	جولائی ۳۱ یوم
جمادی الاول	مدار	اسد	سنگ	لیو	مرداد	آب ۳۱ یوم	بهادون	اگسط ۳۱ یوم
جمادی الثانی	خواجه معین الدین	سنبله	کنیا	ورگو	شهریور	ایلول ۳۰ یوم	آسن	سپطمبر ۳۰ یوم
رجب	رجب	میزان	تولا	لیبرا	مهر	تشرین الاول ۳۱ یوم	کاتك	اکطوبر ۳۱ یوم
شعبان	شبرات	عقرب	برچهك	سکارپیو	آبان	تشرین الاخر ۳۱ یوم	اگهن	نومبر ۳۰ یوم
رمضان	روزه	قوس	دهن	سجی تیرس	آذر	کانون الاول ۳۱ یوم	پوس	دسمبر ۳۱ یوم
شوال	عید	جدی	مکر	کپری کارن	دی	کانون الاخر ۳۱ یوم	ماگهه	جنوری ۳۱ یوم
ذی قعده	خالی	دلو	کنبهه	اکوئریس	بهمن	شباط ۲۸ یوم	پهاگن	فبروری ۲۸ یوم
ذی الحجه	بقرعید	حوت	مین	پیسز	اسفندارمذ	اذار ۳۱ یوم	چیت	مارچ ۳۱ یوم

وباید دانست که اهل هند و فرنگ هفت روز را منسوب بکواکب سبعهٔ سیاره می نمایند ۔
وآنرا هفته میگویند ونام هر روز را بنام کواکب منسوب الیه موسوم میسازند و اول هفته
نزد آنها روز یک شنبه است که منسوب بشمس است لعلو شانه واهل عرب ایام هفته را
معین می کنند لیکن منسوب بکواکب نمیسازند وگویند که ایزد تعالی جمیع مخلوقات را
از ابتدای یک شنبه تا روز جمعه بیافرید و روز شنبه استراحت نمود لهذا یک شنبه را یوم الاحد
ودوشنبه را یوم الاثنین وسه شنبه را یوم الثلثا وچهارشنبه را یوم الاربعا وپنجشنبه را یوم
الخمیس خوانند وچون پیدایش جمیع مخلوقات بروز جمعه تمام شد آنرا یوم الجمعه
خواندند وشنبه را یوم السبت گویند چه سبت بمعنی آسایش است واین بموجب معتقد یهود
است پس اول هفته نزد آنها روز یکشنبه باشد ونزد اهل اسلام اگرچه ابتدای آفرینش
از روز یک شنبه بموجب حدیث ثابت میشود وترجمهٔ حدیث اینست که خالق کن فیکون
روز یک شنبه ودوشنبه زمین را آفرید وجبال معدن را روز سه شنبه مخلوق گردانید وروز
چهارشنبه امصار وانهار واموات را پدید آورد ودر روز پنجشنبه تا سه ساعت روز جمعه
سماوات وملائکه را خلق کرد انتهی ونیز برین دال است کلام الٰهی خلقنا السمٰوات
والارض وما بینهما فی ستة ایام ثم استوی علی العرش اگرچه ثم استوی علی العرش دلیل بر بودن
روز شنبه است برای مطابقت حدیث لیکن روز شنبه را یوم استراحت گفتن ازین حدیث
ثابت نمیشود چه ظاهر است که ایزد سبحانه از استراحت وغیر استراحت منزه است تعالی
شانه لهذا اول هفته نزد اهل اسلام روز شنبه است ونزد اهل فارس ودر زمان قدیم ایام هفته
معین نیست چراکه فارسیان یکماه را سی روز قرار داده برای هر روز نامی خاص معین
کرده اند چنانچه بیان آن بیاید انشاء الله تعالی چنانچه در زیج الغ بیگی ونهایة الادراک
مندرج است وازین سبب معلوم میشود که شنبه ویک شنبه وغیره نامهای هفتگانه از مصطلحات
متأخرین اهل فارس است که بمطابقت اهل عرب مقرر ساخته اند چنانچه روز جمعه برین
معنی دال است که حرف عین مخصوص کلام عرب است ونام ایام هفتگانه ونام کواکب
سبعهٔ سیاره که در هند وفرنگ وفارس وعرب مشهور است درین جدول ثبت افتاد *

نام کواکب هندی	نام کواکب انگریزی	نام کواکب عربی	نام کواکب فارسی	نام ایام سبعه هندی	نام ایام سبعه عربی	نام ایام سبعه فارسی	نام ایام سبعه انگریزی	نام القاب کواکب
روی وایت	سن	شمس	آفتاب	ایت وار	یوم الاحد	یکشنبه	سن ڈي	خسرو فلک
سوم چندرماں	مون	قمر	ماه	سوم وار	یوم الاثنین	دوشنبه	مون ڈي	مشیر و قاصد فلک
منگل	مارس	مریخ	بهرام	منگل	یوم الثلثا	سه شنبه	ٹیوس ڈي	جلاد فلک وکوتوال فلک ونحس اصغر
بده	مرکري	عطارد	تیر	بده	یوم الاربعا	چهارشنبه	وڈنس ڈي	دبیر فلک و مهندس فلک و اخترد انش و صاحب جوزا وسعد اصغر
برہسپت	جپی ٹر	مشتری و برجیس	هرمزد	برہسپت و جمعرات	یوم الخمیس	پنجشنبه	تهرس ڈی	قاضی فلک واختردانش وسعد اکبر
شکر	وینوس	زهره	ناهید	شکر	یوم الجمعه	جمعه	فرائی ڈی	لولی ومطرب فلک وطبیب القلب و سعد اکبر
سنیچر	ساٹرن	زحل	کیوان	سنیچر	یوم السبت	شنبه	سٹر ڈی	شحنه فلک وپاسبان فلک هندوی چرخ ونحس اکبر

بیان دوم در سال هجری باید دانست که مبدء این تاریخ غرهٔ محرم آن سال بوده که محمد صلی الله علیه وسلم از مکه بمدینه هجرت فرمود وآن روز پنجشنبه بود واهل شرع ماه های این تاریخ را از رویت هلال تا رویت هلال دیگر اعتبار کنند وآن از سی روز زیاده واز بیست ونه کم نمی باشد وتا چهار ماه متوالی سی سی روز میتواند شد زیاده نی وسه ماه متوالی بیست ونه نه روز میتواند شد زیاده نی ودوازده ماه را سال اعتبار کنند پس سال وماه ایشان قمری حقیقی بود ومنجمان اهل اسلام محرم را سی روز وصفر را بیست ونه روز وهمچنین یکماه را سی روز ودوم را بیست ونه روز علی الترتیب حساب می کنند پس ماه ذی حجه بیست ونه روز باشد از این سبب مقدار سال سه صد وپنجاه وچهار روز می شود وچون از روی سال قمری حقیقی کسری افتد لهذا در هر سی سال یازده روز ایام کبیسه قمری می افزایند وماه ذی حجه را در سالهای دوم وپنجم وهفتم ودهم وسیزدهم وپانزدهم وهجدهم وبیست ویکم وبیست وچهارم وبیست وششم وبیست ونهم سی روز اعتبار می کنند وبرای تعین روز اول سال قاعده مقرر کرده اند اعنی اگر بخواهند غرهٔ محرم از سالهای هجری را بدانند که کدام روز از روزهای سبعه خواهد بود چون ظاهر است که سالهائیکه بران یوم کبیسه افزوده شده

سالهای تامه گردیده و سالهائی که بران یوم کبیسه افزوده نگردیده سالهای ناقصه اند و چون
سالهای هجری نزد اهل شرع از روی رویت و سال تامه است لهذا سالهای هجری را از
دو صد و ده طرح کنند که باقی دو صد و ده خواه کمتر ازان بماند پس آن باقی را بر سی قسمت
نمایند و خارج قسمت را در پنج ضرب کرده محفوظ نگاه دارند وانچه از قسمت باقی مانده
باشد دران سالهای کبیسه و غیر کبیسه را تفریق کنند بموجب بیان صدر * مثلا اگر بست و
هشت باقی ماند پس ده سال کبیسه و هجده سال غیر کبیسه است واگر ده باقی ماند پس
چهار سال کبیسه و شش سال غیر کبیسه و بعد ازان عدد سالهای کبیسه را در پنج و عدد سالهای
غیر کبیسه را در چهار ضرب کرده بر محفوظ بیفزایند و مجموع را هفت هفت طرح کنند که
عدد باقی روز اول سال است و آنرا مدخل سال گویند * مثلا اگر بعد طرح یک باقی ماند روز
شنبه غرهٔ محرم خواهد بود واگر دو باقی ماند یک شنبه غرهٔ محرم است و همچنین اگر خواهد
که روز اول هر ماه را ازان سال بدانند پس ازین جدول استخراج نمایند هر روزیکه محاذی
روز اول سال و محاذی ماه مطلوبه باشد مدخل آن ماه خواهد بود و نیز برای سهولت
جدول مدخل سال نیز نهاده اند که سالهای هجری را بر دو صد و ده قسمت کنند و باقی را
از محاذات احاد و عشرات ملاحظه نمایند که مدخل سال معلوم شود

جدول مدخل ماههای ناقصه

محرم	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه
صفر	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
ربیع الاول	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه
ربیع الثانی	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه
جمادی الاولی	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه
جمادی الاخری	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
رجب	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
شعبان	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه
رمضان	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه
شوال	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه
ذی قعده	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
ذی حجه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه

جدول مدخل سالهای ناقصهٔ هجری

	ه ۵	ل ۳۰	س ۶۰	ص ۹۰	قك ۱۲۰	قن ۱۵۰	قف ۱۸۰
۱	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۲	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۳	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۴	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۵	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۶	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۷	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۸	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۹	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۱۰	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۱۱	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۱۲	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه
۱۳	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۱۴	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۱۵	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۱۶	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۱۷	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۱۸	دوشنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۱۹	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۰	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۲۱	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۲۲	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۲۳	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۲۴	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۵	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۲۶	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۲۷	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۸	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۲۹	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۳۰	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه

بدانکه روز اول سال وماه درینجا بحساب منجمان مراد است نه ازروی رویت اگر یک روز کم وبیش شود اعتبار ندارد وهمچنین اگر خواهند عدد ایام سالهای هجري تا تاریخی ازماه معین بدانند که چند است پس عدد سالهای تا ماه هجري را در سه صد وپنجاه وچهار ضرب کنند که عدد ایام سال ناقصهٔ هجري است وبعد ازان عدد سالهای تا ماه را برسی قسمت نموده خارج را دریازده ضرب سازند که عدد ایام کبیسه است وحاصلین را جمع سازند وانچه ازروی قسمت باقي مانده باشد دران ملاحظه کنند که چند سال کبیسه است پس عدد کبایس بران مجموع بیفزایند که عدد ایام سالهای تا ماه هجری حاصل شود وبعد ازان عدد ماههای که ازمحرم تا تاریخ معین مطلوبه بوده باشد بگیرند بترتیبیکه نزد منجمان است اعني محرم سي روز وصفر بیست ونه روز وهکذا وجمع سازندکه عدد ایام هجری تا تاریخ معین حاصل شود وباید دانست که اعداد حاصله راهفت هفت طرح کند وباقي را ازروز پنجشنبه بشمارند اگر مطابق روز تاریخ مطلوبه باشد فهو المراد والا اگر یک روز یا دوروز کم وبیش واقع شود کم وبیش نمایند ونیز تاریخ مطلوبه باید که ازروی مداخل سال وماه درست باشد والا صحیح نموده عمل نمایند که آن تفاوتها بسبب تفاوت رویت هلال است باید دانست که سنهٔ فصلي همان سال هجریست که محمد اکبر بادشاه درعهد خود برای درستی حساب دفاتر ازابتدای ماه آسن هندي مقرر نموده چراکه در هندي حساب محصولات بر فصول است وبدون آن منضبط نمی شد پس ازان جهت یک سال فصلي موافق یک سال هندي شد وچون در سالهای قمري هندي بعد سه سال یکماه کبیسه می شود که آنرا لوند خوانند چنانچه بیان آن بیاید انشاء الله تعالی لهذا درمیان سال هجري وفصلي تفاوت شد واین تفاوت بحسب زیادت ماه های کبیسه زیاده می شود وعدد سال هجري زیاده وعدد سال فصلي کم مي گردد وسال هندي شش صد وچهل ونه سال وپنج ماه از سال فصلي بیشتر است پس هرگاه برسال فصلي عدد مذکور بیفزایند سال هندي حاصل شود واگر از سال هندي بکاهند سال فصلي حاصل شود *

بیان سوم در تاریخ عیسوی ورومي بدانکه مبدء تاریخ رومي روز دوشنبه بعد از وفات سکندر فیلقوس بدوازده سال شمسي از غرهٔ تشرين الاول است ومبدء سال عیسوي ...

روز دوشنبه بود منسوب بولادت حضرت عیسی علیه السلام از غرهٔ جنوري وسالهای وشهرهای این هردو تاریخ شمسي اصطلاحي اند چراکه سه صد وشصت وپنجروز وربع روز بی زیادت ونقصان سال می شمارند وشهرهای دوازده گانهٔ هردو تاریخ درعدد ایام متساوي اند چنانچه درجدول شهور ثبت افتاد وچون مجموع ایام سال این هردو تاریخ سه صد وشصت وپنج میشود لهذا درسال چهارم بعوض کسر ربع درتاریخ رومي بماه شباط ودر عیسوي بماه فروري یک یوم کبیسه می افزایند وباید دانست که اول سال عیسوي یعني غرهٔ جنوري بیست ویکم کانون الاول سال کبیسه بود پس از سال دوم تا سه سال تاریخ بستم ماه مذکور غرهٔ جنوري شد بعدازان تاچهارسال رومي بتاریخ بیست ویکم کانون الاول غرهٔ جنوري میشود وباز تاچهارسال بتاریخ بستم ماه مذکور غرهٔ جنوري واقع میشود وپس ازان بازتاچهارسال بتاریخ ۲۱ عود میکند وابتدای سال رومي ازقریب راس المیزان وابتدای سال عیسوي ازقریب راس الجدي است ونیز باید دانست که سال رومي قبل ازسال عیسوي است بسه صد ویازده هزار وهشتاد ویک یوم واز روی حساب ۱۱۳۶۷۳ یوم میشود واگربخواهند که مجموع ایام سالهای رومي خواه عیسوي تاتاریخ معین بدانند باید که سالهای گذشته را درسه صد وشصت وپنج ضرب کنند وربع عدد سالهای گذشته راکه صحیح باشد بران بیفزایند که مجموع ایام سالهای گذشته باشد وبران ایام ماه گذشته مع تاریخ مطلوب زیاده کنند که مجموع ایام تاتاریخ مطلوبه باشد وآنرا هفت هفت طرح کرده باقي را ازروز دوشنبه بشمارند اگرمطابق روز تاریخ مطلوبه بود فهوالمراد والا یک روز بیفزایند خواه بکاهند تاعدد ایام درست شود وامثلهٔ این همه بیاید انشاءالله تعالی *

بیان چهارم درتاریخ فارسي بدانکه مبدء این تاریخ روز سه شنبه سال جلوس یزد جرد بن شهریار است وشهور این تاریخ نیز شمسی اصطلاحي است چه سه صدوشصت وپنجروز را یکسال میگیرند وماههای را سی سی روز ودراخرابان پنجروز کبیسه زیاده می کنند وآنرا خمسهٔ مسترقه گویند ۱ هرمزد ۲ بهن ۳ اردي بهشت ۴ شهریور

۵ اسفندارمذ ۶ خرداد ۷ مرداد ۸ دیباوز ۹ اذر ۱۰ ابان ۱۱ خور ۱۲ ماه ۱۳ تیر ۱۴ گوس ۱۵ دبمهر
۱۶ مهر ۱۷ سروش ۱۸ رشن ۱۹ فروردین ۲۰ بهرام ۲۱ رام ۲۲ باد ۲۳ دیبدین ۲۴ دین ۲۵ اراد ۲۶ اشتاد
۲۷ اسمان ۲۸ زامیاد ۲۹ مارسفند ۳۰ انیران ونام خمسه مسترقه این است ۱ اهنود ۲ اشنود ۳ اسفندمذ
۴ دهشت ۵ هشتویس واگر بخواهند که مجموع ایام سالهای فارسي تا تاریخ معین بدانند
پس عدد سالها را در سه صد و شصت و پنج ضرب کرده عدد ایام ماه ها تا تاریخ معین بران
بیفزایند که مجموع عدد ایام تا تاریخ مطلوب باشد ونیز از ان هفت هفت طرح کرده امتحان
سازند و باقي را از روز سه شنبه بشمارند *

بیان پنجم در تاریخ هندي که آنرا سنبت گویند و ابتدای آن از وقت جلوس راجه
بکرماجیت روز سه شنبه است و این سال شمسي اصطلاحي و ماه های این قمري اند از ابتدای
یک بدر تا بدر دیگر اعتبار می کنند و آنرا پورن ماسي گویند ونیز از یک محاق تا محاق دیگر
گیرند و آنرا اماوس گویند و هر ماه را سي حصه کنند و هر حصه را تتهه گویند و هرگاه هر ماه را
سي یوم اعتبار کنند ماه قمري اصطلاحي شود و در تقاویم هندي مدت سیر قمر در هر حصه را
ثبت سازند و مجموع سیر سي حصه را شهر اعتبار کنند پس این ماه های قمري حقیقي باشد
و باز برای مطابقت فصول بعد سي شهر و گاهي بعد سي و یک شهر یکماه کبیسه می افزایند ولهذا
سال ایشان شمسي اصطلاحي می شود ونیز باید دانست که اهل هند هر ماه را دو قسم کنند
یکي از اخر محاق تا بدر و آنرا شوکل پتهه گویند و شوکل بمعني روشن است و پکهه بمعني حصه
ونیز آنرا سودي گویند و دیگر از آخر بدر تا محاق و آنرا کرشن پکهه خوانند و کرشن بمعني
سیاه است ونیز بدي می نامند و از ابتدای سنبت از روز اول شوکل پکهه ماه ماگهه است لیکن
در تقاویم ونزد اهل عرف بسبب قرب نوروز از چیت سودي می گیرند و اگر بخواهند که
ایام سالهای سنبت را تا تاریخ معین بدانند پس عدد سالهای ماضیه را در سه صد و شصت
ضرب کرده بر حاصل ضرب عدد ایام ماه ها از ابتدای ماگهه سودي تا تاریخ مطلوبه بیفزایند

ومجموع را در ۷۹۶۶۶۸ که هفت لک ونود وشش هزار وشش صد وشصت وهشت که عدد (ما و مم) خامسه است ضرب سازند وبرحاصل ضرب پنجاه وپنج کرور وپنجاه ودو لک وشصت هزار وچهارصد که بدینصورت ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ که عدد (صت ح لط) خامسه است بیفزایند ونیز هفتاد وهفت کرور وهفتاد وشش لک که بدینصورت ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ ومخرج خامسه است قسمت کنند پس صحاح خارج قسمت ماه های کبیسه باشد وآنرا درسی ضرب نموده حاصل را بر مجموع اول بیفزایند ومحفوظ دارند وباز این محفوظ را در دو لک ودو هزار وهفصد وهفتاد وشش که بدینصورت ۲۰۲۷۸۶ وعدد (نو بط صو) رابع است ضرب کرده برحاصل ضرب چهل وهفت لک وپانزده هزار ودوصد وهشتاد که بدین صورت ۴۷۱۵۲۸۰ وعدد (ا ط صم) رابع است بیفزایند وبریک کرور بیست ونه لک وشصت هزار که بدینصورت ۱۲۹۶۰۰۰۰ ومخرج رابع است قسمت سازند وصحاح خارج قسمت را از محفوظ بکاهند که باقی عدد ایام سالهای منبت تا تاریخ معین خواهد بود وباید دانست که اهل هند نام ماه ها را که درجدول گذشته ثبت افتاده بنام یکی از منازل قمر نهاده اند چراکه قمر بروز بدریت هرماه درمنزلی که بنام آن ماه است می باشد ومنازل قمر که آنرا بهندی نچهتر گویند بیست وهشت است ازانجمله یک منزل که آنرا بهندی ابهجت وبعربی سعد ذابح خوانند بسیار قلیل است لهذا درتقاویم هندی بیست وهفت منزل مندرج میکنند وهر منزل را چهار حصه مقرر نموده هرحصه را بهندی چرن خوانند بجیم فارسی ووجه تسمیهٔ آن منازل قمر این است که قمر دریک روز تقریبا یکی ازان منازل قمر را قطع می کنند وچون سیر قمر دریکماه سیزده برج تقریبا است لهذا منطقة البروج بسبب این منازل منقسم به بیست وهشت می شود بلکه هربرج منقسم بدو منزل وربع منزل تقریبا می گردد ونیز درتقاویم هندی تحویل شمس دران منازل راب‌ترتیب می کنند چنانچه ازانجمله نچهترهای بارش که تعلق بشمس دارد مشهور است وجدول اسامی منازل قمر اینست

وسنبله ۳۱ ومیزان ۳۰ عقرب ۳۰ قوس ۲۹ جدی ۲۹ دلو ۳۰ حوت ۳۰ واین تقریبی است
واز روی تحویل گاهی یک روز کم وبیش می شود ودر دفاتر بنگاله از روی تحویل تحقیقی
که سنکرات گویند تاریخ ماه می نویسند لیکن غرهٔ ماه ماگهه که تحویل جدی است همیشه بتاریخ
یازدهم جنوری می شود وایام سالهای شمسی حقیقی گاهی سه صد وشصت وپنج وگاهی
سه صد وشصت وشش می شود وباید دانست که حساب تحویل شمس نزد منجمان هند
بدو طریق می شود یکی از روی زیچ قدیم که زیچ بکرماجیت است وآنرا سنکرات گویند
ودوم از زیچ محمد شاهی که راجه جی سنگه در عهد محمد شاه بادشاه تیار نمود وآنرا این خوانند
وباید دانست که درن فاتر بنگاله سال از ماه بیساکهه شمسی شروع می شود وآنرا بنگله گویند
وآن بعینه سال فصلی است وتفاوت همین است که سال فصلی از ابتدای ماه اسن وابتدای
سال بنگله از ماه بیساکهه شمسی می شود وهمچنین اهل اودیسه از ابتدای چیت مقرر کرده اند
وهمین سال فصلی را سال ولایتی می نامند *

بیان ششم در تحویل یک تاریخ بتاریخ دیگر باید دانست اگر سال وتاریخ یکی از سالهای
هجری خواه فارسی خواه رومی خواه عیسوی خواه هندی معلوم باشد وبخواهند که سال
وتاریخ دیگر را بدانند طریقش این است که اول سال وتاریخ معلوم را که محول است روز سازند
وسال وتاریخ مطلوبه را که محول الیها است به بینند که مبدء آن پیش از مبدء تاریخ محول است
یا بعد آن پس اگر مبدء پیش از مبدء محول باشد ایام مابین التاریخین را از جدول که در ذیل
مرقوم است دریافته بر ایام سال وتاریخ محول بیفزایند واگر مبدء محول الیه بعد از مبدء محول
است ایام مابین التاریخین از ایام محول بکاهند ومجموع خواه باقی را سالهای محول الیه
سازند وطریقش این است که اگر محول الیه سال هجری است روزها را بر سه صد وپنجاه
وچهار قسمت کنند وخارج قسمت را بر سی قسمت ساخته در یازده ضرب کنند وانچه از روی
قسمت دوم باقی ماند اعداد ایام کبایس آن بطوریکه در بیان دوم مذکور گردیده حاصل
سازند وبر حاصل ضرب بیفزایند که مجموع اعداد ایام کبایس است پس آنرا از ایام باقی
قسمت اول ساقط نموده باقی را ماه سازند بطریقیکه در بیان دوم مذکور شد اعنی محرم
سی روز وصفر بیست ونه روز وهکذا تاریخ معین حاصل نمایند پس خارج قسمت اول

مقدار سالهای ماضیه است وانچه باقی ماند آنرا ماه و روزشا زند بطریقیکه دربیان سوم مذکور شد اعنی ازابتدای فروردی سی سی یوم برای هرماه بگیرند وبرای ماه ابان سی وپنج روز وانچه باقی ماند تاریخ ماه باشد واگر محول الیه سال رومی وعیسوی بود عدد ایام را برسه صد وشصت وپنج قسمت نموده برخارج قسمت واحد افزوده ربع صحیح آنرا از ایام باقی نقصان کنند که خارج قسمت عدد سالها است وباقی ایام ماه های سال موجود خواهند بود پس آنرا از روی ایام هرماه که درجدول مندرج است ماه وروز سازند واگر محول الیه سال هندی باشد پس عدد ایام را دریک کرور وبیست وسه لک وشصت هزار وپانصد وشصت وهشت که بدینصورت ۱۲۳۶۰۵۶۸ وعدد اثر م‌صطالح خامسه است ضرب نموده برحاصل ضرب بیست وهشت کرور وبیست ونه لک وشانزده هزار وهشت صد که بدینصورت ۲۸۲۹۱۶۸۰۰ وعدد الاصطلاح خامسه است بیفزایند ومجموع را برهفتاد وهفت کرور وهفتاد وشش لک که بدینصورت ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ ومخرج خامسه است قسمت کنند وخارج را برعدد ایام افزوده محفوظ دارند وباز محفوظ را در هفت لک وهفتاد ودو هزار ونه صد ودوازده که بدینصورت ۷۷۲۹۱۲ وعدد ... خامسه است ضرب سازند وبرحاصل ضرب پنجاه وپنج کرور وپنجاه ودو لک وشصت هزار وچهار صد که بدینصورت ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ وعدد ... خامسه است بیفزایند ومجموع را برمخرج خامسه که بالا مذکور شد قسمت سازند که صحاح خارج قسمت عدد ماه های کبیسه است پس آنرا درسی ضرب ساخته از محفوظ نقصان سازند وباقی را برسه صد وشصت قسمت کنند که خارج قسمت سالهای ماضیه سنبت است وایام باقی را ماه سازند بحساب فی ماه سی یوم وازابتدای ماه چیت مرتب شمارند که تاریخ مطلوبه حاصل شود

جدول فضل تاریخین

نام فضل تاریخ	ایام بارقام هندیه	ایام بعبارت	ایام بارقام الستینه
فضل رومی علی هجری	۳۴۰۷۰۰	سه لک وچهل هزار وهفت صد	الدلم ک
فضل عیسوی علی هجری	۲۲۷۰۲۷	دولک وبیست وهفت هزار بیست وهفت	ا ح ح مر
فضل صفوت علی هجری	۲۴۷۸۵۱	دولک وچهل وهفت هزار وهشت صد وپنجاه ویك	ا ح ی نا
فضل رومی علی عیسوی	۱۱۳۶۷۳	یك لك وسیزده هزار وشش صد وهفتاد وسه	لا لد لم
فضل صفوت علی عیسوی	۲۰۸۲۴	بیست هزار هشت صد وبیست وچهار	ه مری
فضل رومی علی فارسی	۳۴۴۳۲۴	سه لك وچهل وچهار هزار وسه صد وبیست وچهار	ا اله لم صد
فضل هجری علی فارسی	۳۶۲۴	سه هزار وشش صد وبیست وچهار	ا ها الد
فضل عیسوی علی فارسی	۲۳۰۶۵۱	دولك وسی هزار وشش صد وپنجاه ویک	ا ع د ا
فضل صفوت علی فارسی	۲۵۱۴۷۵	دولك وپنجاه ویك هزار چهار صد وهفتاد وپنج	ا ط نا له
فضل رومی علی صفوت	۹۲۸۴۹	نود ودو هزار هشت صد وچهل ونه	الد مر لط

مثال امروز که تاریخ هشتم ماه ربیع الثانی سنه ۱۲۲۹ هجری روز پنجشنبه معلوم است
می خواهم که تاریخ رومی بدانم پس عدد سالهای ماضیه راکه ۱۲۲۸ بود در ۳۵۴ ضرب
نمودم حاصل ضرب ۴۳۷۱۲ شد وباز ۱۲۲۸ را بر سی قسمت نمودم خارج چهل شد
آنرا در یازده ضرب نمودم حاصل ۴۴۰ گردید وباقی ۲۸ ماند عدد ایام کبیسه از آن
حاصل نمودم یعنی چون در آن سال کبیسه دوم وپنجم وهفتم ودهم وسیزدهم وپانزدهم وهجدهم
وبیست ویکم وبیست وچهارم وبیست وششم بود پس ده عدد ایام کبیسه شد وعدد ایام
ماهها تاریخ گرفتم محرم ۳۰ یوم وصفر ۲۹ یوم وربیع الاول ۳۰ یوم وربیع الثانی ۸ یوم

ومجموع ٩٧ یوم است پس این همه را بر حاصل ضرب افزودم بدین صورت .

٤٣٤٧١٢　حاصل ضرب اول

٤٤٠　حاصل ضرب ثانی که ایام کبیسهٔ سالهای تامه‌اند

١٠　عدد ایام کبیسهٔ سالهای گذشته

٩٧　عدد ایام ماه‌های گذشته

٤٣٥٢٥٩　واین مجموع ایام سالهای هجری

تا تاریخ هشتم ربیع الثانی سنه ١٢٢٩ هجری شد

وچون از روی مدخل ماه امتحان کردم اعنی اول مدخل سال سنه ١٢٢٩ دریافتم بدین طریق که عدد سالهای ١٢٢٩ را از دوصد وده طرح کردم باقی یکصد وهفتاد ونه ماند وآنرا از روی جدول مدخل سال دریافتم که غرهٔ محرم بروز پنجشنبه بود پس در جدول مدخل ماه نظر کردم وغرهٔ ربیع الثانی بروز سه شنبه یافتم ودر این صورت باید که هشتم ربیع الثانی بروز سه شنبه باشد ونیز هفت را از مجموع ایام که تا تاریخ هشتم است هفت هفت طرح کردم شش باقی ماند وآنرا از روز پنجشنبه شمار نمودم سه شنبه می آید واز روی رویت پنجشنبه است پس دانستم که تفاوت دو روز بسبب اختلاف رویت است لهذا دو روز دیگر بر مجموع ایام افزودم ٤٣٥٢٦١ مجموع ایام هجری شد وبر آن عدد تفاضل ایام رومی را که ٣٤٠٧٠٠ بود افزودم مجموع ٧٧٥٩٦١ ایام سالهای رومی لغایت تاریخ مطلوبه باشد پس آنرا بر سه صد وشصت وپنج قسمت نمودم خارج ٢١٢٥ گردید ١٠٧ باقی ماند هرچند خارج آخر هم می‌باید برآمد لیکن چون عدد ربع خارج قسمت هم از باقی ماند افزون است لهذا عدد آخر را چهار [illegible] وبعد از ان ربع خارج قسمت را که (٥٣١) است از باقی مذکور تفاضل نمودم ١٧٠ باقیماند وآن عدد ایام سال سنه ١٢٢٥ رومی است از ماه‌های رومی از ابتدای تشرین الاول تفریق نمودم بدین طریق تشرین الاول ٣١ یوم تشرین الآخر ٣٠ یوم کانون الآخر ٣١ یوم شباط ٢٨ ومجموع را که ١٥١ بود از ١٧٠ که باقی بود تفریق نمودم باقی ١٩ ماند وآن ایام ماه آذر است پس دانستم که تاریخ هشتم ربیع الثانی سنه ١٢٢٩ هجری روز پنجشنبه نوزدهم ماه آذر سنه ١٢٢٥ رومی است وهمچنین اگر خواهم که تاریخ عیسوی بدانم پس

. تفاضل عیسوي را که ۲۲۷۰۲۷ ، است برایام هجري لغایت هشتم ربیع الثاني که ۴۳۵۲۶۱
بود افزودم مجموع ۶۶۲۲۸۸ شد وان ایام سال عیسوي است پس آنرا بر سه صد و شصت
و پنج قسمت نمودم خارج ۱۸۱۳ شد و ۵۴۳ باقیماند وربع خارج را که ۴۵۳ بود از باقي
ساقط نمودم ۹۰ باقیماند وآنرا ازابتدای جنوري گرفتم بدین طریق جنوري ۳۱ فبرروي
۲۸ مارچ ۳۱ و مجموع هم نود بوم شد پس دانستم که تاریخ هشتم ربیع الثاني سنه ۱۲۲۹
هجري ۳۱ مارچ سنه ۱۸۱۴ عیسوي است واگر خواهم که تاریخ فارسي بدانم پس
فضل هجري علی الفارسي را که ۳۶۲۴ بود ازایام هجري لغایت هشتم ربیع الثاني ساقط
نمودم باقي ۴۳۱۶۳۷ ماند وآنرا بر سه صد و شصت و پنج قسمت نمودم خارج ۱۱۸۲ گردید
و دو صد و هشت باقیماند انرا ماه کردم پس معلوم شد که بیست و هفتم مهر سنه ۱۱۸۳
یزدجردي بتاریخ هشتم شهر ربیع الثاني سنه ۱۲۲۹ هجري است واگر تاریخ سنبت مطلوب
باشد تفاضل سنبت را که ۲۴۷۸۵۱ بود بر ۴۳۵۲۶۱ که ایام سال هجري است افزودم
۶۸۳۱۱۲ شد وان مجموع ایام سنبت است پس انرا در ۱۲۳۶۰۵۶۸ ضرب نمودم
و بر حاصل ضرب که ۸۴۴۳۶۵۳۳۲۷۶۱۶ شد ۲۸۲۹۱۶۸۰۰ زیاده کردم و مجموع را
که ۸۴۴۳۹۳۵۲۴۴۴۱۶ گردید بر ۷۷۷۶۰۰۰۰ قسمت نمودم خارج صحیح ۱۰۸۵۸ شد
آنرا بر مجموع ایام سنبت افزودم و مجموع را که ۶۹۳۹۷۰ گردید محفوظ داشته در ۷۷۲۹۱۲
ضرب نمودم و بر حاصل ضرب که ۵۳۶۳۷۷۷۴۰۶۴۰ گردید ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ افزودم و
۵۳۶۹۳۳۰۰۱۰۴۰ را بر ۷۷۷۶۰۰۰۰ قسمت کردم صحاح خارج ۶۹۰ گردید وان
ماههای کبیسه هندي است که آنرا ادهک گویند پس آنرا در ۳۰ ضرب نمودم حاصل را که ۲۰۷۰۰
بود از مجموع محفوظ یعنی ۶۹۳۹۷۰ ساقط نمودم باقي ۶۷۳۲۷۰ ماند انرا بر سه صد و شصت قسمت
نمودم خارج ۱۸۷۰ گردید وان سالهای تامه سنبت است وباقي هفتاد ماند وانرا از ماکهه
سودي حساب کردم بدینصورت ماکهه سودي ۱۵ پهاگن ۳۰ چیت بدي ۱۵ چیت
سودي ۱۰ پس معلوم شد که تاریخ هشتم ربیع الثاني سنه ۱۲۲۹ هجري دهم چیت سودي
که في الحقیقت تاریخ بیست و پنجم ماه چیت سنه ۱۸۷۱ سنبت است واگر سال فصلي
دانستن مطلوب باشد چون ماه این همین ماه های هندي اند لهذا ششصد و چهل و نه سال

قسب

وپنج ماه که قدر تفاضل است از سالهای سنبت کم کردم باقی (۱۲۲۱) ماند وهمچنین
است حال سنه بنگله وولایتی لیکن اگر بخواهم که تاریخ بنگله بدانم از ابتدای یازدهم
جنوری غره ماگهه که راس الجدی است حساب کردم بیست ویکم ماه چیت سنه
۱۲۲۰ بنگله مطابق هشتم ربیع الثانی سنه ۱۲۲۹ هجری گردید وهمچنین ۲۸ چیت
سنه ۱۲۲۰ ولایتی شد وهمچنین اگر سال وتاریخ رومی خواه عیسوی خواه فارسی خواه
سنبت معلوم باشد عمل نموده تاریخ وسال مطلوبه حاصل سازند لیکن باید دانست که
درینصورت استخراج تاریخ عربی وسنبت تحقیقی متعذر است گاهی تفاوت یک دو روز خواهد
افتاد چرا که در تاریخ عربی رویت شرط است وتاریخ سنبت متعلق از تقویم است
وانضباط تحقیقا ممکن نیست *

بیان هفتم در تاریخ جلوس پادشاهان هند باید دانست که سلاطین از روز جلوس
خود سال جلوس در دفترات مینمایند وماه های ایشان همین ماه های عربی قمری اند
لیکن سالهای جلوسی بغیر قمری اند ومتصل هر یکی از ابتدای محمد بابر پادشاه تا
سلسلهٔ گورکانیه درین بیان معلوم شود انشاء الله تعالی فردوس مکانی ظهیر الدین محمد
بابر پادشاه که در دهلی جلوس نموده ۱۳ رجب سنه ۹۳۲ هجری روز جمعه جنت
آشیانی نصیر الدین محمد همایون پادشاه بعد وفات بابر پادشاه در آگره جلوس نموده سنه
۹۳۷ هجری روز معلوم نیست همایون پادشاه از شیرشاه شکست خورده در سنه ۹۴۰
بطرف ولایت رفت در سنه ۹۴۶ هجری شیرشاه بعد همایون پادشاه جلوس نمود چون
[illegible] سنه ۹۵۲ هجری سلیم شاه بعد فوت شیرشاه جلوس نمود ۱۷ ربیع الاول
سنه ۹۵۲ محمد عادل شاه بعد سلیم شاه که مشهور بعدلی شاه است جلوس نمود سنه ۹۶۰
هجری تاریخ روز معلوم نیست جنت آشیانی همایون پادشاه مراجعت نموده در دهلی
آمده جلوس نمود در ماه [illegible] سنه ۹۶۲ هجری عرش آشیانی جلال الدین محمد اکبر
پادشاه بعد فوت همایون پادشاه در کلانور روز جمعه جلوس نمود ربیع الاول سنه ۹۶۳
هجری جنت مکانی نور الدین محمد جهانگیر پادشاه بعد فوت اکبر پادشاه [illegible] چهاردهم
ماه جمادی الثانی جلوس نموده سنه ۱۰۱۴ هجری فردوس آشیانی شهاب الدین محمد

شاهجهان بادشاه بست ودوم جمادی الاولی سنه ۱۰۳۶ هجری درلاهور جلوس نمود خلدمکان ابوالمظفر محی الدین اورنگ زیب عالمگیر در شاهجهان اباد جلوس نمود ۲۴ رمضان سنه ۱۰۶۹ هجری خلدمنزل قطب الدین محمد بهادرشاه در نیشاپور جلوس نمود ۱۷ ذی حجه سنه ۱۱۱۸ هجری معزالدین کولهارا مشهور ابوالفتح محمد معزالدین جهاندارشاه جلوس نمود ۲۰ صفر سنه ۱۱۲۴ هجری فرخ سیر بادشاه پسر عظیم الشان در اکبراباد جلوس نمود بعد شکست وکشته شدن معزالدین ۱۳ ذی حجه سنه ۱۱۲۴ هجری محمد رفیع الدرجات پسر رفیع القدر بعد قید فرخ سیر در شاهجهان آباد جلوس نمود ۹ ربیع الثانی سنه ۱۱۳۱ هجری ودرهمان عرصه فوت کرد ورفیع الدوله برادرش برتخت نشست او نیز درهمان ایام فوت نمود فردوس ارامگاه محمد شاه بادشاه در اکبراباد از دهلی آمده جلوس فرمود وتاریخ جلوس خود از غره ربیع الثانی مقرر نمود غره ربیع الثانی سنه ۱۱۳۱ هجری احمد شاه بادشاه پسر محمد شاه در دهلی جلوس نمود غره جمادی الاولی سنه ۱۱۶۱ هجری عزیز الدین عالمگیر ثانی پسر معزالدین بعد قید احمد شاه در دهلی جلوس نمود دهم شعبان سنه ۱۱۶۷ هجری شاه جهان ثانی در دهلی جلوس نمود بعد قتل عالمگیر ثانی ۸ ربیع الثانی سنه ۱۱۷۳ هجری شاه عالم بادشاه در الهآباد جلوس نمود ۱۱ جمادی الثانی سنه ۱۱۷۳ هجری اکبرشاه بادشاه در شاهجهان آباد بعد فوت عالم شاه بادشاه جلوس کرد تاحال موجود است ۷ رمضان سنه ۱۲۲۱ هجری *

مطلب سوم در مصطلحات کاغذات وغیره فن سیاق

بدانکه کاغذات متصدیان برد وقسم است یکی بیرج بباء موحده دوم تیرج بتاء فوقیت بیرج کاغذی راگویند که دران جمع اعداد را که میزان گویند در وسط مدا نویسند وآنرا گوشواره خوانند وتفصیل انرا تحت آن مدات تفصیلی کشیده نگارند ومد بمعنی خط طولی است وکاغذ فاتر که برافراد نوشته میشود همه بیرج می باشد وشاذاً تیرج هم عند الضرورت می نویسند وبیرج دراصل بارزاست بمعنی ظاهر ودراصطلاح اهل دفاتر وسط تحت مدراگویند ومتصدیان آنرا تحریف نموده بیرج اطلاق میکنند وتیرج کاغذی راگویند که برای جمع نمودن اعداد هرقسم اجناس متعدده که بدفعات واقع شوند

مدات هر اجناس را برابر دریک سطر نوشته واول همه مدات اجناس مد آسامی نگاشته
دفعات ان اجناس را تحت مد آسامی واعداد آنرا تحت مد جنس نویسند ودر پائین جمع
اعداد هر جنس را که میزان گویند بعد خط عرضی نگارند وتحقیق لفظ تیرج بنظر فقیر نیامده
ظاهرا امالهٔ تاراج باشد وباید دانست که در انواع کاغذ بیرج است در فرد اول پیشانی
سفید گذاشته ودر وسطی طولی مدی که مخصوص ان کاغذ باشد مثل جمع وخرج و واصلباقی
وغیره می کشد وبعبارت فارسی مجملا خصوصیت ان کاغذ را هر قوم میسازند وآنرا عنوان
گویند ووسط فرد را طولا شکن کرده دو طرف قرار می دهند وآنرا ضلع خوانند وسر پیشانی
افراد را هر دو طرف محرف شکن می کنند پس طرف راست را گوشهٔ محرف وطرف چپ
را گوشهٔ اتصال خوانند وطرف چپ تحت هر مد را ایراد وطرف راست تحت هر مد را حشو
گویند ووسط تحت هر مد را بارز خوانند وهر رقم که از رقمی مستثنی کنند آنرا منها گویند
مستثنی را اگر یک مرتبه باشد در حشو تحت مستثنی منه نوشته باقی را در بارز می نگارند
واگر دو مرتبه باشد اول را در ایراد تحت مستثنی منه نوشته باقی را در حشو آرند و مستثنی
ثانی را تحت باقی نوشته باقی ثانی را در بارز نویسند وایراد مصدر از باب افعال که مادهٔ
ان ورود است وحشو بمعنی خالی وزاید است اعنی ارقام حشو وایراد مطلوب حقیقی
نیست از جملهٔ زائد است وزیادت اعداد وایراد بارز مجمعه خوانند وآنهم گاهی در حشو
وایراد وانم میشود پس اگر مستثنی در حشو خواه ایراد باشد تحت ان علامت باقی بدینصورت
ـــ نویسند واین علامت را باقی گویند واگر زیادت وغیره در حشو خواه ایراد باشد تحت ان
علامت [illegible] گویند بدینصورت ـــ نویسند و[illegible] اکثر گاهی [illegible] یک جنس
است در تمام [illegible] کنند وبرای تفصیل تحت ان دو مد دو طرف کنند وهر دو طرف
را [illegible] که خوانند وگاهی چهار مد کرده یک طرف [illegible] کنند ومجموع [illegible] شش و
غیر آن لیکن معمول است که مدات تفصیلی درج می کنند وبعضی مدات فرد هم
می کنند لیکن این خلاف ضابطه است وهر جا که خالی ماند در ان مد [illegible] که بمعنی
سفیدی است می نویسند بدینصورت ـــ تا کسی در ان چیزی نتواند وآنرا بیض
خوانند وبرابتدای پیشانی فرد دوم در وسط فرد مدی مخصوص هم عبارت که در فرد

اول نوشته شد می نویسند وآنرا طغرای پیشانی خوانند وتحت آن مدات سابقه که ارقام آن فرد متعلق آن مدات باشند می نگارند وباید دانست که مدات سابقه تا پنج مد اگر باشد تحت پیشانی نویسند واگر زیاده بود تا هفت مد درگوشهٔ اتصال نگارند وآنرا طغرای ثانی خوانند واگر زیاده ازان باشد درگوشهٔ محرف نویسند وآنرا طغرای ثالث گویند وباقی مدات راتحت طغرای پیشانی نگارند ونیز معمول است که مد ثانی اصغر از اول ومد ثالث اصغر از ثانی می کشند وهکذا ودرگوشهٔ اتصال اعداد عدهٔ افراد رابرقوم هندیه نگارند وآنرا ورق داغ گویند وسردفتر مثل دیوان وغیره برگوشهٔ محرف بعبارت مثل اول ودوم وسوم می نویسند وجمع رامفرده وخرچ رامنذالک ووجهه وباقی راباقی وتتمه گویند وکاغذی راکه دران آمدنی روزمرهٔ هر اجناس رانویسند آنرا سیاه گویند که بمعنی سواد است ومد سیاه بدینصورت کشند سیاهــــ وسیاه تاریخ وارمی باشد ودران تعین یوم هم می کنند لهذا مدات ایام اسبوع می کشند بدینصورت *

یوم الاحد	یوم الاثنین	یوم الثلثا	یوم الاربعاء	یوم الخمیس	یوم الجمعه	یوم السبت
یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه

وکاغذی راکه دران آمدنی وخرچ روزمره مندرج باشد آنرا روزنامچه وچتهه گویند وباید دانست بعضی مسودهٔ روزنامچه را سیاه خوانند وکاغذی که دران ازروی سیاه خواه روزنامچه تاریخ وار آمدنی خواه خرچ هریک اجناس را علحده علحده بطور تدریج دریک یک مد نگارند که بعدیکماه خواه یک سال تعداد هریک راجدا جدا معلوم تواند کرد آنرا اوارجه وکهتونی گویند ودران اول مد آسامی کشند بدینصورت لاســـ وتحت آن مد هر تاریخ نویسند بدینصورت ـــ مـــ وبرابر مد آسامی مد جنس کشند مثل مد روپیه بدینصورت روـــ ومد اشرفی اسرـــ وغیر ذالک وبعضی یک مد افزون کشند بدینصورت (اســـرون) ودرتحت آن جمع اعداد لغایت هر تاریخ مندرج سازند تا حاجت میزان نشود وآورجه بمعنی جمع اشیای پراگنده وبعضی گویند که بمعنی حساب است وکاغذی را مشتمل برحقیقت اجناس بسبیل اجمال باشد آنرا مجمل خوانند وکاغذی راکه مشتمل بر آمدنی وخرچ یکماه یا زیاده ازان باشد آنرا جمع وخرچ گویند ومد آن بدینصورت است

قسم

ومشک وجبنه وسیاه گوش وغیره حیوانات برای آهو ونیل گاو وغیره رخوت برای فیل
واسپ وشتر وغیره قراطیس برای کاغذ سفید وافشان وطومار وغیره عقاقیر برای نباتات
خوشبو مثل دارچینی والایچی ودیگر مصالح گرم ادویات برای بادیان وهلیله وغیره
ادویه مفرده ادهان برای روغن وچرب وغیره ترشیات برای اچار وغیره عذوبات برای
نبات وقند وعسل وحلوا وغیره اقسام شیرینی نقلات برای اقسام نقل مربا برای اقسام
مربا اصناف برای آرد ومیده وبرنج ودال ونمک وغیره لحمات برای گوشت وماهی
ترکاری برای بادنجان وپودینه وغیره اثمار برای نارنجی وکیله وغیره ازقبیل میوهٔ تر
جفاف برای کشمش وبادام وچارمغز وغیره ازقبیل میوهٔ خشک تنبولات برای تنبول
وسپاری وهرچه ازین قبیل باشد اعراق برای عرق اجواین وعرق دارچینی وغیره
مکیفات برای هرچیز که کیف دار باشد اجنحه برای هر جانور پرنده الوان برای لاجورد
وشنگرف وشندور وغیره غلات برای گندم وجو وشالی وغیره مزامیر برای قانون وسرمندل
ورباب وغیره جرمینه برای بلغار وادیم وغیره قرارپای برای پاپوش وموزه ونعلین
وپای تابه وغیره اوزان برای مقادیر اوزان خواه ازآهن خواه ازسنگ باشد*

مطلب چهارم درممیزات اشیا

بدانکه اهل دفاتر هرشی را بلفظی خاص مینویسند مثل روپیه واشرفی وبعضی آلات
وملبوسات را عدد مینویسند وانسان را نفر وهمچنین بعضی شی را قطعه وغیره وما هریکی را
بیان می‌کنیم عدد برای روپیه واشرفی وخنجر وقبضه وشمشیر ودستهٔ کاغذ وصندوق وغیره
قطعه برمرادی که عبارت ازدوتلوس باشد ونیز روپیه را تنکهٔ سفید واشرفی را تنکهٔ سرخ
گویند ممیز درمواریثات وتفصیل آن گذشت فرد درمکیلات اعنی پیمانه که ازان اوزان
می‌کنند دانه درمرکشی ومروارید قطعه درسمور ودربعضی جواهر غیر مروارید وطیور
غیرشکاری وچوب ودندان فیل ودندان ماهی ودرکاغذ مثل فرمان وپروانه ودر
تصویرات وباغات وحویلیات قبضه در اسلحه ودرشمشیر وکارد وخنجر وکتاری وبندوق
وکمان دست درشمشیر وغیره وآینه وبرچهی وشانه وتسبیح ومرغان شکاری وتیشه واستره
ومقراض ودرقش وبادکش وغربال وسائر اجناس آنچه بدست استعمال کنند طاق در

اقمشه تهان در زربفت ملبوسات در پشمینه سوای سترلا شقه در قنات وسترلاط درعه .
در اقمشه وابفت وپشمینه که سلیچه باشد وبگز عمل نمایند ونیزه در فوروتوار وزمین
مکونت نفر در آدم وشتران وبعضی گویند که شتر را بعیر می نویسند ورفته رفته بصورت
نفر بر آمده وبعضی بجواب آن ظاهر کرده اند که لازم نیست که ممیز هر چیز البته ان
چیز باشد که بمعنی دلالت کند بران چنانچه عدد را روپیه ودر بعضی آلات هم مینویسند
وقطعه در جواهر ودر ظرفان هم مستعمل شده وازین قبیل چیزهای بسیار یافته میشود
وظل در شامیانه وسه چوبه وقلندری وغیره نویسند منزل در کشتی ودر بعضی اقسام خیمه
مثل زمین دوز وراوتی ولونهله وتمبو وخرگاه وسرا پرده وبال وطهارتخانه ودر انچه سوار
شوند مثل پالکی ونالکی وسوکهپال وڈولی وکجاوه وعماری وهودج وحوبلات وغیره
جلد در کتاب وپوست چهار پایان سهم در تیر یکه کمتر از دسته باشد تخته در کاغذ یکه سفید
وکم از دسته باشد دسته در تیر وکاغذ سفید وانشان که بیست وچهار تخته مروج دیار است و
دوازده دسته را گڈی نامند حکم در مناصب خدمات مثل قضا واحتساب وصدارت
وغیره فرد در مفروشات مثل قالین وقالیچه وشطرنجی وجاجم منفرد ودر اوراق زوج
در قالین وقالیچه وشطرنجی وجاجم ودستانه که جفت باشد قلاده در سباع شکاری
وغیره راس در اسب وگاو وگاومیش واشتر ومرکب وبز ومیش ونیل گاو وگورخر ودر
در آهو وخرگوش وکره بابچه ومثل آن قاب در حشرات در گوشواره الفاظ هندی
است که مستعمل شده جفت در زیورهای دست وپا وچاچی وآفتابه وداون دست
را مبادا موزه وکفش وهر چه ازین قبیل باشد تخته در پوستین باد وخته تیر در قلم ونشان
قرص در نان زنجیر در فیل عقد در زیورهای گلو مثل مالا وغیره باب در خانه ودکان
وغیره قاب وطبق در طعام کاسه در آش ودو پیاده [illegible] کاسی در قاروره و[illegible] وکتاب
بگچه در زمین زرعی [illegible] زمین [illegible] در زنجیر [illegible] شیشه های [illegible] گلاب
وغیره سرج در زین جبه در [illegible] ضرب در زنبورک در توپ وغیره مکان در عمرانات
محال در پرگنات موضع در دیهات [illegible] در شهر [illegible] قصبه در شهر خورد [illegible] در شهر [illegible]
کارخانه [illegible] جواهر [illegible] بر جواهرات [illegible] حلقی [illegible] بندی فص در انگشتری

ظرف دردیگ وطبق ورکابي وپانذان وکاسه وهرچه از قبیل آوند باشد دن درخور وآشامي درزدان *

خاتمه

این کمترین خلایق مشهور باسم کانجي قوم کایتهه ماتهر مولف کتاب خزانة العلم که منزوي کنج گمنامي است هرچند لیاقت آن نداشت که به تصنیف وتالیف این کتاب بردازد لیکن محض بتائیدات سبحاني وتوفیقات یزداني درجمع قواعد مسائل وحل مشکلات این فن شریف سعي موفوره بعمل آورده خصوصا درترجمهٔ الجبراي انگریزي کمال مشقت کرده واکثر از جناب مستطاب معلی القاب مظهر لطف وکرم منبع جود وحلم خورشید فلک امارت مشتري بیت الشرف نصفت وعدالت حاکم جم جاه کیوان بارگاه خداوند نعمت مستر هنري ذکلس صاحب بهادر دام اقباله تصحیح آن ترجمه نموده الحمد لله والمنه بعون عنایت ایزد سبحانه وجل شانه این کتاب شریف که مجمع مطالب لطیف است اختتام پذیرفته وتمام انگه شود که بنظر عالي متعالي صاحبان عالیشان فلک مکان که قدردان این فن عالي اند خصوص جناب خداوند نعمت نواب کیوان بارگاه ناظم الملک صمصام الدوله مستر فرانسس هاکنس بهادر هیبت جنگ که صدر دیباچه بنام نامي انجناب مزین است وجناب خداوند نعمت مستر هنري ذکلس صاحب بهادر که خاتمه بنام والاي آنجناب تزئین یافته وجناب عالي متعالي خدیوزمان خداوند دوران مجمع عدل واحسان جناب فلک رکاب سیف الملک ناظم الدوله دوستدار خان مستر ارچ بالد سٹین صاحب بهادر شهامت جنگ که این کمترین خلایق ازبد وشعور بسابقهٔ عاطفت آن والاجاه تربیت یافته واین قصیده درمدح ودعاي آنجناب ورد زبان میدارد بگذرد *

قصد

قصیده

* ای قائم از وجود تو نام و نشان عدل * وی آنکه شد بلند ز عدل تو شان عدل *
* این ابلق سپهر که خو کرده کجروی است * از شهسوار حکم تو شد همعنان عدل *
* هر کشتهٔ جفای زمانه پیش تو * آید اگر که تا بکند امتحان عدل *
* از یک نگاه لطف و کرم زنده اش کنی * اعجاز عیسوی بکنی در زمان عدل *
* شیر فلک به ثور و حمل می برد پناه * هرگه که تیر حکم نهی در کمان عدل *
* حد عدالت تو چه گویم که شد قضا * از حکم نصفت تو فرمان بران عدل *
* هر سائلی که از تو سؤال جوی کند * دینار و گوهرش دهی ای بحر کان عدل *
* از بهر خاص و عام تو در داده ای صلا * از ذات و لطف خویش بگسترده خوان عدل *
* هر بیکس و غریب که شد میهمان تو * مشکور نعمت تو شد ای میزبان عدل *
* هرگه که ابر رحمت تو در فشان شود * نخل امید بر دهد ای بوستان عدل *
* گردد ز مهر لطف تو هر روزه آفتاب * هرجا نظر بیفکنی از دیدبان عدل *
* شاهین کند بشهپر و کنجشک آشتی * هرجا عقاب حکم تو گرد آشیان عدل *
* از سایهٔ عدالت تو بسکه در جهان * هستند خاص و عام بدار الامان عدل *
* دارند جن و انس و ملایک ز بهر تو * هر صبح و شام ورد خدای آسمان عدل *
* تا مهر و ماه نور فشان است بهر تو * باشد بفرق عالمیان سایبان عدل *
* تا زندگی غلامی درگاهت آرزواست * ای خسرو زمانه و نوشیروان عدل *

فهرست خزانة العلم

مطلب هفتم در قسمت که آنرا در انگریزی دویژن گویند ۴۹

مطلب اول در مساحت سطوح